ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 16: Αυτόματα Στοίβας

Επ. Καθ. Π. Κατσαρός
Τμήμα Πληροφορικής

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Τα Αυτόματα Στοίβας ως αναπαράσταση γλωσσών

Με Αυτόματα Στοίβας μπορούμε να περιγράψουμε περισσότερες Γλώσσες Χωρίς Συμφραζόμενα από τις γλώσσες που μπορεί να περιγραφούν με Πεπερασμένα Αυτόματα (δηλ. μόνο τις κανονικές γλώσσες).

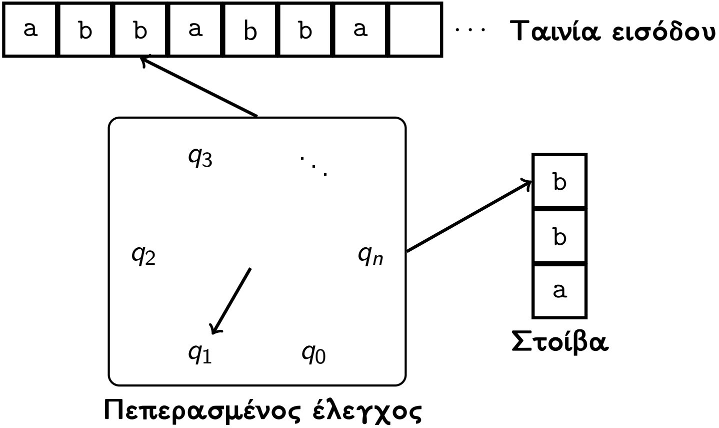
Παράδειγμα 1:
Η γλώσσα $\{ww^R : w \in \{a, b\}^*\}$

- Για να περιγραφεί η γλώσσα αυτή θα πρέπει το αυτόματο να «θυμάται» το πρώτο μισό της συμβολοσειράς εισόδου για να μπορεί να το συγκρίνει -ανεστραμμένο- με το δεύτερο μισό της.
- Όμως, ένα ΠΑ δεν έχει μνήμη για να «θυμάται».
- Αυτό θα μπορούσε να υλοποιηθεί με ένα αυτόματο εξοπλισμένο με δομή στοίβας που επιτρέπει την ανάγνωση και την εγγραφή μόνο στην κορυφή της.

Παραδείγμα 2:

- Σύνολο συμβολοσειρών με κανονική αντιστοιχία παρενθέσεων.

Λειτουργία Αυτόματου Στοίβας



Τυπικός ορισμός ΑΣ

Ορισμός 1 (Αυτόματο στοίβας)

Ένα ΑΣ ορίζεται ως μία εξάδα $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$, όπου

- K είναι ένα πεπερασμένο σύνολο **καταστάσεων**
- Σ είναι ένα πεπερασμένο αλφάβητο (τα **σύμβολα της εισόδου**)
- Γ είναι ένα πεπερασμένο αλφάβητο (τα **σύμβολα της στοίβας**)
- $s \in K$ είναι η **αρχική κατάσταση**
- $F \subseteq K$ είναι το σύνολο των **τελικών καταστάσεων** και
- Δ, η **σχέση μετάβασης**, δηλ. ένα πεπερασμένο υποσύνολο του $(K \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma^*) \times (K \times \Gamma^*)$

Τυπικός ορισμός ΑΣ

- Έστω μία μετάβαση $((p, a, b), (q, \gamma)) \in \Delta$. Τότε, αν το M
  1. βρίσκεται στην κατάσταση p,
  2. έχει b στην κορυφή της στοίβας και
  3. διαβάζει a στην είσοδο

  πάντα

  4. αντικαθιστά το b που εξάγεται από τη στοίβα με το γ που παίρνει τη θέση του στην κορυφή της στοίβας και
  5. μεταβαίνει στην κατάσταση q
- Αν ορίζονται πολλές μεταβάσεις του M σε μία δεδομένη κατάσταση, τότε το αυτόματο λειτουργεί μη ντετερμινιστικά.
- Η συνολική κατάσταση είναι ένα στοιχείο του συνόλου $K \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma^*$

Τυπικός ορισμός ΑΣ

- Συνολική κατάσταση ενός ΑΣ είναι ένα στοιχείο του συνόλου $K \times \Sigma^* \times \Gamma^*$
  - K η κατάσταση στην οποία βρίσκεται ο πεπερασμένος έλεγχος του M
  - Σ^* το τμήμα της συμβολοσειράς που δεν έχει διαβαστεί
  - Γ^* τα περιεχόμενα της στοίβας από την κορυφή προς τη βάση
- Κάθε πεπερασμένο αυτόματο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα αυτόματο στοίβας, που δε χρησιμοποιεί ποτέ τη στοίβα του (δηλ. σε κάθε κίνηση εισάγει και εξάγει ϵ).

Τυπικός ορισμός ΑΣ

Ορισμός 2 (Σχέση «παράγει σε ένα βήμα»)

Μία συνολική κατάσταση (p, x, α) ΑΣ Μ παράγει σε ένα βήμα τη συνολική κατάσταση (q, y, ζ) και αυτό γράφεται ως

$$(p, x, \alpha) \vdash_M (q, y, \zeta)$$

αν υπάρχει μετάβαση $((p, \mathrm{a}, \beta), (q, \gamma)) \in \Delta$ έτσι ώστε $x = \mathrm{a}y, \alpha = \beta\eta$ και $\zeta = \gamma\eta$ για κάποιο $\eta \in \Gamma^*$.

- Συμβολίζουμε με $\vdash_M^*$ την ανακλαστική, μεταβατική κλειστότητα της $\vdash_M$.
- Η Μ **δέχεται** μία συμβολοσειρά $w \in \Sigma^*$ αν και μόνο αν $(s, w, \epsilon) \vdash_M^* (p, \epsilon, \epsilon)$ για κάποια κατάσταση $p \in F$.
- Η γλώσσα που δέχεται το ΑΣ Μ συμβολίζεται με $L(M)$ και είναι το σύνολο όλων των συμβολοσειρών που είναι δεκτές από το Μ.

Παράδειγμα ΑΣ 1

Να κατασκευάσετε ΑΣ που δέχεται τη γλώσσα

$$L = \{w2w^R : w \in \{0,1\}^*\}$$

Παραδείγματα συμβολοσειρών: $01210 \in L$ και $01201 \notin L$

Λύση

Οι μεταβάσεις του ΑΣ ορίζονται ως εξής:

1. $((s, 0, \epsilon), (s, 0))$
2. $((s, 1, \epsilon), (s, 1))$
   Οι Μ1 και Μ2 εισάγουν το σύμβολο εισόδου στη στοίβα, ανεξάρτητα από το περιεχόμενό της (διαβάζεται ϵ από τη στοίβα)
3. $((s, 2, \epsilon), (f, \epsilon))$
4. $((f, 0, 0), (f, \epsilon))$
5. $((f, 1, 1), (f, \epsilon))$
   Οι Μ4 και Μ5 απαλείφουν το σύμβολο της κορυφής της στοίβας, αν διαβάζεται το ίδιο στην είσοδο

Τελική συνολική κατάσταση είναι η (f, ϵ, ϵ).

Παράδειγμα ΑΣ 1

Λύση (συνέχεια)

Ακολουθία μεταβάσεων για την αναγνώριση της συμβολοσειράς *abbcbba*

Κατάσταση	Υπόλοιπη είσοδος	Στοίβα	Μετάβαση
s	0112110	ϵ	-
s	112110	0	M1
s	12110	10	M2
s	2110	110	M2
f	110	110	M3
f	10	10	M5
f	0	0	M5
f	ϵ	ϵ	M4

Παράδειγμα ΑΣ 2

Να κατασκευάσετε ΑΣ που δέχεται τη γλώσσα

$$L = \{ww^R : w \in \{0,1\}^*\}$$

Υπόδειξη: Θα πρέπει η μηχανή να «μαντεύει» τη μέση της συμβολοσειράς και να αλλάζει κατάσταση λειτουργίας.

Λύση

1. $((s, 0, \epsilon), (s, 0))$
2. $((s, 1, \epsilon), (s, 1))$
3. $((s, \epsilon, \epsilon), (f, \epsilon))$
   Μη ντετερμινιστικά μεταβαίνει στην f και δεν επιλέγεται μία από τις M1, M2.
4. $((f, 0, 0), (f, \epsilon))$
5. $((f, 1, 1), (f, \epsilon))$

Για μία συμβολοσειρά της γλώσσας, τουλάχιστον ένας από τους υπολογισμούς του ΑΣ καταλήγει στην (f, ϵ, ϵ).

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Εμμανουέλα Στάχτιαρη
Θεσσαλονίκη, 24/07/2014