



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Θεωρία Υπολογισμού

Ενότητα 26: Καθολική Μηχανή Turing

Επ. Καθ. Π. Κατσαρός
Τμήμα Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΙΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδεια χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



- 1 Η Θέση των Church-Turing
- 2 Καθολική Μηχανή Turing
 - Η «προγραμματιζόμενη» Μηχανή Turing
 - Αναπαράσταση Μηχανής Turing

Η Θέση των Church-Turing

- Η αναζήτηση για την πιο γενική μαθηματική έννοια της υπολογιστικής διαδικασίας ενός αλγορίθμου έχει ολοκληρωθεί.
Η απάντηση είναι η Μηχανή Turing.
- Οι μηχανές Turing που ημιαποφασίζουν γλώσσες, και επομένως απορρίπτουν την είσοδο όταν δεν τερματίζουν ποτέ, δεν είναι χρήσιμες υπολογιστικές μηχανές.
- Η έννοια του αλγορίθμου δεν πρέπει να συμπεριλαμβάνει μηχανές Turing, που μπορεί να μην τερματίζουν για κάποιες εισόδους.

Θέση των Church-Turing

Τίποτα δε θεωρείται αλγόριθμος αν δεν μπορεί να μετασχηματιστεί σε μηχανή Turing η οποία να τερματίζει εγγυημένα για όλες τις εισόδους. Οι μηχανές αυτές ονομάζονται αλγόριθμοι.

Η σημασία της Θέσης των Church-Turing

- Η Θέση των Church-Turing δεν έχει αποδειχθεί. Θεωρητικά μπορεί να μην ισχύει, αν βρεθεί ένα μοντέλο που μπορεί να εκτελέσει υπολογισμούς που δε γίνονται από καμία μηχανή Turing.
- Ορίζοντας τον αλγόριθμο ως μία μαθηματική δομή/έννοια μας δίνεται η δυνατότητα να μπορούμε να αποδείξουμε ότι συγκεκριμένα υπολογιστικά προβλήματα δε μπορούν να επιλυθούν από κανέναν αλγόριθμο.

Η «προγραμματιζόμενη» Μηχανή Turing

- Η Μηχανή Turing ως φορμαλισμός της έννοιας των αλγορίθμων είναι κάτι σαν ένα «μη προγραμματίσιμο hardware» κατάλληλα σχεδιασμένο για να επιλύει ένα συγκεκριμένο πρόβλημα.
- Σχεδίαση Μηχανής Turing «γενικής χρήσης» που να μπορεί να προγραμματιστεί όπως ένας H/Υ.
- «Πρόγραμμα» που θα κάνει της μηχανή γενικής χρήσης να συμπεριφέρεται όπως μία οποιαδήποτε Μηχανή Turing M (αλγόριθμος): η περιγραφή της M .
- Ο φορμαλισμός των Μηχανών Turing λειτουργεί ως μία γλώσσα προγραμματισμού, με την οποία μπορούμε να γράφουμε προγράμματα.
- Τα προγράμματα που γράφονται στη γλώσσα αυτή μπορούν να διερμηνευτούν από μία **Καθολική Μηχανή Turing**, δηλ. ένα άλλο πρόγραμμα στην ίδια γλώσσα!

Αναπαράσταση Μηχανής Turing (1/2)

- Κωδικοποιούμε τις καταστάσεις και τα σύμβολα ταινίας ως συμβολοσειρές ενός προκαθορισμένου αλφαβήτου.
 - ① Συμβολοσειρά κατάστασης Μηχανής Turing: $\{q\}\{0, 1\}^*$
 - ② Σύμβολο ταινίας Μηχανής Turing: $\{\alpha\}\{0, 1\}^*$
- Έστω $M = (K, \Sigma, \delta, s, H)$ μία μηχανή Turing και έστω i και j οι μικρότεροι ακέραιοι τέτοιοι ώστε $2^i \geq |K|$ και $2^j \geq |\Sigma| + 2$.
 - ① Κάθε κατάσταση στο K αναπαριστάται ως ένα q ακολουθούμενο από δυαδική συμβολοσειρά μήκους i .
 - ② Κάθε σύμβολο του Σ αναπαριστάται από το γράμμα α ακολουθούμενο από συμβολοσειρά j δυαδικών ψηφίων.
 - ③ Τα $\sqcup, \triangleright, \leftarrow$ και \rightarrow είναι τα 4 λεξικογραφικά μικρότερα σύμβολα: το \sqcup αναπαριστάται ως $\alpha 0^j$, το \triangleright ως $\alpha 0^{j-1} 1$, το \leftarrow ως $\alpha 0^{j-2} 1 0$ και το \rightarrow ως $\alpha 0^{j-2} 1 1$.
 - ④ Αρχική κατάσταση είναι η λεξικογραφικά 1η κατάσταση $q 0^i$

Αναπαράσταση Μηχανής Turing (2/2)

- « M » είναι η αναπαράσταση της μηχανής M :
 - 1 Αποτελείται από έναν πίνακα μεταβάσεων δ , μία ακολουθία συμβολοσειρών (q, α, p, b) , όπου q, p είναι αναπαραστάσεις καταστάσεων και α, b συμβόλων χωρισμένα με κόμματα και μέσα σε παρενθέσεις.
 - 2 Οι τετράδες παρατίθενται σε αύξουσα λεξικογραφική σειρά ξεκινώντας από την $\delta(s, \sqcup)$.
 - 3 Οι καταστάσεις τερματισμού ορίζονται έμμεσα: λείπουν από τους πρώτους όρους των τετράδων της « M ».
 - 4 Αν η M αποφασίζει μία γλώσσα και άρα $H = \{y, n\}$, υιοθετούμε τη σύμβαση ότι η y είναι λεξικογραφικά μικρότερη από τις δύο καταστάσεις τερματισμού.
- Κάθε $w \in \Sigma^*$ θα έχει μία μοναδική αναπαράσταση, που θα συμβολίζεται ως « w » και θα είναι η τοποθέτηση των αναπαραστάσεων των συμβόλων της το ένα δίπλα στο άλλο.

Καθολική Μηχανή Turing (1/2)

- Η καθολική μηχανή Turing U ορίζεται ως προς την περιγραφή μιας μηχανής « M » και μιας συμβολοσειράς εισόδου « w ».
- Η U τερματίζει με είσοδο « M »« w » αν και μόνο αν η M τερματίζει με είσοδο w .
- Περιγράφουμε τη μηχανή U' τριών ταινιών που προσομοιώνεται από τη μηχανή U μιας ταινίας:
 - 1 Η 1η ταινία έχει την κωδικοποίηση των περιεχομένων της ταινίας της M , η 2η ταινία την κωδικοποίηση της M και η 3η ταινία την κωδικοποίηση της τρέχουσας κατάστασης της M
 - 2 Αρχικά η U' έχει μία συμβολοσειρά « M »« w » στην πρώτη ταινία, ενώ οι άλλες δύο ταινίες είναι κενές.
 - 3 Η U' μετακινεί την « M » στη 2η ταινία και την « w » στο αριστερό άκρο της 1ης ταινίας, αμέσως μετά την « $\triangleright \sqcup$ ». Άρα η 1η ταινία περιέχει: « $\triangleright \sqcup w$ »
 - 4 Η U' γράφει στην 3η ταινία την $q0^i$, δηλ. την κωδικοποίηση της αρχικής κατάστασης s της M .

Καθολική Μηχανή Turing (2/2)

- 5 Έναρξη προσομοίωσης των βημάτων υπολογισμού της M .
- 6 Μεταξύ δύο βημάτων, η U' κρατάει τις κεφαλές της 2ης και 3ης ταινίας στα αριστερά τους άκρα και η κεφαλή της 1ης ταινίας διαβάζει το κωδικοποιημένο α του συμβόλου που θα διάβαζε η M τη συγκεκριμένη στιγμή.
- 7 Σαρώνεται η 2η ταινία μέχρι να βρεθεί τετράδα, που ο πρώτος της όρος ταιριάζει με την κωδικοποιημένη κατάσταση στην 3η ταινία και ο δεύτερος όρος με το κωδικοποιημένο σύμβολο που διαβάστηκε στην 1η ταινία.
- 8 Αν βρει μία τέτοια τετράδα, μεταβαίνει στην κατάσταση που ορίζει ο τρίτος όρος της τετράδας και εκτελεί στην 1η ταινία την ενέργεια που ορίζεται στον τέταρτο όρο.
- 9 Αν σε κάποιο βήμα δε βρεθεί στη 2η ταινία ό συνδυασμός κατάστασης - συμβόλου, αυτό σημαίνει ότι πρόκειται για κατάσταση τερματισμού. Έτσι, η U' τερματίζει επίσης σε μία κατάλληλη κατάσταση.

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Εμμανουέλα Στάχτιαρη
Θεσσαλονίκη, 24/07/2014