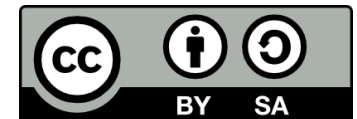




Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 3: Αρχιμήδης

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών





Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 3.1: Αρχιμήδης

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- ☞ Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- ☞ Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- ☞ Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Περιεχόμενα Ενότητας



∞ Αρχιμήδης.

∞ Η μέθοδος: σφαίρα και κύλινδρος.



Σκοποί Ενότητας



Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η συμβολή του Αρχιμήδη στην εξέλιξη των μαθηματικών και η «μέθοδος» του Αρχιμήδη για την ανακάλυψη θεωρημάτων.



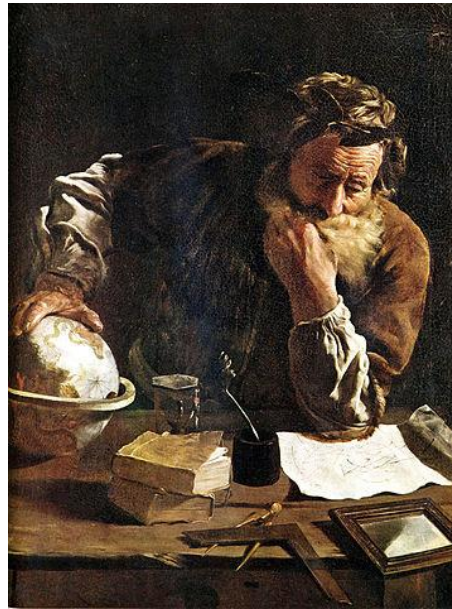
Αρχιμήδης 287 π.Χ. - 212 π.Χ.



Εικόνα 1



Domenico Fetti 1620



Εικόνα 2

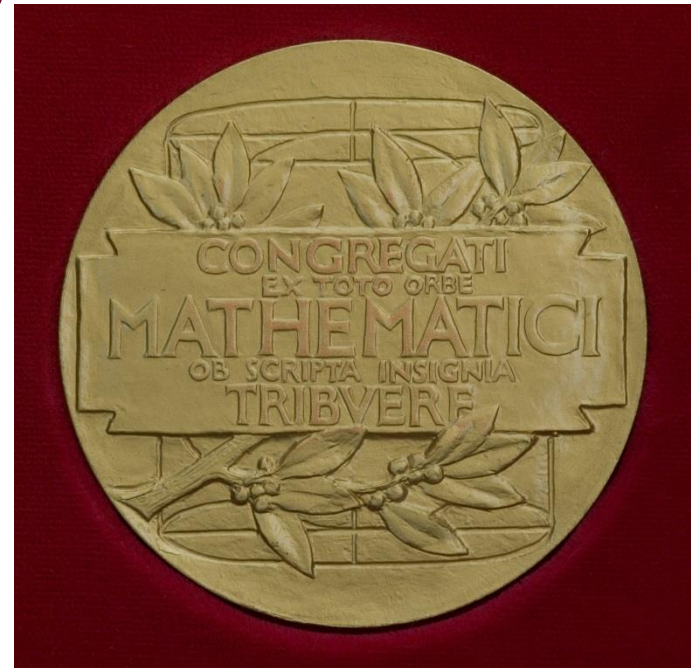


Fields medal προτομή, κύβος+κύλινδρος



Εικόνα 3

"FieldsMedalFront"



Εικόνα 4

"FieldsMedalBack"



Fields medal



Fields medal (το Nobel των μαθηματικών): 1936, 1950 και κάθε 4 χρόνια (σε κάποιον ηλικίας < 40 ετών) (15.000 καναδέζικα δολάρια).

Άλλα βραβεία:

Abel prize: Νορβηγία, από το 2003, κάθε χρόνο, (περίπου 1 εκατομμύριο δολάρια).

Chern's prize: International Mathematical Union (IMU) κάθε 4 χρόνια, (250.000 αμερικάνικα δολάρια).



Η υπόθεση του Riemann (1)



Εικόνα 5

Παρένθεση: Το ένα εκατομμύριο δολάρια, η συνάρτηση $\zeta(s)$ του Riemann (1826-1866) και η Κατανομή πρώτων αριθμών (1859). Η υπόθεση του Riemann: τα «μη τετριμμένα μηδενικά» της $\zeta(s)$ έχουν τη μορφή $\frac{1}{2} + it$ όπου t πραγματικός.

$$\left(1 - \frac{2}{2^s}\right) \zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^s} \\ = \frac{1}{1^s} - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \dots$$



Η υπόθεση του Riemann (2)



Όταν $Re(s) > 1$ τότε

$$\zeta(s) = \prod_{p \text{ prime}} \frac{1}{1 - p^{-s}} = \frac{1}{1 - 2^{-s}} \cdot \frac{1}{1 - 3^{-s}} \cdots \frac{1}{1 - p^{-s}} \cdots$$

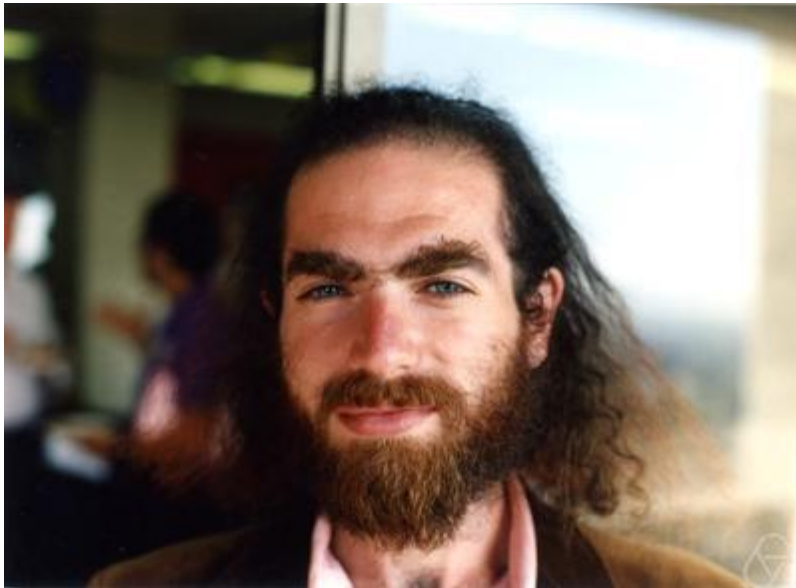
Και όταν $0 < Re(s) < 1$ ισχύει

$$\zeta(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) \Gamma(1 - s) \zeta(1 - s)$$

(τα $s = -2, -4, \dots$ μηδενίζουν την και είναι τα τετριμμένα μηδενικά της).



Παρένθεση: το ένα εκατομμύριο δολάρια και η εικασία του Poincare (1904) στη Τοπολογία



Εικόνα 6

Perelman (1966-) Ρωσία

2002 (η απόδειξη)

2006 (η αποδοχή)

2006: Fields medal(αρνήθηκε)

2010: βραβείο 1,000,000 \$

Clay Institute (αρνήθηκε)

(Θέμα παρουσίασης)



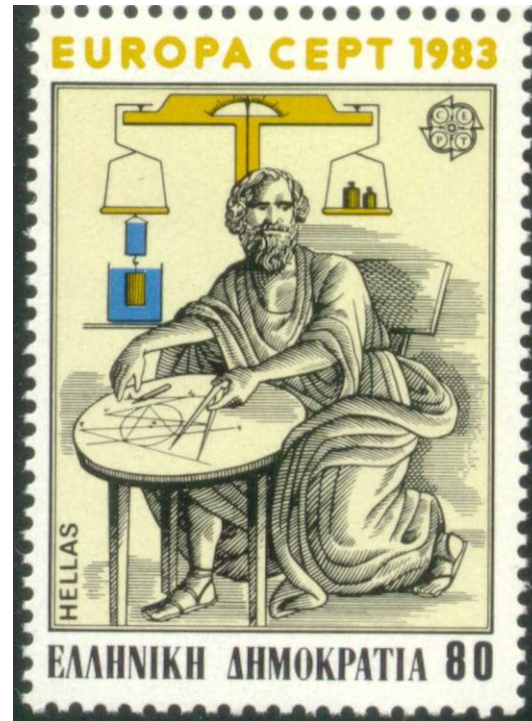
Archimede (1)



Εικόνα 7



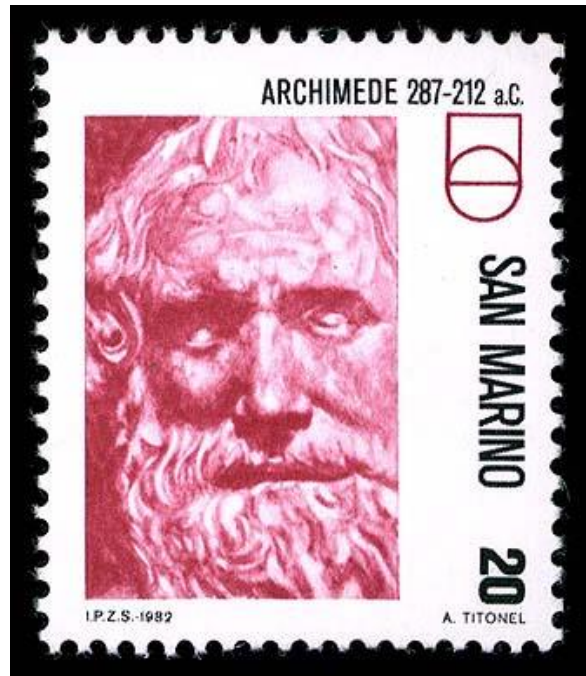
Archimede (2)



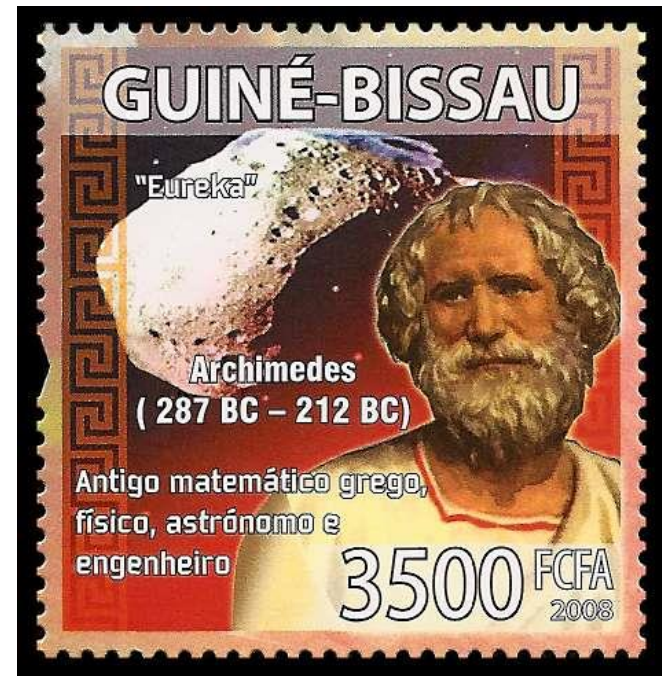
Εικόνα 8



Archimede (3)



Εικόνα 9



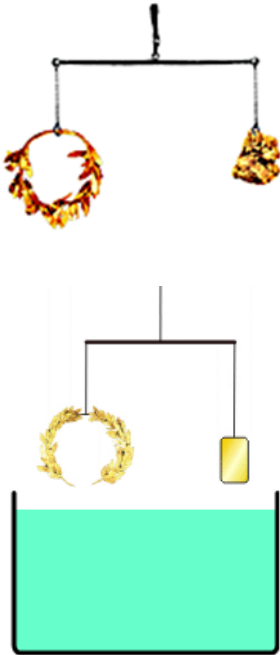
Εικόνα 10



Εύρηκα, Εύρηκα



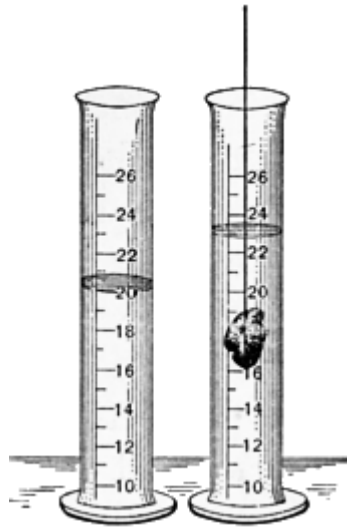
Η ιστορία με το χρυσό και το στέμμα του Ιέρωνα



- ☞ Το στέμμα έχει το σωστό βάρος: όσο το χρυσό που δόθηκε για να φτιαχτεί.
- ☞ Είναι όμως ολοκάθαρο χρυσό?
- ☞ Έχει το σωστό όγκο?
- ☞ Πως μπορούμε να υπολογίσουμε τον όγκο του στέμματος?



Αρχή του Αρχιμήδη στην υδροστατική



Εικόνα 11

Κάθε σώμα που βυθίζεται μέσα σ' ένα υγρό χάνει τόσο από το βάρος του, όσο το βάρος του υγρού που εκτοπίζει. (Αρχή του Αρχιμήδη στην υδροστατική).

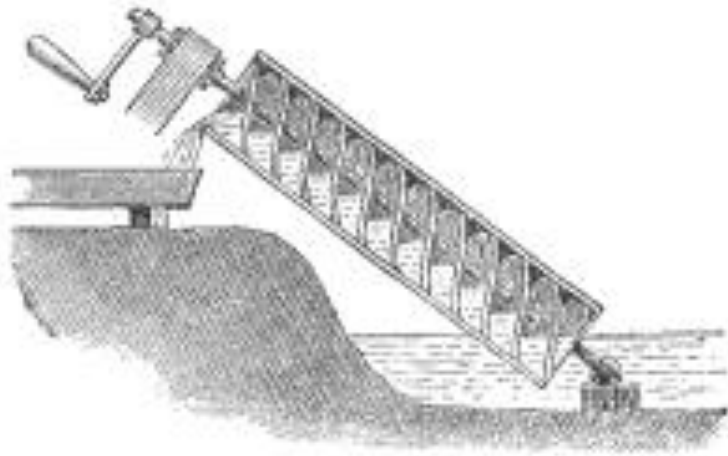
Το βάρος του υγρού που εκτοπίζεται είναι ανάλογο του όγκου του.

Ο όγκος του υγρού που εκτοπίζεται είναι ίσος με τον όγκο του σώματος που είναι βυθισμένο.

Έτσι βυθίζοντας σώματα σε υγρό μπορούμε να υπολογίσουμε τον όγκο τους.



Η έλικά του Αρχιμήδη



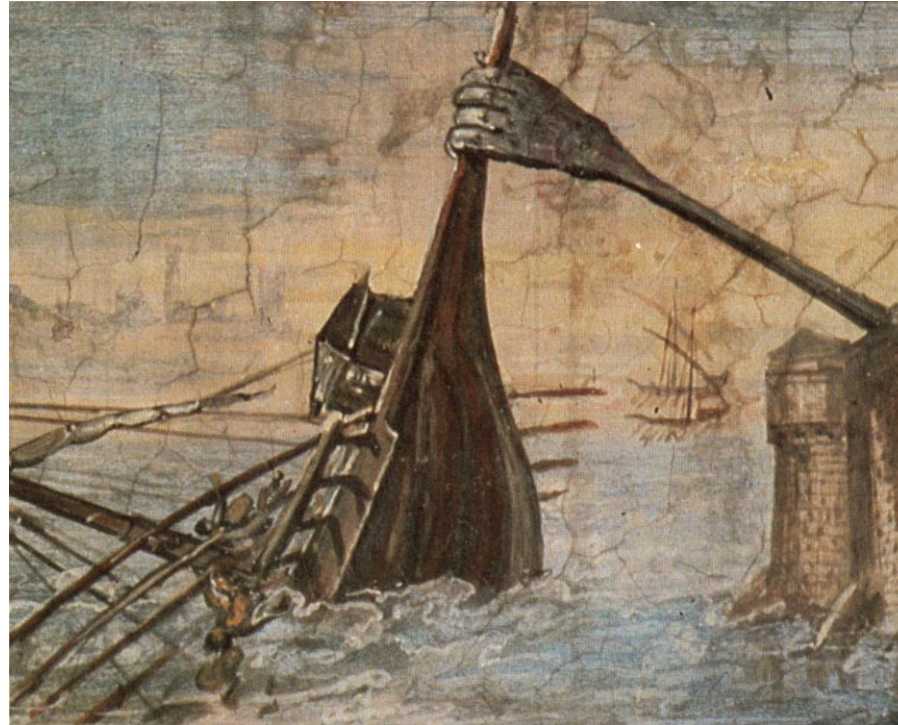
Archimedean Screw.

Για την άρδευση στην
Αίγυπτο.

Εικόνα 12



Εφαρμοσμένη μηχανική



Άρπαγας
Εικόνα 13



Κάτοπτρα του Αρχιμήδη (1)



Giulio Parigi (1571-1635) ~1600

Εικόνα 14



Κάτοπτρα του Αρχιμήδη (2)



Εικόνα 15



Πείραμα του Σακκά 1973



Εικόνα 16



Το πλανητάριο του Αρχιμήδη



Έβρισκε ταυτόχρονα την θέση ήλιου, σελήνης και 6 πλανητών (σύμφωνα με τον Κικέρωνα, Cicero Marcus Tullius, 106-43 π.Χ) οδοντωτός τροχός?

Μηχανισμός Των Αντικυθήρων
(στηρίζεται στο πλανητάριο?)

Εικόνα 17



Ο Θάνατος του Αρχιμήδη

«Μη μου τους κύκλους τάραττε»



Εικόνα 18



Cicero Discovering the Tomb of Archimedes,
by the French painter Pierre Henri de Valenciennes (1750-
1819)



Εικόνα 19

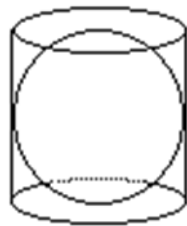


Τάφος του Αρχιμήδη: Η σφαίρα και ο κύλινδρος



Ο όγκος της σφαίρας είναι τα $\frac{2}{3}$ του όγκου του κυλίνδρου.

Πλούταρχος, Βίοι Παράλληλοι
Μάρκελλος 45-120 μ.Χ.



Πολλῶν δὲ καὶ καλῶν εὐρετῆς γεγονῶς λέγεται τῶν φίλων δεηθῆναι καὶ τῶν συγγενῶν ὅπως αὐτοῦ μετὰ τὴν τελευτὴν ἐπιστήσωσι τῷ τάφῳ τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σφαῖραν ἐντὸς κύλινδρον, ἐπιγράψαντες τὸν λόγον τῆς ὑπεριχῆς τοῦ περιέχοντος στερεοῦ πρὸς τὸ περιεχόμενον.



Έργα του Αρχιμήδη (1)



(έχουν βρεθεί)

1. "Περί σφαίρας και κυλίνδρου" Βιβλίο α' και β'.
2. "Κύκλου μέτρησις" Σώζονται τρία θεωρήματα.
3. "Περί κωνοειδέων και σφαιροειδέων" (32 θεωρήματα, 1 πόρισμα) .
4. "Περί ελίκων" (28 θεωρήματα, 6 πορίσματα).
5. "Περί επιπέδων ισορροπιών ή κέντρα βαρών επιπέδων ή Μηχανικά" Βιβλία α' και β'.
6. "Βιβλίο λημμάτων".
7. "Πρόβλημα Βοεικόν".
8. "Κατασκευή πλευράς του περιγραφομένου εις κύκλο επταγώνου".



Έργα του Αρχιμήδη (2)



8. "Περί σφαίρας και κυλίνδρου" Βιβλίο α' και β'.
9. "Ωρολόγιον Αρχιμήδους" (Σώζεται στα αραβικά).
10. "Περί κύκλων εφαπτομένων αλλήλων".
11. "Αρχαί της Γεωμετρίας".
12. "Ψαμμίτης".
13. "Τετραγωνισμός παραβολής".
14. Πρόσφατα διαβάστηκαν από το Παλίμψηστο αποσπάσματα από τα έργα που διασώθηκαν σε αυτό:
15. «Οστομάχιο».
16. «Περί μηχανικών θεωρημάτων προς Ερατοσθένη έφοδος» (=μέθοδος).
17. «Περί των επιπλεόντων σωμάτων».
18. «Οχουμένων" (Υδροστατική επιπλεόντων σωμάτων) .



Έργα του Αρχιμήδη που δεν έχουν ακόμα βρεθεί: (1)



1. “Αριθμητικά”.
2. “Βαρουλκός, Υδροσκοπία, Πνευματική”.
3. “Επισίδια Βιβλία” (Μάλλον περί στατιστικής -Τζέτζης).
4. “Περί τριγώνων”.
5. “Περί τετραπλεύρου”.
6. “Περί ζευγών”.
7. “Περί 13 ημικανονικών πολυέδρων”.
8. “Ισοπεριμετικά”.
9. “Ισορροπία”.
10. “Καύσις δια κατόπτρων” “Περί Αρχιτεκτονικής”.



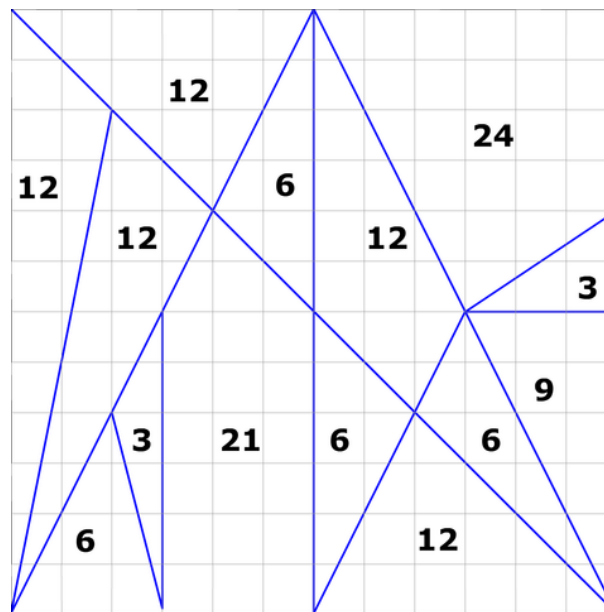
Έργα του Αρχιμήδη που δεν έχουν ακόμα βρεθεί: (2)



11. “Περί βαρύτητος και ελαφρότητος” (Πυκνόμετρα-Αραιόμετρα)
12. “Περί δρομομέτρων” (Οδόμετρα πλοίων).
13. “Περί κέντρου Βάρους ή Κεντροβαρικά”.
14. “Κατοπρικά”.
15. “Περί παραλλήλων γραμμών”.
16. “Περί κοίλων και παραβολικών κατόπτρων”.
17. “Προοπτική”.
18. “Στοιχεία μηχανικών”.
19. “Πλινθίδες και Κύλινδροι”.
20. “Στοιχεία επί των στηρίξεων”.
21. “Σφαιροποιΐα”.



«Οστομάχιον»: η μάχη των οστών (σχημάτων)



Εικόνα 20



Ο Ψαμμίτης

Η αρχή - Το τέλος



Η αρχή

Ι. Οιονταί τινες, βασιλεύ Γέλων, του ψάμμου τον αριθμόν άπειρον είμεν τω πλήθει. Λέγω δε ου μόνον του περι Συαρακούσας τε και τάν άλλαν Σικελίαν υπάρχοντος, αλλά και του κατά πάσαν χώραν τάν τε οικημέναν και ταν αοίκητον. Εντί τινες δε,

Το τέλος

Ταύτα δε, βασιλεύ Γέλων, τοις μεν πολλοίς και μη κεκοινωνηκέτεσσι των μαθημάτων ούκ εύπιστα φανήσειν υπολαμβάνω, τοις δε μεταλελαβηκέτεσσι και περι των αποστημάτων και των μεγεθέων τας τε γας και του αλίου και τας σελήνας και του όλου κόσμου πεφροντικότεσσι πιστά δια ταν αποδείξειν εσσείςθαι διόπερ ωηθήν και ουκ ανάρμοστον είμεν [έτι] επιθεωρήσαι ταύτα.



Ο Ψαμμίτης ("Άμμου Καταμέτρης")



- το σύνολο των στοιχειωδών σωματιδίων (πρωτονίων και ηλεκτρονίων) σε όλο το σύμπαν υπολογίζεται κάπου ανάμεσα στο 10 εις την 70 και 10 εις την 85.
- Η τελική εκτίμηση του Αρχιμήδη δίνει άνω όριο 10 εις την 64 κόκκων σε ένα σύμπαν πλήρες άμμου. (Θεωρία του Αρίσταρχου για ένα ηλιοκεντρικό σύστημα).




Μυριάς μυριάδων




Θ λ ρ Θ

=9999



Μ

=10,000 Μυριάς



ρ λ ρ Θ

Μ ρ λ ρ Θ

=9,999 x
10,000+9,999=99,990,000+9,999=
99,999,999=10 εις την ογδόη -1



Σύστημα αρίθμησης του Αρχιμήδη του επιτρέπει να φτάσει έως 10^{64}



Η περίμετρος της γης είναι μικρότερη των 300 μυριάδων στάδια ($\sim 5 \cdot 10^5$ km).

Ο ήλιος είναι μικρότερος των 30 φορές τη Σελήνη.

Η γωνιακή διάμετρος του Ήλιου από τη Γη μεγαλύτερη $1/200$ ορθής γωνίας.

Άρα η διάμετρος του σύμπαντος (καθορίζεται από τη τροχιά της Γης γύρω από τον ήλιο) είναι το πολύ 10^{14} στάδια.

Αρκούν 10^{64} κόκκοι άμμου.



Βοεικό πρόβλημα και εξίσωση Pell

(1)



Σε ένα ποίημα που αποδίδεται στον Αριστοτέλη και που εστάλη ως επιστολή στον Ερατοσθένη.

Να βρεθεί το πλήθος των βοών του (θεού) Ηλίου.

Το πρόβλημα αφορά την εύρεση του αριθμού των αγελάδων και ταυρών 8 χρωμάτων συνολικά, που ικανοποιούν γραμμικό ομογενές σύστημα με 7 εξισώσεις (8 άγνωστοι, 7 εξισώσεις).

Στη συνέχεια τίθεται το πρόβλημα να βρεθεί το πλήθος τους αν ικανοποιούν δύο πρόσθετε συνθήκες (το ένα άθροισμα να είναι τετραγωνικός αριθμός ενώ το άλλο άθροισμα να είναι τριγωνικό).



Βοεικό πρόβλημα και εξίσωση Pell

(2)



Οι 7 εξισώσεις έχουν άπειρες λύσεις: ο αριθμός των αγελάδων και των βοδιών για κάθε χρώμα είναι:

10,366,482 t

7, 460,514 t

7,358,060 t

4, 149, 387 t

7, 026, 360 t

4, 893,246 t

3, 515,820 t

5, 439,213 t

όπου t φυσικός αριθμός.



Οι άλλες δύο οδηγούν σε μία εξίσωση Pell

$$x^2 - 410,286,423,278,424y^2 = 1$$

Η απάντηση είναι αριθμός με περισσότερα από 200,000 ψηφία (1880 Amthor)!

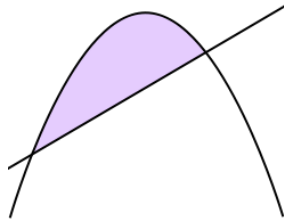
Δόθηκε το 1965 με χρήση δύο υπολογιστών IBM.

(Η μέθοδος επίλυσης εξισώσεων Pell με συνεχή κλάσματα βρέθηκε από τον Lagrange το 1780).

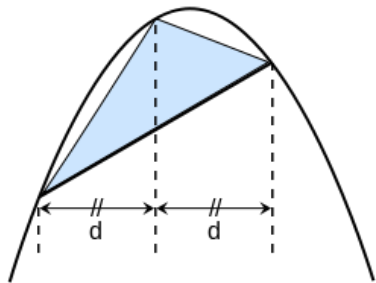
Ο Αρχιμήδης είχε χρησιμοποιήσει εξισώσεις Pell για την προσέγγιση της τετραγωνικής ρίζας του 3. Στη Δύση εμφανίζεται και πάλι τον 16^ο αιώνα από τον Fermat.



Λογισμός και Αρχιμήδης: η μέθοδος της εξάντλησης "Τετραγωνισμός παραβολής"



Εικόνα 21



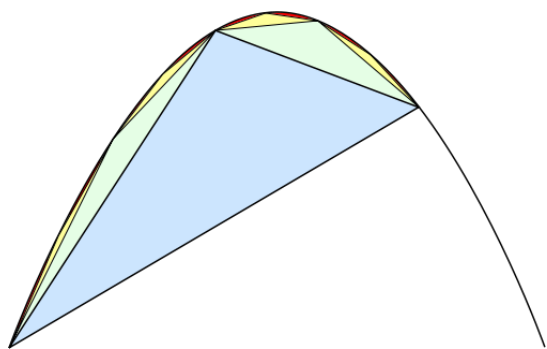
Εικόνα 22

Υπολογίζεται ότι το εμβαδόν ανάμεσα στην παραβολή και τέμνουσα ισούται τα $\frac{4}{3}$ του τριγώνου με τρίτη κορυφή το μακρύτερο (από την τέμνουσα) σημείο του παραβολικού τμήματος.

Ο Αρχιμήδης δίνει δύο αποδείξεις: μία βασισμένη στις αρχές της μηχανικής και μία γεωμετρική.



«Τετραγωνισμός παραβολής» (1)



Εικόνα 23

Στη γεωμετρική απόδειξη ο Αρχιμήδης δείχνει ότι το εμβαδόν των πράσινων τριγώνων είναι ίσο με το $1/8$ του εμβαδού του μπλε τριγώνου και ούτω καθεξής.

Ο Αρχιμήδης «γεμίζει» το χώρο ανάμεσα στη παραβολή και τέμνουσα με τρίγωνα: ξεκινά με το μπλε τρίγωνο και προσθέτει τα πράσινα. Για κάθε πράσινο προσθέτει τα αντίστοιχα νέα πράσινα, και ούτω καθεξής.

Έτσι αν A είναι το εμβαδόν του τριγώνου, το εμβαδόν ανάμεσα στη τέμνουσα και στη παραβολή είναι:

$$A, A + A/4, A + A/4 + A/16, A + A/4 + A/16 + A/64, \dots$$



«Τετραγωνισμός παραβολής» (2)



Θέλει λοιπόν να υπολογίσει το άθροισμα

$$A(1 + 1/4 + 1/16 + 1/64 + \dots) = A4/3$$

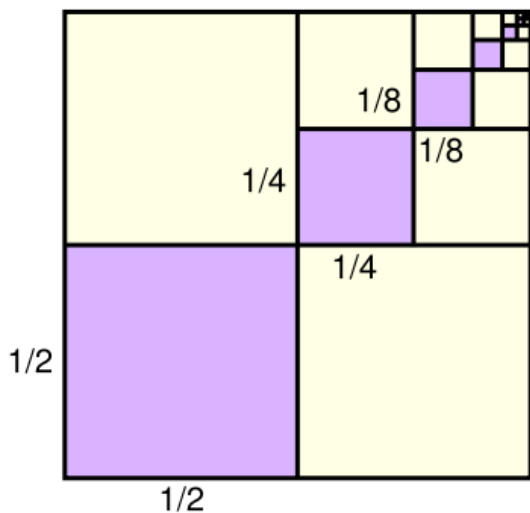
Γνωρίζουμε ότι $\sum 4^{-n} = \frac{1}{1-1/2} = 4/3$.

Όμως οι αρχαίοι Έλληνες δεν είχαν αυτούς τους τύπους για σειρές.

Γεωμετρικά η παραπάνω σχέση προκύπτει από την εικόνα:



«Τετραγωνισμός παραβολής» (3)



Εικόνα 24

Το σύνολο των εμβαδών των μωβ τετραγώνων της εικόνας αντιστοιχούν στο άθροισμα

$$1/4 + 1/16 + \dots$$

Στα δεξιά και πάνω από κάθε μωβ τετράγωνο υπάρχουν άλλα δύο ίσα κίτρινα τετράγωνα. Άρα μώβ είναι το $1/3$ του συνολικού εμβαδού.



Δῶς μοι πᾶ στῶ καὶ τὰν γᾶν κινάσω

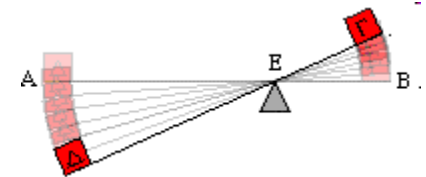


Βιβλίο 1, περί επιπέδων ισορροπιῶν

ΤΑ ΜΕΓΕΘΕΑ ΙΣΟΡΡΟΠΕΟΝΤΙ ΑΠΟ ΜΑΚΕΩΝ ΑΝΤΙΠΕΠΟΝΘΟΤΩΣ ΤΟΝ ΑΥΤΟΝ ΛΟΓΟΝ ΕΧΟΝΤΩΝ ΤΟΙΣ ΒΑΡΕΣΙΝ.

Τα μεγέθη Γ , Δ τοποθετημένα στο B και στο A αντίστοιχα θα έρθουν σε ισορροπία ως προς το E όταν οι αποστάσεις τους από το E , δηλ. BE , AE ικανοποιούν σχέση αντιστρόφως ανάλογες με το βάρος τους:

$$\Gamma:\Delta=AE:BE$$



ΤΟ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟΝ ΒΑΡΟΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΚΙΝΟΥΝ,
ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΜΗΚΟΣ ΑΝΤΙΠΕΠΟΝΘΕΝ.



Βιβλιογραφία



- ☞ Carl B. Boyer; Uta C. Merzbach, *Η ιστορία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός Γ. Α., 1997.
- ☞ Dirk Struik, *Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών*, Εκδόσεις ΔΑΙΔΑΛΟΣ, 2008.
- ☞ Katz V., *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/8)



Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

☞ **Εικόνα 1:** "Αρχιμήδης" by Unknown -

<http://ecalculo.if.usp.br/historia/arquimedes.htm>. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:>

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:%E0%B4%86%E0%B5%BC%E0%B4%95%E0%B5%8D%E0%B4%95%E0%B4%BF%E0%B4%AE%E0%B4%BF%E0%B4%A1%E0%B5%80%E0%B4%B8%E0%B5%8D%E2%80%8C.jpg#mediaviewer/File:%E0%B4%86%E0%B5%BC%E0%B4%95%E0%B5%8D%E0%B4%95%E0%B4%BF%E0%B4%AE%E0%B4%BF%E0%B4%A1%E0%B5%80%E0%B4%B8%E0%B5%8D%E2%80%8C.jpg>

☞ **Εικόνα 2:** "Domenico-Fetti Archimedes 1620" by Domenico Fetti -

http://archimedes2.mpiwg-berlin.mpg.de/archimedes_templates/popup.htm.

Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:DomenicoFetti_Archimedes_1620.jpg#mediaviewer/File:Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/8)



- ☞ **Εικόνα 3: "FieldsMedalFront"** by Stefan Zachow of the International Mathematical Union; retouched by King of Hearts - File Front.tif. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:FieldsMedalFront.jpg#mediaviewer/File:FieldsMedalFront.jpg>
- ☞ **Εικόνα 4: "FieldsMedalBack"** by Stefan Zachow of the International Mathematical Union; retouched by King of Hearts - File Back.tif. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:FieldsMedalBack.jpg#mediaviewer/File:FieldsMedalBack.jpg>
- ☞ **Εικόνα 5: "Georg Friedrich Bernhard Riemann"** by This file is lacking author information. -<http://www.sil.si.edu/digitalcollections/hst/scientific-identity/explore.htm> according to the German Wikipedia. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (3/8)



http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Georg_Friedrich_Bernhard_Riemann.jpeg#mediaviewer/File:Georg_Friedrich_Bernhard_Riemann.jpeg

- ☞ **Εικόνα 6:** "**Perelman, Grigori (1966)**" by George M. Bergman - Mathematisches Institut Oberwolfach (MFO). Licensed under GNU Free Documentation License via Wikimedia Commons - [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Perelman, Grigori \(1966\).jpg#mediaviewer/File:Perelman, Grigori \(1966\).jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Perelman,_Grigori_(1966).jpg#mediaviewer/File:Perelman,_Grigori_(1966).jpg)
- ☞ **Εικόνα 7:** <http://jeff560.tripod.com/images/arch2.jpg>
- ☞ **Εικόνα 8:** <http://jeff560.tripod.com/images/arch4.jpg>
- ☞ **Εικόνα 9:** <http://jeff560.tripod.com/images/arch3.jpg>
- ☞ **Εικόνα 10:** <http://jeff560.tripod.com/images/arch7.jpg>
- ☞ **Εικόνα 11:** "Submerged-and-Displacing" by Michael Malak - "**First Principles of Physics**", Henry Carhart & Horatio Chute, Allyn & Bacon, 1912. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (4/8)



<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Submerged-and-Displacing.png#mediaviewer/File:Submerged-and-Displacing.png>

☞ **Εικόνα 12: "Chambers 1908 Archimedean Screw"** by Rev. Thomas Davidson 1856-1923 (ed.) - Chambers's Twentieth Century Dictionary of the English Language. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Chambers_1908_Archimedean_Screw.png#mediaviewer/File:Chambers_1908_Archimedean_Screw.png

☞ **Εικόνα 13: "Parigi griffe"** από τον Giulio Parigi - <http://www.math.nyu.edu/~crorres/Archimedes/Claw/illustrations.html>. Υπό την άδεια Public domain μέσω Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parigi_griffe.jpg#mediaviewer/File:Parigi_griffe.jpg

☞ **Εικόνα 14: "Archimedes-Mirror by Giulio Parigi"** by Giulio Parigi - [1]. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons –



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (5/8)



http://commons.wikimedia.org/wiki/File:ArchimedesMirror_by_Giulio_Parigi.jpg#mediaviewer/File:Archimedes-Mirror_by_Giulio_Parigi.jpg

☞ **Εικόνα 15: "Specchi ustorì Archimede"** by Autore sconosciuto - archimedeitts.altervista.org. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Specchi_ustori_Archimede.jpg#mediaviewer/File:Specchi_ustori_Archimede.jpg

☞ **Εικόνα 16:**

https://www.cs.drexel.edu/~crrres/bbc_archive/mirrors_sailors_sakas.jpg

☞ **Εικόνα 17: "NAMA Machine d'Anticythère 1"**. Υπό την άδεια Creative Commons Attribution 2.5 μέσω Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:NAMA_Machine_d%27Anticyth%C3%A8re_1.jpg#mediaviewer/File:NAMA_Machine_d%27Anticyth%C3%A8re_1.jpg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (6/8)



- ☞ **Εικόνα 18: "Death of Archimedes"** di Thomas Degeorge - fonte. Con licenza Public domain tramite Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Death_of_Archimedes.png#mediaviewer/File:Death_of_Archimedes.png
- ☞ **Εικόνα 19: «Valenciennes, Pierre-Henri de - Cicero Discovering the Tomb of Archimedes»** par Pierre-Henri de Valenciennes — edu.augustins.org. Sous licence Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Valenciennes,_PierreHenri_de_Cicero_Discovering_the_Tomb_of_Archimedes.jpg#mediaviewer/File:Valenciennes,_Pierre-Henri_de_-_Cicero_Discovering_the_Tomb_of_Archimedes.jpg
- ☞ **Εικόνα 20: "StomachionConstruction"** by RosarioVanTulpe - Own work. Licensed under Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:StomachionConstruction.png#mediaviewer/File:StomachionConstruction.png>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (7/8)



- ☞ **Εικόνα 21: "Parabolic Segment"** by en:User:Jim.belk (original); Pbroks13 (talk) (redraw) -http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Parabolic_Segment.png. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parabolic_Segment.svg#mediaviewer/File:Parabolic_Segment.svg
- ☞ **Εικόνα 22: "Parabola and inscribed triangle"** by derivative work: Pbroks13 (talk)Parabola-and-inscribed_triangle.png: Mattes - Parabola-and-inscribed_triangle.png. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parabola_and_inscribed_triangle.svg#mediaviewer/File:Parabola_and_inscribed_triangle.svg
- ☞ **Εικόνα 23: "Parabolic Segment Dissection"** by en:User:Jim.belk (original); Pbroks13 (talk) (redraw) - en:Image:Parabolic Segment Dissection.png. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Parabolic_Segment_Dissection.svg#mediaviewer/File:Parabolic_Segment_Dissection.svg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (8/8)



- ☞ **Εικόνα 24: "GeometricSquares"** by en:User:Jim.belk (original); Pbroks13 (talk) (redraw) - en: Image:GeometricSquares.png. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:GeometricSquares.svg#mediaviewer/File:GeometricSquares.svg>



Σημείωμα Αναφοράς



Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χαρά
Χαραλάμπους. «Ιστορία των Μαθηματικών. Ενότητα 3: Αρχιμήδης.
Ενότητα 3.1: Αρχιμήδης». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

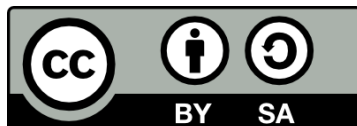
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS249/>



Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>



Διατήρηση Σημειωμάτων



Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

