ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙΙ

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΑ ΣΗΕ

Λαμπρίδης Δημήτρης
Κατσανού Βάνα
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

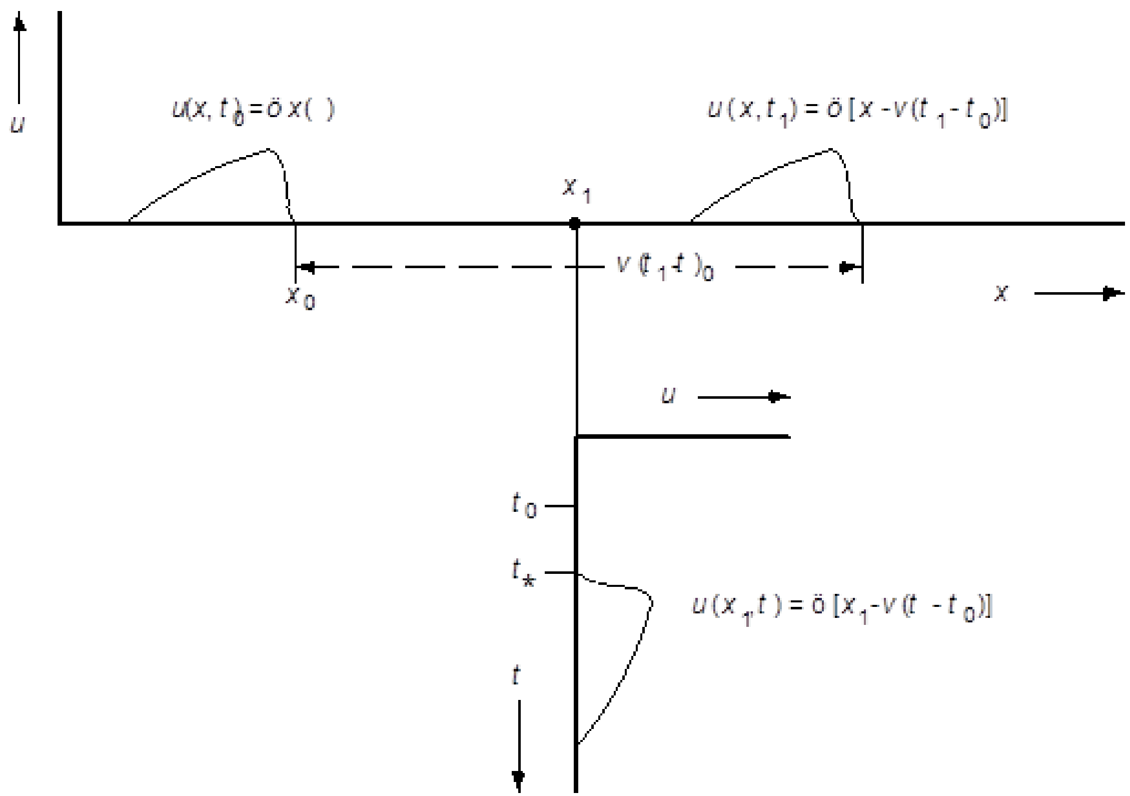
Μάθημα ασκήσεων 1

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άσκηση 1η
Εκφώνηση

- Δίνεται η χωρική κατανομή του προχωρούντος κύματος τάσης $u\ (x, t_0) = \varphi\ (x\ )$, δηλαδή τη χρονική στιγμή $t = t_0$. Ζητούνται:
- α) η χωρική κατανομή του κύματος αυτού, τη χρονική στιγμή $t = t_1$, και
- β) η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου, την οποία θα μετρήσει παρατηρητής στο σημείο $x = x_1$.

Άσκηση 1η
Επίλυση (1/5)



Άσκηση 1η
Επίλυση (2/5)

- α) Στο Σχ. φαίνεται, στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - απόστασης (u - x), η γνωστή συνάρτηση $u(x, t_0) = \varphi(x)$. Το μέτωπο του κύματος βρίσκεται, κατά τη δεδομένη χρονική στιγμή $t = t_0$, στο σημείο $x_0 = v \cdot t_0$. Εφ' όσον θεωρούμε μόνο το προχωρούν κύμα στη ΓΜ, η τάση στο τυχόν σημείο x και στην τυχαία χρονική στιγμή t θα δίνεται, από τη σχέση
- $u(x,t) = f_1(x - vt)$
- και για τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_0 θα ισχύει
- $\mathrm{u}(x,t_0) = f_1(x - vt_0)$
- Επομένως, *η συνάρτηση είναι γνωστή*.

Άσκηση 1η
Επίλυση (3/5)

- Η χωρική κατανομή του κύματος αυτού, τη χρονική στιγμή $t = t_1$, θα δίνεται από μία άγνωστη συνάρτηση $\psi(x)$ με μορφή:
- $$\psi(x) = u(x, t_1) = f_1(x - vt_1) = f_1(x - vt_1 + vt_0 - vt_0) = f_1[x - v(t_1 - t_0) - vt_0]$$
- δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση $\psi(x)$ εκφράζεται απλά μέσω της γνωστής συνάρτησης$\varphi(x)$. Το μέτωπο του κύματος, όπως φαίνεται στο Σχ., έχει μετατεθεί κατά την απόσταση $v(t_1\text{-}t_0)$.

Άσκηση 1η
Επίλυση (4/5)

- β) Ενας παρατηρητής που βρίσκεται στο σημείο x_1, θα μετρήσει στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - χρόνου (u - t) του Σχ. μία τάση που θα δίνεται από την άγνωστη συνάρτηση $g(t)$. Η τάση αυτή για το συγκεκριμένο σημείο x_1 θα έχει τη μορφή:
- $g(t) = u(x_1, t) = f_1(x_1 - vt)$

Άσκηση 1η
Επίλυση (5/5)

- και για την οποία θα έχουμε διαδοχικά:

$$g(t) = u(x_1, t) = f_1(x_1 - vt) = f_1(x_1 - vt + vt_0 - vt_0) = f_1[x_1 - v(t - t_0) - vt_0]$$

$$g(t) = f_1[x_1 - v(t - t_0) - vt_0] = \phi[x_1 - v(t - t_0)]$$

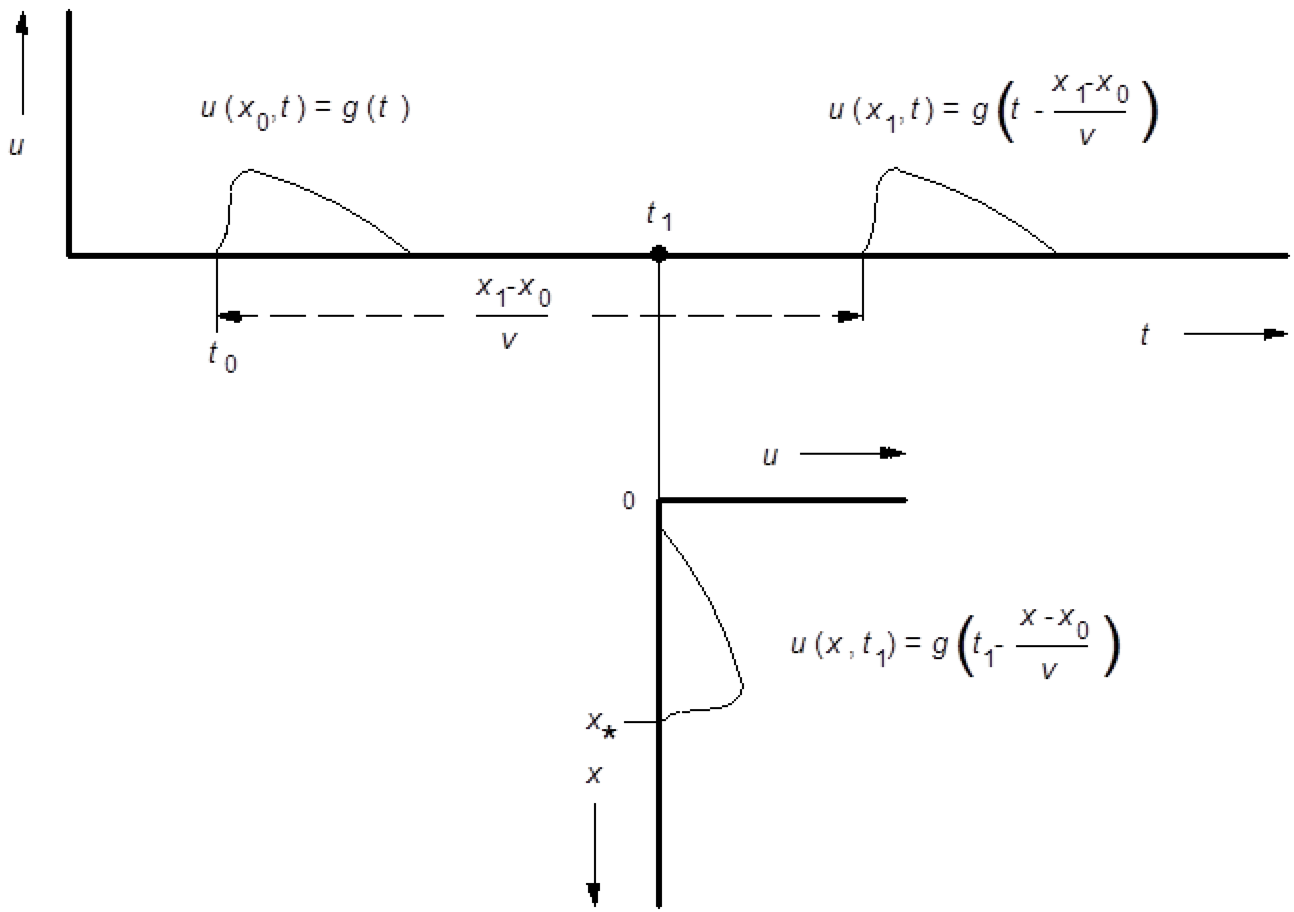
- δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση *g*(*t*) εκφράζεται πάλι μέσω της γνωστής συνάρτησης *φ*(*x*). Ο παρατηρητής θα αρχίσει να μετρά την τάση κατά τη χρονική στιγμή t_2, η οποία ορίζεται από τη σχέση:

$$t_2 = t_0 + \frac{x_1 - x_0}{v}$$

Άσκηση 2η
Εκφώνηση

- Δίνεται η τάση του προχωρούντος κύματος σαν συνάρτηση του χρόνου $u(x_0,t) = g(t)$, δηλαδή στο σημείο $x = x_0$. Ζητούνται:
- α) η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου, την οποία θα μετρήσει παρατηρητής στο σημείο $x = x_1$, και
- β) η κατανομή της τάσης κατά μήκος της γραμμής, τη χρονική στιγμή $t = t_1$.

Άσκηση 2η
Επίλυση (1/5)



Άσκηση $2^η$
Επίλυση (2/5)

- α) Στο Σχ. φαίνεται, στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - χρόνου (u - t) το οποίο βρίσκεται στο σημείο x_0 , η γνωστή συνάρτηση $u\ (x_0\ ,t) = g\ (t)$. Ο παρατηρητής θα αρχίσει να μετρά την τάση κατά τη χρονική στιγμή $t_0 = x_0 / v$, όταν δηλαδή το μέτωπο του κύματος φθάσει στο γνωστό σημείο x_0 . Η τάση στο τυχόν σημείο x και στην τυχαία χρονική στιγμή t θα δίνεται πάλι από τη σχέση (2.10), ενώ για το συγκεκριμένο σημείο x_0 θα ισχύει:
- $\mathrm{u}(x_0, t\ ) = f_1(x_0 - vt) = g(t)$

Άσκηση 2η
Επίλυση (3/5)

- Επομένως, $\eta\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ f_1(x_0 - vt)\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\omega\sigma\tau\acute{\eta}$.
- Η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στο σημείο $x = x_1$ θα δίνεται από μία άγνωστη συνάρτηση $h(t)$ με μορφή:
- $\mathrm{h}(t) = u\ (x_1, t)$ για την οποία θα έχουμε διαδοχικά:
- $\mathrm{h}(t) = u\ (x_1, t) = f_1(x_1 - vt) = f_1\left(x_0 - v\left(t - \frac{x_1 - x_0}{v}\right)\right) = g(t - \frac{x_1 - x_0}{v})$
- δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση $h(t)$ εκφράζεται απλά μέσω της γνωστής συνάρτησης $g(t)$. Ο παρατηρητής που βρίσκεται εκεί θα αρχίσει να μετρά την τάση, όπως φαίνεται από το Σχ., μετά από χρόνο $(x_1 - x_0) / v$.

Άσκηση 2η
Επίλυση (4/5)

- β) Η κατανομή της τάσης κατά μήκος της γραμμής τη χρονική στιγμή $t = t_1$, στο σύστημα συντεταγμένων τάσης - απόστασης (u - x) του Σχ., θα δίνεται από μία άγνωστη συνάρτηση φ (x) με μορφή:
- $\varphi(x) = u\ (x, t_1)$
- για την οποία θα έχουμε διαδοχικά:
- $\varphi(x) = g(t_1 - \frac{x-x_0}{v})$

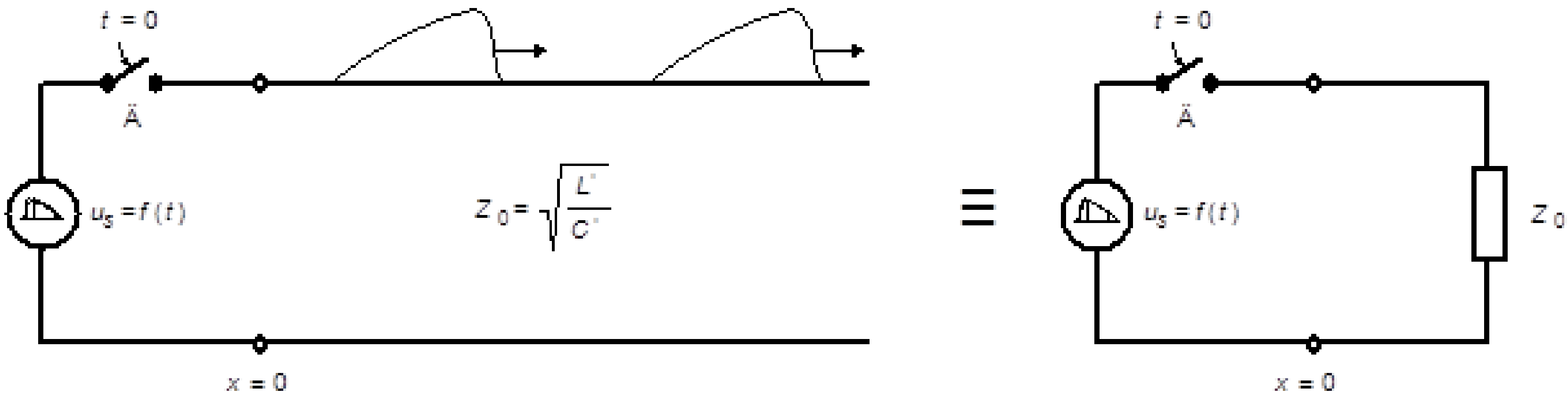
Άσκηση 2η
Επίλυση (5/5)

- δηλαδή η άγνωστη συνάρτηση *φ* (*x*) εκφράζεται πάλι μέσω της γνωστής συνάρτησης *g* (*t*). Το μέτωπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = t_1$ θα βρίσκεται στο σημείο *x* *, το οποίο ορίζεται από τη σχέση:
- $x_* = x_0 + v(t_1 - t_0)$

Άσκηση $3^η$
Εκφώνηση

- Θεωρούμε μία ομοιογενή γραμμή κυματικής αντίστασης Z_0 και άπειρης έκτασης, όπως φαίνεται στο Σχ. Συνδέουμε το ένα της άκρο με πηγή τάσης $u_s = f(t)$ τη χρονική στιγμή $t = 0$, κλείνοντας το διακόπτη Δ. Να αποδειχθεί ότι η ημιάπειρη ομοιογενής ΓΜ χωρίς απώλειες, συμπεριφέρεται στο άκρο της σαν μία ωμική αντίσταση ίση με την κυματική της αντίσταση Z_0.

Άσκηση 3η
Επίλυση (1/6)



Άσκηση $3^{η}$
Επίλυση (2/6)

- Αν θέσουμε την αρχή *x* = 0 του συστήματος τάσης-μήκους στην πηγή, τότε δεν έχουν έννοια τα επιστρέφοντα κύματα γιατί δεν ενδιαφερόμαστε για *x* < 0. Επομένως θεωρούμε μόνο το προχωρούν κύμα, δηλαδή η τάση και το ρεύμα γενικά θα δίνονται από τις σχέσεις:
- $\mathrm{u}(x,t) = f_1(x - vt)$
- $i(x,t) = \frac{1}{Z_0} f_1(x - vt)$

Άσκηση 3η
Επίλυση (3/6)

- με οριακές συνθήκες για την τάση (δηλαδή για *x*=0):
- $\mathrm{u}(0,t) = \begin{cases} f(t), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$
- για $t > 0$ θα έχουμε:
- $\mathrm{u}(0,t) = f_1(-vt) = f(t)$
- $\mathrm{u}(x,t) = f_1(x - vt) = f_1\left(x - v\left(t - \frac{x}{v}\right)\right)$
- Άρα:
- $\mathrm{u}(x,t) = f(t - \frac{x}{v})$ για $t - \frac{x}{v} \geq 0$

Άσκηση 3η
Επίλυση (4/6)

- επομένως, για τις τάσεις και τα ρεύματα θα ισχύουν οι σχέσεις:
- $\mathrm{u}(x,t) = f(t - \frac{x}{v})$
- $i(x,t) = \frac{1}{Z_0} f(t - \frac{x}{v})$ για $t - \frac{x}{v} \geq 0$
- Και:
- $\mathrm{u}(x,t) = 0$
- $\mathrm{i}(x,t) = 0$ για $t < \frac{x}{v}$

Άσκηση 3η
Επίλυση (5/6)

- Άρα, για οποιοδήποτε x θα ισχύει:
- $\mathrm{u}(x,t) = Z_0 \mathrm{i}(x,t) => \mathrm{u}(0,t) = Z_0 \mathrm{i}(0,t)$
- $=> \frac{f(t)}{i(0,t)} = Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- Από την τελευταία αυτή εξίσωση για τη σχέση τάσης και ρεύματος στην αρχή της γραμμής μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:
- *Μία ημιάπειρη ομοιογενής ΓΜ χωρίς απώλειες, συμπεριφέρεται στο άκρο της σαν μία ωμική αντίσταση ίση με την κυματική της αντίσταση* Z_0.

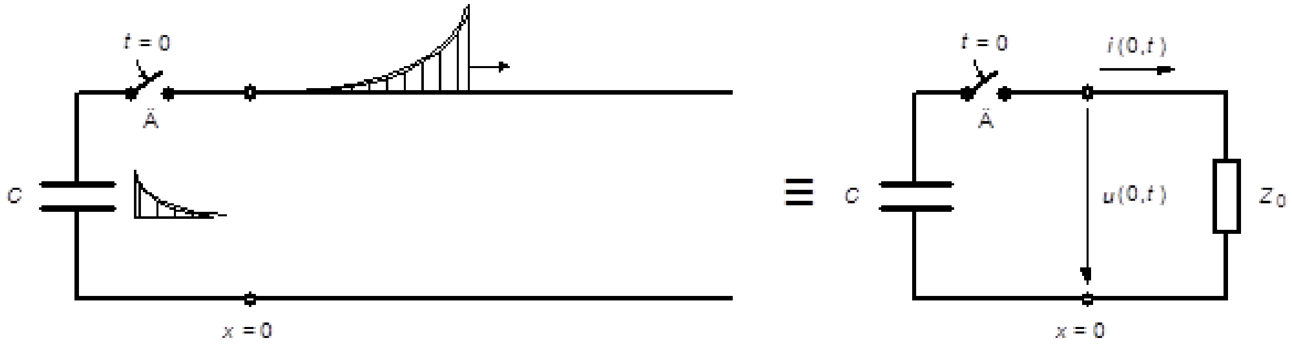
Άσκηση $3^η$
Επίλυση (6/6)

- Επομένως, μία γραμμή με οδεύον κύμα παριστάνεται με το ισοδύναμο κύκλωμα που φαίνεται στο Σχ. Το ισοδύναμο αυτό μας επιτρέπει να εξετάσουμε με απλό τρόπο τη συμπεριφορά της ΓΜ, όταν η ζεύξη της γίνεται με οποιαδήποτε πηγή.
- Στην ανάλυση που προηγήθηκε θεωρήσαμε ότι στη ΓΜ δεν υπάρχουν άλλα οδεύοντα κύματα, δηλαδή ότι η γραμμή ηρεμεί για χρόνους $t < 0$. Αν υπήρχαν ήδη κύματα στη γραμμή, τότε η συνολική κατανομή της τάσης στη γραμμή υπολογίζεται με υπέρθεση των επι μέρους κυμάτων.

Άσκηση $4^η$
Εκφώνηση (1/2)

- Ο πυκνωτής *C* του Σχ. είναι φορτισμένος στην τάση και συνδέεται με ημιάπειρη γραμμή τη χρονική στιγμή *t* =0. Ζητείται η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής.

Άσκηση 4η
Εκφώνηση (2/2)



Άσκηση 4η
Επίλυση (1/3)

- Το ισοδύναμο κύκλωμα της διάταξης, όπως φαίνεται στο Σχ., είναι ένας πυκνωτής C που εκφορτίζεται σε ωμική αντίσταση Z_0. Η τάση στην αρχή της γραμμής $u(0,t)$ είναι ίση με την τάση του πυκνωτή $u_C(t)$. Η διαφορική εξίσωση και η αρχική συνθήκη του κυκλώματος είναι:
- $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{T_s} u_C = 0$
- $u_C(0) = \hat{u}_C$
- όπου $Ts = C\,Z_0$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος.

Άσκηση 4η
Επίλυση (2/3)

- Κατά τα γνωστά, με τη μέθοδο χωρισμού μεταβλητών, η λύση προκύπτει:
- $u_C(t) = \hat{u}_C e^{-\frac{t}{T_s}}$ για $t \geq 0$
- οπότε, η αντίστοιχη σχέση για την τάση στην αρχή της γραμμής έχει τη μορφή:
- $\mathrm{u}(0,t) = \begin{cases} \hat{u}_C e^{-\frac{t}{T_s}} = f(t), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$

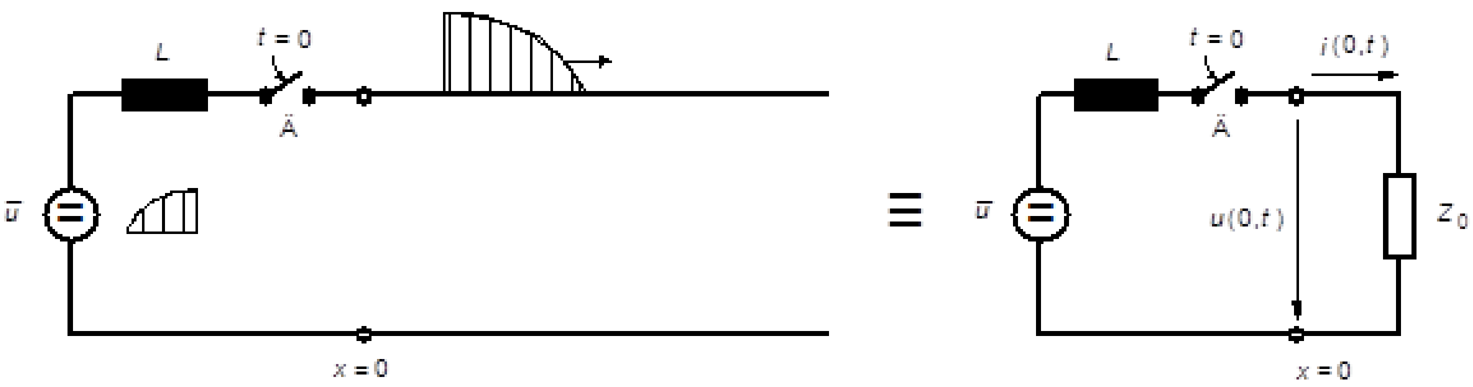
Άσκηση 4η
Επίλυση (3/3)

- και η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής προκύπτει:
- $\mathrm{u}(x,t) = \begin{cases} \hat{u}_C e^{-\frac{t-\frac{x}{v}}{T_s}} = f(t), t \geq \frac{x}{v} \\ 0, t < \frac{x}{v} \end{cases}$

Άσκηση 5η
Εκφώνηση (1/2)

- Η πηγή συνεχούς τάσης του Σχ. συνδέεται μέσω αυτεπαγωγής *L* με ημιάπειρη γραμμή τη χρονική στιγμή *t* =0. Ζητείται η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής.

Άσκηση 5η
Εκφώνηση (2/2)



Άσκηση 5η
Επίλυση (1/3)

- Το ισοδύναμο κύκλωμα της διάταξης, όπως φαίνεται στο Σχ., είναι μια πηγή συνεχούς τάσης πίσω από ένα σύνθετο φορτίοαυτεπαγωγής *L* και ωμικής αντίστασης Z_0. Για το ρεύμα στην αρχή της γραμμής $i(0,t)$, το οποίο είναι ίσο με το ρεύμα που διαρρέει την αυτεπαγωγή $i_L(t)$, θα έχουμε τη διαφορική εξίσωση και την αρχική συνθήκη του κυκλώματος:
- $\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{T_s} i_L = \frac{\overline{u}}{L}$
- $i_C(0) = 0$
- όπου $Ts = L/ Z_0$ είναι η χρονική σταθερά του κυκλώματος.

Άσκηση 5η
Επίλυση (2/3)

- Κατά τα γνωστά, με τη ολοκληρωτικών παραγόντων, η λύση προκύπτει:
- $i_L(t) = \frac{\bar{u}}{Z_0}\left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}}\right)$ για $t \geq 0$
- Η τάση στην αρχή της γραμμής είναι ίση με την πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση Z_0.
- $\mathrm{u}(0, t) = Z_0 i_L(t) = \bar{u}\left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}}\right)$

Άσκηση 5η
Επίλυση (3/3)

- Οπότε η τάση στην αρχή της γραμμής είναι:
- $$\mathrm{u}(0,t) = \begin{cases} \bar{u}\left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}}\right), t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$$
- και η τάση σαν συνάρτηση του χρόνου στα διάφορα σημεία της γραμμής προκύπτει:
- $$\mathrm{u}(x,t) = \begin{cases} \bar{u}\left(1 - e^{-\frac{t-\frac{x}{v}}{T_s}}\right), t \geq \frac{x}{v} \\ 0, t < \frac{x}{v} \end{cases}$$

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λαμπρίδης Δημήτρης. «ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙΙ, Μάθημα ασκήσεων 1Ι». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015 Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.

Σημείωμα Αδειοδότησης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σβάρνα Κωνσταντίνα
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.