ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΦΥΣΙΚΗ

Ενότητα 7: Ηλεκτρική Ροή-Νόμος Gauss-Κλωβός Faraday

Τσόκας Γρηγόρης
Καθηγητής Εφαρμοσμένης Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής
Παπαζάχος Κωνσταντίνος
Καθηγητής Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής
Τμήμα Γεωλογίας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Ενημέρωση

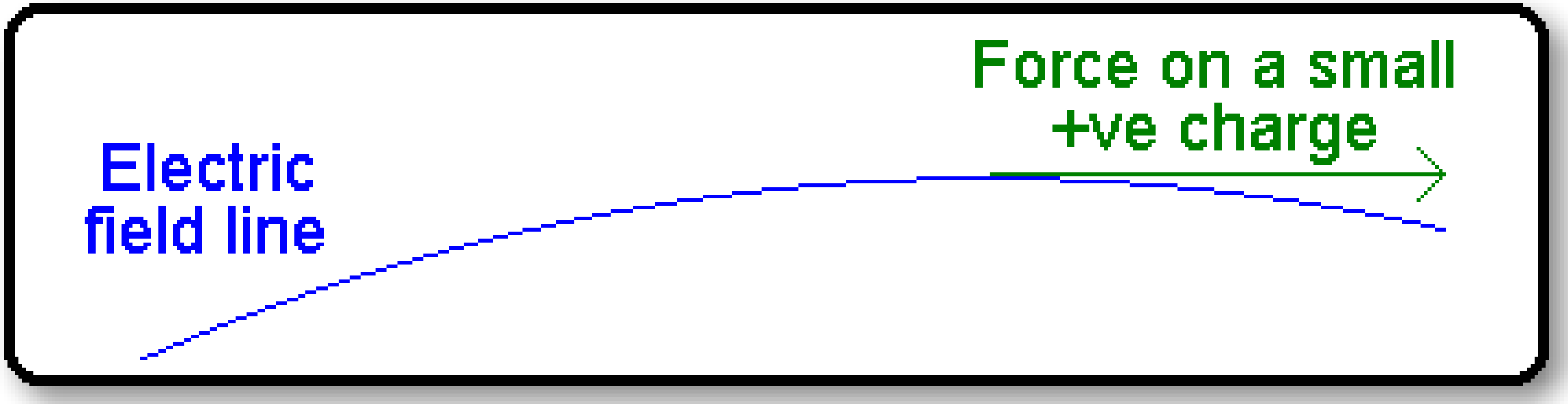
Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:

«*Πανεπιστημιακή Φυσική*» του *Hugh Young* των *Εκδόσεων Παπαζήση*, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ Η΄ ΓΡΑΜΜΕΣ ΠΕΔΙΟΥ-1

Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου εφάπτεται σε κάθε σημείο μιας δυναμικής γραμμής.

Δείχνουν την κατεύθυνση του **E** σε κάθε σημείο.



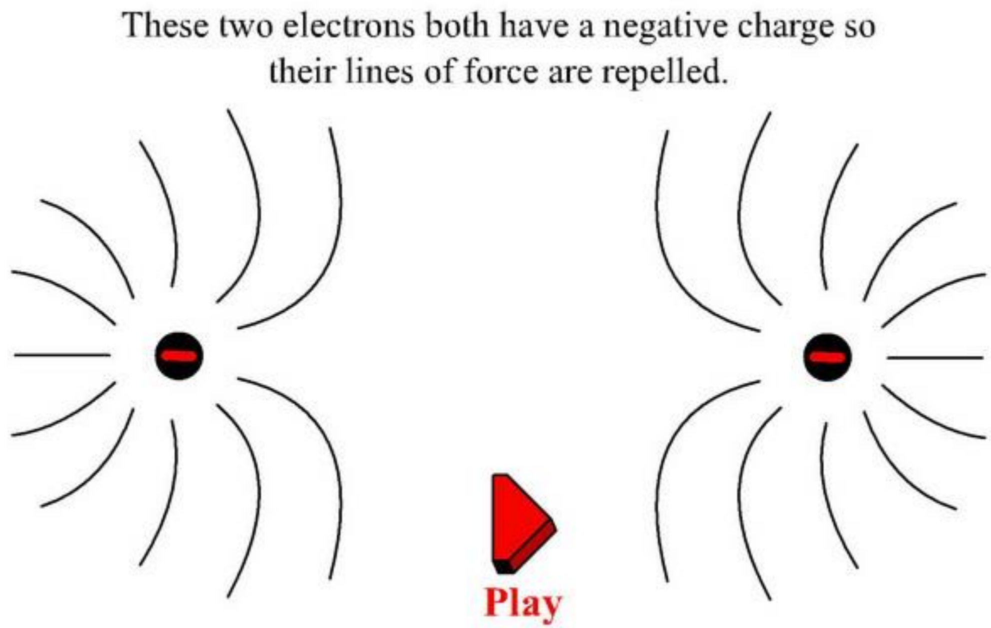
Η πυκνότητά τους δηλώνει το μέτρο του **E.**

ΟΙ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΑΣ ΒΟΗΘΟΥΝ ΝΑ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΟΥΜΕ ΤΟ ΠΕΔΙΟ.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ Η΄ ΓΡΑΜΜΕΣ ΠΕΔΙΟΥ-2

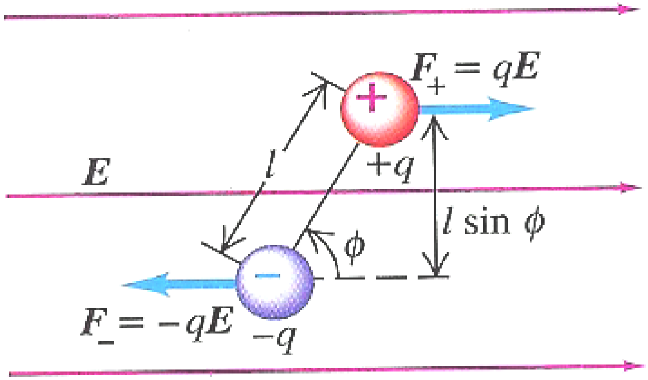
Σε κάθε σημείο το Ε έχει μοναδική τιμή (μέτρο, διεύθυνση, φορά)

Από το σημείο περνάει μια και μοναδική γραμμή πεδίου



ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ-1

Ζεύγος ίσων ηλεκτρικών φορτίων με αντίθετα πρόσημα, έστω q και –q σε απόσταση l



22–22 Η συνισταμένη δύναμη πάνω στο ηλεκτρικό δίπολο μηδενίζεται, αλλά παραμένει μια ροπή που κατευθύνεται προς τη σελίδα και τείνει να περιστρέψει το δίπολο δεξιόστροφα.

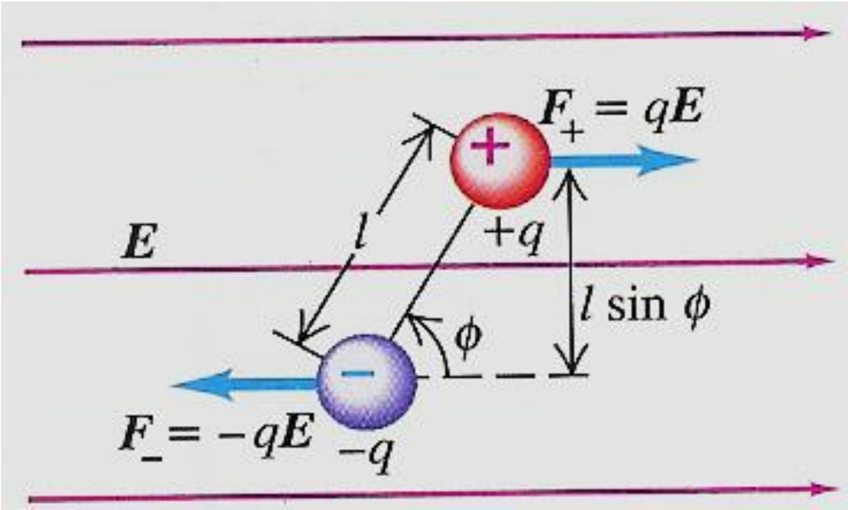
Έστω ότι το δίπολο είναι μέσα σε ομογενές πεδίο E

Στα δύο φορτία εξασκούνται δυνάμεις με ίσο μέτρο F=qE αλλά σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Συνισταμένη δύναμη 0 αλλά συνισταμένη ροπή μη μηδενική. Έχουμε δηλαδή ζεύγος δυνάμεων.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ-2

Αν φ είναι η γωνία μεταξύ του άξονα του δίπολου και του πεδίου, τότε η μηχανική ροπή που ασκείται στο δίπολο είναι



$$\tau = (qE)(l\sin\varphi)$$

Όπου lsinφ είναι η απόσταση των φορέων των δυνάμεων.

Το μέγεθος ql ονομάζεται ηλεκτρική διπολική ροπή και συμβολίζεται με p

ΜΟΝΑΔΕΣ Cm

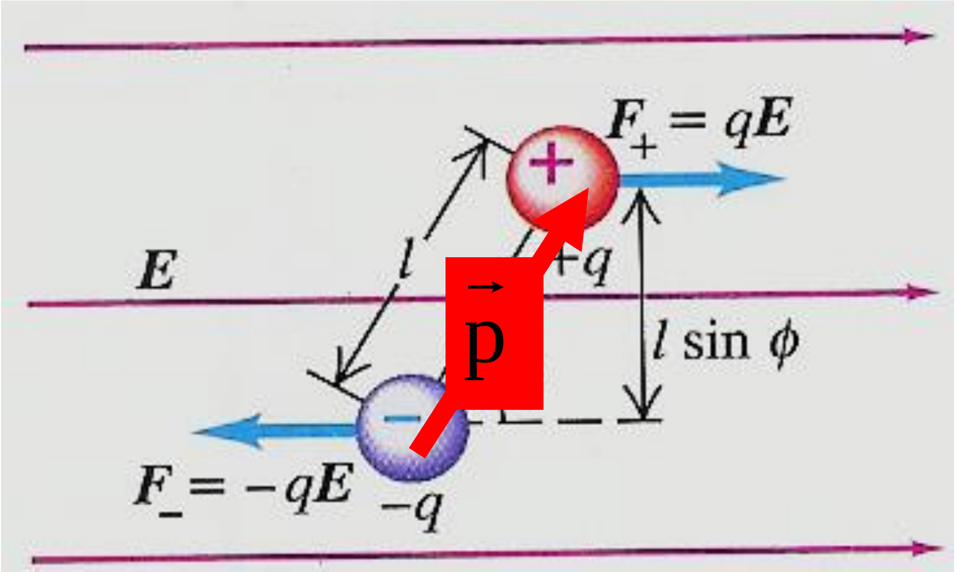
ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ-3

ΟΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΠΗ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΜΕ ΜΕΤΡΟ ql ΚΑΙ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΘΕΤΙΚΟ ΠΟΛΟ ΠΑΝΩ ΣΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΤΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ

Επομένως το μέτρο της μηχανικής ροπής είναι:

$$\tau = pE\sin\varphi$$

Ως συνάρτηση του μέτρου της διπολικής ηλεκτρικής ροπής



Εφόσον φ είναι η γωνία μεταξύ του ηλεκτρικού πεδίου και της διπολικής ροπής.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}\mathbf{E}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ-4

Η ροπή είναι μέγιστη όταν τα $\vec{\mathrm{p}}$ και $\vec{\mathrm{E}}$ είναι κάθετα και μηδενίζεται όταν είναι παράλληλα ή αντιπαράλληλα.

Για να αλλάξει η κατεύθυνση του διπόλου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο η ροπή εκτελεί έργο και βέβαια μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια.

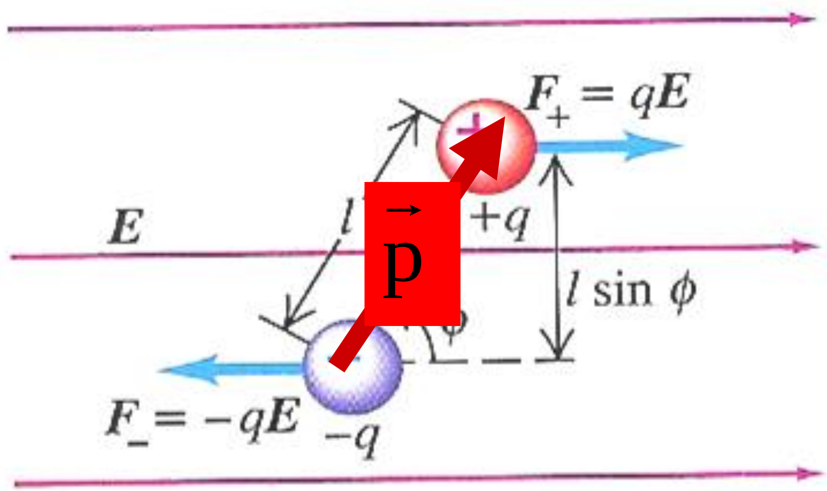
Η ροπή τείνει μειώσει τη γωνία φ, επομένως τ=-pEsinφ

$$dW = \tau d\varphi = -pE \sin \varphi d\varphi$$

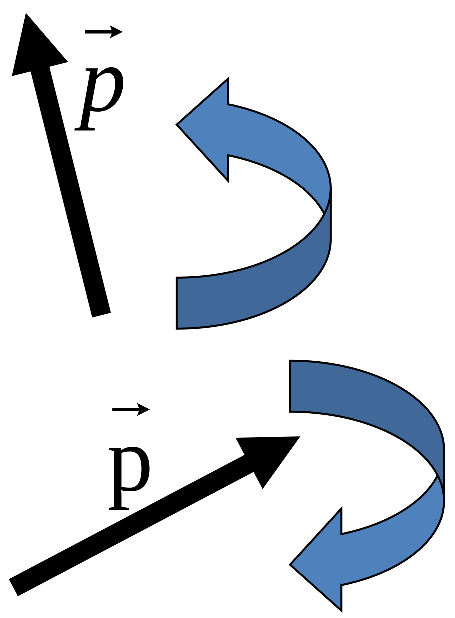
Για πεπερασμένη στροφή από φ_1 σε φ_2

$$W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} - pE \sin \varphi d\varphi = pE \cos \varphi_2 - pE \cos \varphi_1$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ-5



Το έργο είναι μεταβολή της δυναμικής ενέργειας W=U1-U2



Δαπανάται εξωτερικά όταν αυξάνει αυτή η ενέργεια

Εκτελείται από το πεδίο όταν μειώνεται η ενέργεια.

Επομένως είναι το αντίθετο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ-6

Επομένως ο κατάλληλος ορισμός της δυναμικής ενέργειας είναι

$$U(\varphi) = -pE\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

Η δυναμική ενέργεια :

είναι ελαχίστη στη θέση ευσταθούς ισορροπίας όταν φ=0

είναι μέγιστη στη θέση ασταθούς ισορροπίας όταν φ=π

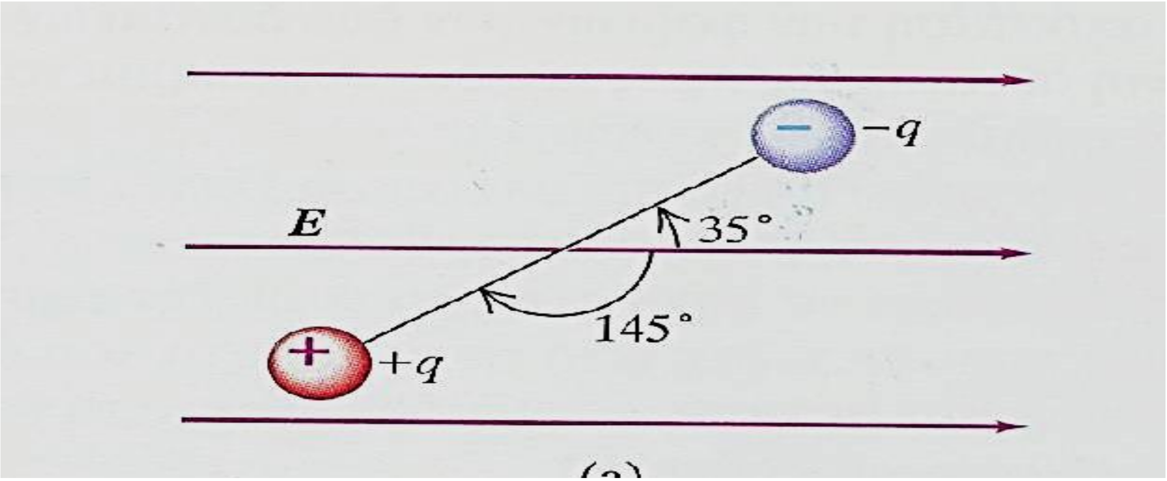
και είναι 0 όταν φ=π/2

ΕΛΑΧΙΣΤΗ σημαίνει όσο πιο αρνητική γίνεται

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-1

Έχουμε ηλεκτρικό δίπολο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με μέτρο 5×10^5 N/C όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα φορτία είναι $1{,}6 \times 10^{-19}$ C και βρίσκονται σε απόσταση $0{,}125 \times 10^{-9}$ m. Να βρεθούν:

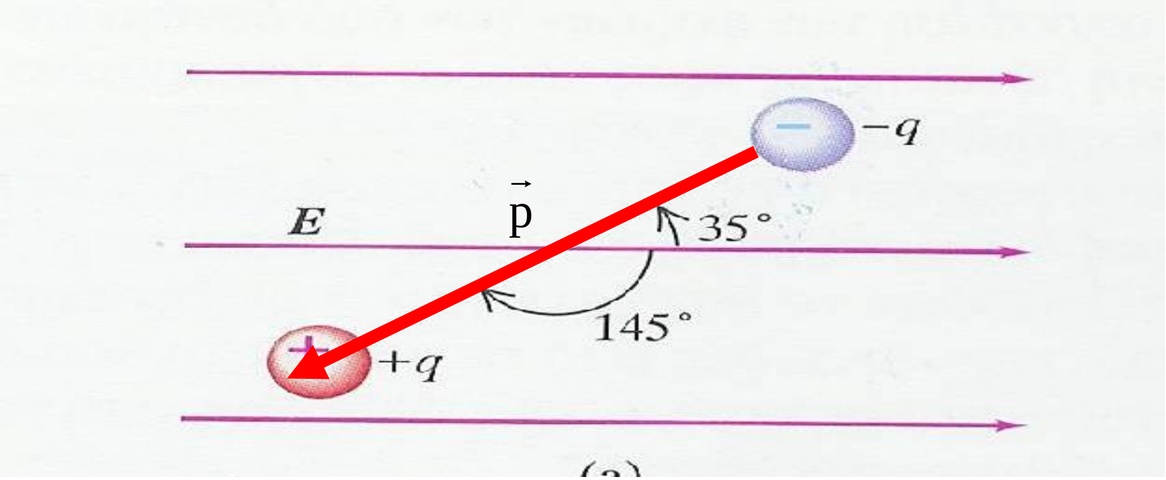
Α) Η συνολική δύναμη που εξασκείται από το πεδίο στο δίπολο.
Β) Το μέτρο και η κατεύθυνση της ηλεκτρικής διπολικής ροπής.
Γ) Το μέτρο και η κατεύθυνση της μηχανικής ροπής.
Δ) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος στη θέση αυτή.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-2

Α) Η συνολική δύναμη είναι μηδέν εφόσον ασκούνται δυο ίσες και αντίθετες δυνάμεις.

Β) Το διάνυσμα $\vec{p}$ κατευθύνεται από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο. Επομένως σχηματίζει γωνία 145^0 με το ηλεκτρικό πεδίο.

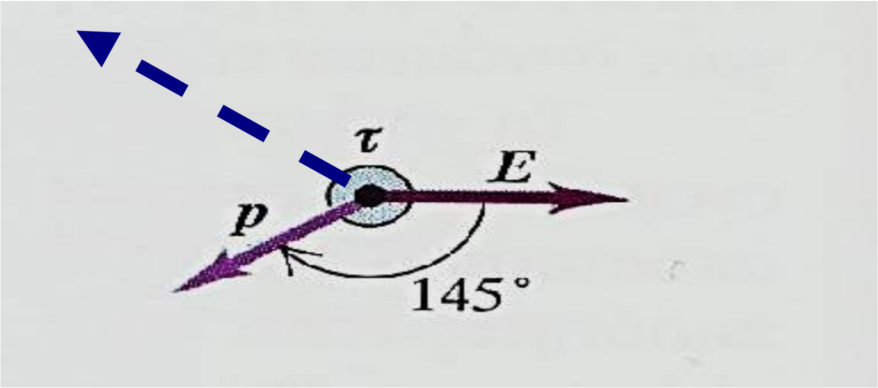


$$p = ql = (1,6 \times 10^{-19} \times 0,125 \times 10^{-9})Cm = 2 \times 10^{-29}\ Cm$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-3

Γ) $\tau = pE\sin\varphi = (2\times 10^{-29}\times 5\times 10^{5})(\sin(145^{0}))(Cm\times N/C) = 5{,}7\times 10^{-24}\,Nm$

Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι η μηχανική ροπή κατευθύνεται έξω από το επίπεδο της διαφάνειας.



Δ) $U = -pE\cos\varphi =$

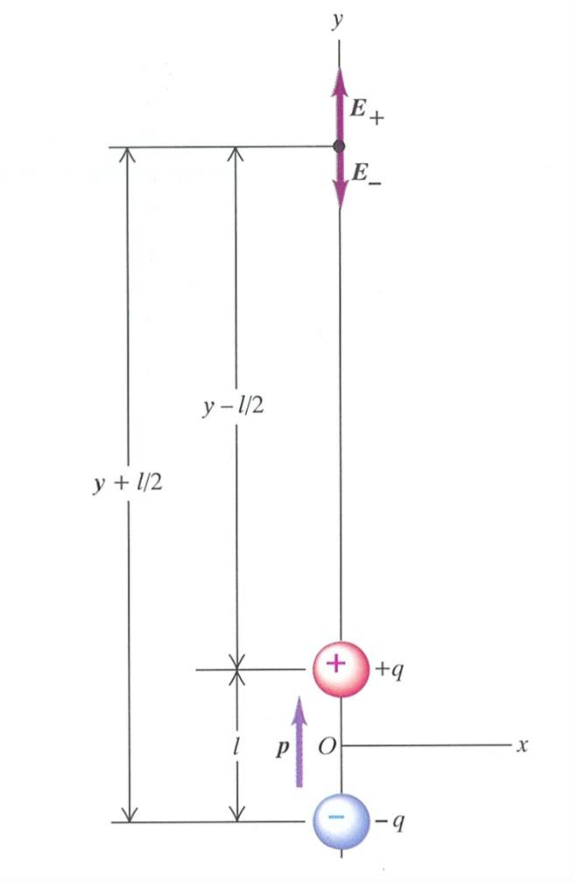
$= -(2\times 10^{-29}\times 5\times 10^{5})(\cos(145^{0}))(Cm\times N/C)$

$= 8{,}2\times 10^{-24}\,J$

$\cos(145^{0}) = -0{,}8192$

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ-1

Έχουμε ένα ηλεκτρικό δίπολο και υιοθετούμε σύστημα συντεταγμένων όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το μήκος του διπόλου είναι *l* να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο του άξονα y το οποίο απέχει πολύ μεγάλη απόσταση από το δίπολο (δηλαδή y είναι πολύ μεγαλύτερο από το *l*). Να χρησιμοποιηθεί το ανάπτυγμα του διωνύμου



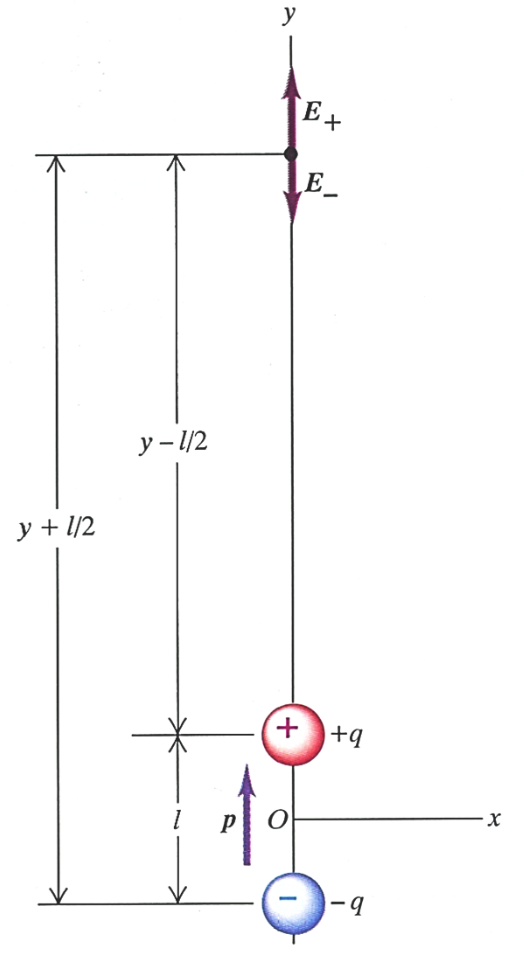
$$(1+x)^n \approx 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \ldots\ldots.., \qquad \text{όταν} \quad x \prec\prec 1$$

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ-2

Τα φορτία προκαλούν πεδία στο τυχαίο σημείο y κατά μήκος αυτού του άξονα εφόσον ο άξονας είναι και ακτινική διεύθυνση για τα δεδομένα του παραδείγματος.

$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(y-l/2)^2} - \frac{1}{(y+l/2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\left[(1-l/2y)^{-2} - (1+l/2y)^{-2}\right]$$



ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ-3

Επειδή η ποσότητα *l*/2y είναι πολύ μικρότερη της μονάδος εφόσον υπολογίζουμε το πεδίο πολύ μακριά από το δίπολο, εφαρμόζουμε το διωνυμικό τύπο για n=-2 και κρατάμε μόνο τους πρώτους όρους. Οι υπόλοιποι όροι είναι πολύ μικροί

$$(1 - l/2y)^{-2} \cong 1 + l/y$$

$$(1 + l/2y)^{-2} \cong 1 - l/y$$

$$\Downarrow$$

$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\left[(1 + l/y) - (1 - l/y)\right]$$

$$= \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 y^3} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 y^3}$$

ΠΕΔΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΔΙΠΟΛΟΥ-4

Για σημεία που δεν είναι στους άξονες, οι μαθηματικές εκφράσεις του πεδίου γίνονται περίπλοκες. Σε κάθε περίπτωση όμως το πεδίο μειώνεται αντίστροφα με την Τρίτη δύναμη της απόστασης.

$$E \propto \frac{1}{r^3}$$

Όταν έχουμε δύο δίπολα σε μικρή απόσταση μεταξύ τους (τετράπολο).

$$E \propto \frac{1}{r^4}$$

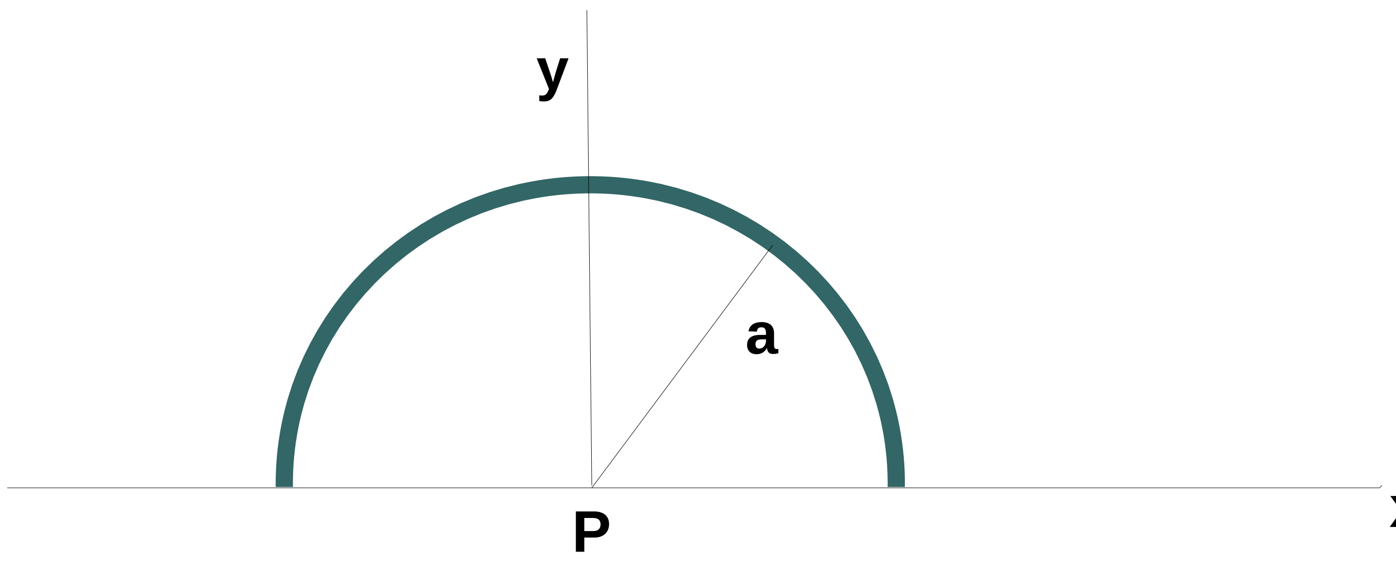
ΔΗΛΑΔΗ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΠΕΔΙΑ ΕΧΟΥΜΕ

Πολύ μακριά από την πηγή το πεδίο μειώνεται ως εξής

ΕΙΔΟΣ ΠΗΓΗΣ	ΜΕΙΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΟΝΤΑ
ΔΙΠΟΛΟ	$1/r^3$
ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΠΗΓΗ	$1/r^2$
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ	$1/r$
ΕΠΙΠΕΔΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΦΟΡΤΙΩΝ	Ανεξάρτητη από το r

ΑΣΚΗΣΗ 22-48

Θετικό φορτίο είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα πάνω σε ημικύκλιο με ακτίνα α. Ποίο είναι το ηλεκτρικό πεδίο στο κέντρο;



ΑΣΚΗΣΗ 22-43

Ηλεκτρόνιο βάλλεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με μέτρο 500 N/C και κατεύθυνση κατακόρυφα προς τα επάνω. Η αρχική ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι 4×10^6 m/s και το διάνυσμα της ταχύτητας σχηματίζει γωνία 30^0 με την οριζόντιο. Να βρεθούν:

Α) Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το ηλεκτρόνιο πάνω από το αρχικό του ύψος.

Β) Μετά από πόση οριζόντια μετατόπιση επιστρέφει στο αρχικό του ύψος. Επίσης να σχεδιαστεί η τροχιά του ηλεκτρονίου.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί αμελητέα.

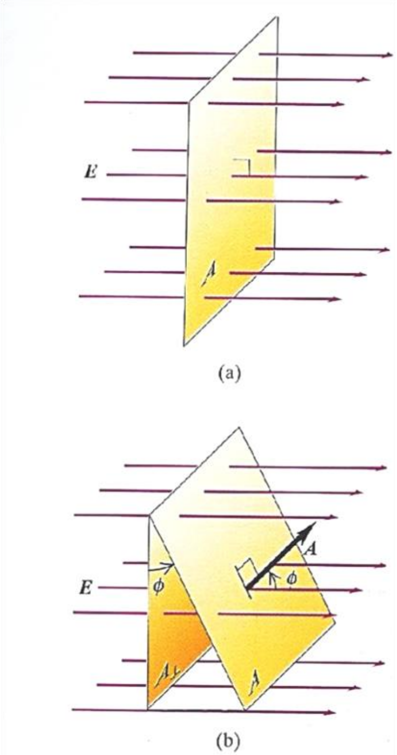
ΣΥΝΟΨΗ-1

- ✓ **Το ολικό φορτίο κλειστού συστήματος είναι σταθερό (αρχή διατήρησης του φορτίου).**
- ✓ **Οι αγωγοί επιτρέπουν την κίνηση φορτίου δια μέσου τους ενώ οι μονωτές όχι. Οι ημιαγωγοί έχουν ενδιάμεσες ιδιότητες.**
- ✓ **Οι ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις είναι κατά πολύ ισχυρότερες της βαρυτικής και σ' αυτές οφείλεται η δομή των ατόμων, των μορίων και των στερεών .**
- ✓ **Σημειακά φορτία αλληλεπιδρούν με το νόμο του Coulomb. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται υπακούουν στον τρίτο νόμο του Newton (δράση-αντίδραση).**

ΣΥΝΟΨΗ-2

- ✓ Στις ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις ισχύει ο νόμος της επαλληλίας.
- ✓ Το ηλεκτρικό πεδίο είναι δύναμη ανά μονάδα φορτίου.
- ✓ Ισχύει η αρχή της επαλληλίας για πεδία συνδυασμού πηγών.
- ✓ Σε κάθε σημείο του χώρου μια δυναμική γραμμή εφάπτεται του διανύσματος του πεδίου στο σημείο.
- ✓ Αν ηλεκτρικό δίπολο βρεθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο υφίσταται ροπή.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΗ-1



23–1 Μία επίπεδη επιφάνεια σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. (a) Η ηλεκτρική ροή δια μέσου της επιφάνειας είναι ίση προς EA. (b) Όταν το διάνυσμα της επιφάνειας σχηματίζει γωνία ϕ με το E, $A_\perp = A\cos\phi$. Η ροή είναι μηδέν όταν $\phi = 90°$.

Ηλεκτρική ροή δια μέσου της επιφάνειας εμβαδού Α, κάθετης σε ομογενές πεδίο Ε

$$\Phi_E = EA$$

Χονδρικά, μεγαλύτερη επιφάνεια σημαίνει ότι περισσότερες δυναμικές γραμμές διαπερνούν την επιφάνεια. Ισχυρότερο πεδίο σημαίνει πυκνότερες γραμμές και επομένως περισσότερες ανά μονάδα επιφανείας.

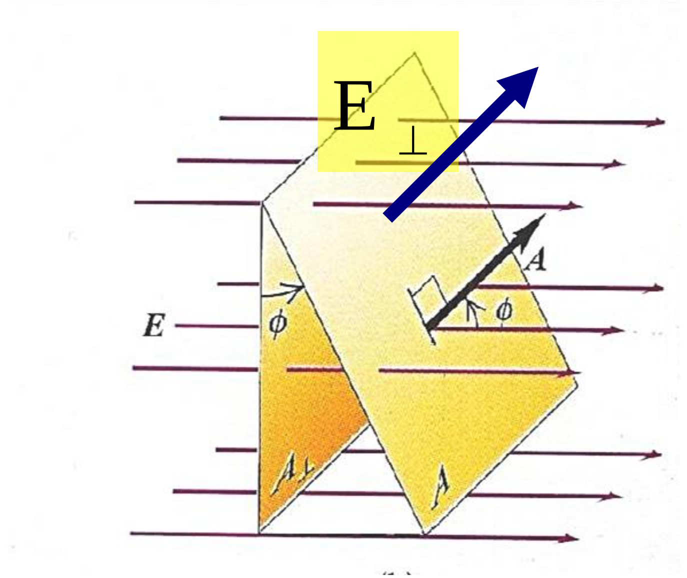
Θεωρούμε τη μικρή επιφάνεια Α επίπεδη αλλά μπορεί να μην είναι κάθετη στο πεδίο Ε. Τότε τη διαπερνούν λιγότερες γραμμές απ' ότι αν ήταν κάθετη. Στη περίπτωση αυτή έχει σημασία η προβολή της επιφάνειας Α σε επίπεδο κάθετο στο πεδίο.

$$\Phi_E = EA\cos\phi$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΗ-2

Εφόσον $E_{\perp}$ είναι η συνιστώσα του E η κάθετη στην επιφάνεια A :

$$\Phi_E = E_{\perp} A \Rightarrow \Phi_E = EA\cos\varphi$$



Χρησιμοποιώντας την έννοια του διανυσματικού εμβαδού

$$\Phi_E = \overline{\mathbf{E}} \cdot \overline{\mathbf{A}}$$

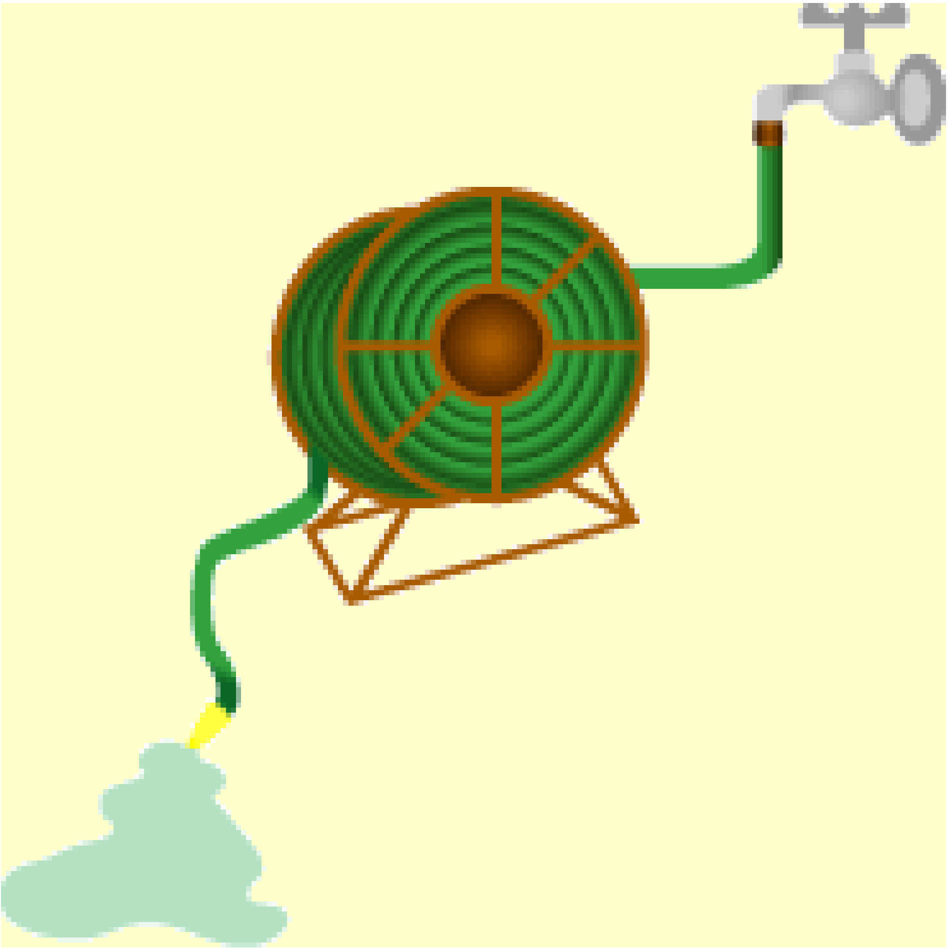
Μονάδα 1 Nm^2/C

Αν το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι ομογενές (δηλαδή μεταβάλλεται από θέση σε θέση πάνω στην επιφάνεια A) ή συμβαίνει η A να μην είναι επίπεδη αλλά τμήμα καμπύλης επιφάνειας.

ΤΟΤΕ ΧΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΕ ΠΟΛΛΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΜΒΑΔΑ dA ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΝΟΥΜΕ

$$\Phi_E = \int E\cos\varphi\, dA = \int E_{\perp} dA = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

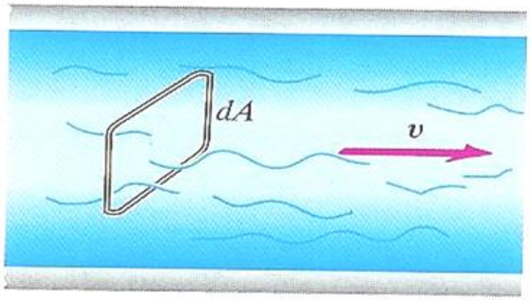
ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ (π.χ. Το νερό που ρέει μέσα σε ένα λάστιχο ποτίσματος)



Η παροχή νερού μέσα από ένα σωλήνα είναι πόσα κυβικά μέτρα περνούν ανά sec. Είναι δηλαδή dV/dt. Αυτή είναι ίση με τη διατομή του σωλήνα επί την ταχύτητα ροής.

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon A$$

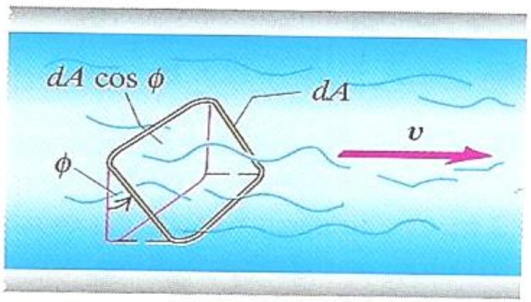
ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΜΕ ΡΟΗ ΡΕΥΣΤΟΥ ΔΙΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ



(a)

Όταν η επιφάνεια (εμβαδόν συρμάτινου πλαισίου) είναι κάθετη στην ταχύτητα ροής υ, η παροχή ρευστού είναι

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon dA$$



(b)

Όταν σχηματίζεται γωνία φ μεταξύ διανύσματος ταχύτητας και καθέτου στο πλαίσιο

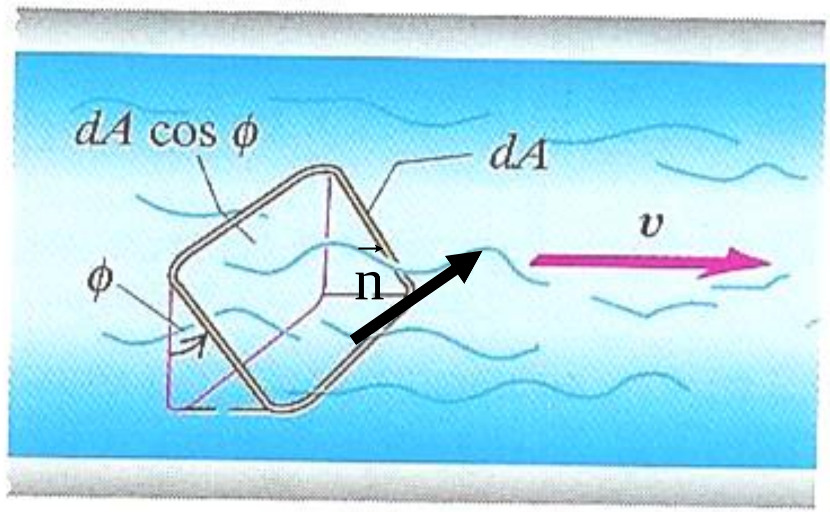
$$\frac{dV}{dt} = \upsilon\, dA\cos\varphi$$

Δηλαδή, σε διανυσματική μορφή, η παροχή δια μέσου επιφανείας A είναι

$$\boldsymbol{\upsilon} \cdot \mathbf{dA}$$

23–2 Η παροχή ρευστού δια μέσου του ορθογωνίου πλέγματος είναι $\upsilon\, dA \cos\phi$, ακριβώς όπως η ηλεκτρική ροή δια μέσου μιας επιφάνειας dA είναι $EdA\cos\phi$.

Διάνυσμα μοναδιαίο κάθετο στην επιφάνεια



Με χρήση του μοναδιαίου κάθετου στην επιφάνεια διανύσματος, το στοιχειώδες τμήμα επιφανείας μπορεί να γραφεί

$$\mathbf{dA} = \mathbf{n} \cdot \mathrm{dA}$$

Επειδή όμως κάθε επιφάνεια έχει δύο όψεις, ορίζουμε ως κατεύθυνση της επιφάνειας αυτή προς το ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ της

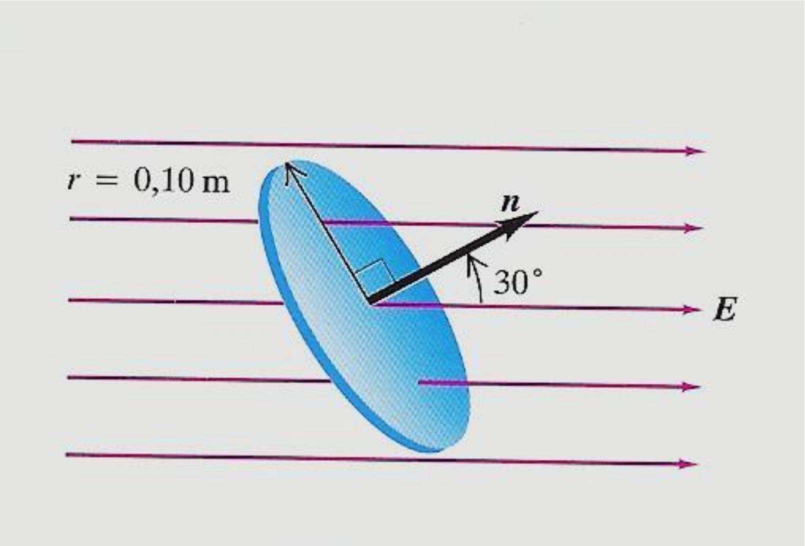
ΡΟΗ ΔΙΑ ΜΕΣΟΥ ΔΙΣΚΟΥ-1

Έστω δίσκος ακτίνας 0,10 m προσανατολίζεται έτσι ώστε το μοναδιαίο του διάνυσμα **n** να σχηματίζει γωνία 30^0 με ομογενές ηλεκτρικό **E** πεδίο μέτρου $2{,}0x10^3$ N/C

Α) Πόση είναι η ολική ηλεκτρική ροή δια μέσου του δίσκου;

Β) Πόση είναι η ολική ροή αν στραφεί έτσι ώστε το επίπεδό του να είναι παράλληλο προς το **E**;

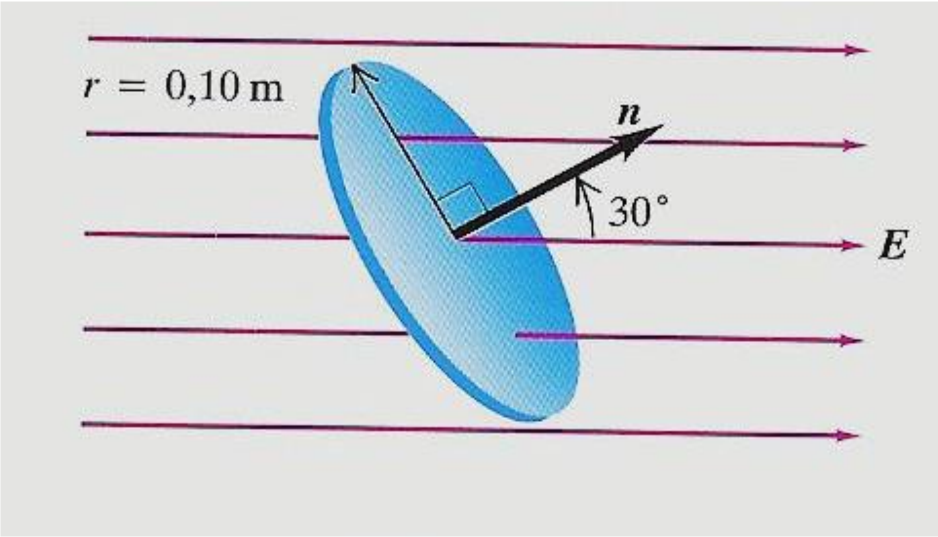
Γ) Πόση είναι η ολική ροή αν η κάθετη σε αυτόν είναι παράλληλη προς το **E**;



ΡΟΗ ΔΙΑ ΜΕΣΟΥ ΔΙΣΚΟΥ-2

Α) $\Phi_E = EA\cos\varphi = (2{,}0\times10^3\ N/C)(0.0314\ m^2)(\cos\varphi) = 54\ Nm^2/C$

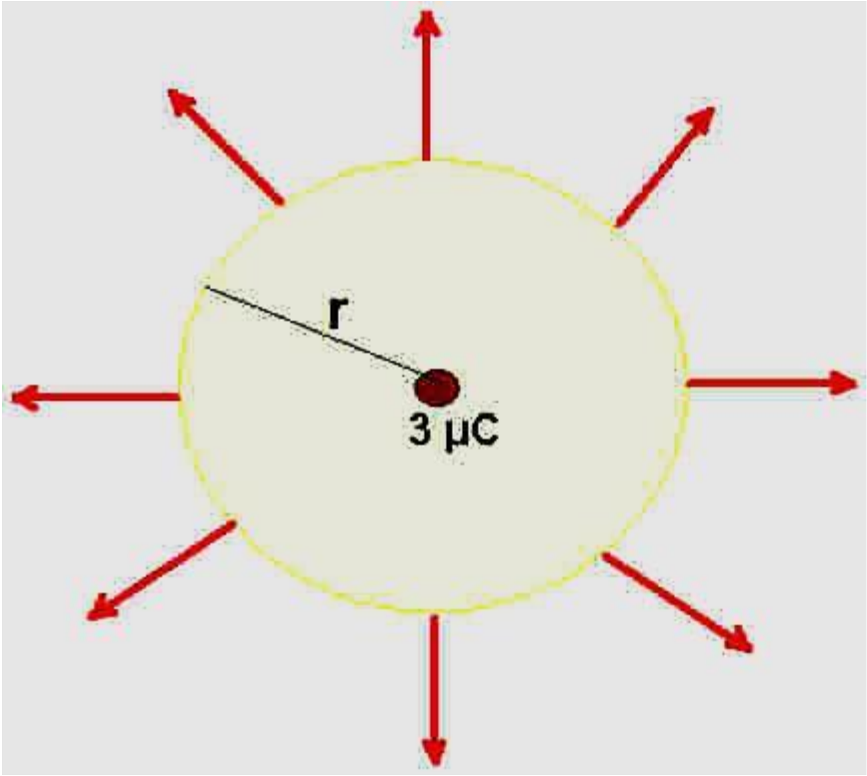
Β) $\varphi = 90^0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \Phi_E = 0$



Γ) $\Phi_E = EA\cos\varphi = (2{,}0\times10^3\ N/C)(0.0314\ m^2)(\cos 0) = 63\ Nm^2/C$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-1

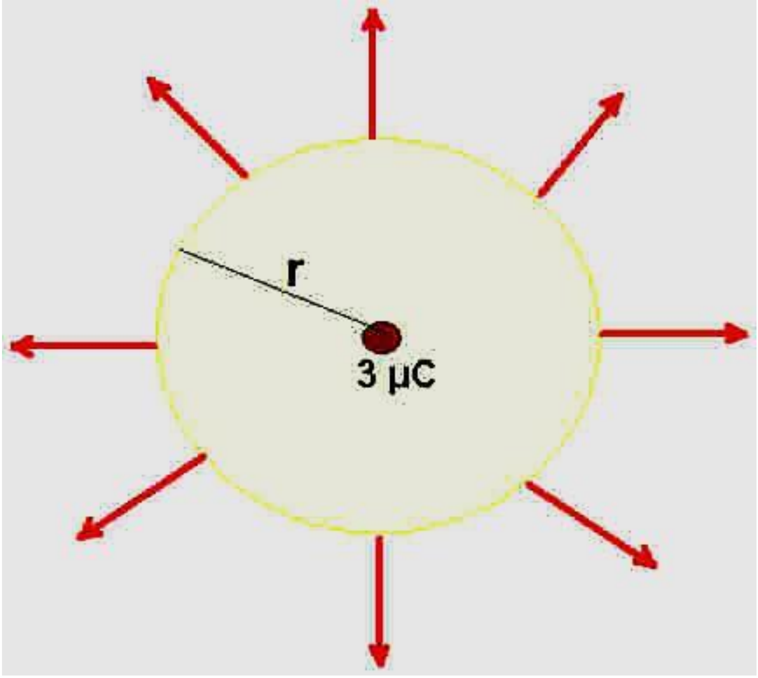
Έστω θετικό φορτίο 3,0 μC περιβάλλεται από σφαίρα ακτίνας 0,2 m της οποίας το κέντρο συμπίπτει με τη θέση του φορτίου. Να βρεθεί η ηλεκτρική ροή δια μέσου της σφαίρας που οφείλεται στο φορτίο.



ΛΥΣΗ-1

Το πεδίο σε απόσταση r είναι:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = (9{,}0 \times 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2})\frac{3{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{(0{,}2\mathrm{m})^2} = 6{,}75 \times 10^5\ \mathrm{N/C}$$



Το πεδίο είναι κάθετο στη σφαίρα σε κάθε σημείο της απόρροια της συμμετρίας της σφαίρας. Επομένως

$$\mathbf{E}_{\perp} = \mathbf{E}$$

ΛΥΣΗ-2

$$\Phi_E = \int E_\perp dA = E_\perp \int dA = EA = E\,4\pi r^2 = (6{,}75 \times 10^5\ \mathrm{N/C}) \times 4\pi \times (0{,}2\mathrm{m})^2$$

$$= 3{,}4 \times 10^5\ \mathrm{Nm^2/C}$$

Η ακτίνα της σφαίρας δεν παίζει κανένα ρόλο στον υπολογισμό μας γιατί

$$\Phi_E = EA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS

Η ολική ροή που διαπερνά μια κλειστή επιφάνεια είναι ανάλογη του ηλεκτρικού φορτίου που περιέχεται

Στο παράδειγμα της ροής δια μέσου σφαίρας αποδείξαμε ότι :

$$\Phi_E = E \cdot A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

ΔΗΛΑΔΗ Η ΡΟΗ ΔΕΝ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΚΤΙΝΑ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

Επομένως αν ως κλειστή επιφάνεια πάρουμε μια φανταστική σφαίρα, ο παραπάνω τύπος αποδεικνύει το θεώρημα του Gauss.

Johann Carl Friedrich Gauss

Γεννήθηκε : 30 Απριλίου, 1777 στο Brunswick (Γερμανία)

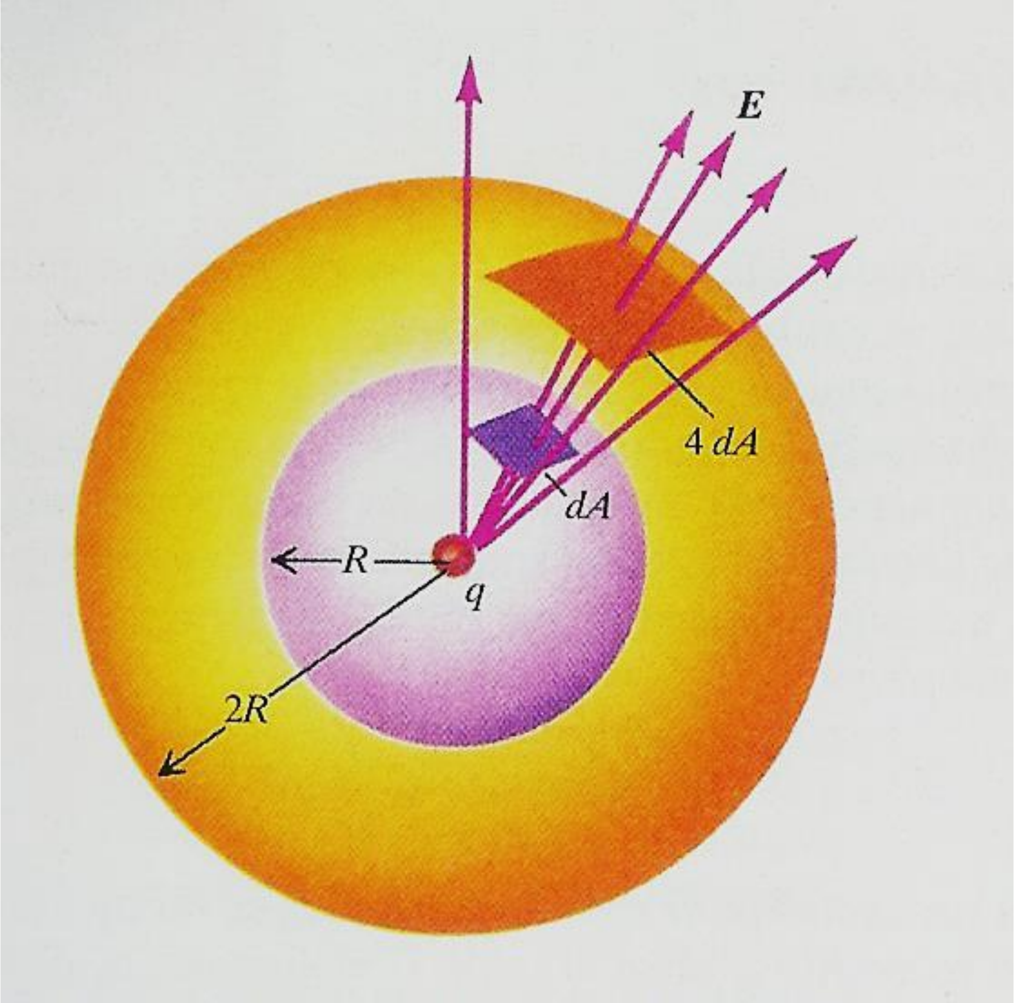
Απεβίωσε: 23 Φεβρουαρίου 1855 στο Göttingen, Hanover (Γερμανία)

ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-1

Αν θεωρήσουμε δύο ομόκεντρες σφαίρες με ακτίνες R και 2R, σύμφωνα με το νόμο του Coulomb το πεδίο στην επιφάνεια της εξωτερικής σφαίρας είναι ¼ αυτού στην επιφάνεια της εσωτερικής. Όμως το εμβαδόν της εξωτερικής (μεγάλης) σφαίρας θα είναι τετραπλάσιο του εμβαδού της εσωτερικής (μικρής). Έτσι ο συνολικός αριθμός των δυναμικών γραμμών που διαπερνούν τις δύο σφαίρες είναι ίσος.

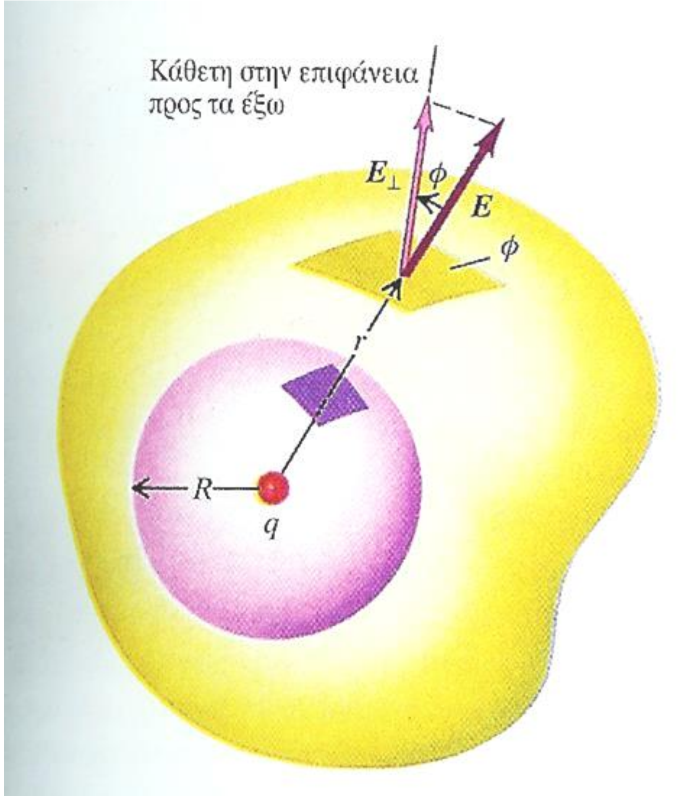
ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-2

Ότι ισχύει για όλη τη σφαίρα ισχύει και για τμήμα της επιφάνειάς της έστω dA. Η προβαλλόμενη επιφάνεια στη μεγάλη σφαίρα έχει εμβαδόν 4dA. Η ηλεκτρική ροή είναι ίδια και για τα δύο εμβαδά.



ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-3

Αντί της εξωτερικής σφαίρας που είχαμε προηγούμενα μπορούμε να θεωρήσουμε μια ακανόνιστη κλειστή επιφάνεια. Επίσης θεωρούμε στοιχειώδες τμήμα επιφανείας dA της ακανόνιστης επιφάνειας, το οποίο είναι προφανώς μεγαλύτερο από το εμβαδόν τμήματος σφαίρας στην ίδια απόσταση.

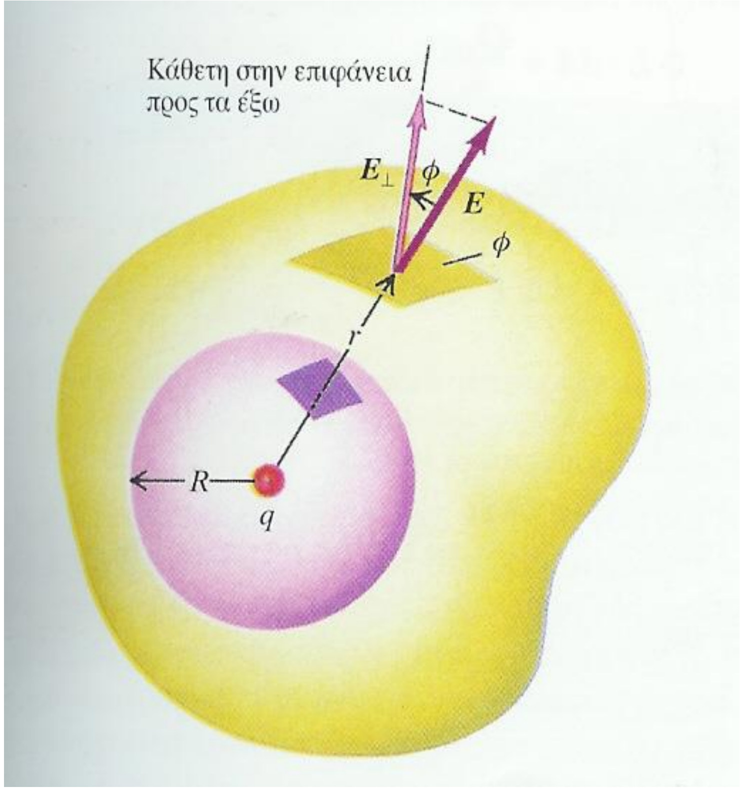


(a)

ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-4

Ε Η ροή μέσα από το στοιχείο της ακανόνιστης επιφάνειας είναι

$$\vec{E} \cdot d\vec{A} = E_{\perp} \times dA = E \cos \varphi \times dA$$



Ας δούμε τώρα τι είναι το

$$\cos \varphi \times dA$$

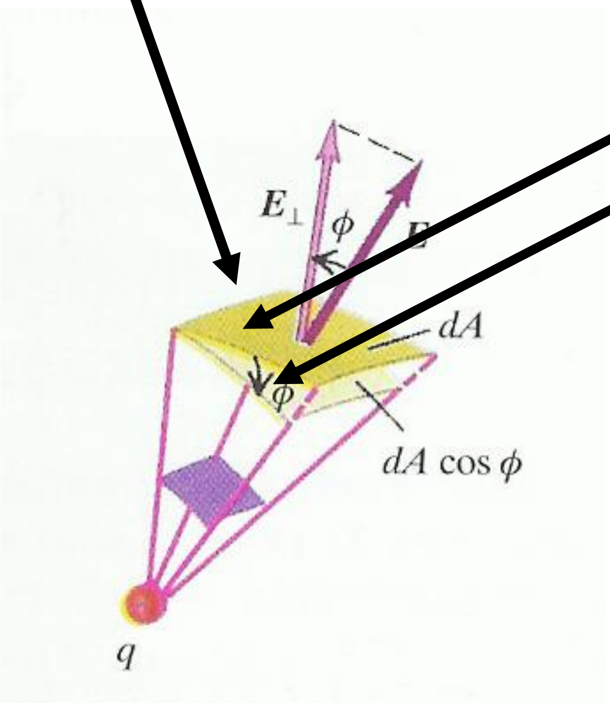
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-5

d

l

lcosφ



l x **d=dA**

l*cosφ** x **d=*l x **dcosφ=dAcosφ**

Άρα η προβολή της ακανόνιστης επιφάνειας dA (κίτρινη) στη σφαίρα (άσπρη επιφάνεια) είναι dAcosφ

Η ροή μέσα από το στοιχείο της ακανόνιστης επιφάνειας dA είναι EdAcosφ και αντιστοιχεί στη ροή μέσα από το σφαιρικό στοιχείο στο οποίο προβάλλεται το ακανόνιστο.

ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-6

Αυτό γίνεται επειδή κάθε ένα από τα στοιχειώδη εμβαδά της ακανόνιστης επιφάνειας προβάλλεται πάνω σε αντίστοιχο στοιχειώδες εμβαδόν, τμήμα σφαιρικής επιφάνειας.

Μπορούμε να διαιρέσουμε όλη την ακανόνιστη επιφάνεια σε στοιχειώδη εμβαδά, κάθε ένα από τα οποία έχει στοιχειώδη ροή $EdA\cos\varphi$ και να ολοκληρώσουμε.

ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-7

Η ολική ροή μέσα από την ακανόνιστη επιφάνεια είναι ίση με τη ροή δια μέσου της σφαίρας, δηλαδή q/ε_0

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

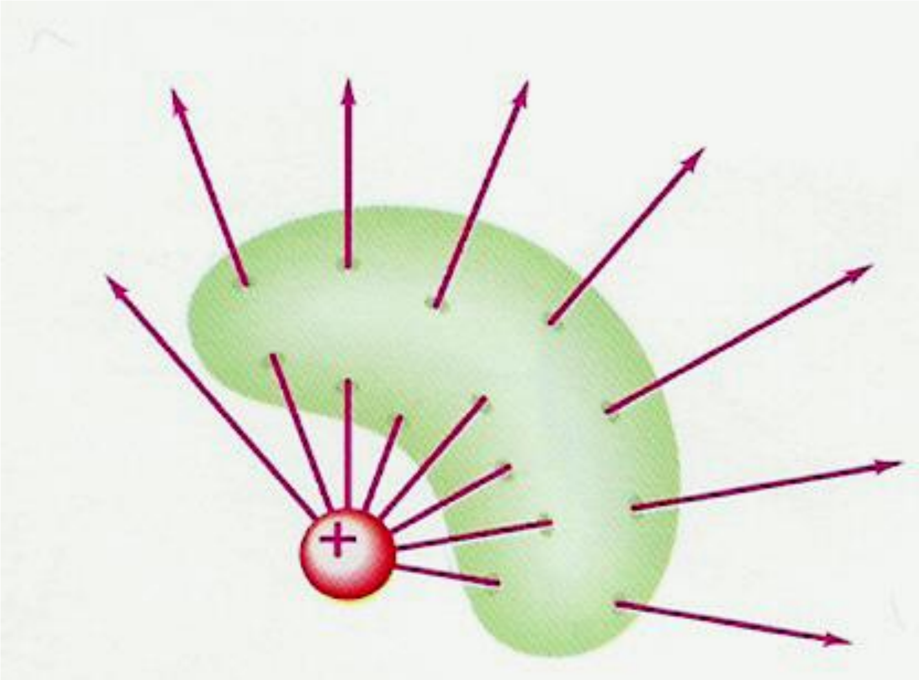
Η ολική ροή είναι θετική όταν το πεδίο κατευθύνεται προς το εξωτερικό της επιφάνειας και αρνητική όταν κατευθύνεται προς το εσωτερικό της .

Αν το Ε κατευθύνεται προς το εσωτερικό, τότε το cosφ είναι αρνητικό γιατί είναι μεγαλύτερο των 90^0, και το Φ_E γίνεται αρνητικό.

ΧΡΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS-8

Για μια κλειστή επιφάνεια που δεν περιέχει φορτία

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = 0$$



Δηλαδή όσες δυναμικές γραμμές εισέρχονται τόσες εξέρχονται .

ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ GAUSS

Αν η επιφάνεια περικλείει όχι ένα αλλά πολλά φορτία

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots\ldots}{\varepsilon_0}$$

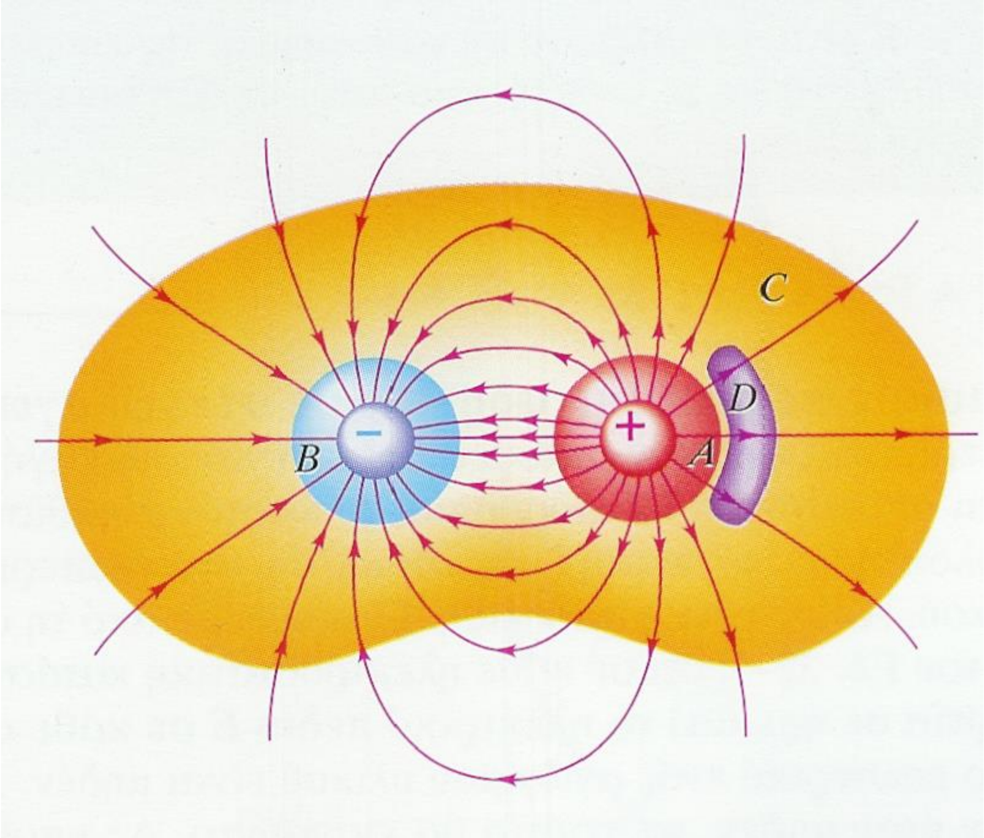
<u>**ΠΡΟΣΟΧΗ**</u>: ΤΑ ΦΟΡΤΙΑ ΕΞΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΕ ΣΥΝΕΙΣΦΕΡΟΥΝ ΣΤΗΝ ΟΛΙΚΗ ΡΟΗ.

Αν $Q_{encl}=0$ τότε και $\Phi_E=0$

ΑΠΟΔΕΙΞΑΜΕ ΤΟ ΝΟΜΟ ΤΟΥ GAUSS ΞΕΚΙΝΩΝΤΑΣ ΑΠΟ ΤΟ ΝΟΜΟ ΤΟΥ COULOMB. ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΘΑ ΑΠΟΔΕΙΞΟΥΜΕ ΚΑΙ ΤΟ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-2

Έστω ηλεκτρικό δίπολο όπως στο σχήμα. Να βρεθεί η ηλεκτρική ροή δια μέσου των επιφανειών A,B,C και D.



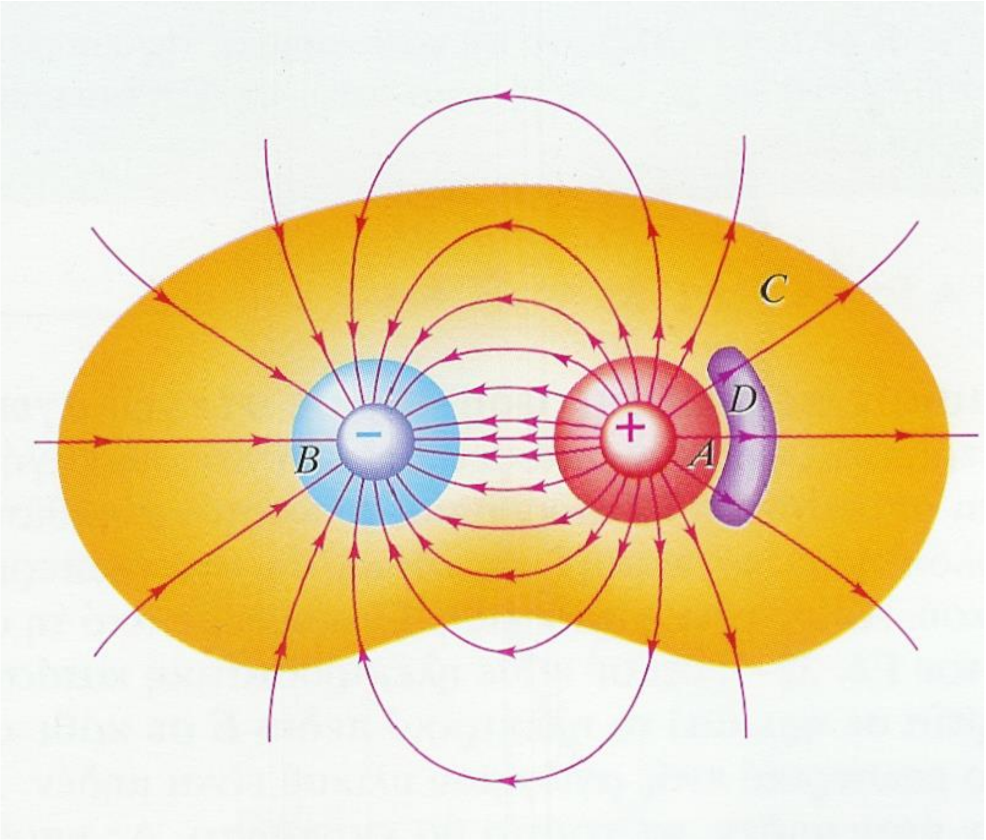
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-3

Για τη C: $\Phi_E = 0$

Για τη A: $\Phi_E \neq 0$

Για τη B: $\Phi_E \neq 0$

Για τη D: $\Phi_E = 0$



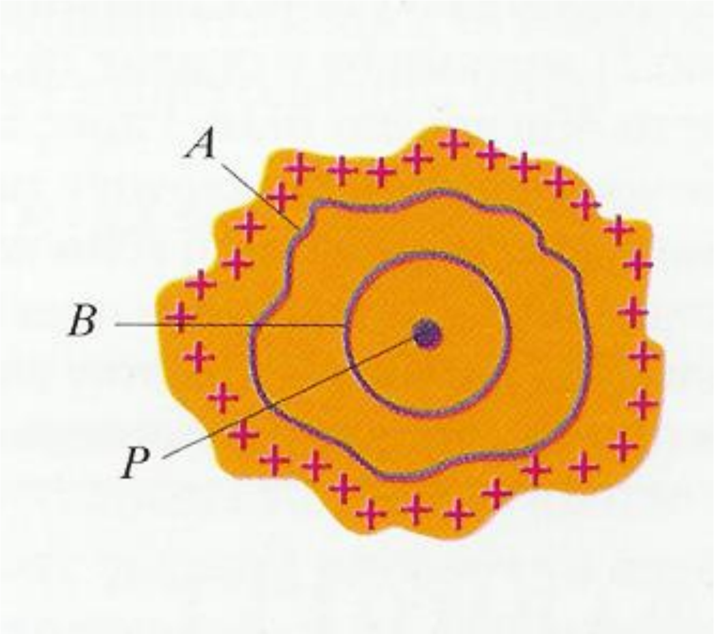
ΠΕΡΙΣΣΕΙΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΥΜΠΑΓΗ ΑΓΩΓΟ-1

Έστω ότι βάζουμε επιπλέον φορτίο σε συμπαγή αγωγό

Ξέρουμε όμως ότι στην ηλεκτροστατική (=φορτία σε ηρεμία) το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό αγώγιμου σώματος είναι ΜΗΔΕΝ.

Επομένως είναι μηδέν και πάνω σε οποιαδήποτε Γκαουσσιανή επιφάνεια μέσα στον αγωγό όπως η Α

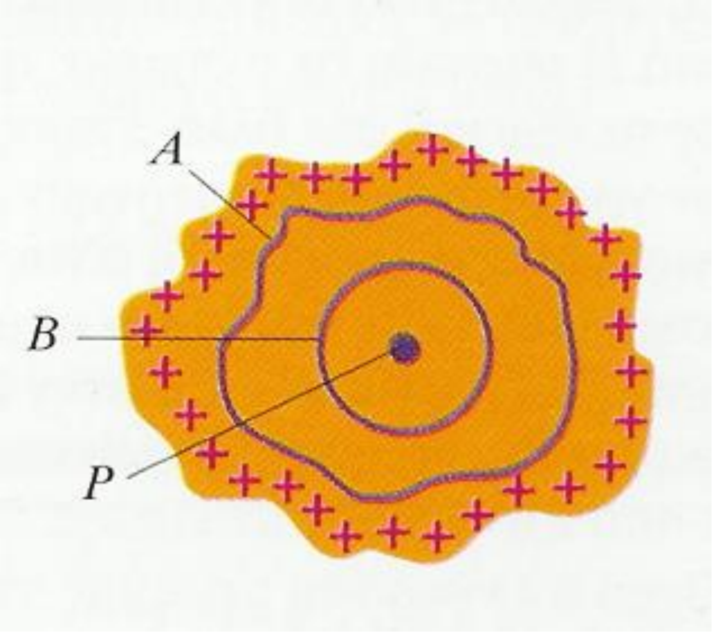
Βάσει του νόμου του Gauss δε μπορεί να υπάρχει φορτίο στο εσωτερικό της επιφάνειας αυτής



Όμως η επιφάνεια αυτή μπορεί να συρρικνωθεί στη Β και ακόμη περισσότερο στο σημείο Ρ

ΠΕΡΙΣΣΕΙΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΕ ΣΤΕΡΕΟ ΣΥΜΠΑΓΗ ΑΓΩΓΟ-2

Επομένως δεν υπάρχει φορτίο στο σημείο και επιπλέον αυτό το σημείο μπορεί να είναι οποιοδήποτε μέσα στον αγωγό.

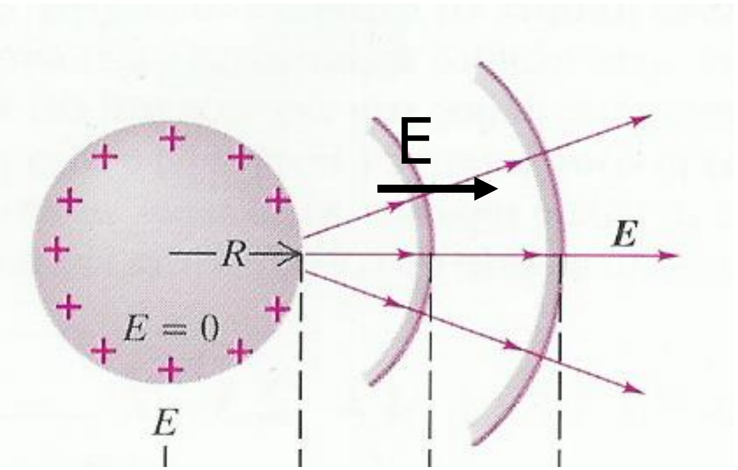


ΔΗΛΑΔΗ ΔΕ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΑΡΞΕΙ ΦΟΡΤΙΟ ΣΕ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΣΗΜΕΙΟ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ.

ΠΕΔΙΟ ΣΥΜΠΑΓΟΥΣ ΑΓΩΓΙΜΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ-1

Τοποθετούμε φορτίο σε συμπαγή αγώγιμη σφαίρα, αυτό θα κατανεμηθεί στην επιφάνειά της.

Το πεδίο είναι ακτινικό λόγω της συμμετρίας.



Θεωρούμε ως Γκαουσσιανή επιφάνεια μια σφαίρα ακτίνας r εξωτερικά του αγωγού ο οποίος έχει ακτίνα R

Το μέτρο του πεδίου (E) είναι ομογενές πάνω στη σφαίρα ακτίνας r και η διεύθυνσή του είναι κάθετη στην επιφάνειά της. Επομένως η ολοκλήρωση του νόμου του Gauss γίνεται

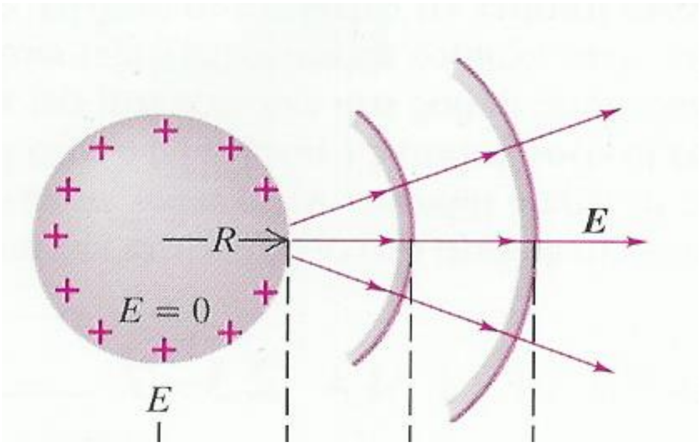
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = 4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

ΠΕΔΙΟ ΣΥΜΠΑΓΟΥΣ ΑΓΩΓΙΜΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ-2

Ακριβώς έξω από την αγώγιμη σφαίρα, όταν δηλαδή r=R, έχουμε

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

Στο εσωτερικό έχουμε E=0

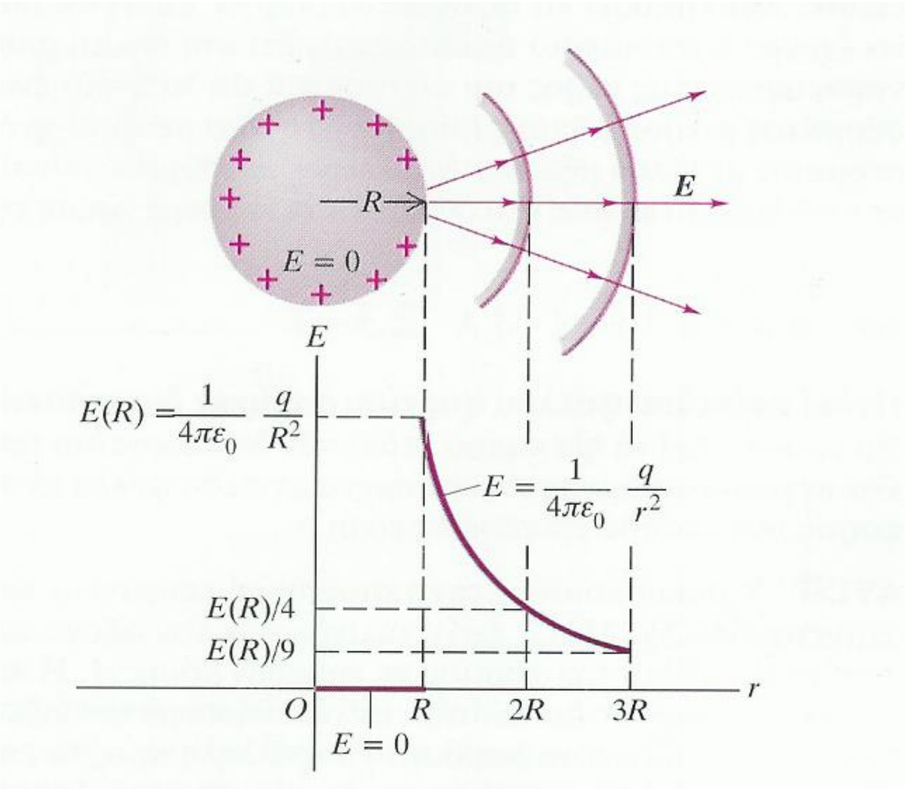


Στο όριο $R \to \infty$ Η σφαίρα φαίνεται σημειακό φορτίο

Καταλήξαμε στο νόμο του Coulomb από το νόμο του Gauss.
Προηγούμενα είχαμε κάνει το ανάποδο.

ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΟΙ ΔΥΟ ΝΟΜΟΙ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΙ

ΠΕΔΙΟ ΣΥΜΠΑΓΟΥΣ ΑΓΩΓΙΜΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ-3

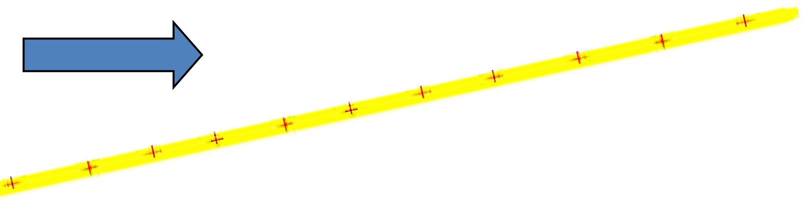


Υπό ηλεκτροστατικές συνθήκες το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό μιας συμπαγούς αγώγιμης σφαίρας είναι μηδέν. Έξω από τη σφαίρα, το ηλεκτρικό πεδίο εξασθενεί όπως το $1/r^2$, ως αν η περίσσεια φορτίου ήταν συγκεντρωμένη στο κέντρο.

ΠΕΔΙΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΑΠΕΙΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ-1

ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΟ ΣΕ ΣΥΡΜΑ

Το φορτίο ανά μονάδα μήκους είναι λ



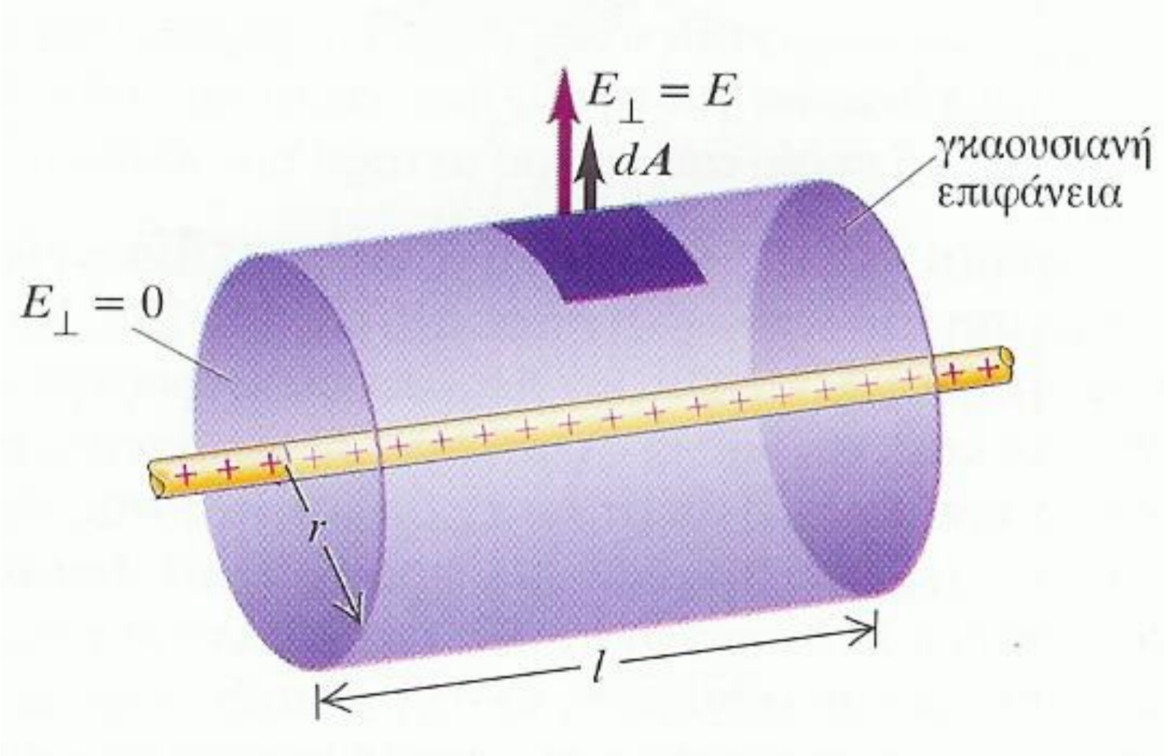
Πάλι το πεδίο είναι ακτινικό λόγω συμμετρίας. Τίποτε δεν αλλάζει με στροφή γύρω από τον άξονα (σύρμα) και επίσης τίποτε δεν αλλάζει για μετατόπιση κατά μήκος του άξονα.

Το πεδίο δεν μπορεί να έχει συνιστώσα παράλληλη στο σύρμα γιατί τότε κάτι θα διαφοροποιούσε το ένα άκρο από το άλλο.

Επίσης δεν μπορεί να έχει συνιστώσα εφαπτόμενη σε κύκλο με κέντρο το σύρμα γιατί τότε θα έπρεπε να εξηγηθεί γιατί έχει φορά κατά τη μία διεύθυνση και όχι κατά την άλλη.

ΠΕΔΙΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΑΠΕΙΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ-2

Θεωρούμε ως Γκαουσσιανή επιφάνεια ένα κύλινδρο με ακτίνα r, μήκος l και να έχει άξονα το σύρμα (βάσεις κάθετες στο σύρμα).

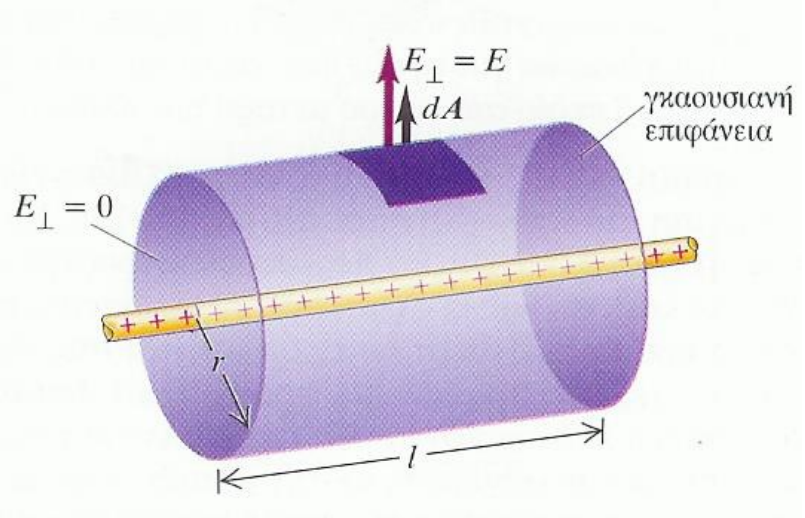


Το ολικό φορτίο μέσα στον κύλινδρο είναι $Q_{encl}=\lambda l$

ΠΕΔΙΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΑΠΕΙΡΟΥ ΜΗΚΟΥΣ-3

Το ολοκλήρωμα επί της επιφάνειας του κυλίνδρου αναλύεται σε δύο ολοκληρώματα επί των δύο δίσκων που είναι οι βάσεις συν ένα ακόμη για την παράπλευρη επιφάνεια.

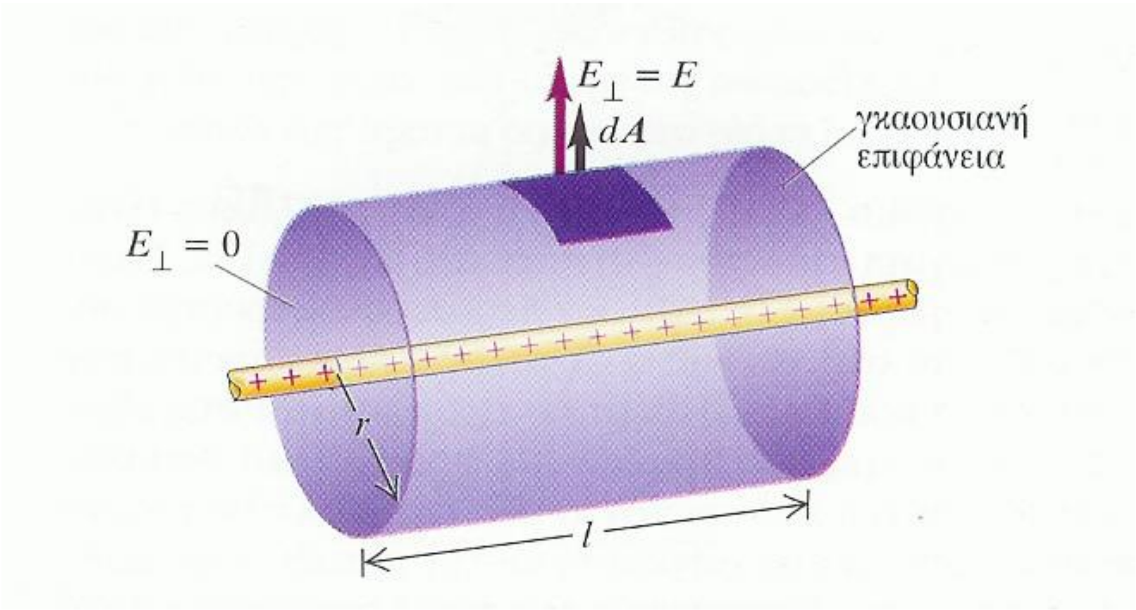
Στις βάσεις του κυλίνδρου τα E και dA είναι κάθετα μεταξύ τους, επομένως η ροή μέσα από τις βάσεις είναι ΜΗΔΕΝ.



Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι 2πrl

$$(E)(2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ-1



Όλο το φορτίο συμμετέχει στη διαμόρφωση του πεδίου αλλά εμείς κάνουμε υπολογισμούς μόνο για το τμήμα που είναι μέσα στη Γκαουσσιανή επιφάνεια. Λαμβάνουμε όμως υπόψη όλο το φορτίο όταν κάνουμε χρήση της συμμετρίας.

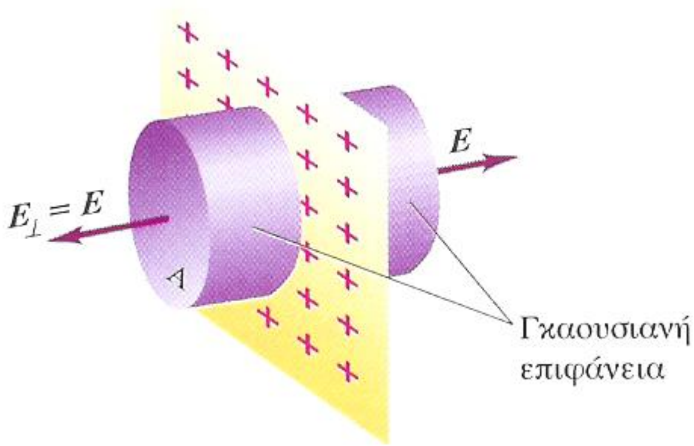
Αν το σύρμα είχε μικρό μήκος, τότε το πεδίο Ε δεν θα ήταν σταθερό για μετατόπιση κατά μήκος του άξονα (ολίσθηση).

ΠΕΔΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ-1

Το φορτίο ανά μονάδα επιφανείας είναι σ

Θεωρούμε ως Γκαουσσιανή επιφάνεια ένα κύλινδρο με εμβαδόν βάσης A με τον άξονά του κάθετα στο έλασμα.

Από τη συμμετρία συνάγεται ότι το πεδίο έχει το ίδιο μέτρο σε ίση απόσταση από τις πλευρές της επιφάνειας, διεύθυνση κάθετη στο έλασμα και φορά προς τα έξω (εφόσον το φορτίο είναι θετικό).



ΠΕΔΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ-2

Το πεδίο είναι παράλληλο στην παράπλευρη επιφάνεια

ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΡΟΗ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΥΤΗ

Στις βάσεις το πεδίο είναι κάθετο με ίσο μέτρο και η και υπάρχει μόνο η κάθετη συνιστώσα του, δηλαδή $\mathbf{E}_{\perp} = \mathbf{E}$

Η ολική ροή μέσα από τις βάσεις είναι Φ=2ΕΑ, εφόσον τα ολοκληρώματα απλοποιούνται

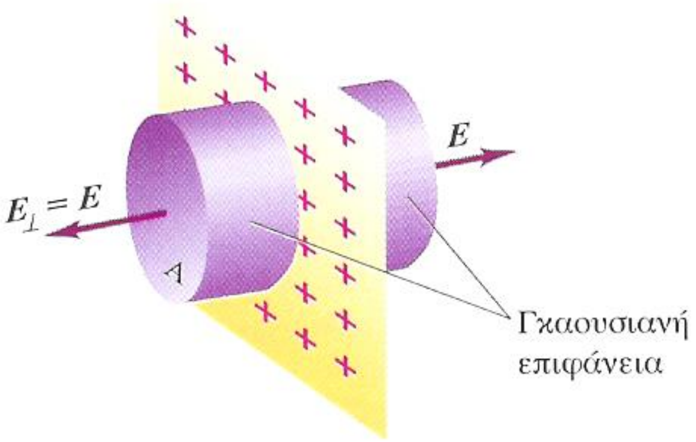
$$2\mathrm{EA} = \frac{\sigma \mathrm{A}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \mathrm{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

ΠΕΔΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ ΑΠΕΙΡΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ-3

ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΕΙΝΑΙ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟ!!!

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



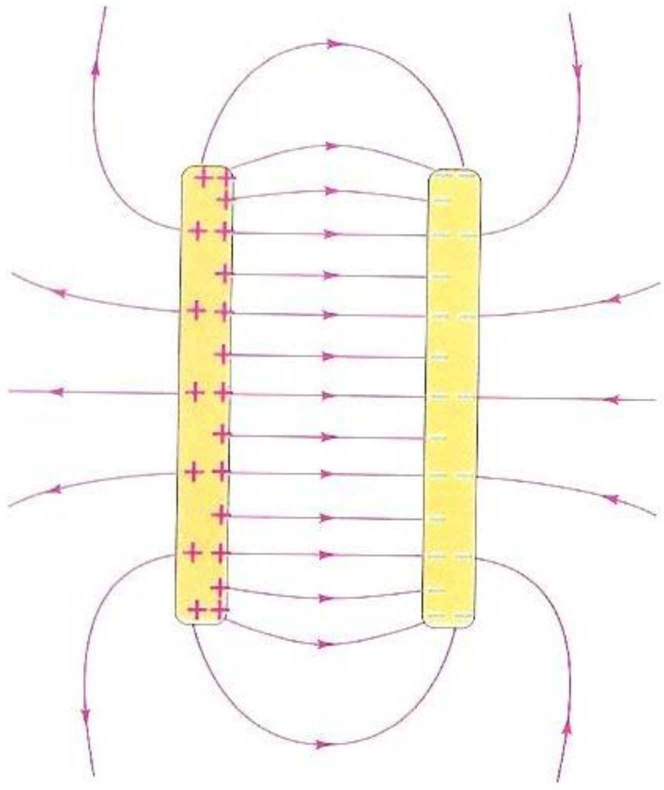
Το πεδίο είναι ανεξάρτητο από την απόσταση από το έλασμα, έχει δηλαδή το ίδιο μέτρο παντού και επομένως είναι ομογενές.

Οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες και ομοιόμορφα κατανεμημένες.

ΠΕΔΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΓΩΓΙΜΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΑ-1

Το φορτίο ανά μονάδα επιφανείας είναι σ και –σ

Τα φορτία κατανέμονται στις επιφάνειες των πλακών, έτσι ώστε να είναι περισσότερα στις εσωτερικές γιατί έλκονται μεταξύ τους. Το πεδίο επίσης θα έχει τη θυσανωτή μορφή που φαίνεται στο σχήμα και εάν οι πλάκες έχουν πολύ μεγαλύτερες διαστάσεις από τη μεταξύ τους απόσταση, η διάχυση του πεδίου θα είναι αμελητέα στο χώρο εκτός των πλακών.



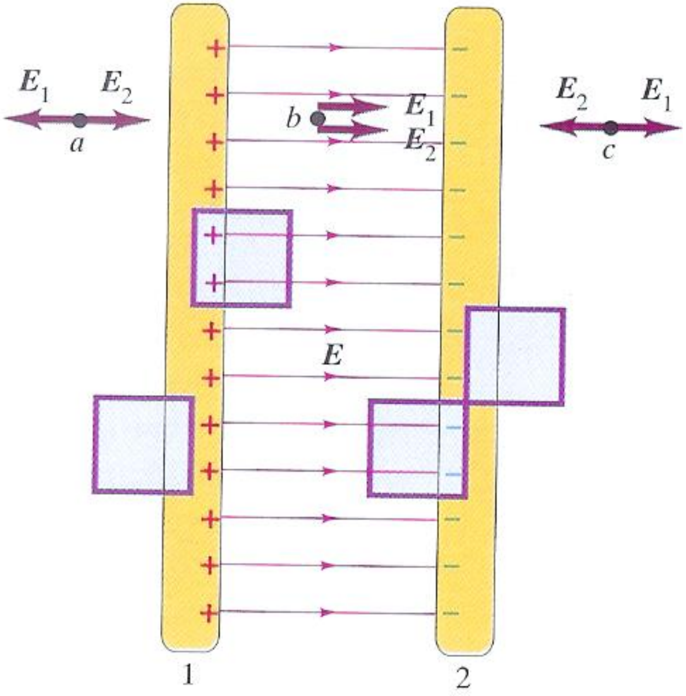
ΠΕΔΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΓΩΓΙΜΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΑ-2

Το πεδίο οπουδήποτε εκτός των πλακών (π.χ. Στα σημεία a και c), το οφειλόμενο σε μια μόνο πλάκα θα είναι :

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

και θα έχει πρόσημο ίδιο με το φορτίο της συγκεκριμένης πλάκας απ' όπου προέρχεται.

Επομένως το συνολικό πεδίο θα είναι μηδέν οπουδήποτε εξωτερικά των πλακών (σημεία a και c) εφόσον πρόκειται για πρόσθεση δύο συγγραμμικών, ίσου μέτρου αλλά αντιθέτου φοράς διανυσμάτων.



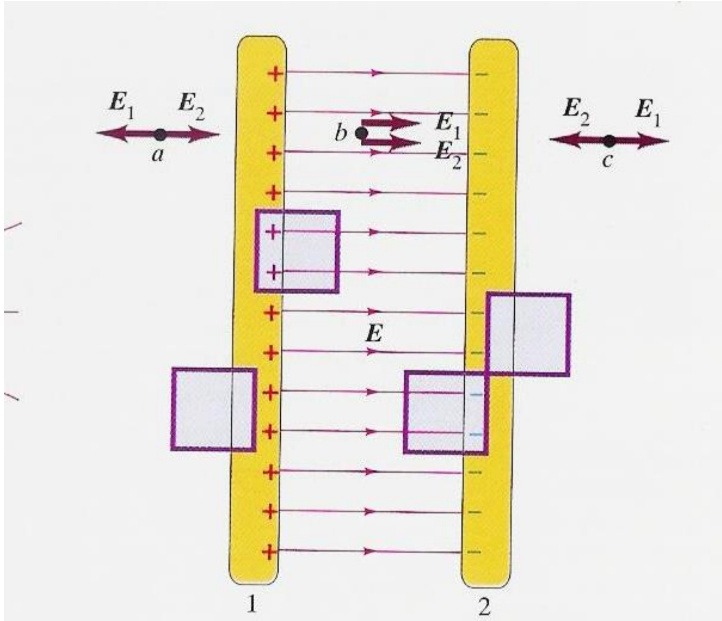
ΠΕΔΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΑΓΩΓΙΜΩΝ ΠΛΑΚΩΝ ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΦΟΡΤΙΑ-3

Στο εσωτερικό κάθε πλάκας (δηλαδή στο υλικό) το πεδίο θα είναι πάλι μηδέν σύμφωνα με τις αρχές της ηλεκτροστατικής.

Στο μεταξύ τους χώρο, βάσει της αρχής της επαλληλίας, σε κάθε σημείο έχουμε την πρόσθεση δύο πεδίων, τα οποία όμως έχουν την ίδια διεύθυνση, φορά και μέτρο.

Επομένως, σε οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο στο μεταξύ των πλακών χώρο το πεδίο θα είναι:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

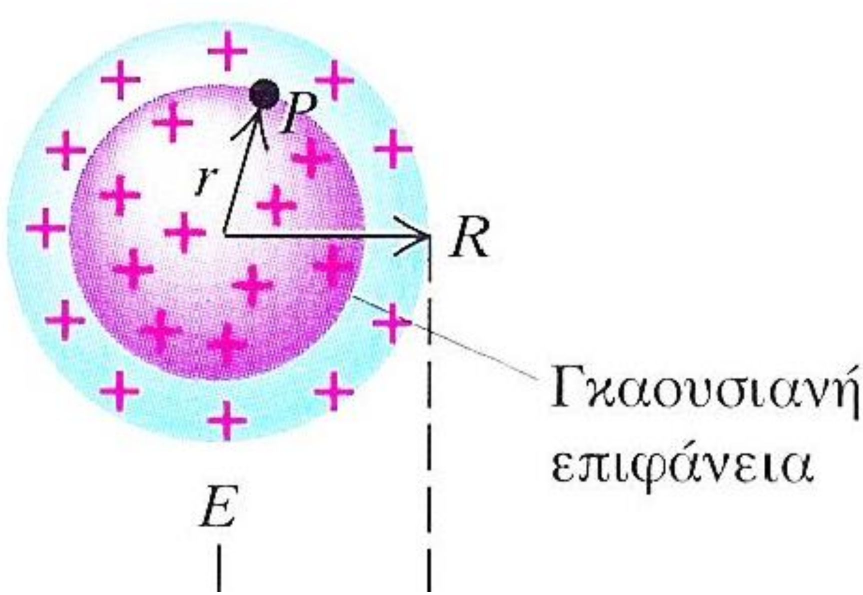


ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ-1

Υποθέτουμε ότι ηλεκτρικό φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σ’ όλο τον όγκο μονωτικής σφαίρας ακτίνας R. Αν το ολικό φορτίο είναι Q να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P εντός της σφαίρας, το οποίο είναι σε απόσταση r από το κέντρο της.

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ-2

Επιλέγουμε τη Γκαουσσιανή επιφάνεια να είναι σφαίρα ομόκεντρη του μονωτή με ακτίνα r μικρότερη της ακτίνας του μονωτή R και διερχόμενη από το σημείο P.



ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΦΟΡΤΙΟΥ

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ-3

Ο όγκος που περικλείεται από τη Γκαουσσιανή επιφάνεια είναι V’=4/3πr^{3}.

$$Q_{encl} = \rho V' = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3 = Q\frac{r^3}{R^3}$$

Το πεδίο είναι το ίδιο σε κάθε σημείο της Γκαουσσιανής επιφάνειας εφόσον έχουμε ομοιόμορφη κατανομή φορτίου, πράγμα που επιβάλλει συμμετρία.

$$\Phi_E = \int \mathbf{E}\cdot\mathbf{A} = EA = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3} \Rightarrow$$

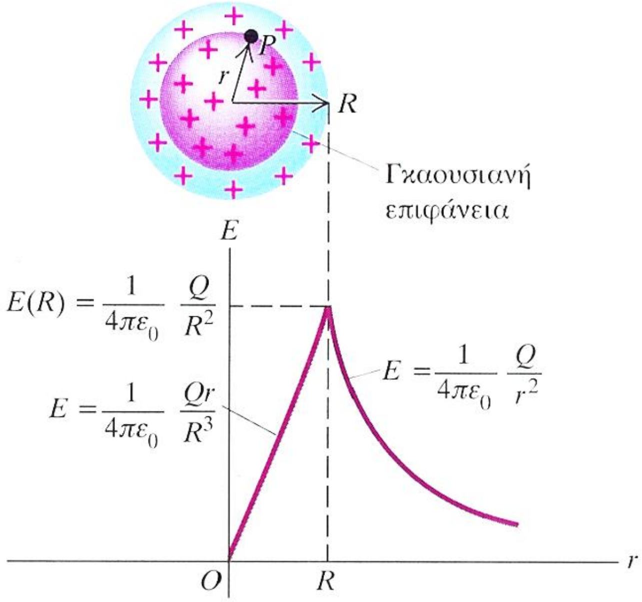
$$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗ ΜΟΝΩΤΙΚΗ ΣΦΑΙΡΑ-4

Στην επιφάνεια του μονωτή έχουμε:

$$E = \frac{QR}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

ΔΗΛΑΔΗ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ (ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΚΑΙ ΟΠΟΥΔΗΠΟΤΕ ΕΞΩ ΑΠΟ ΑΥΤΗ) ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΕΧΕΙ ΙΔΙΟ ΜΕΤΡΟ ΣΑΝ ΝΑ ΗΤΑΝ ΟΛΟ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟ ΣΤΟ ΚΕΝΤΡΟ.

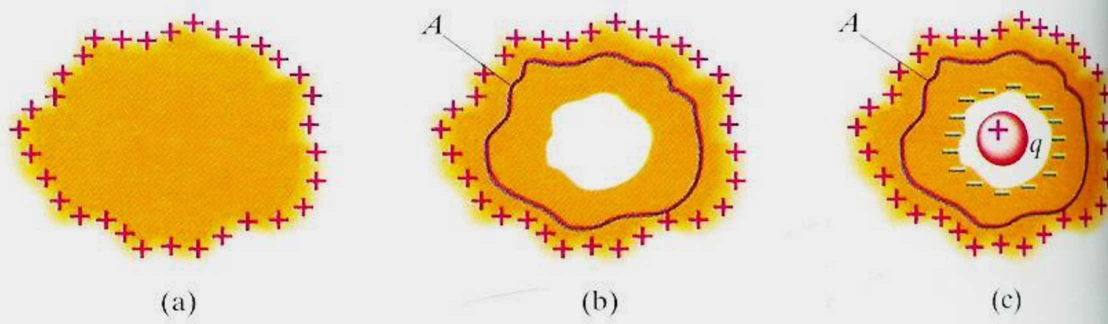


ΦΟΡΤΙΑ ΣΕ ΑΓΩΓΟΥΣ

- Στο εσωτερικό συμπαγούς αγωγού δε μπορεί να υπάρξει φορτίο ούτε πεδίο
- Σε επιφάνεια κοιλότητας κενής φορτίων επίσης δε μπορεί να υπάρξει πεδίο (αποδεικνύεται με χρήση του νόμου του Gauss).

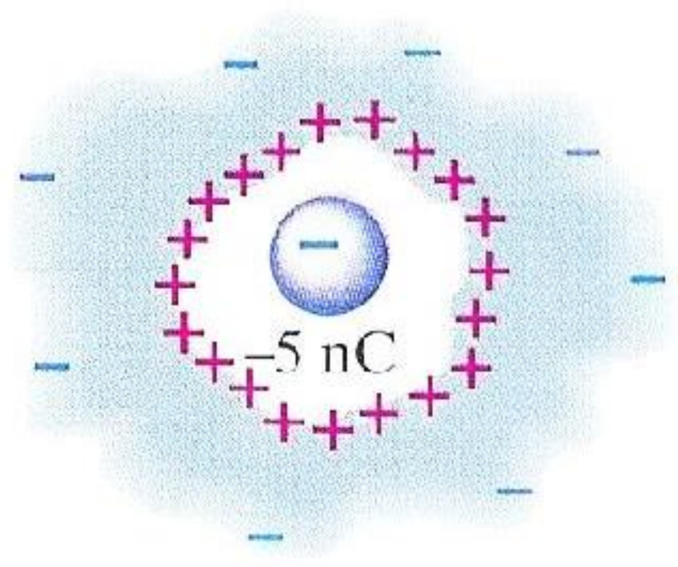
Εάν υπάρχει φορτίο μέσα στην κοιλότητα αλλά όχι σε επαφή με τον αγωγό, τότε στην επιφάνεια της κοιλότητας εμφανίζεται ίσο φορτίο με αυτό που είναι μέσα. Έτσι, το συνολικό φορτίο που περικλείει η επιφάνεια A του σχήματος είναι 0.

23–15 (a) Το φορτίο σε συμπαγή αγωγό εντοπίζεται εξ ολοκλήρου στην εξωτερική του επιφάνεια. (b) Αν δεν υπάρχει φορτίο στο εσωτερικό της κοιλότητας του αγωγού, το ολικό φορτίο στην επιφάνεια της κοιλότητας είναι μηδέν. (c) Αν υπάρχει φορτίο q στο εσωτερικό της κοιλότητας, το ολικό φορτίο στην επιφάνεια της κοιλότητας είναι q.



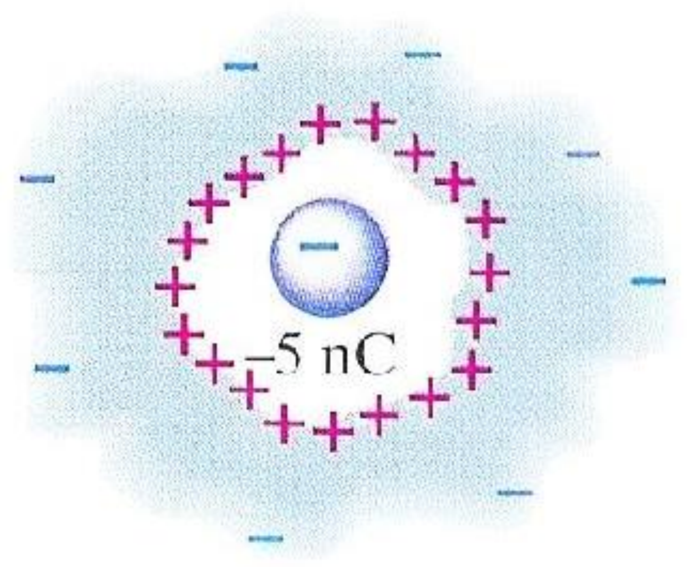
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-4

Το σχήμα δείχνει τη διατομή αγωγού , ο οποίος έχει συνολικό φορτίο 7nC. Στην κοιλότητα υπάρχει φορτίο -5nC, μονωμένο από τον αγωγό. Πόσο είναι το φορτίο σε κάθε επιφάνεια, εσωτερική και εξωτερική του αγωγού.

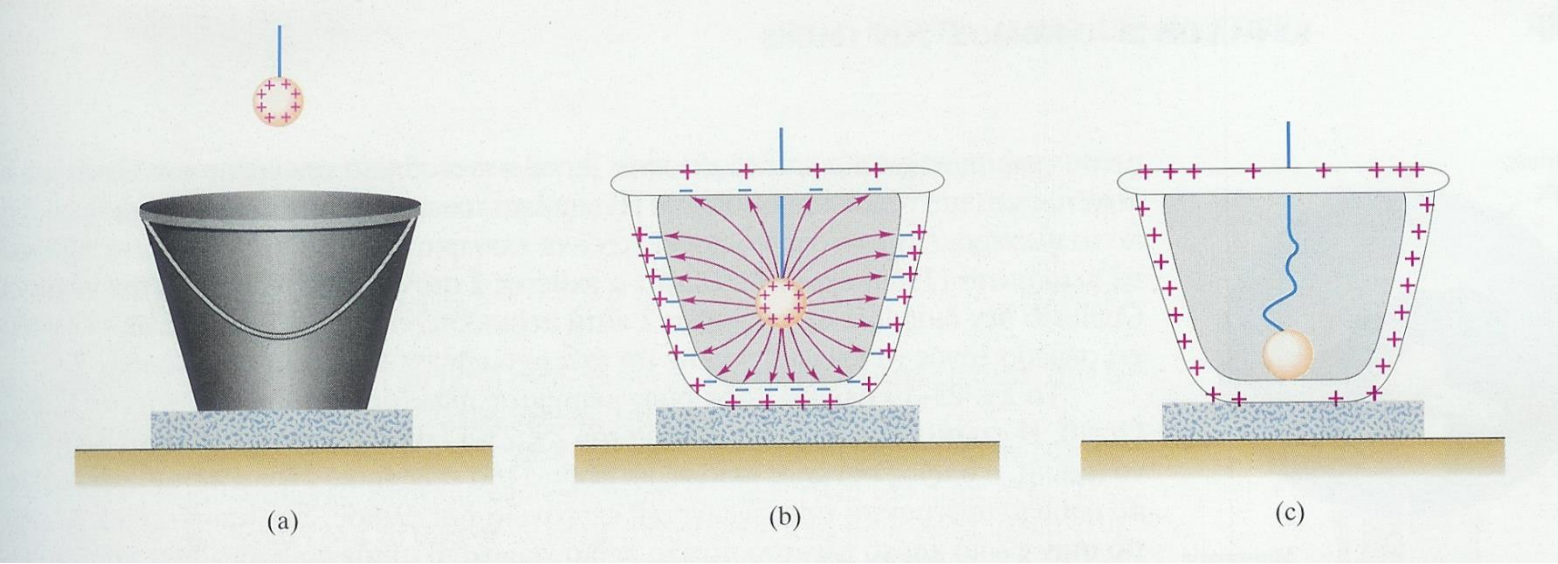


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ-5

Στην επιφάνεια της κοιλότητας το φορτίο πρέπει να είναι +5 nC για να ισχύει ο νόμος του Gauss μέσα στον αγωγό. Εφόσον ο αγωγός έχει συνολικό φορτίο 7 nC, τότε η εξωτερική επιφάνεια πρέπει να έχει φορτίο +2 nC (5 Nc + 2 nC = 7 nC)



ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ FARADAY ΜΕ ΤΟΝ ΚΑΔΟ ΤΟΥ ΠΑΓΟΥ

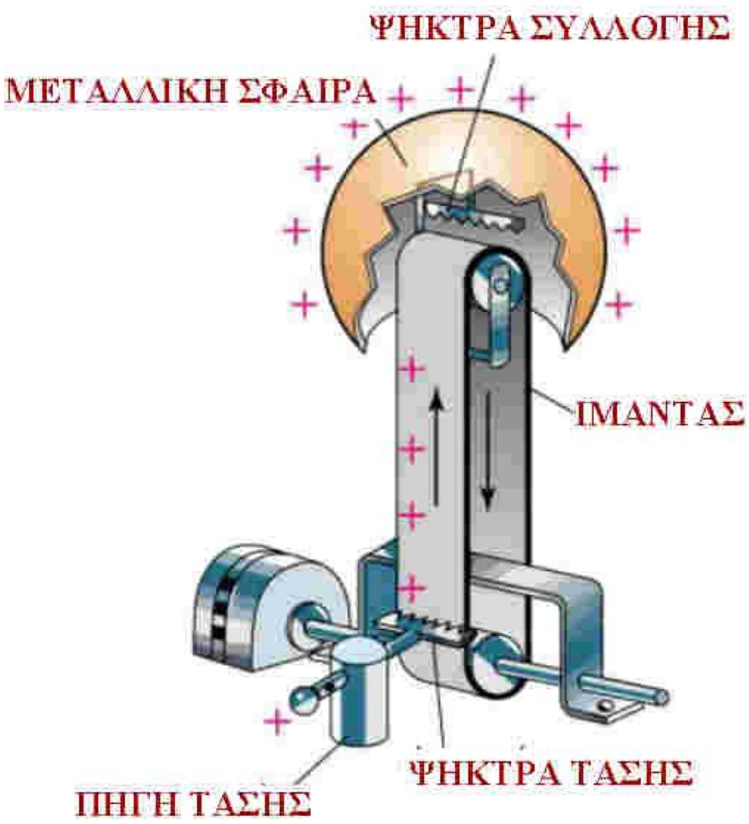


(a) Μία φορτισμένη αγώγιμη σφαίρα αναρτάται με ένα μονωτικό νήμα έξω από ένα αγώγιμο δοχείο πάνω σε μονωτικό στήριγμα. **(b)** Η σφαίρα οδηγείται μέσα στο δοχείο και τοποθετείται το σκέπασμα του δοχείου. Φορτία επάγονται στα τοιχώματα του δοχείου. **(c)** Όταν η σφαίρα αγγίξει την εσωτερική επιφάνεια του δοχείου, ολόκληρο το φορτίο της μεταφέρεται στο δοχείο και εμφανίζεται στην εξωτερική επιφάνεια του δοχείού.

MICHAEL FARADAY

Γεννήθηκε : 22 Σεπτεμβρίου, 1777 στο Newington, Surrey (Αγγλία)
Απεβίωσε: 25 Αυγούστου 1867 στο Λονδίνο

ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ VAN DE GRAAF-1

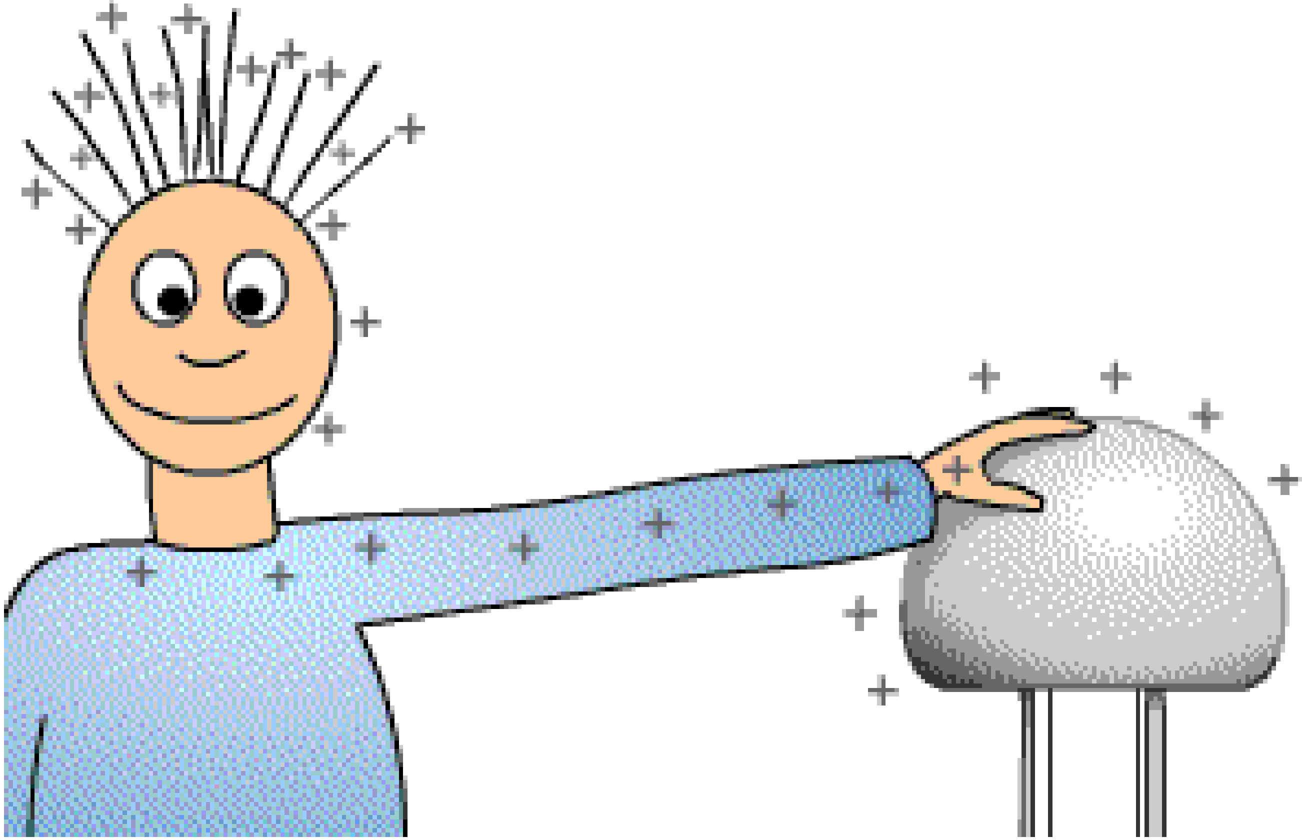


Το φορτίο στο σφαιρικό φλοιό παίρνει πολύ γρήγορα πολύ μεγάλη τιμή.

Το φορτίο συσσωρεύεται στο φλοιό (μεταλλική σφαίρα) και εσωτερικά του είναι πάντα μηδέν από το νόμο του Gauss.

Χρησιμοποιείται σε επιταχυντές σωματίων και πειραματικές επιδείξεις Φυσικής.

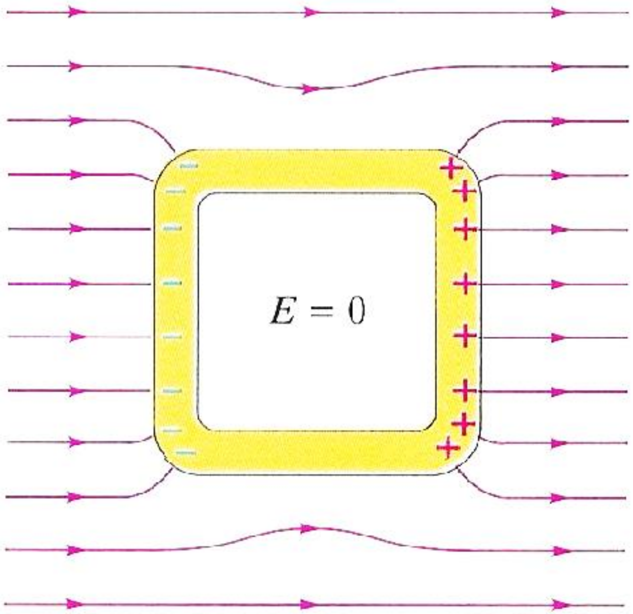
ΓΕΝΝΗΤΡΙΑ VAN DE GRAAF-2



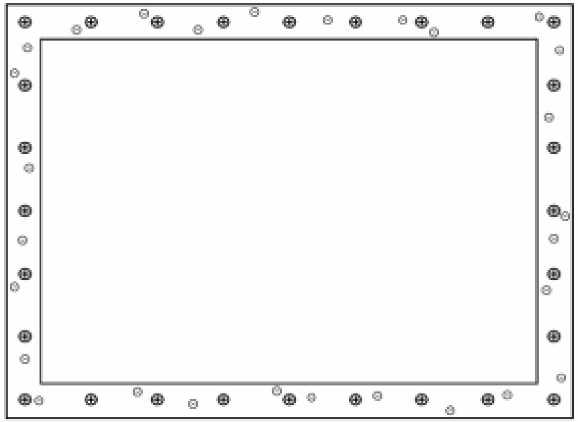
Αν αγγίξουμε τη σφαίρα το φορτίο θα μεταφερθεί στα άκρα μας σύμφωνα με το νόμο του Gauss.

ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΘΩΡΑΚΙΣΗ-ΚΛΩΒΟΣ ΤΟΥ FARADAY-1

Αν έχουμε ένα αγώγιμο κιβώτιο και εφαρμόσουμε ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, τότε τα φορτία του αγωγού ανακατανέμονται και δημιουργούν ένα πρόσθετο ηλεκτρικό πεδίο το οποίο μηδενίζει το πεδίο μέσα στον αγωγό. Έτσι είμαστε σε συμφωνία με το νόμο του Gauss

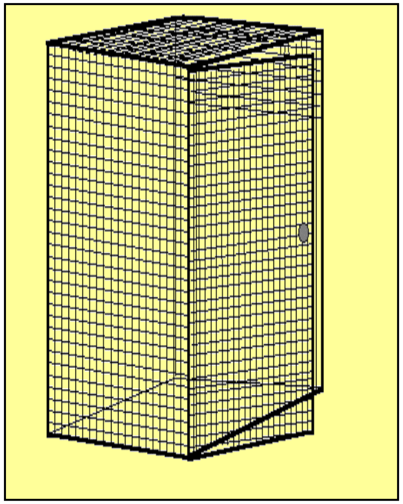


ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΘΩΡΑΚΙΣΗ-ΚΛΩΒΟΣ ΤΟΥ FARADAY-2



Οι κλωβοί του Faraday βρίσκουν εφαρμογή στην θωράκιση καλωδίων, ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών συσκευών, κ.λ.π.

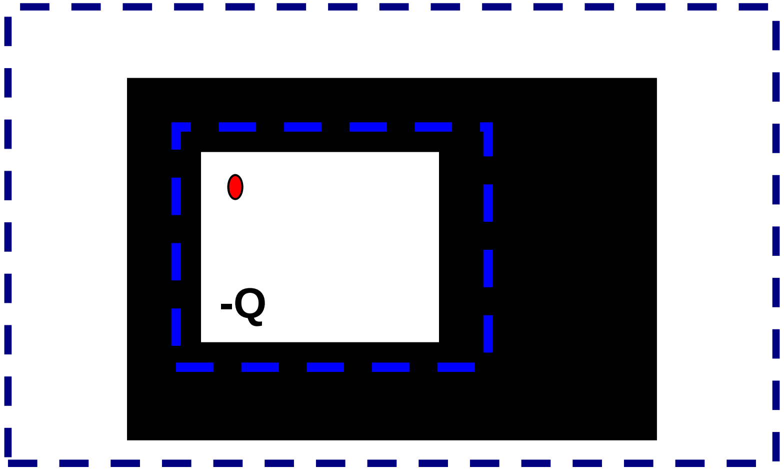
Χαρακτηριστική εκδήλωση του φαινομένου στη φύση είναι ότι όταν χτυπάει κεραυνός τα αεροπλάνα (και αυτό συμβαίνει συχνά) οι επιβάτες δεν παθαίνουν ηλεκτροπληξία, κανείς δεν παθαίνει τίποτε.



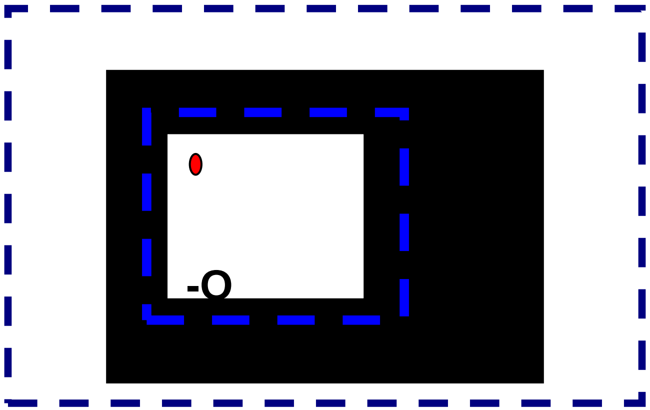
http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Faraday_cage.gif#filehistory

ΑΣΚΗΣΗ-1

Έχουμε έναν πολύ λεπτό αγωγό σχήματος παραλληλογράμμου και σε κοιλότητα στο εσωτερικό του βρίσκεται φορτίο –Q. Αν
το συνολικό φορτίο του αγωγού είναι επίσης –Q. Ποιό είναι
το φορτίο στην εξωτερική επιφάνεια του αγωγού;



ΑΣΚΗΣΗ-2



Qεσωτερικό = φορτίο εσωτερικής επιφάνειας
Qεξωτερικό = φορτίο εξωτερικής επιφάνειας

$$Q_{ολικό} = -Q = Q_{εσωτερικό} + Q_{εξωτερικό}$$

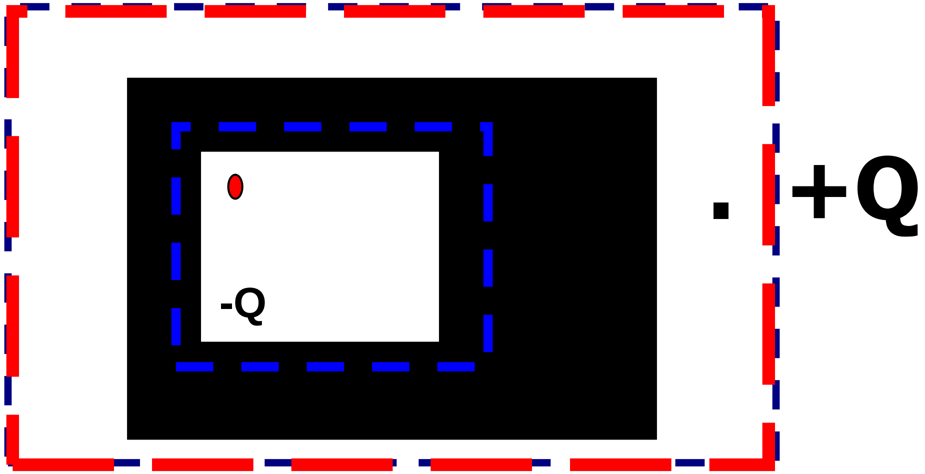
$$Q_{εσωτερικό} = +Q$$

$$Q_{εξωτερικό} = -2Q$$

Από το νόμο του Gauss στο μικρό παραλληλόγραμμο (μπλε διακεκομμένη γραμμή): Η ροή του ηλεκτρικού πεδίου μέσα από αυτή πρέπει να είναι μηδέν εφόσον το πεδίο είναι μηδέν εκεί που βρίσκεται το παραλληλόγραμμο (μέσα σε αγωγό).

ΑΣΚΗΣΗ-3

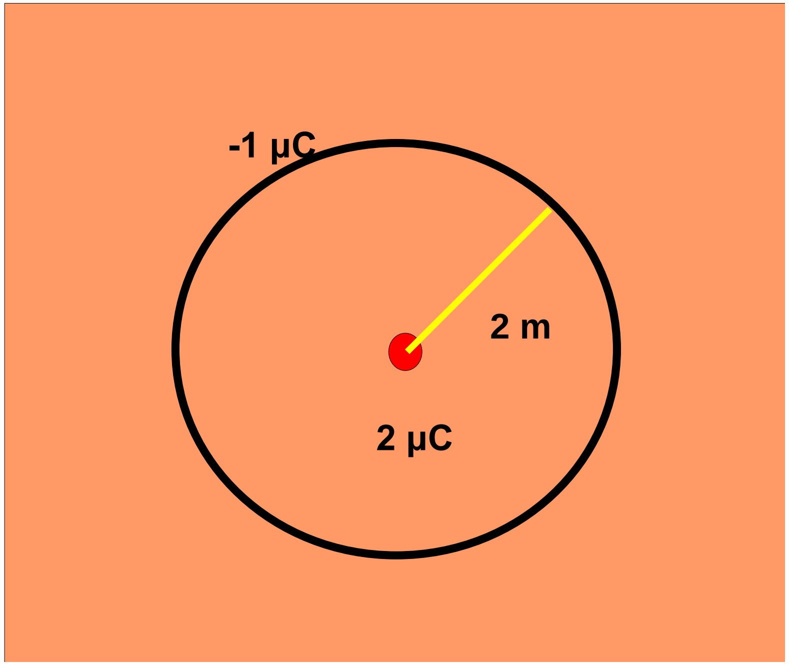
Σε συνέχεια της προηγούμενης άσκησης φέρνουμε ένα φορτίο +Q κοντά στον αγωγό. Να υπολογιστεί η ηλεκτρική ροή δια μέσου της επιφάνειας που σημειώνεται με κόκκινο χρώμα.



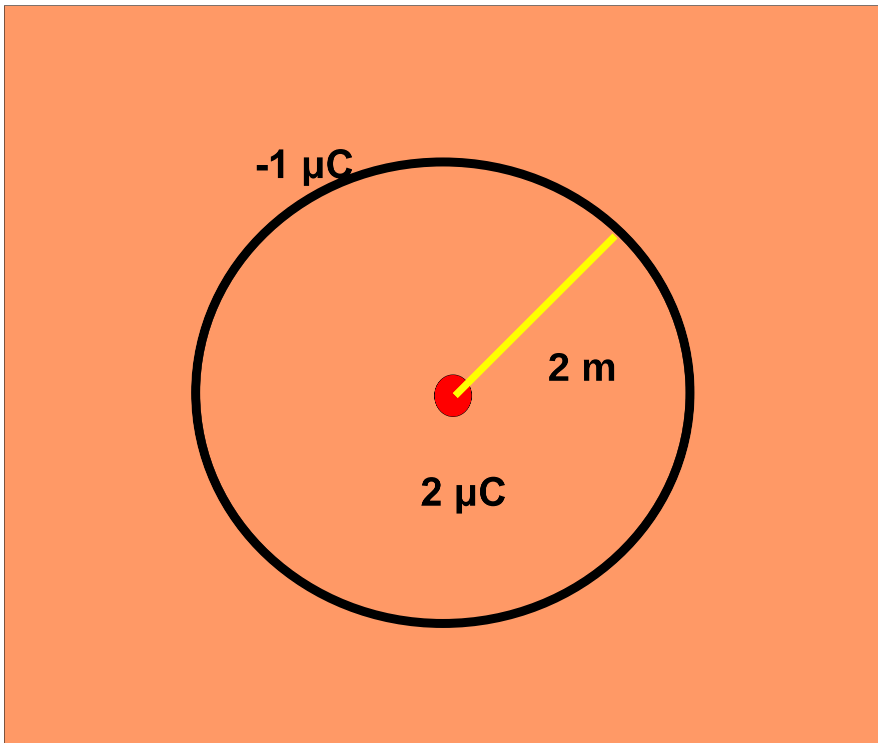
$$\Phi_E = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} = \frac{-Q - Q + Q}{\varepsilon_0} = \frac{-Q}{\varepsilon_0}$$

ΑΣΚΗΣΗ-4

Έστω αγωγός σε σχήμα λεπτού σφαιρικού κελύφους με ακτίνα 2 m. Στο κέντρο του υπάρχει φορτίο 2μC το οποίο προφανώς δεν είναι σε επαφή με τον αγωγό. Το κέλυφος έχει συνολικό φορτίο -1μC. Πόσο είναι το ηλεκτρικό πεδίο σε απόσταση 5 m από το κέντρο του κελύφους και πόσο σε απόσταση 1 m. Αν γειώσουμε το κέλυφος, πόσο θα είναι το συνολικό φορτίο του κελύφους.



ΑΣΚΗΣΗ-5



A)

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = \frac{Q_{encl}}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = (9{,}0 \times 10^9)\,\frac{2-1}{5^2}\left[Nm^2/C^2 \,\frac{10^{-6}\,C}{m^2} \right] \Rightarrow$$

$$E = 0{,}36\ X\,10^3\ N/C$$

B)

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q_{encl}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = \frac{Q_{encl}}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E = (9{,}0 \times 10^9)\,\frac{2}{1^2}\left[Nm^2/C^2 \,\frac{10^{-6}\,C}{m^2} \right] \Rightarrow$$

$$E = 18\ X\,10^3\ N/C$$

ΑΣΚΗΣΗ-6

ΠΡΙΝ ΤΗ ΓΕΙΩΣΗ

Στην εσωτερική επιφάνεια του κελύφους επάγεται φορτίο -2 μC. Εφόσον το συνολικό φορτίο του κελύφους είναι -1 μC τότε η εξωτερική επιφάνειά του έχει φορτίο +1 μC (αρχή διατήρησης φορτίου).

Γ)

ΜΕΤΑ ΤΗ ΓΕΙΩΣΗ

Το φορτίο 1 μC μεταφέρεται στη Γη.
Τώρα το συνολικό φορτίο της σφαίρας είναι -2 μC εφόσον υπάρχει μόνο αυτό της εσωτερικής επιφάνειας του κελύφους.

ΑΣΚΗΣΗ 23-7

Πόσα επιπλέον ηλεκτρόνια πρέπει να προστεθούν σε ένα μονωμένο σφαιρικό αγωγό διαμέτρου 0,180 m για την παραγωγή πεδίου 1300 N/C ακριβώς έξω από την επιφάνεια ;

ΑΣΚΗΣΗ 23-2

Θεωρείστε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στην κατεύθυνση + x με μέτρο $E=6 \times 10^3$ N/C.

Α) Ποια είναι η ηλεκτρική ροή που διαπερνά την έδρα ενός κύβου, η οποία έχει πλευρά 0,8 m και το επίπεδο της έδρας σχηματίζει γωνία 37^0 με τη διεύθυνση του πεδίου;

Β) Ποια είναι η ηλεκτρική ροή που διαπερνά όλες τις έδρες του κύβου;

ΑΣΚΗΣΗ 23-10

Μια αγώγιμη συμπαγής σφαίρα με φορτίο q έχει ακτίνα α. Αυτή βρίσκεται στο εσωτερικό μιας άλλης κοίλης ομόκεντρης σφαίρας και αγώγιμης με εσωτερική ακτίνα b και εξωτερική c. Η κοίλη σφαίρα δεν φέρει φορτίο

Α) Βρείτε εκφράσεις του μέτρου του πεδίου συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο για τις περιοχές

$r<a$

$a<r<b$

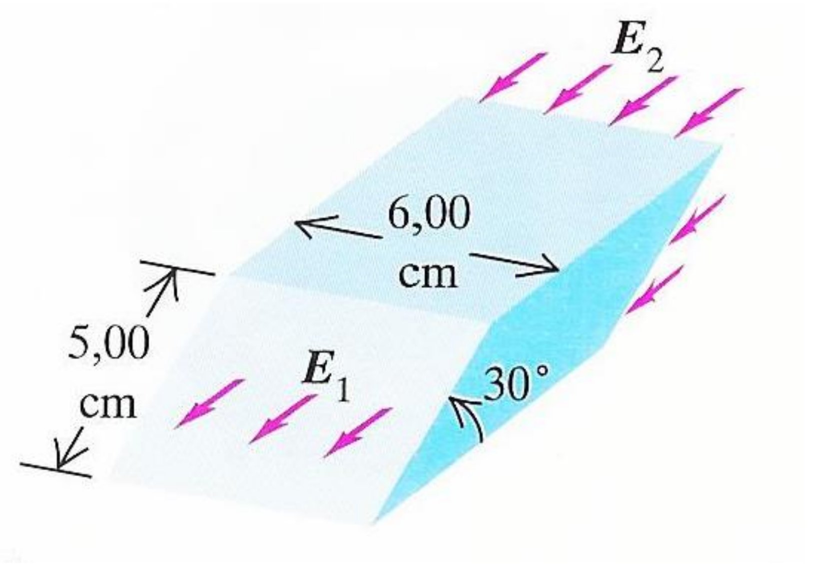
$b<r<c$

$r>c$

Β) Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση το μέτρου του πεδίου ως συνάρτηση του r από r=o έως r=2c

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 23-13

Ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E_1 κατευθύνεται προς τα έξω από μια έδρα ενός παραλληλεπιπέδου και ένα άλλο ομογενές πεδίο E_2 κατευθύνεται προς τα μέσα από την απέναντι έδρα. Τα μέτρα είναι E_1=3,5^{x}10^4 N/C και E_2=5^{x}10^4 N/C. Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν άλλες ηλεκτρικές γραμμές που διαπερνούν τις επιφάνειες. Ποιό είναι το ολικό φορτίο που περικλείεται από το παραλληλεπίπεδο; (ΥΠΕΝΘΥΝΙΣΗ: Το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από φορτία μέσα και έξω από το παραλληλεπίπεδο).



ΣΥΝΟΨΗ

- ✓ Η ηλεκτρική ροή είναι ίση προς το ολοκλήρωμα του γινομένου ενός στοιχείου επιφανείας επί την κάθετη σε αυτό συνιστώσα του Ε

$$\Phi_E = \int E\cos\varphi \, dA = \int E_{\perp} dA = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- ✓ Ο νόμος του Gauss είναι ισοδύναμος με το νόμο του Coulomb.
- ✓ Ο νόμος του Gauss δηλώνει ότι η ηλεκτρική ροή διαμέσου κλειστής επιφάνειας είναι ανάλογη με το φορτίο που περικλείεται.
- ✓ Το φορτίο εγκαθίσταται στην επιφάνεια αγωγού και το πεδίο είναι παντού μηδέν μέσα στον αγωγό.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Βεντούζη Χρυσάνθη

Θεσσαλονίκη, Χειμερινό Εξάμηνο 2013-2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.