ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙΙ

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΑ ΣΗΕ

Λαμπρίδης Δημήτρης
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΣΗΕ ΙΙ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

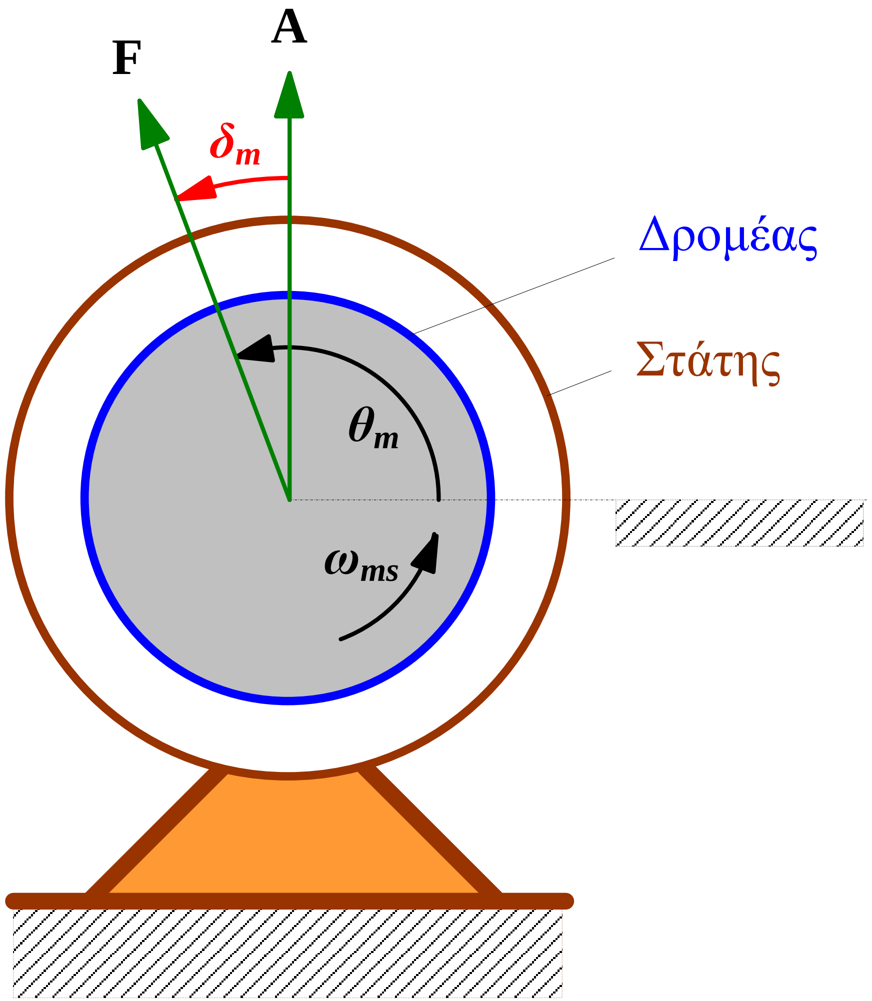
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Περιεχόμενα ενότητας

4. Δυναμική σύγχρονων μηχανών
5. Ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης
   i. Κριτήριο ίσων εμβαδών
      a. Εφαρμογές του κριτηρίου των ίσων εμβαδών: μέγιστη αλλαγή φορτίου

4. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΓΧΡΟΝΩΝ ΜΗΧΑΝΩΝ



Σχ.4.11: Δρομέας ΣΓ με το μαγνητικό του άξονα F, που στρέφεται με μηχανική γωνιακή ταχύτητα ω_{ms}. Φαίνεται επίσης ο μαγνητικός άξονας A της φάσης *a* του τριφασικού τυλίγματος του στάτη και η γεωμετρική γωνία φόρτισης δ_m

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Γωνία στο χώρο $\theta_m = \dfrac{\theta}{p}$ (*p*: αριθμός ζευγών πόλων)

Μηχανική συχνότητα $f_m = \dfrac{f}{p}$

Μηχανική γωνιακή ταχύτητα $\omega_m = \dfrac{\omega}{p}$

Ηλεκτρική συχνότητα $f = p\,n$

Μηχανική γωνία δρομέα $\theta_m(t) = \omega_{ms} t + \delta_m(t)$

Απόλυτη γωνιακή ταχύτητα $$\omega_m = \frac{d\,\theta_m}{dt} = \omega_{ms} + \frac{d\,\delta_m}{dt}$$

Γωνιακή επιτάχυνση $$\boxed{\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{d^2\theta_m}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m}{dt^2}} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Ροπή αδράνειας} & J = \iiint_m r^2 dm \\ \text{Στροφορμή} & M = J\,\omega_m \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Ροπή } \; T = J\,\frac{d\,\omega_m}{dt} = \frac{dM}{dt}$$

Κινητική ενέργεια δρομέα
$$W = \frac{1}{2} J\omega_m^2 = \frac{1}{2} M\omega_m$$

Ισχύς επιτάχυνσης που εφαρμόζεται στον άξονα

$$P_a = \frac{dW}{dt} = J\,\omega_m \frac{d\omega_m}{dt} = M\,\frac{d\omega_m}{dt} = T\omega_m \qquad (2)$$

Σταθερή αδράνειας
$$H = \frac{W_s}{S_N} = \frac{M_s \omega_{ms}}{2S_N} \qquad [10 \div 3 \ \sec]$$

Η ΒΑΣΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

$$(1),(2) \Rightarrow \quad P_a = M\frac{d\omega_m}{dt} = M\frac{d^2\delta_m}{dt^2} = \frac{M}{p}\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{sh} - P_e$$

ΠΑΡΑΔΟΧΗ

Η μηχανική γωνιακή ταχύτητα ω_m της ΣΓ θεωρείται σταθερή και ίση με την ονομαστική (σύγχρονη) μηχανική γωνιακή ταχύτητα ω_{ms} για το μικρό χρονικό διάστημα που ενδιαφέρει η πορεία της ταλάντωσης και κατά συνέπεια η ευστάθεια του συστήματος

$$\Downarrow$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_m \cong \omega_{ms} = ct \quad \Rightarrow \quad M = ct \quad \Rightarrow \quad M = M_s = J\omega_{ms}$$

$$\Downarrow$$

Ανηγμένη ισχύς επιτάχυνσης p_a

$$p_a = \frac{P_a}{S_N} = \frac{M_s}{pS_N}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{M_s\omega_{ms}}{2S_N}\frac{2}{p\omega_{ms}}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2H}{p\omega_{ms}}\frac{d^2\delta}{dt^2} \Rightarrow$$

$$p_a = \frac{2H}{\omega_S}\frac{d^2\delta}{dt^2} \ \gamma\iota\alpha\ \omega_m(t) \cong ct \qquad (3)$$

Ανηγμένη ισχύς επιτάχυνσης $$p_a = p_{sh} - p_e$$

Ηλεκτρική ισχύς $$p_e = p_{es} + p_{ea}$$

Σύγχρονη ηλεκτρική ισχύς $$p_{es} = \frac{e_1 e_2}{x_{12}} \sin\delta$$

Ασύγχρονη ηλεκτρική ισχύς $$p_{ea} = k_d \frac{\omega - \omega_s}{\omega_s} \qquad \left(\sim \frac{d\delta}{dt} \right)$$

$$\Downarrow$$

Βασική ηλεκτρομηχανική εξίσωση κίνησης του δρομέα ΣΓ στη μεταβατική κατάσταση λειτουργίας

Βασική ηλεκτρομηχανική εξίσωση κίνησης του δρομέα ΣΓ στη μεταβατική κατάσταση λειτουργίας

$$(3) \Rightarrow \quad \frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} = p_{sh} - \frac{e_1 e_2}{x_{12}}\sin\delta - k_d\,\frac{\omega - \omega_s}{\omega_s} \qquad (4)$$

Με αρχικές συνθήκες

$$\delta(t = 0^+) = \bar{\delta}$$

$$\left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=0^+} = 0$$

$\bar{\delta}$: γωνία φόρτισης της ΣΓ στη στάσιμη κατάσταση λειτουργίας

Λύση της βασικής ηλεκτρομηχανικής εξίσωσης κίνησης του δρομέα

ΣΤΑΣΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ

- Θεωρούμε ότι η ΣΓ λειτουργούσε πριν από τη διαταραχή στη στάσιμη κατάσταση
- Χαρακτηρίζουμε με παύλα (¯) όλα τα μεγέθη που αναφέρονται στη στάσιμη κατάσταση λειτουργίας

$$\Downarrow$$

$$\Downarrow$$

$$\left.\begin{aligned} & p_{sh} = \overline{p}_{sh} = p_e \\ & \delta = \overline{\delta} \\ & \omega = \omega_s \\ & \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} & p_a = 0 \\ & 0 = \overline{p}_{sh} - \frac{e_1 e_2}{x_{12}} \sin\overline{\delta} \\ & \overline{p}_{es} = p_{sh} \\ & \overline{p}_{ea} = 0 \end{aligned}$$

Λύση για μικρές ταλαντώσεις του δρομέα

- Υποθέτουμε ότι η ενώ η ΣΓ λειτουργεί στη στάσιμη κατάσταση, η μηχανική ισχύς στον άξονα αυξάνεται κατά ένα ποσό Δp_{sh} τόσο μικρό, ώστε η αντίστοιχη μεταβολή της γωνίας φόρτισης $\Delta\delta$ να επιτρέπει γραμμικοποίηση της εξίσωσης κίνησης
- Χαρακτηρίζουμε με περισπωμένη (~) όλα τα μεγέθη που αναφέρονται στις μικρές μεταβολές των μεγεθών γύρω από την τιμή ισορροπίας τους

$$\tilde{p}_{sh} = \Delta p_{sh}$$

$$\tilde{p}_e = \Delta p_e \qquad \sin(\bar{\delta} + \tilde{\delta}) = \sin\bar{\delta} + \tilde{\delta}\,(\cos\bar{\delta})$$

$$\tilde{\delta} = \Delta\delta$$

$$\left.\begin{aligned} p_{sh} &= \bar{p}_{sh} + \tilde{p}_{sh} \\ p_e &= \bar{p}_e + \tilde{p}_e \\ \delta &= \bar{\delta} + \tilde{\delta} \\ \omega &= \omega_s + \tilde{\omega} = \omega_s + \frac{d\tilde{\delta}}{dt} \end{aligned}\right\} \overset{(4)}{\Rightarrow} \begin{aligned} &\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\tilde{\delta}}{dt^2} + p_d\frac{d\tilde{\delta}}{dt} + p_s\tilde{\delta} = \tilde{p}_{sh} \\ &\tilde{\delta}(t=0^+) = 0 \\ &\left.\frac{d\tilde{\delta}}{dt}\right|_{t=0^+} = 0 \end{aligned}$$

Ισχύς συγχρονισμού $$p_s = \frac{e_1 e_2}{x_{12}}\cos\bar{\delta}$$

Σταθερή απόσβεσης $$p_d = \frac{k_d}{\omega_s}$$

Μικρές ταλαντώσεις με απόσβεση ($p_d \neq 0$)

Διερεύνηση λύσεων με το κριτήριο του Routh $\Rightarrow$

Η αναγκαία και ικανή συνθήκη για ευστάθεια είναι:

$$\boxed{\begin{array}{l} p_s = \dfrac{\partial p_e}{\partial \delta} > 0 \\[2em] p_d > 0 \end{array}}$$

Διερεύνηση της λύσης της εξίσωσης για την περίπτωση όπου μεταβάλλεται η μηχανική ισχύς του στροβίλου

από $\bar{p}_{sh}$ σε $\bar{p}_{sh} + \tilde{p}_{sh}$

Μερική λύση μη ομογενούς: $$\tilde{\delta}_{\infty} = \frac{\tilde{p}_{sh}}{p_s}$$

Δυσμενέστερη περίπτωση: υποκρίσιμη απόσβεση

ρίζες ΧΕ:

$$\zeta_{1,2} = -\frac{\omega_s p_d}{4H} \pm j\frac{\sqrt{\omega_s\left(8Hp_s - \omega_s p_d^2\right)}}{4H} = -\alpha \pm j\omega_d$$

λύση ΔΕ:

$$\tilde{\delta}(t) = \tilde{\delta}_{\infty}\left[1 - e^{-\alpha t}\left[\cos(\omega_d t) + \frac{\alpha}{\omega_d}\sin(\omega_d t)\right]\right]$$

Μικρές ταλαντώσεις με απόσβεση ($p_d \neq 0$)

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

α) Η γωνία φόρτισης δ, η οποία αρχικά ταλαντώνεται, καταλήγει στη γωνία $\bar{\delta} + \tilde{\delta}_\infty$

β) Η περίοδος ταλάντωσης T_d της γωνίας είναι

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{8\pi H}{\sqrt{\omega_s\left(8Hp_s - \omega_s p_d^2\right)}}$$

και εξαρτάται από την ισχύ συγχρονισμού p_s, εφόσον τα υπόλοιπα μεγέθη είναι σταθερά για μία συγκεκριμένη ΣΓ

Η αύξηση του φορτίου στάσιμης κατάστασης της ΣΓ οδηγεί σε μείωση της ισχύος συγχρονισμού και τελικά σε αύξηση της περιόδου ταλάντωσης T_d

γ) Η σταθερή απόσβεσης p_{dc} που οδηγεί σε κρίσιμη απόσβεση (δηλαδή σε απόσβεση χωρίς ταλαντώσεις) είναι

$$p_{dc} = \sqrt{\frac{8Hp_s}{\omega_s}}$$

και η αντίστοιχη λύση της ΔΕ είναι

$$\tilde{\delta}(t) = \tilde{\delta}_{\infty}[1-(1+\alpha t)e^{-\alpha t}] \quad \text{όπου} \quad \alpha = \frac{\omega_s p_{dc}}{4H}$$

Μικρές ταλαντώσεις χωρίς απόσβεση (p_d = 0)

Λύση ΔΕ $$\tilde{\delta}(t) = \tilde{\delta}_\infty \left[1 - \cos(\omega_n t)\right]$$

Περίοδος ταλάντωσης γωνίας

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\sqrt{\frac{2\mathrm{H}}{p_s \omega_s}} = 1 \div 2\,[\mathrm{sec}]$$

α) Η γωνία φόρτισης δ ταλαντώνεται συνεχώς γύρω από την τιμή $\bar{\delta}+\tilde{\delta}_{\infty}$, με πλάτος ταλάντωσης $\tilde{\delta}_{\infty}$

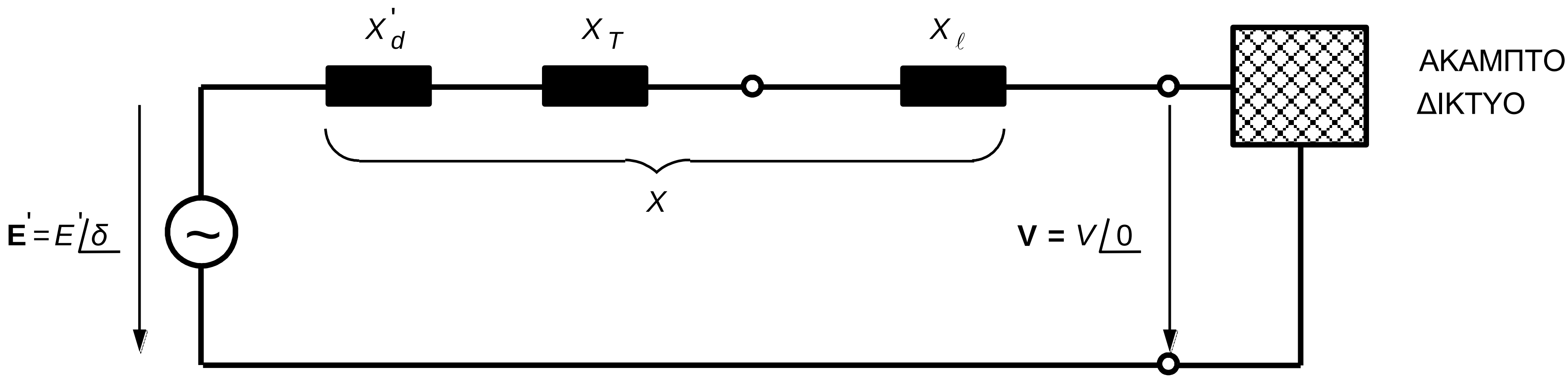
β) Η περίοδος της ταλάντωσης T_n εξαρτάται πάλι από την ισχύ συγχρονισμού p_s, εφόσον τα υπόλοιπα μεγέθη είναι σταθερά. Η αύξηση του φορτίου στάσιμης κατάστασης της ΣΓ οδηγεί και εδώ σε μείωση της ισχύος συγχρονισμού και τελικά σε αύξηση της περιόδου ταλάντωσης T_n

- Στην περίπτωση που η κινητήριος μηχανή είναι εμβολοφόρος Diesel, παρουσιάζονται σ' αυτήν ιδιοσυχνότητες που πλησιάζουν πολύ τη συχνότητα ω_n της ΣΓ $\Rightarrow$
- Το ηλεκτροπαραγωγό ζεύγος κινδυνεύει από μηχανική καταστροφή $\Rightarrow$
- Οι ταλαντώσεις αυτές πρέπει να αποφεύγονται ή στη χειρότερη περίπτωση να οδηγούνται γρήγορα σε απόσβεση $\Rightarrow$
- Κλωβός απόσβεσης πάντοτε στο δρομέα της ΣΓ

5. ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

$\rightarrow$ 1ο δευτερόλεπτο $(E'', \quad X''_d) \rightarrow (E', \quad X'_d)$

Συνολική αντίδραση μεταφοράς $X = X'_d + X_T + X_\ell$



Σχ.4.13: Ισοδύναμο κύκλωμα συστήματος ΣΓ συνδεδεμένης σε άπειρο ζυγό, κατάλληλο για τη μελέτη της ευστάθειας μεταβατικής κατάστασης

ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

α) $|V| = ct \qquad \angle V = 0$

β) $|E'| = ct \qquad \angle E' = \delta(t) \qquad \delta(t=0) = \bar{\delta}$

γ) Αποσβέσεις: Αμελούνται

δ) Αντιστάσεις: Αμελούνται

ε) $T_{sh} = ct \Rightarrow P_{sh} = ct$

$$p_a = p_{sh} - p_e(\delta) = \frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2}$$

όπου $p_e(\delta) = \frac{e'v}{x}\sin\delta$

ΕΞΙΣΩΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

ΔΕ

$$p_{sh} = \frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{e'v}{x}\sin\delta$$

(μη γραμμική ΔΕ β΄ τάξης)

ΑΣ

$$\delta(t=0^+) = \overline{\delta}$$

$$\left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=0^+} = 0$$

ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

- Αναμένεται μεγάλη μεταβολή της γωνίας φόρτισης $\delta \Rightarrow$
- Οι ταλαντώσεις της γωνίας φόρτισης δ θα είναι μεγάλου πλάτους $\Rightarrow$
- Δεν ισχύει η προσέγγιση $\sin\delta \cong \delta \Rightarrow$
- Δεν μπορεί να γίνει γραμμικοποίηση της ΔΕ

Α) Έμμεση ανάλυση ευστάθειας
(Indirect stability analysis)

- Η ΔΕ λύνεται κατά τη διάρκεια, και μετά την αποκατάσταση του σφάλματος
- Προσομοίωση σε Η/Υ, κάνοντας χρήση μεθόδων αριθμητικής ανάλυσης
- Εκτίμηση ευστάθειας από την μορφή των καμπύλων που προκύπτουν για τη γωνία φόρτισης δ

Β) Άμεση ανάλυση ευστάθειας
(Direct stability analysis)

- Εκτίμηση ευστάθειας **ΧΩΡΙΣ** τη λύση της ΔΕ
- Μόνο στην περίπτωση μιας γεννήτριας
- Κριτήριο ίσων εμβαδών (equal area criterion): μέθοδος με μεγάλη εκπαιδευτική αξία

i. Κριτήριο ίσων εμβαδών

a. Εφαρμογές του κριτηρίου των ίσων εμβαδών: μέγιστη αλλαγή φορτίου

ΔΕ

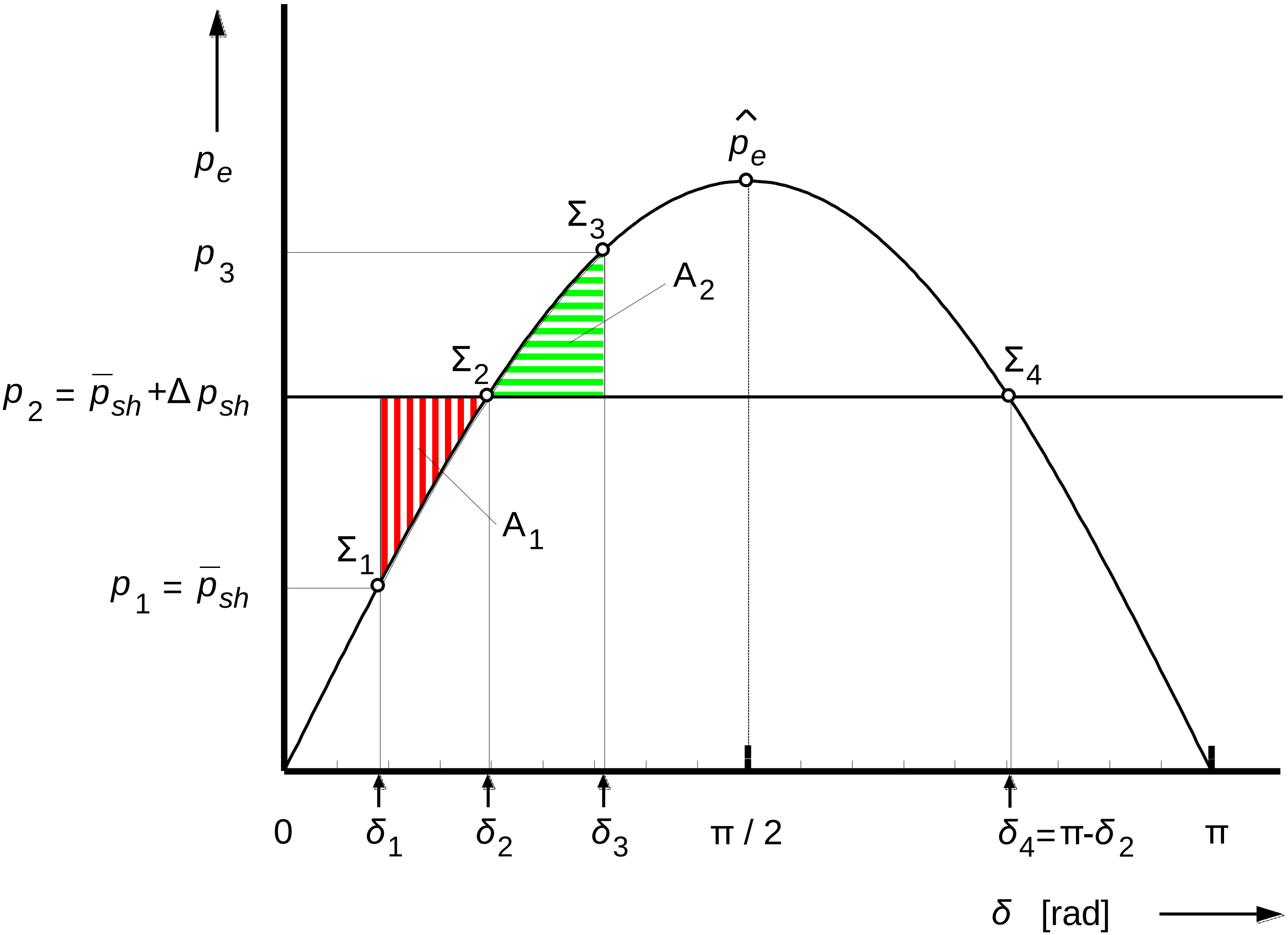
$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d^2\delta}{dt^2} = p_{sh} - p_e(\delta)$$

όπου

$$p_e(\delta) = \hat{p}_e \sin\delta$$

Όριο ευστάθειας στάσιμης κατάστασης:

$$\hat{p}_e = \frac{e'v}{x}$$



Σχ.4.14: Εφαρμογή του κριτήριου των ίσων εμβαδών, για τη μελέτη της ευστάθειας μεταβατικής κατάστασης του συστήματος ΣΓ-άπειρου ζυγού του Σχ.4.13. Εξετάζουμε την περίπτωση μεταβολής της γωνίας φόρτισης δ της ΣΓ, όταν επιβάλλεται απότομη αλλαγή της μηχανικής ισχύος στον άξονα ίση με ΔP_{sh}.

Σημείο λειτουργίας Σ.Κ. Σ_1: $\qquad \bar{p}_{sh} = p_1 = \hat{p}_e \sin\delta_1$

$t = t_1:$ Ξαφνική αύξηση μηχανικής ισχύος Δp_{sh}, σε $\Delta t \to 0$

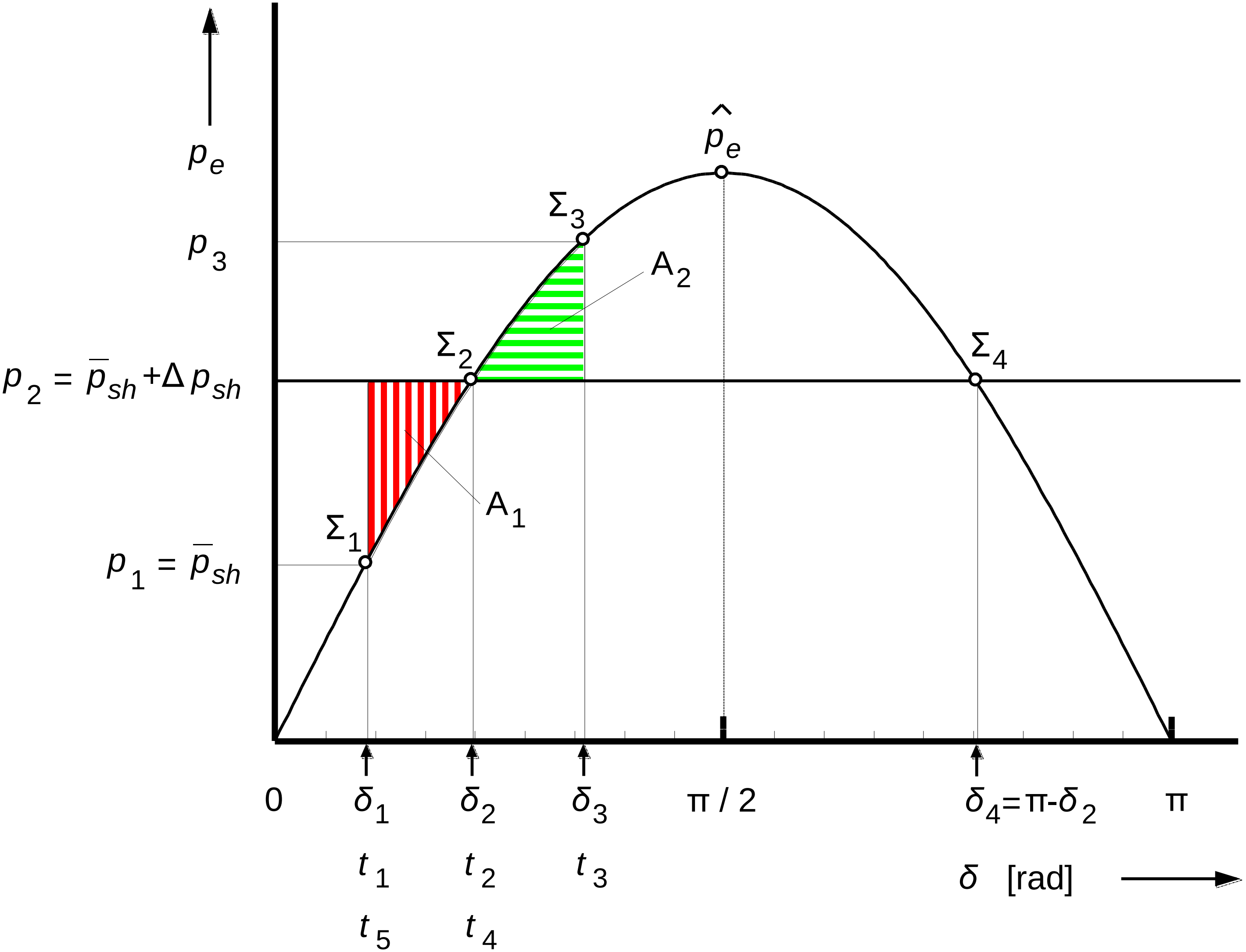
Σημείο λειτουργίας Μ.Κ. Σ_2: $\qquad p_2 = \bar{p}_{sh} + \Delta p_{sh} = \hat{p}_e \sin\delta_2$

Σχετική γωνιακή ταχύτητα του δρομέα

Απόλυτη γωνιακή ταχύτητα

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - \omega_s = \omega(t) - \omega_s$$

Σύγχρονη γωνιακή ταχύτητα



$$t = t_1 : \quad p_a > 0, \quad \delta(t_1) = \delta_1, \quad \left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_1} = 0 \Rightarrow \quad \omega(t_1) = \omega_s$$

ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ:

$t_1 < t < t_2$:

$$p_a = p_{sh} - p_e > 0 \Rightarrow \frac{d^2\delta}{dt^2} > 0 \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} \uparrow (>0) \Rightarrow \delta(t) \uparrow (>\delta_1)$$

$t = t_2$:

$$p_a = 0 \quad \delta(t_2) = \delta_2 \quad \left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_2} > 0 \Rightarrow \omega(t_2) > \omega_s$$

$t_2 < t < t_3:$

$$p_a = p_{sh} - p_e < 0 \Rightarrow \frac{d^2\delta}{dt^2} < 0 \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} \downarrow (>0) \Rightarrow \delta(t) \uparrow (>\delta_2)$$

$t = t_3:$

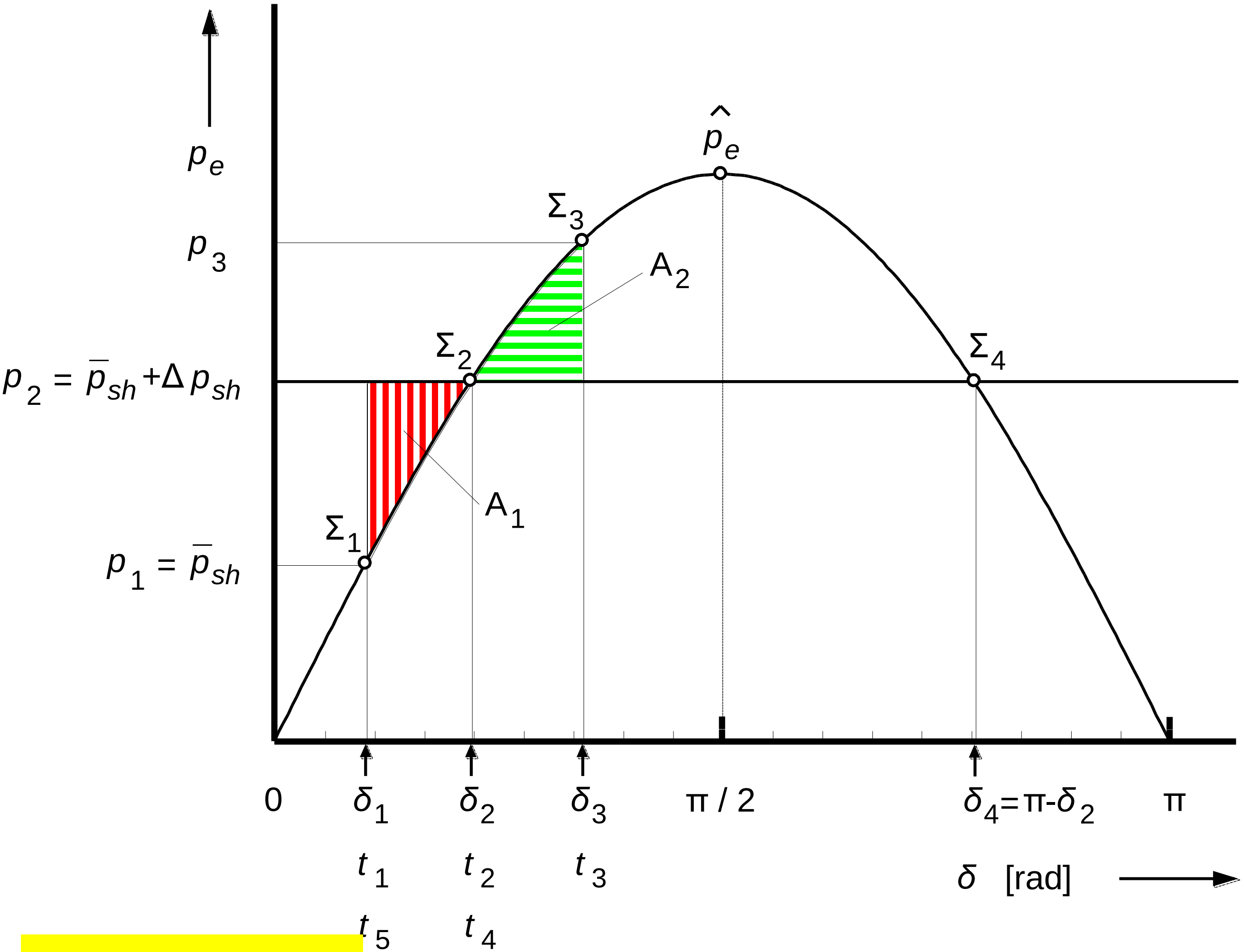
$$p_a < 0, \quad \delta(t_3) = \delta_3, \quad \left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_3} = 0 \Rightarrow \omega(t_3) = \omega_s$$

Διάστημα επιβράδυνσης:

$t_3 < t < t_4:$

$$p_a = p_{sh} - p_e < 0 \Rightarrow \frac{d^2\delta}{dt^2} < 0 \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} \downarrow (< 0) \Rightarrow \delta(t) \downarrow (< \delta_3)$$

$t = t_4:$ $\quad p_a = 0, \quad \delta(t_4) = \delta_2, \quad \left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_4} < 0 \;\Rightarrow\; \omega(t_4) < \omega_s$



$$t_4 < t < t_5 :$$

$$p_a = p_{sh} - p_e > 0 \Rightarrow \frac{d^2\delta}{dt^2} > 0 \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} \uparrow (< 0) \Rightarrow \delta(t) \downarrow (< \delta_2)$$

$$t = t_5 : \quad p_a > 0, \quad \delta(t_5) = \delta_1, \quad \left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_5} = 0 \Rightarrow \quad \omega(t_5) = \omega_s$$

Αρχική παραδοχή: αμελούνται τριβές και αποσβέσεις

$$\Downarrow$$

Η γωνία φόρτισης *δ* θα ταλαντώνεται συνεχώς μεταξύ των δ_1 και δ_3

Στην πράξη υπάρχουν πάντα τριβές και αποσβέσεις

$$\Downarrow$$

Οι ταλαντώσεις θα φθίνουν συνεχώς

Αν το σύστημα έχει ευστάθεια μεταβατικής κατάστασης, ο δρομέας θα ισορροπήσει στη νέα γωνία φόρτισης δ_2 η οποία αντιστοιχεί στην ισχύ p_2 η οποία προσδιορίζεται από την τομή Σ_2 των καμπυλών της μηχανικής και της ηλεκτρικής ισχύος

Η άγνωστη γωνία δ_3 θα προσδιοριστεί από την ισότητα μεταξύ της κινητικής ενέργειας W_1 που κέρδισε ο δρομέας κατά το διάστημα επιτάχυνσης και της κινητικής ενέργειας W_2 που απέδωσε ο δρομέας κατά το διάστημα επιβράδυνσης

Απόδειξη κριτηρίου ίσων εμβαδών

Απόδειξη μέσω της αναλογίας ισχύος επιτάχυνσης και ροπής

Η άγνωστη γωνία δ_3 μπορεί να προσδιοριστεί από την ισότητα των διαγραμμισμένων εμβαδών A_1 και A_2 του σχήματος, επειδή η κινητική ενέργεια W_1 αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογη του εμβαδού A_1 και η κινητική ενέργεια W_2 αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογη του εμβαδού A_2

Κινητική ενέργεια δρομέα

$$W = \frac{1}{2} J \omega_m^2 \Rightarrow dW = J\,\omega_m\, d\omega_m = J\, d\omega_m \frac{d\delta_m}{dt}$$

Ροπή δρομέα

$$T = J\,\frac{d\omega_m}{dt} \Rightarrow dW = T\; d\delta_m$$

Ισχύς επιτάχυνσης δρομέα

$$P_a = T\omega_m$$

ΠΑΡΑΔΟΧΗ: Η γωνιακή ταχύτητα ω_m για το αρχικό διάστημα μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Επομένως, η ισχύς επιτάχυνσης (σε ανηγμένο μέγεθος p_a) μπορεί να θεωρηθεί **ανάλογη** της ροπής, δηλ.

$$p_a \propto T$$

Κινητική ενέργεια κατά την επιτάχυνση

$$W_1 = \int_{\delta_{m1}}^{\delta_{m2}} T d\delta_m \propto \int_{\delta_1}^{\delta_2} p_a d\delta = A_1$$

Κινητική ενέργεια κατά την επιβράδυνση

$$W_2 = \int_{\delta_{m2}}^{\delta_{m3}} T d\delta_m \propto \int_{\delta_2}^{\delta_3} p_a d\delta = A_2$$

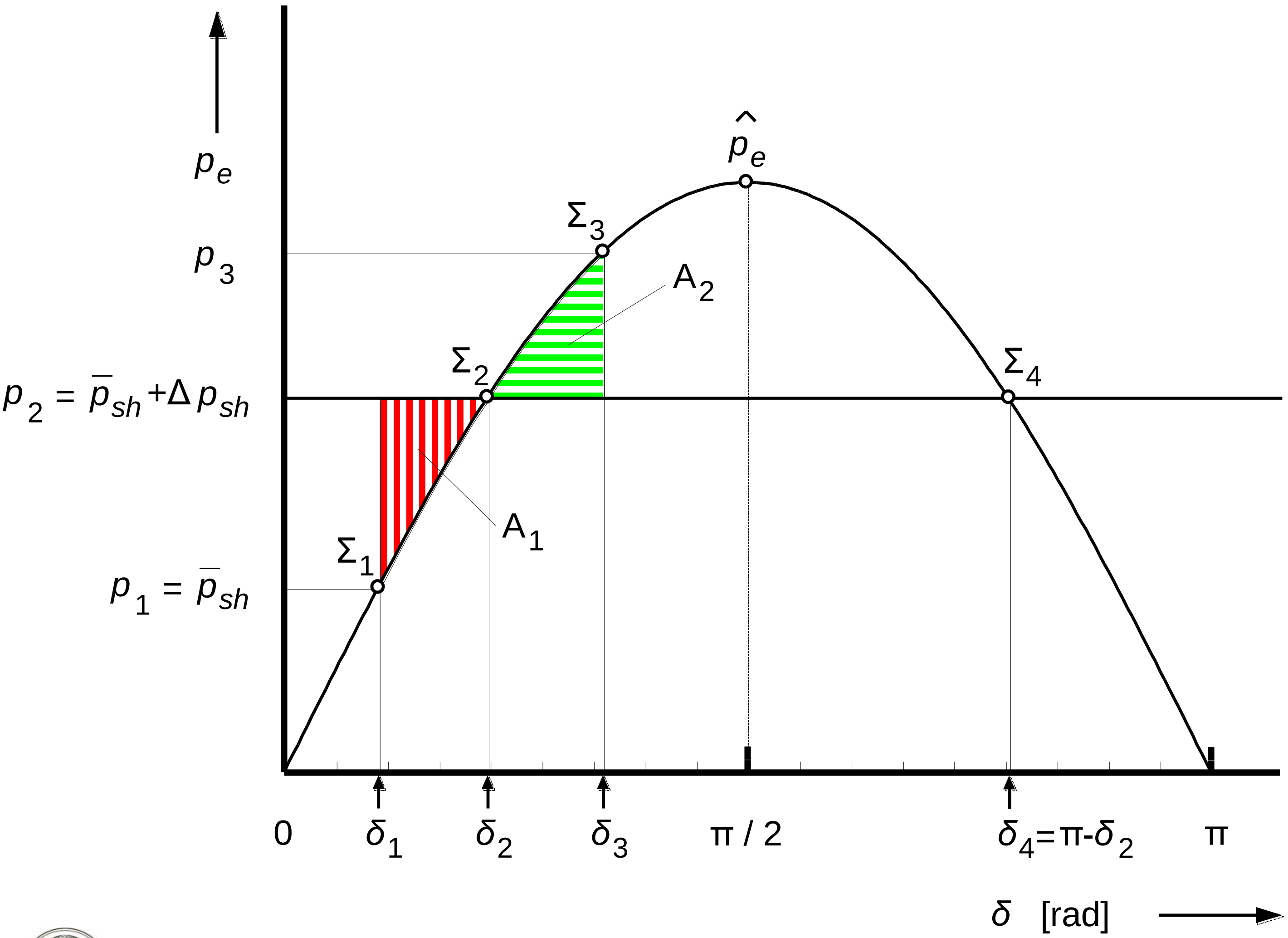
Αρχική παραδοχή: Αμελούνται οι αποσβέσεις (δινορρεύματα και αντιστάσεις). Επομένως, η κινητική ενέργεια W_1 που κέρδισε ο δρομέας κατά το διάστημα επιτάχυνσης είναι ίση με την κινητική ενέργεια W_2 που απέδωσε ο δρομέας κατά το διάστημα επιβράδυνσης, δηλ.

$$W_1 = W_2 \Rightarrow A_1 = A_2$$

σχέση από την οποία υπολογίζεται η άγνωστη γωνία δ_3

A_1: Εμβαδόν επιτάχυνσης (acceleration area)
A_2: Εμβαδόν επιβράδυνσης (deceleration area)

Απόδειξη μέσω της εξίσωσης κίνησης του δρομέα



$$A_1 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (p_{sh} - p_e) d\delta = \frac{2H}{\omega_s} \int_{t_1}^{t_2} \frac{d^2\delta}{dt^2} \frac{d\delta}{dt} dt =$$

$$= \frac{2H}{\omega_s} \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\delta}{dt} d\left(\frac{d\delta}{dt}\right) = \frac{H}{\omega_s} \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 \Bigg|_{t_1}^{t_2} \Rightarrow$$

$$A_1 = \frac{H}{\omega_s} \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 \Bigg|_{t_2} - \frac{H}{\omega_s} \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 \Bigg|_{t_1}$$

Με όμοιο τρόπο προκύπτει

$$A_2 = \frac{H}{\omega_s}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\Bigg|_{t_2} - \frac{H}{\omega_s}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\Bigg|_{t_3}$$

Αλλά, όπως είδαμε, τα σημεία Σ_1 και Σ_3 ορίζονται ως σημεία με μηδενική σχετική γωνιακή ταχύτητα, δηλαδή

$$\frac{d\delta}{dt}\bigg|_{t_1} = \frac{d\delta}{dt}\bigg|_{t_3} = 0$$

οπότε προκύπτει πάλι η σχέση $A_1 = A_2$,

από την οποία όπως είπαμε υπολογίζεται η άγνωστη γωνία δ_3

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λαμπρίδης Δημήτρης. «ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙΙ, ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ ΣΗΕ ΙΙ». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015 Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σβάρνα Κωνσταντίνα
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.