



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 9: Μη ντετερμινιστικά αυτόματα

Επ. Καθ. Π. Κατσαρός
Τμήμα Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



- 1 Ορισμοί και γλώσσα ΜΝΠΑ
- 2 Παραδείγματα
- 3 Ντεντερμινισμός και μη ντεντερμινισμός

Μη ντεντερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο

Ορισμός 1 (Μη ντεντερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο)

Ένα μη ντεντερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο είναι μία πεντάδα $M = (K, \Sigma, \Delta, s, F)$ όπου

- K είναι ένα πεπερασμένο σύνολο καταστάσεων
 - Σ είναι ένα αλφάβητο
 - $s \in K$ είναι η αρχική κατάσταση
 - $F \subseteq K$ είναι το σύνολο των τελικών καταστάσεων και
 - Δ είναι μία σχέση (όχι συνάρτηση) μετάβασης, δηλ. είναι ένα υποσύνολο του $K \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times K$ (όπου ϵ η κενή συμβολοσειρά)
- Η σχέση μετάβασης - σε αντίθεση με τη συνάρτηση των ντεντερμινιστικών ΠΑ - ορίζει για την τρέχουσα κατάσταση και σύμβολο εισόδου ένα «σύνολο πιθανών επόμενων καταστάσεων».

Μη ντεντερμινισμός

- Ο μη ντεντερμινισμός επιτρέπει τη μετάβαση σε επόμενη κατάσταση με τρόπο που προσδιορίζεται **μόνο μερικώς** από την τρέχουσα κατάσταση και το σύμβολο εισόδου.
 - Δεν καθορίζεται από τη μηχανή η επιλογή της νέας κατάστασης από το σύνολο όλων των πιθανών επόμενων καταστάσεων μετά από μετάβαση.
- Θεωρούμε ότι ένα ΜΝΠΑ μπορεί σε μία χρονική στιγμή να **βρίσκεται σε πολλές καταστάσεις**.
- Οι μη ντεντερμινιστικές μηχανές
 - (-) δεν περιγράφουν υπολογισμούς που μπορεί να εκτελέσει ο Η/Υ
 - (+) είναι μηχανές που διευκολύνουν την περιγραφή/κατασκευή ντεντερμινιστικών ΠΑ

Μεταβάσεις σε ΜΝΠΑ

- Κάθε τριάδα $(q, u, p) \in \Delta$ με $u \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$ και $p, q \in K$ ονομάζεται μετάβαση του M .
- **ϵ -μετάβαση**: μετάβαση της μορφής (q, ϵ, p) που μπορεί να γίνει χωρίς να διαβαστεί σύμβολο εισόδου.
- Αν το M είναι στην κατάσταση q και το επόμενο σύμβολο εισόδου είναι το $a \in \Sigma$, τότε το M μπορεί να εκτελέσει
 - τη μετάβαση (q, a, p)
 - ή εφόσον αυτή ορίζεται, τη μετάβαση (q, ϵ, p)

Συνολικές καταστάσεις σε ΜΝΠΑ

- Μία συνολική κατάσταση του M είναι ένα στοιχείο του $K \times \Sigma^*$, όπως και στα ντετερμινιστικά ΠΑ.
- Αν $(q, w), (q', w')$ είναι δύο συνολικές καταστάσεις του M , τότε **$\eta (q, w)$ παράγει την (q', w') σε ένα βήμα**

$$(q, w) \models_M M(q', w')$$

αν και μόνο αν υπάρχει $u \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$ τέτοια ώστε $w = uw'$
και $(q, u, q') \in \Delta$

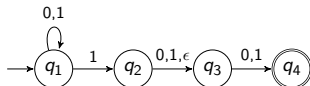
- Συμβολίζουμε με \models_{M^*} την ανακλαστική, μεταβατική κλειστότητα της \models_M .

Γλώσσα ΜΝΠΑ

- Η γλώσσα που γίνεται δεκτή από ένα ΜΝΠΑ M , συμβολίζεται με $L(M)$ και περιλαμβάνει όλες τις συμβολοσειρές που δέχεται το M .
- Μία συμβολοσειρά $w \in \Sigma^*$ γίνεται δεκτή από το M αν και μόνο αν υπάρχει κατάσταση $q \in F$, έτσι ώστε $(s, w) \models_{M^*} (q, \epsilon)$.

Παράδειγμα 1

Το ΜΝΠΑ που δέχεται τις συμβολοσειρές του $\{0, 1\}$, που έχουν 1 στη δεύτερη ή τρίτη θέση από το τέλος.

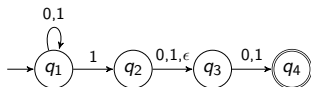


	0	1	ϵ
$> q_1$	$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset
q_2	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	\emptyset
$*q_4$	\emptyset	\emptyset	\emptyset

Μη ντεντερμινισμός:

- Υπάρχουν δύο ακμές με είσοδο 1 από την κατάσταση q_1
- Δεν υπάρχουν μεταβάσεις από την κατάσταση q_4
- Η μετάβαση από την κατάσταση q_2 μπορεί να εκτελεστεί χωρίς είσοδο (ϵ)

Παράδειγμα 1



Πώς λειτουργεί το αυτόματο

Από την αρχική κατάσταση και μετά από κάθε μετάβαση

- Αν η τρέχουσα κατάσταση έχει ϵ -μετάβαση τότε μπορεί να εκτελεστεί.
- Αν υπάρχει σύμβολο εισόδου τότε αυτό διαβάζεται και
 - Αν η τρέχουσα κατάσταση έχει πολλές μεταβάσεις για το σύμβολο αυτό, τότε επιλέγεται μία από αυτές και εκτελείται.
 - Αν δεν υπάρχουν μεταβάσεις για το σύμβολο, τότε ο υπολογισμός τερματίζει.
- Η συμβολοσειρά γίνεται δεκτή αν υπάρχει έστω και ένα μονοπάτι προς τελική κατάσταση.

Παράδειγμα 2

Κίνηση σε μίνι-σκακιέρα

1	2	3
4	5	6
7	8	9

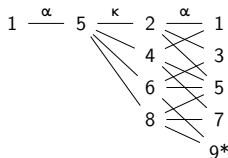
- Καταστάσεις:
 - Κάθε τετράγωνο (κόκκινο ή άσπρο) είναι μία κατάσταση.
- Αλφάβητο: $\{\alpha, \kappa\}$
 - Κάθε σύμβολο εισόδου είναι μία κίνηση προς άσπρο ή κόκκινο.
- Αρχική κατάσταση: 1 (πάνω αριστερά)
- Τελική κατάσταση: 9 (κάτω δεξιά)
- Γλώσσα:
 - Το σύνολο των διαδρομών από το 1 στο 9 που προκύπτουν από αποδεκτές ακολουθίες κινήσεων.

Παράδειγμα 2

Κίνηση σε μίνι-σκακιέρα

- Είναι αποδεκτή η συμβολοσειρά ακα;

1	2	3
4	5	6
7	8	9



	α	κ
$\rightarrow 1$	5	2,4
2	1,3,5	4,6
3	5	2,6
4	1,5,7	2,8
5	1,3,7,9	2,4,6,8
6	3,5,9	2,8
7	5	4,8
8	5,7,9	4,6
*9	5	6,8

- Αφού προσεγγίζεται η τελική κατάσταση, η συμβολοσειρά είναι αποδεκτή.

Σχέση ντετερμινιστικού και μη ντετερμινιστικού ΠΑ

- Ένα μη ντετερμινιστικό αυτόματο θα μπορούσε να είναι τελικά ντετερμινιστικό αν
 - δεν περιλαμβάνει μεταβάσεις (q, ϵ, p) στη σχέση μετάβασης Δ
 - **για κάθε** $q \in K$ και $a \in \Sigma$ υπάρχει ακριβώς ένα $p \in K$ τέτοιο ώστε $(q, a, p) \in \Delta$

Κλάση μη ντετερμινιστικών γλωσσών

- Η κλάση των γλωσσών που γίνονται δεκτές από ντετερμινιστικά αυτόματα είναι ένα υποσύνολο των γλωσσών που γίνονται δεκτές από μη ντετερμινιστικά αυτόματα.
- Ενώ φαίνεται πως τα μη ντετερμινιστικά αυτόματα αναγνωρίζουν μία ευρύτερη κλάση γλωσσών, στην πραγματικότητα η κλάση των γλωσσών που αναγνωρίζουν είναι η ίδια κλάση με αυτή των ντετερμινιστικών αυτομάτων.

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Εμμανουέλα Στάχτιαρη
Θεσσαλονίκη, 24/07/2014