



Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 9: Αφηρημένη Άλγεβρα

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

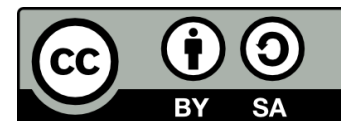


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 9.3: Galois και Θεωρία Ομάδων.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- ☞ Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- ☞ Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- ☞ Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Περιεχόμενα Ενότητας



- ↻ Εισαγωγή.
- ↻ Επιλύουσες και μεταθέσεις.
- ↻ Galois και Θεωρία Ομάδων.
- ↻ Οι ομάδες στο έργο του Gauss.
- ↻ Μη αντιμεταθετικοί δακτύλιοι οι τετράδες του Hamilton.
- ↻ Θεωρία δακτυλίων: ιδεώδη και μοναδική παραγοντοποίηση στο έργο του Dedekind.
- ↻ Emily Noether.



Σκοποί Ενότητας



☞ Ο σκοπός αυτής της ενότητας είναι να εξηγήσει τι είναι η σύγχρονη «αφηρημένη Άλγεβρα» και να περιγράψει την ιστορική διαδρομή που οδήγησε σε αυτήν. Το τελευταίο μέρος αναφέρεται στην E. Noether, την πιο σημαντική ίσως γυναικεία μαθηματική προσωπικότητα έως σήμερα, και περιγράφει τη συνεισφορά της στην εξέλιξη της Άλγεβρας.



Galois (1)



Για τον Galois το κύριο ζήτημα ήταν να καταλάβει τις γενικές αρχές. Θεωρούσε ότι οι υπολογιστικές μέθοδοι είχαν γίνει τόσο περίπλοκες που πρόοδος με αυτόν τον τρόπο ήταν αδύνατη.

Για τον Galois υπήρξαν δύο ζητήματα:

1. αντιστοιχία ομάδων και σωμάτων
(θεωρία Galois)

και

2. εφαρμογές για την επίλυση των εξισώσεων,
--- τότε οι ρίζες ενός πολυωνύμου εκφράζονται
αλγεβρικά.



Galois (2)



Ο Galois πρώτος χρησιμοποίησε τον όρο ομάδα:
Μία συλλογή από μεταθέσεις που το γινόμενο τους ανήκει σε αυτή τη συλλογή.

Έδειξε ότι οι ιδιότητες μίας αλγεβρικής εξίσωσης συνδέονται άμεσα με της ιδιότητες μία ομάδας μεταθέσεων. Η ομάδα αυτή αποτελείται από εκείνες τις μεταθέσεις ριζών που δεν αλλάζουν τις σχέσεις ανάμεσα στις ρίζες.

Για να περιγράψει αυτές τις ιδιότητες ανακάλυψε την έννοια των κανονικών υποομάδων και των ομάδων πηλίκων.



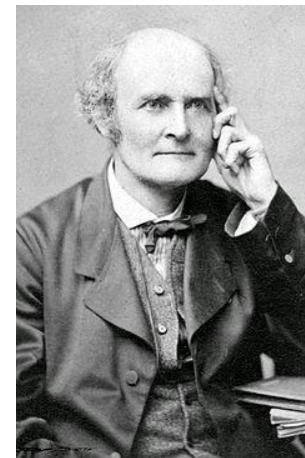
Galois (3)



Παρατήρησε ότι η ύπαρξη επιλύουσας είναι ισοδύναμης με την ύπαρξη κανονικών υποομάδων με κατάλληλους δείκτες.

Το έργο του γράφτηκε το 1830 και εμφανίστηκε το 1846 (Louiville).

(Ο Cayley το 1854 έδωσε τον πρώτο αφηρημένο ορισμό ομάδας)



Εικόνα 1



Evariste Galois



Evariste Galois

25 Oct 1811- 31 May 1832

Εικόνα 2



[Bourg-la-Reine](#)

Εικόνα 3



Οι γονείς του



Οι γονείς του:

Μορφωμένοι και σκεπτόμενοι: (φιλοσοφία, φιλολογία, θρησκευτικά).

Ο πατέρας του: Δημοκρατικός και Δήμαρχος του Bourg-la-Reine 1814.

Η μητέρα του: κόρη δικαστή, πρώτη του δασκάλα (έως τα 12) ελληνικά, λατινικά, θρησκευτικά.

Καλός μαθητής έως το 1825. Επανάληψη τάξης το 1826 (έμεινε στα ρητορικά).



Legendre-Galois



1826: βιβλίο του Legendre «Στοιχεία της Γεωμετρίας»

«Είναι το πάθος των μαθηματικών που τον έχει καταλάβει. Πιστεύω ότι θα ήταν καλύτερα για αυτόν αν οι γονείς του του επέτρεπαν να μελετήσει μόνο τα μαθηματικά. Χάνει τον χρόνο του εδώ και δεν κάνει τίποτα άλλο από το να παιδεύει τους δασκάλους του και να τιμωρείται.»

«παράξενος, κλειστός...»

«πρωτότυπος, όχι μεθοδικός»



Νεανικά διαβάσματα-Επιρροές



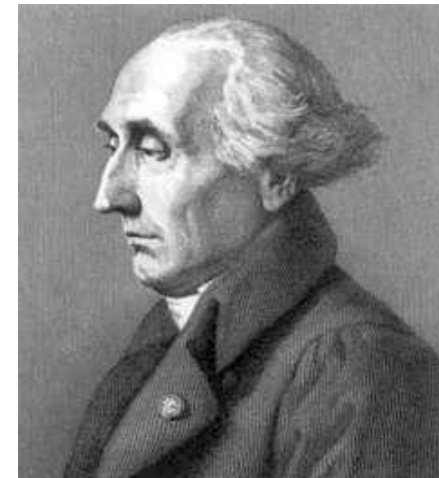
Legendre 1752 – 1833

Εικόνα 4



Abel 1802 – 1829

Εικόνα 5



Lagrange 1736 – 1813

Εικόνα 6



École Polytechnique



- 1828
- 1829 (τραγικός θάνατος πατέρα του)



Εικόνα 7

École Polytechnique
Διπλή αποτυχία....
το καλύτερο ανώτατο ίδρυμα της
εποχής,
Μεγάλο πολιτικό φοιτητικό κίνημα
Πανεπιστήμιο



Εικόνα 8



Cauchy - Fourier



Cauchy
1789 - 1857



απόρριψη
Εικόνα 9

Fourier
1768 - 1830



-- υποβολή της εργασίας το 1830...
το χειρόγραφο δε βρέθηκε ποτέ
Εικόνα 10



Poisson



- 1830: Το μεγάλο βραβείο της Ακαδημίας αποδίδεται στον Abel και στον Jacobi.
- Η εργασία του Galois δεν βρέθηκε ποτέ.
- 1831, η δουλειά του Galois απορρίφθηκε ακόμα μία φορά από τον Poisson...



Poisson 1781 – 1840

Εικόνα 11



Φυλακή



Αποβολή από την ENS: Δεκέμβρης 1830, λόγος: πολιτικό γράμμα, υπογεγραμμένο, κατά του διευθυντή της Σχολής στο Gazette des Ecoles.

Φυλακή

☞ Μάιος 1831, λόγος: απειλή κατά του βασιλιά, χρόνος φυλάκισης: 1 μήνας.

☞ Ιούλιος 1831 (ημέρα της Bastille) λόγος: στολή των Δημοκρατικών φρουρών (και με πιστόλια, τουφέκι, σπαθί..) χρόνος φυλάκισης: 6 μήνες.



Φυλακή της Αγίας Πελαγίας



- Στη φυλακή της Αγίας Πελαγίας ο Galois έλαβε την απόριψη από τον Poisson:
«το επιχείρημα του συγγραφέα δεν είναι σαφές ούτε αρκετά ανεπτυγμένο για να αποφασίσουμε ως προς την ισχύ του....
Προτείνουμε ο συγγραφέας να δημοσιεύσει το έργο του στο σύνολό του για να μπορέσουμε να διαμορφώσουμε οριστική άποψη.»
Απόπειρα αυτοκτονίας....



Ανάρρωση από χολέρα



- Απρίλιο 1832, ανάρρωση από χολέρα.



Εικόνα 12



Θάνατος

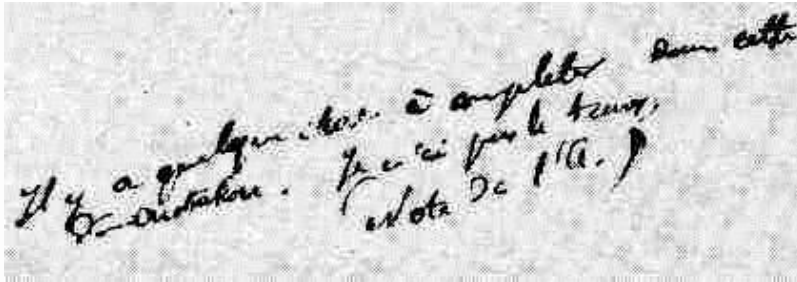


- 30 Μαΐου 1832: μονομαχία, ένα μήνα μετά την αποφυλάκιση...
- 29 Μαΐου 1832: ολονυκτία για το περίφημο γράμμα στον φίλο Chevalier.

Τελευταία λόγια στον αδελφό του Alfred:
*Ne pleure pas, Alfred ! J'ai besoin de tout
mon courage pour mourir à vingt ans !*



Σημείωση στο γράμμα προς τον Chevalier:



«υπάρχει κάτι να προστεθεί για να ολοκληρωθεί αυτή η απόδειξη. Δεν προλαβαίνω.»
Εικόνα 13

Σημείωση στο γράμμα προς τον Chevalier:

«Ρώτα τον Jacobi ή τον Gauss για την γνώμη τους, όχι ως προς την ισχύ των όσων γράφω, αλλά ως προς την σημασία αυτών των θεωρημάτων.

Αργότερα ελπίζω ότι θα υπάρξουν κάποιοι που θα θεωρήσουν καλό να αποσαφηνίσουν όλα αυτά.... »



Αναγνώριση



☞ 1843: Liouville.

☞ 1846: Δημοσίευση *Journal des mathématiques pures et appliquées*.



Liouville 1809 – 1882

Εικόνα 14



Βιβλιογραφία



- ☞ Carl B. Boyer; Uta C. Merzbach, *Η ιστορία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός Γ. Α., 1997.
- ☞ Dirk Struik, *Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών*, Εκδόσεις ΔΑΙΔΑΛΟΣ, 2008.
- ☞ Katz V., *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/4)



Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- ☞ **Εικόνα 1:** http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Arthur_Cayley.jpg#mediaviewer/File:Arthur_Cayley.jpg
- ☞ **Εικόνα 2:** "Galois". Licensed under Public domain via Wikimedia Commons <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Galois.jpg#mediaviewer/File:Galois.jpg>
- ☞ **Εικόνα 3:** "Bourg-la-Reine map". Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Bourg-la-Reine_map.svg#mediaviewer/File:Bourg-la-Reine_map.svg
- ☞ **Εικόνα 4:** "**Louis Legendre**" by François Séraphin Delpech - not given. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Louis_Legendre.jpg#mediaviewer/File:Louis_Legendre.jpg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/4)



- ☞ **Εικόνα 5: "Niels Henrik Abel"** by Johan Gørbitz - Originally uploaded to English wikipedia
byen:User:Pladask,<http://www.math.uio.no/div/abelkonkurransen/>. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Niels_Henrik_Abel.jpg#mediaviewer/File:Niels_Henrik_Abel.jpg
- ☞ **Εικόνα 6: "Lagrange portrait"**. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lagrange_portrait.jpg#mediaviewer/File:Lagrange_portrait.jpg
- ☞ **Εικόνα 7: "Galois"**. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Galois.jpg#mediaviewer//File:Galois.jpg>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (3/4)



- ☞ **Εικόνα 8:** "Ecole Polytechnique France seen from lake DSC03389". Licensed under Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 via Wikimedia Commons http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ecole_Polytechnique_France_seen_from_lake_DSC03389.JPG#mediaviewer/File:Ecole_Polytechnique_France_seen_from_lake_DSC03389.JPG
- ☞ **Εικόνα 9:** "Augustine Cauchy" by Unknown - Taken from a book. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Augustine_Cauchy.jpg#mediaviewer/File:Augustine_Cauchy.jpg
- ☞ **Εικόνα 10:** "Fourier2" by Original uploader was User:Bunzil at en.wikipedia - Originally from en.wikipedia; description page is/was here.. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fourier2.jpg#mediaviewer/File:Fourier2.jpg>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (4/4)



- ☞ **Εικόνα 11:** "Simeon Poisson" by François Séraphin Delpech - http://web4.si.edu/sil/scientific-identity/display_results.cfm?alpha_sort=W. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Simeon_Poisson.jpg#mediaviewer/File:Simeon_Poisson.jpg
- ☞ **Εικόνα 12:** <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/galois/images/1111.jpg>
- ☞ **Εικόνα 13:** http://www.casentino.toscana.it/galileo/galileo_4/articoli/evaris2.gif
- ☞ **Εικόνα 14:** "Joseph liouville" by This file is lacking author information. - <http://www.math.sunysb.edu/>. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Joseph_liouville.jpeg#mediaviewer/File:Joseph_liouville.jpeg



Σημείωμα Αναφοράς



Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χαρά
Χαραλάμπους. «Ιστορία των Μαθηματικών. Ενότητα 9: Αφηρημένη
Άλγεβρα. Ενότητα 9.3: Galois και Θεωρία Ομάδων». Έκδοση: 1.0.
Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

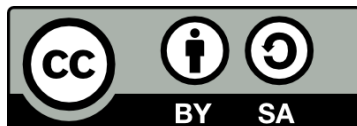
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS249/>



Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>



Διατήρηση Σημειωμάτων



Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

