ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Στατιστική για Χημικούς Μηχανικούς

Ενότητα **3**: Έλεγχος Υποθέσεων

Κουγιουμτζής Δημήτρης
Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Διαδικασία Ελέγχου Στατιστικής Υπόθεσης

Έλεγχος Παραμέτρων Πληθυσμού

Χαρακτηριστικά Ελέγχου

Έλεγχος Υποθέσεων

Έλεγχος Υποθέσεων

1. Στατιστική υπόθεση
2. Στατιστική ελέγχου και περιοχή απόρριψης
3. Απόφαση ελέγχου

Στατιστική υπόθεση

μηδενική υπόθεση H$_0$: $\theta = \theta_0$
εναλλακτική υπόθεση H$_1$:

1. $H_1 : \theta \neq \theta_0$, *δίπλευρος έλεγχος*
2. $H_1 : \theta < \theta_0$, *μονόπλευρος έλεγχος*
   Σύνολο δυνατών τιμών της θ: θ_0 και $< \theta_0$
   Σωστότερα $H_0 : \theta \geq \theta_0$ και $H_1 : \theta < \theta_0$
3. $H_1 : \theta > \theta_0$, όπως (2)

Στατιστική ελέγχου, περιοχή απόρριψης

Δυνατές τιμές της θ χωρίζονται:

- Περιοχή αποδοχής της H_0
- Περιοχή απόρριψης R της H_0

Επίπεδο εμπιστοσύνης $(1-\alpha)$ για την απόφαση ελέγχου
α: *επίπεδο σημαντικότητας*

Η περιοχή αποδοχής και απόρριψης αλλάζει με το α

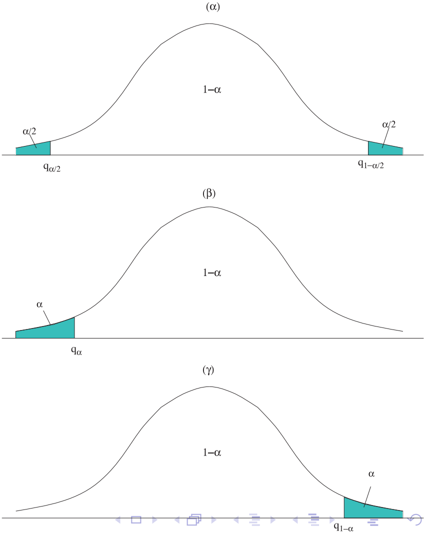
Κατανομή για την εκτιμήτρια $\hat{\theta}$ της θ;
- *παραμετρικός έλεγχος*: υποθέτουμε κατανομή για $\hat{\theta}$
- *μή–παραμετρικός έλεγχος*: δεν υποθέτουμε κατανομή για $\hat{\theta}$

Παραμετρικός έλεγχος

$\hat{\theta} \quad \rightarrow \quad q$ στατιστική ελέγχου

q έχει γνωστή κατανομή
(είναι z, t ή χ^2)

$\alpha \quad \rightarrow$
κρίσιμη(ες) τιμή(ές) της $q \quad \rightarrow$
R



Απόφαση ελέγχου

Υπολογίζουμε από το δείγμα $\quad \hat{\theta} \quad \longrightarrow \quad \tilde{q}$

$\tilde{q} \in R \quad \rightarrow \quad$ απόρριψη της H_0
$\tilde{q} \notin R \quad \rightarrow \quad$ μη απόρριψη της H_0

p-τιμή του ελέγχου
Για $\tilde{q}$ (γνωστή κατανομή της q όταν ισχύει η H_0)

1. $p = \mathrm{P}(q < -|\tilde{q}| \;\vee\; q > |\tilde{q}|)$
2. $p = \mathrm{P}(q < \tilde{q})$
3. $p = \mathrm{P}(q > \tilde{q})$

Η p-τιμή δηλώνει το μικρότερο επίπεδο σημαντικότητας για το οποίο μπορούμε να απορρίψουμε την H_0 με βάση το δείγμα.

Διαδικασία στατιστικού ελέγχου

1. Επιλογή επιπέδου σημαντικότητας α
2. Καθορισμός στατιστικής ελέγχου q
3. Υπολογισμός κρίσιμης (-ων) τιμής (-ών) της q από τον αντίστοιχο στατιστικό πίνακα και καθορισμός της περιοχής απόρριψης R
4. Υπολογισμός της στατιστικής ελέγχου $\tilde{q}$ από το δείγμα
5. Απόρριψη της H_0 αν $\tilde{q}$ ανήκει στην R.
   Μη απόρριψη της H_0 αν $\tilde{q}$ δεν ανήκει στην R.

Διαδικασία στατιστικού ελέγχου

Γενικά όταν θ είναι μ, p, $\mu_1 - \mu_2$, $p_1 - p_2$:

$\mathrm{H}_0 : \theta = \theta_0$

Στατιστική ελέγχου: $q = \frac{\hat{\theta}-\theta_0}{\sigma_{\hat{\theta}}}$

Κατανομή της q: $\begin{cases} \text{Τυπική κανονική } \mathrm{N}(0,1) \\ \text{student με } \nu \text{ βαθμούς ελευθερίας } t_\nu \end{cases}$

Περιοχή απόρριψης (επίπεδο σημαντικότητας α):

1. $\mathrm{H}_1 : \theta \neq \theta_0 : R = \{q | \; q < q_{\alpha/2} \; \vee \; q > q_{1-\alpha/2}\}$
2. $\mathrm{H}_1 : \theta < \theta_0 : R = \{q | \; q < q_{\alpha}\}$
3. $\mathrm{H}_1 : \theta > \theta_0 : R = \{q | \; q > q_{1-\alpha}\}$

Διαδικασία στατιστικού ελέγχου (συνέχεια)

Δειγματική στατιστική ελέγχου: $\tilde{q} = \frac{\hat{\theta}-\theta_0}{\sigma_{\hat{\theta}}}$

$\tilde{q} \in R \quad \rightarrow \quad$ απόρριψη της H_0
$\tilde{q} \notin R \quad \rightarrow \quad$ μη απόρριψη της H_0

p-τιμή:

1. $p = \mathrm{P}(q < \tilde{q} \;\vee\; q > \tilde{q})$
2. $p = \mathrm{P}(q < \tilde{q})$
3. $p = \mathrm{P}(q > \tilde{q})$

Παράδειγμα: Έλεγχος μέσης τιμής, γνωστό σ^2

Θέλουμε να ελέγξουμε σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$ αν το μέσο ποσοστό του πορώδους ηλίου μ στο γαιάνθρακα από το κοίτασμα A είναι 6.

Η διασπορά είναι γνωστή, $\sigma^2 = 0.4$.

$H_0 : \mu = 6$ και $H_1 : \mu \neq 6$ [δίπλευρος έλεγχος]

σ^2 γνωστή, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$q = z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Κρίσιμη τιμή: $z_{0.975} = 1.96 \quad \Rightarrow \quad R = \{z \mid |z| > 1.96\}$

Παράδειγμα: Έλεγχος μέσης τιμής, γνωστό σ^2 (συνέχεια)

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα ($\bar{x} = 5.67$, $n = 25$)

$$\tilde{z} = \frac{5.67 - 6}{\sqrt{0.4/25}} = -2.61$$

$\tilde{z} \in R \quad \rightarrow \quad$ απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$

p-τιμή για $\tilde{z} = -2.61$

$$\begin{aligned} p &= 2(1 - \mathrm{P}(z < |\tilde{z}|)) \\ &= 2(1 - \Phi(|\tilde{z}|)) \\ &= 2(1 - \Phi(2.61)) \\ &= 2(1 - 0.9955) = 0.009 \end{aligned}$$

Παράδειγμα: Έλεγχος μέσης τιμής, άγνωστο σ^2

Άγνωστη διασπορά του πορώδους ηλίου του γαιάνθρακα.

$\mathrm{H}_0 : \mu = 6$ και $\mathrm{H}_1 : \mu \neq 6$ [δίπλευρος έλεγχος]

σ^2 άγνωστο, $n = 25 < 30$, $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$

$$q = t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

Κρίσιμη τιμή: $t_{24,0.975} = 2.06$

Περιοχή απόρριψης της H_0, $R = \{t \mid |t| > 2.06\}$

Παράδειγμα: Έλεγχος μέσης τιμής, άγνωστο σ^2 (συνέχεια)

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα
$(\bar{x} = 5.67,\ n = 25,\ s^2 = 0.375)$

$$\tilde{t} = \frac{5.67 - 6}{\sqrt{0.375/25}} = -2.69$$

$\tilde{t} \in R \quad \rightarrow \quad$ απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$.

Διάστημα εμπιστοσύνης $[5.42,\ 5.92]$

p-τιμή για $\tilde{t} = -2.69$

$$\begin{aligned} p &= 2(1 - \mathrm{P}(t \leq |\tilde{t}|)) \\ &= 2(1 - \mathrm{P}(t \leq 2.69)) = 2(1 - 0.994) = 0.012 \end{aligned}$$

Έλεγχος υπόθεσης $\mathrm{H}_0 : \mu = \mu_0$ στις διάφορες περιπτώσεις

διασπορά	κατανομή της X	n	κατανομή στατιστικής q
γνωστή	κανονική		$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0,1)$
γνωστή	μη κανονική	μεγάλο	$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0,1)$
γνωστή	μη κανονική	μικρό	—
άγνωστη		μεγάλο	$z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim \mathrm{N}(0,1)$
άγνωστη	κανονική	μικρό	$t = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \sim \mathrm{t}_{n-1}$
άγνωστη	μη κανονική	μικρό	—

Παράδειγμα: Έλεγχος διασποράς

Θέλουμε να ελέγξουμε αν θα μπορούσαμε να πούμε με μεγάλη σιγουριά (επίπεδο εμπιστοσύνης 99%) πως η τυπική απόκλιση σ του πορώδες ηλίου στο γαιάνθρακα του κοιτάσματος μπορεί να ξεπεράσει το επίπεδο του 0.5.

Έλεγχος για τη διασπορά σ^2:

$\mathrm{H}_0 : \sigma^2 \leq 0.25$, $\mathrm{H}_1 : \sigma^2 > 0.25$, [μονόπλευρος έλεγχος]

$$q = \chi^2 \equiv \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \mathcal{X}^2_{n-1},$$

Κρίσιμη τιμή: $\chi^2_{24,0.99} = 42.98 \quad \Rightarrow$
Περιοχή απόρριψης της H_0: $R = \{\chi^2 | \, \chi^2 > 42.98\}$

Παράδειγμα: Έλεγχος διασποράς (συνέχεια)

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα
$(n = 25,\ s^2 = 0.375)$

$$\tilde{\chi}^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{24 \cdot 0.375}{0.25} = 36.0$$

$\tilde{\chi}^2 \notin R \quad \rightarrow \quad$ μή απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.01$

p-τιμή για $\tilde{\chi}^2 = 36.0$

$$\begin{aligned} p &= 1 - \mathrm{P}(\chi^2 < \tilde{\chi}^2) \\ &= 1 - \mathrm{P}(\chi^2 \leq 36.0) = 1 - 0.945 = 0.055!!! \end{aligned}$$

Παράδειγμα: Έλεγχος αναλογίας

Μια εταιρεία ενδιαφέρεται να ελέγξει σε σημαντικότητα 0.05 αν η αναλογία των σκουριασμένων ραβδών χάλυβα στην αποθήκη της είναι 0.19.

Δείγμα: 12 σκουριασμένες σε σύνολο 100 ραβδών.

$\mathrm{H}_0 : p = 0.19 \quad \mathrm{H}_1 : p \neq 0.19$ [δίπλευρος έλεγχος]

n μεγάλο

$$q = z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

Κρίσιμη τιμή $z_{0.975} = 1.96$

Περιοχή απόρριψης $R = \{z \mid |z| > 1.96\}$

Παράδειγμα: Έλεγχος αναλογίας (συνέχεια)

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα ($\hat{p} = 0.12$)

$$\tilde{z} = \frac{0.12 - 0.19}{\sqrt{\frac{0.19 \cdot 0.81}{100}}} = -1.784.$$

$\tilde{z} \notin R \;\; \rightarrow \;\;$ μη απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$

Διάστημα εμπιστοσύνης $[0.056, \; 0.184]$ **?**

Υπολογίστηκε από $\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Παράδειγμα: Έλεγχος αναλογίας (συνέχεια)

Η εταιρεία γνωρίζει ότι είναι απίθανο το ποσοστό να κυμαίνεται σε επίπεδα μεγαλύτερα του 19%

$\mathrm{H}_0 : p \geq 0.19, \quad \mathrm{H}_1 : p < 0.19$ [μονόπλευρος έλεγχος]

Κρίσιμη τιμή $z_{0.95} = 1.65$
Περιοχή απόρριψης $R = \{z | \; z < -1.65\}$

$\tilde{z} = -1.784$ (όπως πριν)

$\tilde{z} \in R \;\rightarrow\;$ απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$

p-τιμή

$$\begin{aligned} p &= \mathrm{P}(z < \tilde{z}) = \mathrm{P}(z < -1.784) = \Phi(-1.784) \\ &= 1 - \Phi(1.784) = 1 - 0.963 = 0.037 \end{aligned}$$

Ανώτατο επίπεδο εμπιστοσύνης που μπορούμε να απορρίψουμε την $\mathrm{H}_0 : p \geq 0.19$ είναι περίπου 96%.

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς μέσων τιμών, γνωστό σ^2

Θέλουμε να ελέγξουμε αν οι γαιάνθρακες από δύο κοίτασματα A και B έχουν το ίδιο μέσο πορώδες ηλίου. Θεωρούμε γνωστή και κοινή διασπορά $\sigma^2 = 0.4$.

$\mathrm{H}_0 : \mu_1 = \mu_2, \quad \mathrm{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ [δίπλευρος έλεγχος]

γνωστή και κοινή διασπορά, κανονικές κατανομές

$$q = z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

Κρίσιμη τιμή: $z_{0.975} = 1.96$

Περιοχή απόρριψης της H_0, $R = \{z \mid |z| > 1.96\}$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς μέσων τιμών, γνωστό σ^2 (συνέχεια)

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα
$(\bar{x}_1 = 5.67,\ \ \bar{x}_2 = 5.38,\ \ n_1 = 25,\ \ n_2 = 20)$

$$\tilde{z} = \frac{5.67 - 5.38}{\sqrt{\frac{0.4}{25} + \frac{0.4}{20}}} = 1.53$$

$\tilde{z} \notin R \quad \rightarrow \quad$ μή απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$

p-τιμή για $\tilde{z} = 1.53$

$$\begin{aligned} p &= 2(1 - \mathrm{P}(z < |\tilde{z}|)) = 2(1 - \Phi(|\tilde{z}|)) \\ &= 2(1 - \Phi(1.53)) = 2(1 - 0.937) = 0.126 \end{aligned}$$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς μέσων τιμών, άγνωστο σ^2

Διασπορά του πορώδους ηλίου κοινή αλλά άγνωστη

$\mathrm{H}_0 : \mu_1 = \mu_2, \;\; \mathrm{H}_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ [δίπλευρος έλεγχος]

άγνωστη και κοινή διασπορά, κανονικές κατανομές

$$q = t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim \mathrm{t}_{n_1+n_2-2}$$

Κρίσιμη τιμή: $t_{43,0.975} = 2.02$

Περιοχή απόρριψης της H_0, $R = \{t| \; |t| > 2.02\}$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς μέσων τιμών, άγνωστο σ^2 (συνέχεια)

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα
($\bar{x}_1 = 5.67, \quad \bar{x}_2 = 5.38, \quad n_1 = 25, \quad n_2 = 20$
$s_1^2 = 0.375, \;\; s_2^2 = 0.326 \rightarrow s^2 = 0.353, \; s = 0.594$)

$$\tilde{t} = \frac{5.67 - 5.38}{0.594\sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{20}}} = 1.63$$

$\tilde{t} \notin R \quad \rightarrow \quad$ μή απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$
Διάστημα εμπιστοσύνης $[-0.07, \; 0.65]$

p-τιμή για $\tilde{t} = 1.63$

$$\begin{aligned} p &= 2(1 - \mathrm{P}(t < |\tilde{t}|)) \\ &= 2(1 - \mathrm{P}(t \leq 1.63)) = 2(1 - 0.945) = 0.11 \end{aligned}$$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς αναλογιών

Θέλουμε να ελέγξουμε αν οι αναλογίες σκουριασμένων ραβδών χάλυβα είναι ίδιες σε δύο αποθήκες.

Δεδομένα:

πρώτη αποθήκη, 12 στις 100 ράβδους σκουριασμένες,

δεύτερη αποθήκη, 26 στις 120 ράβδους σκουριασμένες.

$\mathrm{H}_0 : p_1 = p_2 \quad \mathrm{H}_1 : p_1 \neq p_2$ [δίπλευρος έλεγχος]

n μεγάλο

$$q = z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

Σύμφωνα με τη μηδενική υπόθεση είναι $p_1 = p_2 = p$

Η στατιστική ελέγχου γίνεται

$$q = z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς αναλογιών (συνέχεια)

Κρίσιμη τιμή $z_{0.975} = 1.96$

Περιοχή απόρριψης $R = \{z| \; |z| > 1.96\}$

$\hat{p}_1 = 0.12, \;\; \hat{p}_2 = 0.217 \quad \rightarrow$ κοινή αναλογία

$$\hat{p} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{100 \cdot 0.12 + 120 \cdot 0.217}{100 + 120} = 0.173$$

Στατιστική ελέγχου από το δείγμα

$$\tilde{z} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.12 - 0.217}{\sqrt{0.173 \cdot (1 - 0.173) \cdot \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{120}\right)}} = -1.89$$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς αναλογιών (συνέχεια)

$\tilde{z} \notin R \;\rightarrow\;$ μή απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$

Διάστημα εμπιστοσύνης $[-0.198,\; 0.004]$

p-τιμή για $\tilde{z} = -1.89$

$$\begin{aligned} p &= 2(1 - \mathrm{P}(z < |\tilde{z}|)) = 2(1 - \Phi(|\tilde{z}|)) \\ &= 2(1 - \Phi(1.89)) = 2(1 - 0.97) = 0.06 \end{aligned}$$

Παράδειγμα: Έλεγχος διαφοράς αναλογιών (συνέχεια)

Έστω ότι γνωρίζουμε πως η δεύτερη αποθήκη έχει κατά κανόνα πιο παλιές ράβδους από την πρώτη

$\mathrm{H}_0 : p_1 \geq p_2, \quad \mathrm{H}_1 : p_1 < p_2$ [μονόπλευρος έλεγχος]

Κρίσιμη τιμή $z_{0.95} = 1.65$

Περιοχή απόρριψης $R = \{z | \; z < -1.65\}$

$\tilde{z} = -1.89$ (όπως πριν)

$\tilde{z} \in R \;\rightarrow\;$ απόρριψη της H_0 για $\alpha = 0.05$

p-τιμή

$$\begin{aligned} p &= \mathrm{P}(z < \tilde{z}) = \mathrm{P}(z < -1.89) = \Phi(-1.89) \\ &= 1 - \Phi(1.89) = 1 - 0.97 = 0.03 \end{aligned}$$

Ανώτατο επίπεδο εμπιστοσύνης που μπορούμε να απορρίψουμε την $\mathrm{H}_0 : p_1 \geq p_2$ είναι περίπου 97%.

Χαρακτηριστικά Ελέγχου

1. *Σωστή απόφαση* (σωστή H_0) με πιθανότητα

$$P(\text{αποδοχή της } H_0 \mid H_0 \text{ σωστή}) = 1 - \alpha$$

2. **Σφάλμα τύπου I** με πιθανότητα

$$P(\text{απόρριψη της } H_0 \mid H_0 \text{ σωστή}) = \alpha.$$

3. **Σφάλμα τύπου II** με πιθανότητα

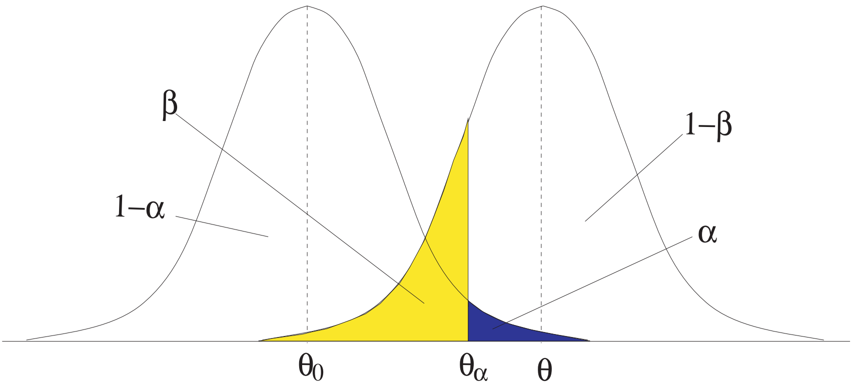
$$P(\text{αποδοχή της } H_0 \mid H_0 \text{ λανθασμένη}) = \beta.$$

4. *Σωστή απόφαση* (σωστή H_1) με πιθανότητα

$$P(\text{απόρριψη της } H_0 \mid H_0 \text{ λανθασμένη}) = 1 - \beta$$

[**δύναμη ελέγχου**]

Χαρακτηριστικά Ελέγχου (συνέχεια)



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Κουγιουμτζής Δημήτρης. «Στατιστική. Έλεγχος Υποθέσεων». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://eclass.auth.gr/courses/OCRS248/.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δρ. Μπατζιάκα Βασιλική

Θεσσαλονίκη, Μάιος 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.