Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 5: Μαθηματικά στην Αναγέννηση.

Χαρά Χαραλάμπους

Τμήμα Μαθηματικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 5.4: Viete, τριγωνομετρικές συναρτήσεις και οι νόμοι του σύμπαντος.

Χαρά Χαραλάμπους

Τμήμα Μαθηματικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Περιεχόμενα Ενότητας

- Ιταλοί και τριτοβάθμια εξίσωση.
- Η λύση της τριτοβάθμιας εξίσωσης.
- Επίλυση της τεταρτοβάθμιας.
- Viete, τριγωνομετρικές συναρτήσεις και οι νόμοι του σύμπαντος.
- Ο καιρός των λογαρίθμων.

Σκοποί Ενότητας

- Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται η ιστορία και οι συλλογισμοί που οδήγησαν στους τύπους για την εύρεση ριζών πολυωνυμικών εξισώσεων τρίτου και τετάρτου βαθμού. Γίνεται μία σύντομη μνεία στους συμβολισμούς του Viete και στη χρήση τριγωνομετρικών συναρτήσεων για την επίλυση των τριτοβάθμιων. Δίνεται επίσης μία εισαγωγή στην ιστορία των λογαρίθμων.

François Viète

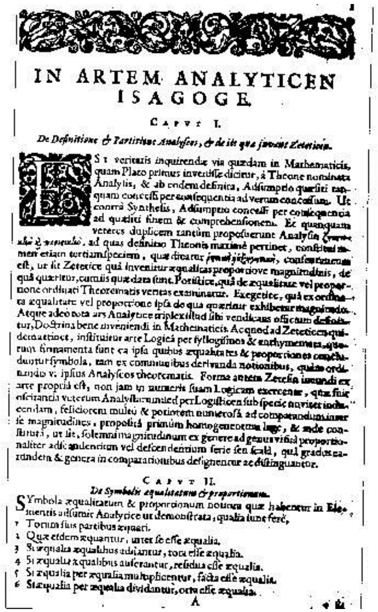
Εικόνα 1

Επάγγελμα: δικηγόρος
(1540-1603) Γάλλος
Σύμβουλος του Ερρίκου III
και του Ερρίκου IV.

Η πιο παραγωγική μαθηματικά περίοδος της ζωής του ήταν όταν έπεσε σε δυσμένεια !(1584-1589).

In artem analyticam isagoge (1591)

In artem analyticam isagoge
(1591)


IN ARTEM ANALYTICEN
ISAGOGE.

CAPVT I.

De Definitione & Partitione Analyseos, & de iis quæ juvant Zeteticen.

EST veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contrà Synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm proposuerunt Analysin ζητητικὴν & ποριστικήν, ad quas definitio Theonis maximè pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητική, consentaneum est, ut sit Zetetice quâ invenitur æqualitas proportiove magnitudinis, de quâ quæritur, cum iis quæ data sunt. Poristice, quâ de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, quâ ex ordinata æqualitate vel proportione ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota ars Analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inveniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, instituitur arte Logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamenta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportiones concluduntur symbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quàm ordinandis vi ipsius Analyseos theorematis. Forma autem Zetesin ineundi ex arte propria est, non jam in numeris suam Logicam exercente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum: sed per Logisticen sub specie noviter inducendam, feliciorem multò & potiorem numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ primùm homogeneorum lege, & inde constitutâ, ut fit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi suâ proportionaliter adscendentium vel descendentium serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

CAPVT II.

De Symbolis æqualitatum & proportionum.

SYmbola æqualitatum & proportionum notiora quæ habentur in Elementis assumit Analytice ut demonstrata, qualia sunt ferè,

1 Totum suis partibus æquari.
2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
3 Si æqualia æqualibus adjiciantur, tota esse æqualia.
4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
6 Si æqualia per æqualia dividantur, orta esse æqualia.

A

Εικόνα 2

υπό την επιμέλεια του F. Van Schooten (1646)

Εικόνα 3

Παράμετρος και άγνωστη ποσότητα

A cubus + B quad. in *A* æquetur *B* quad. in *Z*.

$$\downarrow$$

$$\mathrm{A}^3 + \mathrm{B}^2\mathrm{A} = \mathrm{B}^2 + \mathrm{Z}.$$

Ο Viete εισαγάγει και χρησιμοποιεί φωνήεντα για το άγνωστο μέγεθος και σύμφωνα για το γνωστό. Έτσι κάνει τον διαχωρισμό ανάμεσα στην έννοια της παραμέτρου και της άγνωστης ποσότητας.

«Εισαγωγή στην Αναλυτική Τέχνη»

Θέτει την άλγεβρα ως την επιστήμη για την ανακάλυψη στα μαθηματικά. Πιστεύει ότι ο «φορμαλισμός» της άλγεβρας θα μπορεί να λύσει όλα τα μαθηματικά προβλήματα.

Η χρήση παραμέτρων και μεταβλητών μετέτρεψε την άλγεβρα από μελέτη συγκεκριμένων προβλημάτων στη μελέτη γενικών προβλημάτων.

Με τον ίδιο τρόπο η «αναλυτική του τέχνη» επηρέασε και τους άλλους τομείς, στην ανακάλυψη και στην απόδειξη των αποτελεσμάτων.

Van Roomen και Viete

- 1593 van Roomen (Βέλγος) δημοσίευσε την εξίσωση.

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - \cdots - 379x^3 + 45x = A$$

$$A = \sqrt{1\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}} - \sqrt{1\frac{7}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}}}$$

- Ο Viete έδωσε μία λύση αμέσως μόλις του τέθηκε το πρόβλημα από τον βασιλιά και έδωσε 22 λύσεις μία μέρα αργότερα!

Λύση τριτοβάθμιων εξισώσεων χρησιμοποιώντας ιδιότητες του συνθ (1)

Θα χρησιμοποιήσει τον τύπο για το cos 3θ

$$4cos^3\theta - 3cos\theta = \cos 3\theta$$

Η αντικατάσταση του x με ky όπου k η ποσότητα που περιγράφεται παρακάτω θα οδηγήσει σε μία μορφή που μοιάζει με αυτήν της ταυτότητας:

$$\left.\begin{array}{c} x^3 + ax + b = 0 \\ k = \sqrt{-\dfrac{4a}{3}}, x = ky \end{array}\right\} \Rightarrow 4y^3 - 3y = c$$

Έτσι θέλει να βρει θ που να ικανοποιεί

$$\cos 3\theta = c.$$

Λύση τριτοβάθμιων εξισώσεων χρησιμοποιώντας ιδιότητες του συνθ (2)

$z^3 - 3z + 1 = 0$
$z = 2y$

$4y^3 - 3y = -\frac{1}{2}$

$$\boxed{\begin{gathered} y = \cos\theta \to \cos 3\theta = -\frac{1}{2} \\ 3\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \to \theta = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k \end{gathered}}$$

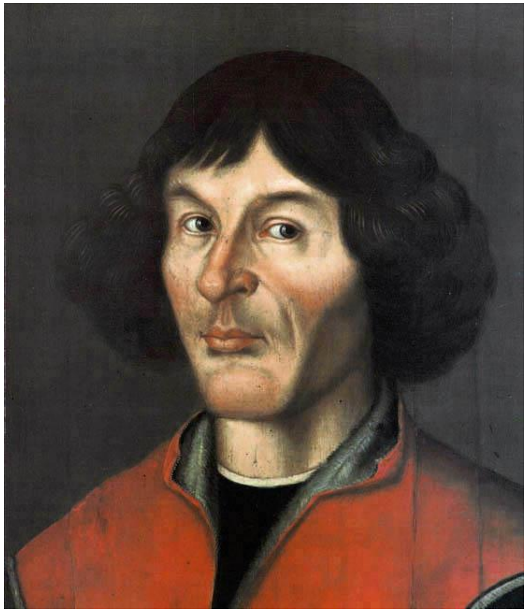
$$\boxed{\begin{gathered} y = \cos\left(\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k\right) \\ z = 2\cos\left(\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k\right) \end{gathered}}$$

$$\boxed{\begin{gathered} z_1 = 2\cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) \\ z_2 = 2\cos\left(\frac{8\pi}{9}\right) \\ z_3 = 2\cos\left(\frac{14\pi}{9}\right) \end{gathered}}$$

Εξέλιξη

1. Diophantus of Alexandria (3rd century CE) $x^3 = 2 - x$
2. Luca Pacioli (ca. 1445-ca.1559) $x^3 + x = 12$
3. Nicolas Chuquet (et. 1500) $\sqrt{3x^4 - 24} = 8$
4. Michael Stifel (1486-1567) $116 + \sqrt{41472} - 18x - \sqrt{648}x = 0$
5. Girolamo Cardano (1501-1576) $x^3 = 15x + 4$
6. Rafael Bombelli (ca. 1526-1573) $x^6 - 10x^3 + 16 = 0$
7. Francois Viete (1540-1603) $x^3 - 8x^3 + 16x = 40$
8. Thomas Harriot (1560-1621) $a^3 - 3ab^2 = 2c^3$
9. Albert Girard (1595-1632) $x^3 = 13x + 12$
10. Rene Descartes (1596-1650) $px + q = 0$

Nicolaus Copernicus
Πολωνία (1473-1543)



Εικόνα 4

Βιβλία που τον σημάδεψαν (1492):

«Στοιχεία»

Alfonsine Tables (θεωρία πλανητών)

Tabulae directionum του Regiomontanus
(στην Σφαιρική αστρονομία)

Η γη γυρίζει γύρω από τον ήλιο… (1514)

Stevin
(1548-1620)

Εικόνα 5

Δεκαδικοί αριθμοί στη Δύση (1585)

Johannes Kepler

Εικόνα 6

Γερμανία
1571-1630

Γη και πλανήτες σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον ήλιο.
Τρεις Θεμελιώδεις νόμοι (1609 και 1619)

Νόμοι

- **1ος Νόμος: Η τροχιά των πλανητών είναι *ελλειπτική* με τον Ήλιο να βρίσκεται στη μία εστία της έλλειψης.**
- **2ος Νόμος: Η ακτίνα που ενώνει τον Ήλιο και τον κάθε πλανήτη διαγράφει σε *ίσους χρόνους ίσα εμβαδά.***
- **3ος Νόμος: Το τετράγωνο της περιόδου περιφοράς του κάθε πλανήτη είναι *ανάλογο* με τον κύβο του μήκους του μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης που διαγράφει.**

(πως μπορεί να κάνει κανείς μετρήσεις και υπολογισμούς με τόσο μεγάλους αριθμούς?)

Βιβλιογραφία

- Carl B. Boyer; Uta C. Merzbach, *Η ιστορία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός Γ. Α., 1997.
- Dirk Struik, *Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών*, Εκδόσεις ΔΑΙΔΑΛΟΣ, 2008.
- Katz V., *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- **Εικόνα 1:** "**Francois Viete**". Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Francois_Viete.jpg#mediaviewer/File:Francois_Viete.jpg
- **Εικόνα 2:** http://everyhistory.org/1591-2.html
- **Εικόνα 3:** «**François Viète - Opera Mathematica**» par François Viète — Bibliothèque nationale de France. Sous licence Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fran%C3%A7ois_Vi%C3%A8te_Opera_Mathematica.jpg#mediaviewer/File:Fran%C3%A7ois_Vi%C3%A8te_-_Opera_Mathematica.jpg

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- **Εικόνα 4:** http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nikolaus_Kopernikus.jpg#mediaviewer/File:Nikolaus_Kopernikus.jpg
- **Εικόνα 5:** "**Simon-stevin**" by Unknown - Digitool Leiden University Library, http://socrates.leidenuniv.nl. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons – http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Simon-stevin.jpeg#mediaviewer/File:Simon-stevin.jpeg
- **Εικόνα 6:** "**Johannes Kepler 1610**" by Unknown - Kopie eines verlorengegangenen Originals von 1610 im Benediktinerkloster in Kremsmünster. Licensed under Public Domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Johannes_Kepler_1610.jpg#mediaviewer/File:Johannes_Kepler_1610.jpg

Σημείωμα Αναφοράς

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

http://eclass.auth.gr/courses/OCRS249/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου

Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης