ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΦΥΣΙΚΗ

Ενότητα 2: Ταχύτητα - Επιτάχυνση

Παπαζάχος Κωνσταντίνος

Καθηγητής Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής

Τσόκας Γρηγόρης

Καθηγητής Εφαρμοσμένης Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής

Τμήμα Γεωλογίας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

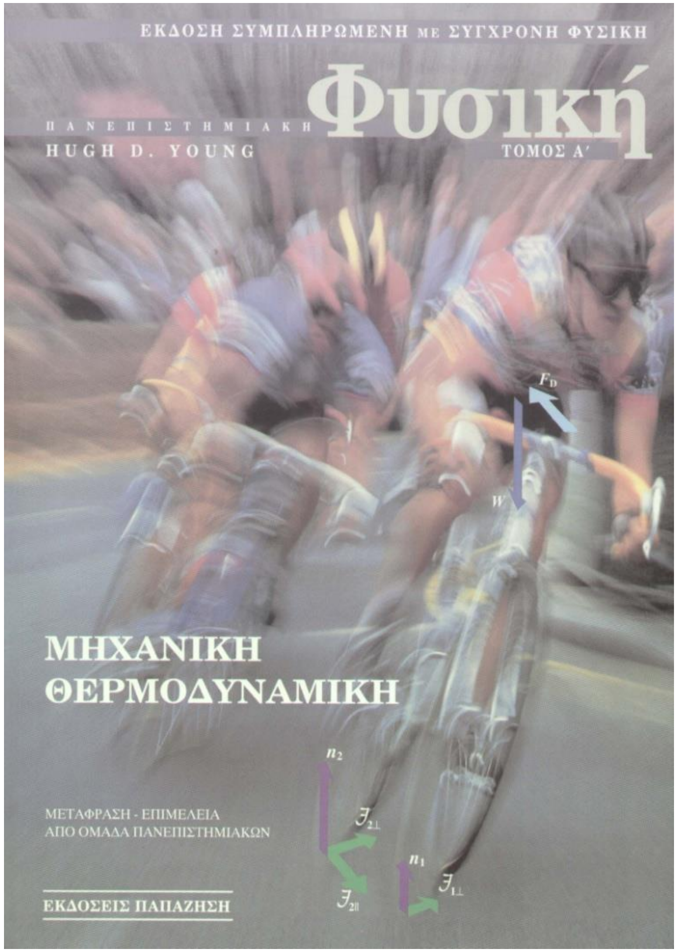
Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

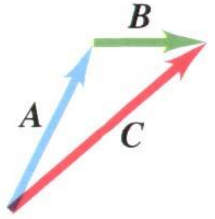
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ενημέρωση

- Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:
- «Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων.

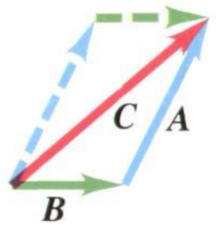


ΣΥΝΟΨΗ 1ου Μαθήματος-1



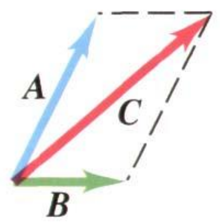
1m, 1sec, 1kg (S.I. - 1960)

Ακρίβεια & σημαντικά ψηφεία
8.1 ± 0.1
8.1 ± 10% → 8.1 ± 0.81
8.12432 ± 0.1 → 8. 02432 – 8. 2243



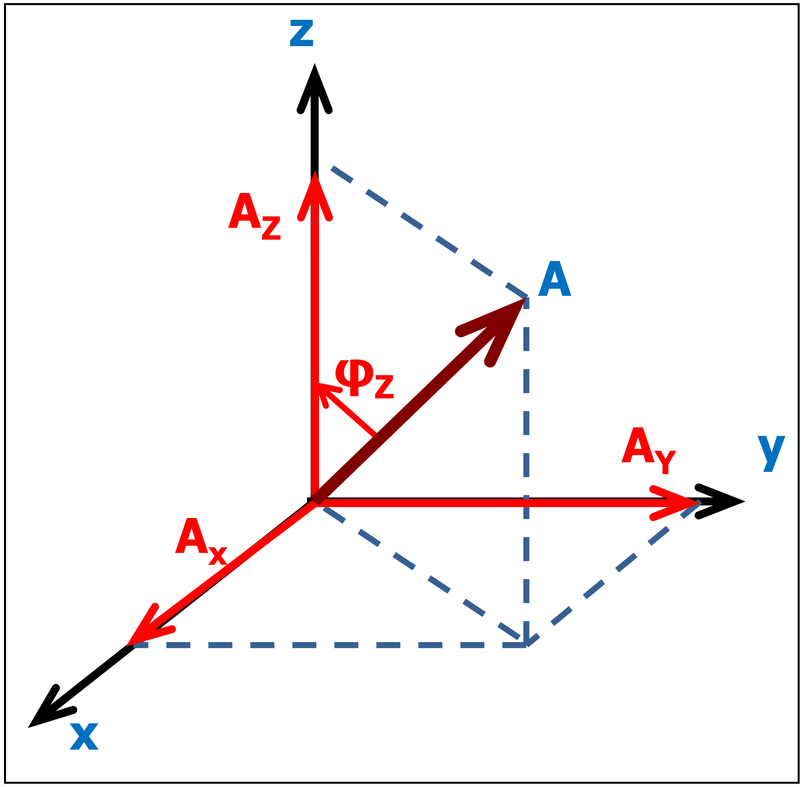
ΒΑΘΜΩΤΑ ΜΕΓΕΘΗ:
Αριθμητικές πράξεις

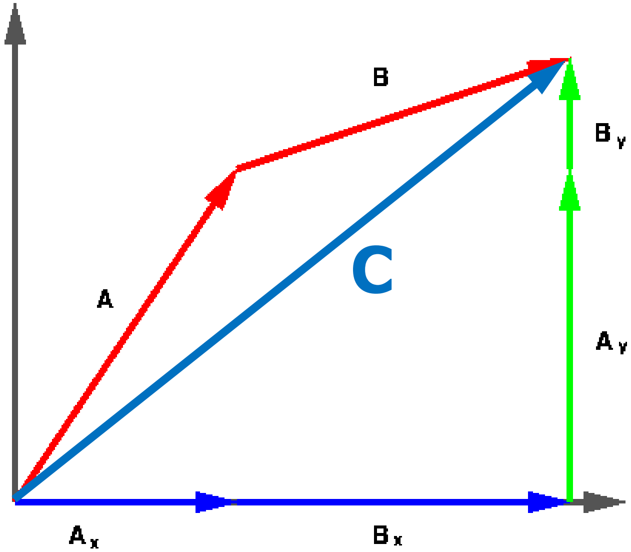
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ:
Γεωμετρικές πράξεις



ΣΥΝΟΨΗ $1^{ου}$ Μαθήματος-2

Απλοποίηση πράξεων με τις συνιστώσες!

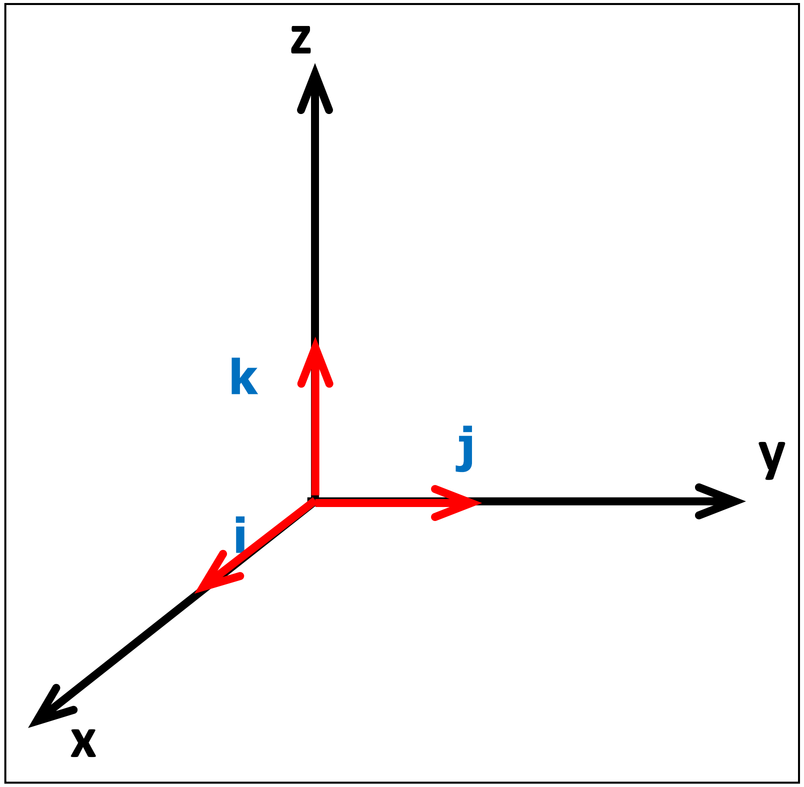




$$C_x = A_x + B_x \qquad C_y = A_y + B_y$$

ΣΥΝΟΨΗ 1^{ου} Μαθήματος-3

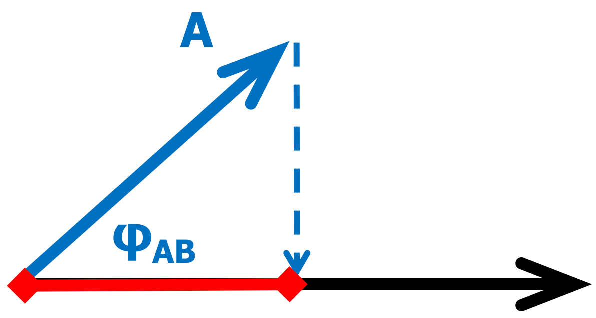
Τα μοναδιαία διανύσματα *ι, j, k*, περιγράφουν το χώρο

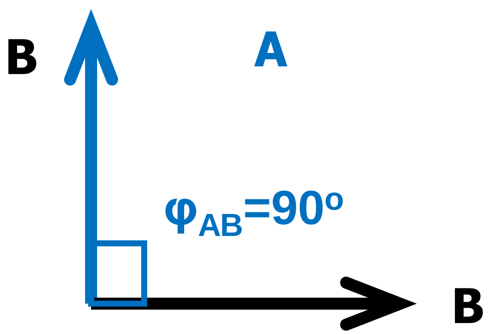


$$\vec{\mathbf{A}} = A_X\,\mathbf{i} + A_Y\,\mathbf{j} + A_Z\,\mathbf{k}$$

ΣΥΝΟΨΗ 1ου Μαθήματος-4

Εσωτερικό γινόμενο





$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A\ B \cos \varphi_{AB}$$

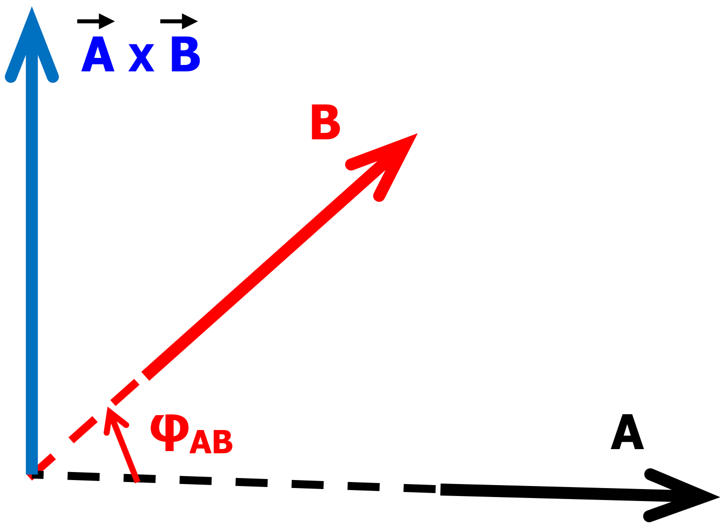
$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = 0$$

$$\vec{\mathbf{A}} \bullet \vec{\mathbf{B}} = A_X B_X + A_Y B_Y + A_Z B_Z$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-1

Εξωτερικό Γινόμενο

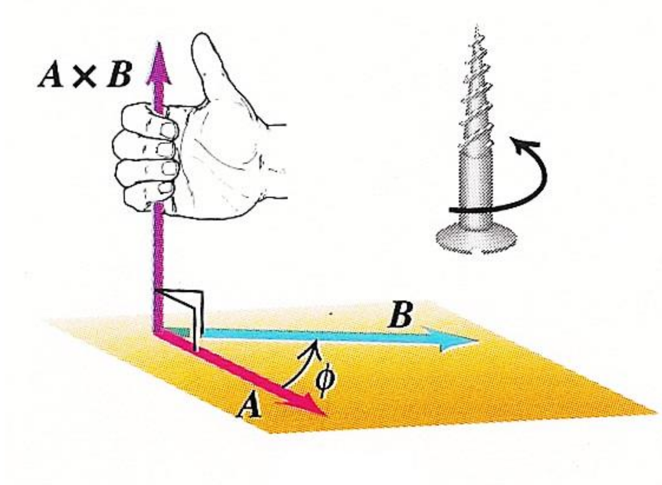
Διανυσματικό μέγεθος → Είναι διάνυσμα!!!

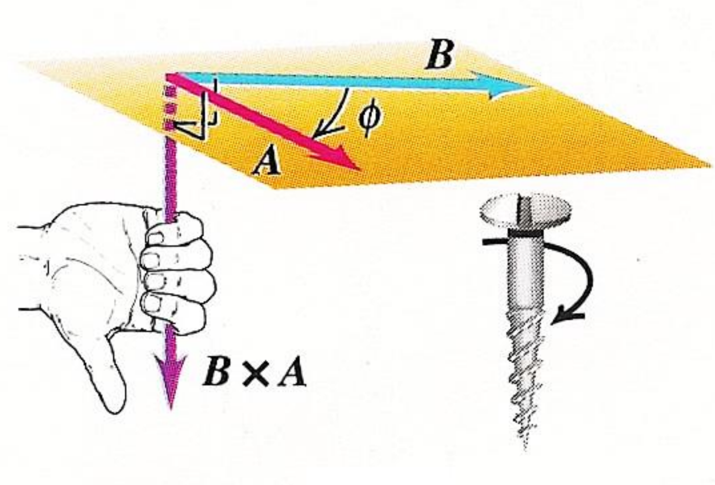


$$\left|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\right| = A\ B\ \sin\ \varphi_{AB}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-2

Εξωτερικό Γινόμενο ***Κανόνας δεξιού χεριού***



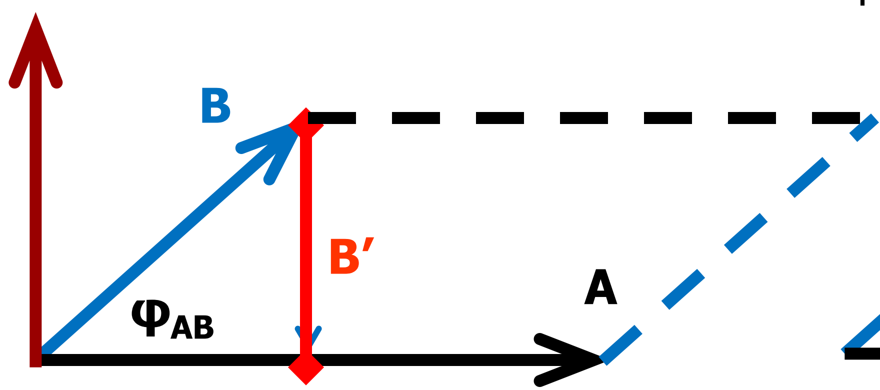


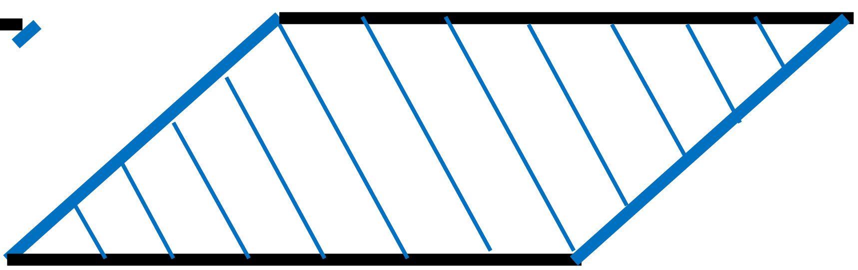
$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} = -\overrightarrow{\mathbf{B}} \times \overrightarrow{\mathbf{A}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-3

Εξωτερικό Γινόμενο

$$\left|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\right| = A\ B\ \sin\ \varphi_{AB}$$



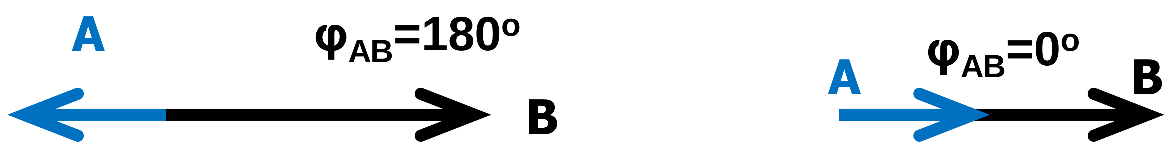


$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = A\ B\ \sin\varphi_{AB} = A(B\ \sin\varphi_{AB}) = AB\,'$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-4

Εξωτερικό Γινόμενο

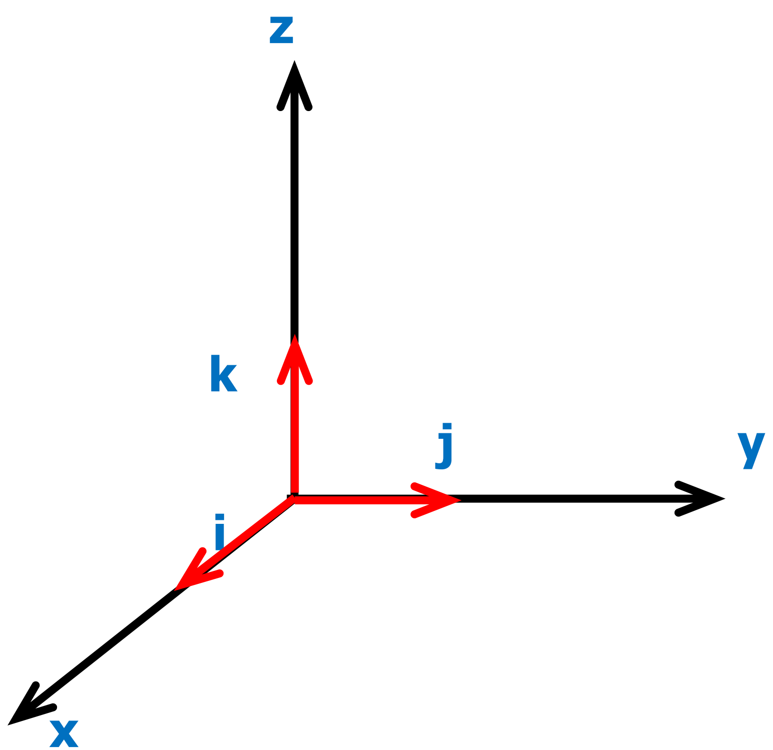
$$\left|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\right| = A\ B\ \sin\ \varphi_{AB}$$



$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{0}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-5

Εξωτερικό Γινόμενο



$$\left|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\right| = A \; B \; \sin \; \varphi_{AB}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} =$$

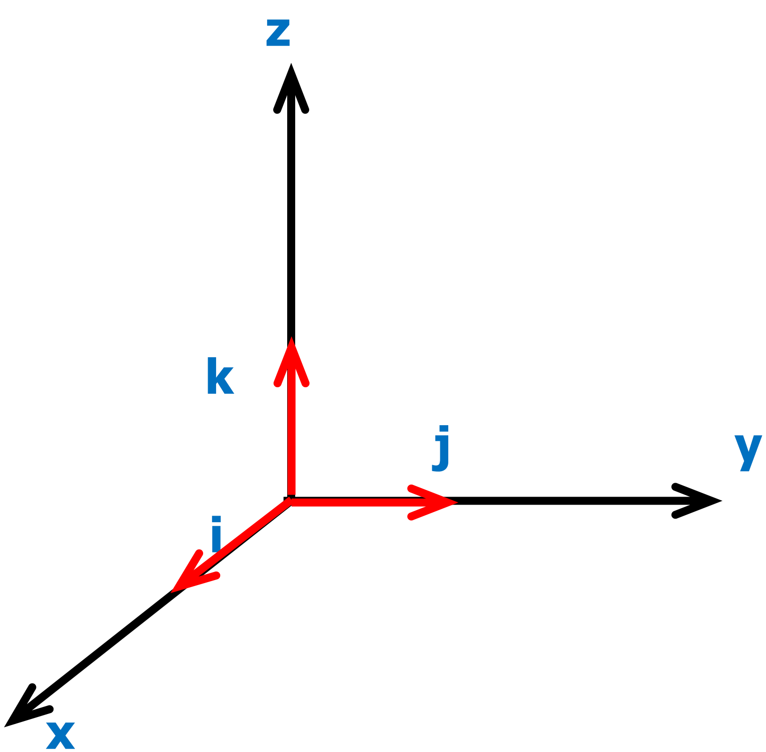
$$|\mathbf{i}||\mathbf{i}| \sin \; \phi_{\mathbf{ii}} = 1 \cdot 1 \cdot \sin \; 0^{o} = 0$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \vec{\mathbf{0}}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{j} = \vec{\mathbf{0}} \qquad \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \vec{\mathbf{0}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-6

Εξωτερικό Γινόμενο



$$\left|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}\right| = A\ B\ \sin\ \varphi_{AB}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} =$$

$$|\mathbf{i}||\mathbf{j}| \sin\ \phi_{\mathbf{ij}} = 1 \cdot 1 \cdot \sin\ 90^{o} = 1$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \qquad \mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \qquad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

Δεξιόστροφο σύστημα συντεταγμένων $\mathbf{i} \rightarrow \mathbf{j} \rightarrow \mathbf{k}$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-7

Εξωτερικό Γινόμενο

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} = (A_X \mathbf{i} + A_Y \mathbf{j} + A_Z \mathbf{k}) \times (B_X \mathbf{i} + B_Y \mathbf{j} + B_Z \mathbf{k})$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = \vec{\mathbf{0}} \quad \mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \quad \mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i} \quad \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} =$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y)\mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z)\mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X)\mathbf{k}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-8

Εξωτερικό Γινόμενο

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} =$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y)\mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z)\mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X)\mathbf{k}$$

$$[(A_Y B_Z - A_Z B_Y), (A_Z B_X - A_X B_Z), (A_X B_Y - A_Y B_X)]$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-9

Εξωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} =$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y)\mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z)\mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X)\mathbf{k}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-10

Εξωτερικό Γινόμενο

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} A_Y & A_Z \\ B_Y & B_Z \end{vmatrix}\mathbf{i} - \begin{vmatrix} A_X & A_Z \\ B_X & B_Z \end{vmatrix}\mathbf{j} + \begin{vmatrix} A_X & A_Y \\ B_X & B_Y \end{vmatrix}\mathbf{k}$$

$$(A_Y B_Z - A_Z B_Y)\mathbf{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z)\mathbf{j} + (A_X B_Y - A_Y B_X)\mathbf{k}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-11

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k} \qquad \overrightarrow{\mathbf{B}} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$

$$(3,\ 2,\ -1) \qquad (-2,\ 2,\ -2)$$

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \bullet \overrightarrow{\mathbf{B}} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{\mathbf{A}} \perp \overrightarrow{\mathbf{B}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} =$$

$$[(A_Y B_Z - A_Z B_Y), (A_Z B_X - A_X B_Z), (A_X B_Y - A_Y B_X)]$$

$$[(2(-2) - (-1)2), ((-1)(-2) - 3(-2)), (3 \cdot 2 - 2(-2))]$$

$$[-2,\ 8,\ 10] \qquad \overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} \perp \overrightarrow{\mathbf{A}} \qquad \overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} \perp \overrightarrow{\mathbf{B}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ-12

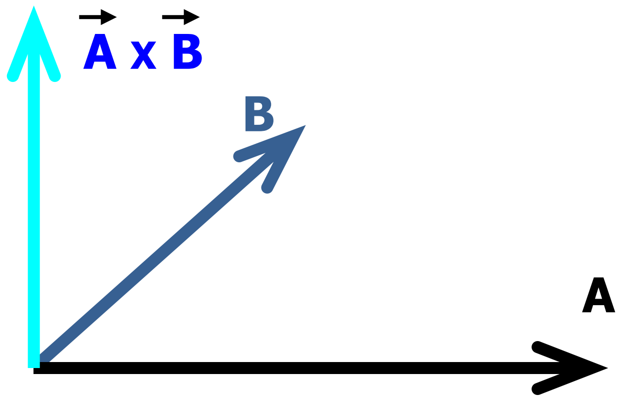
$$\overrightarrow{\mathbf{A}} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 1\mathbf{k}$$

$$(3,\ 2,\ -1)$$

$$\overrightarrow{\mathbf{B}} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$

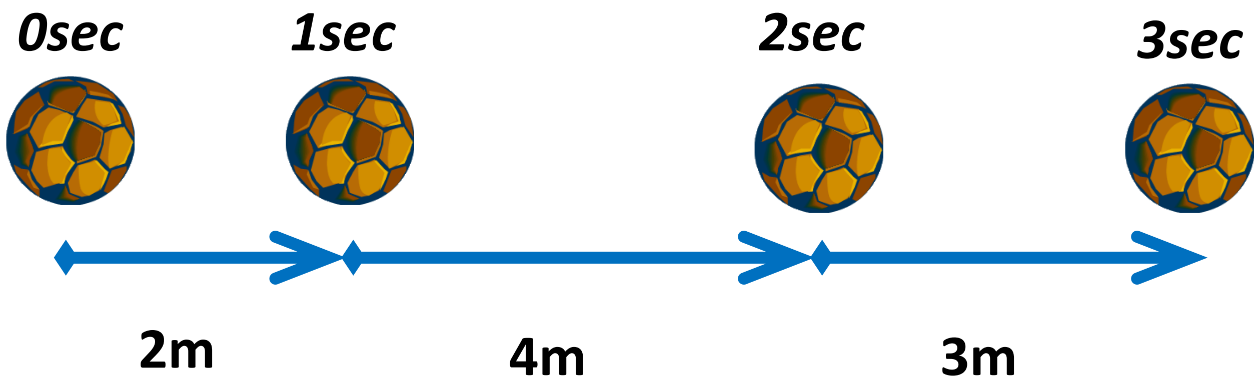
$$(-2,\ 2,\ -2)$$

$$\overrightarrow{\mathbf{A}} \times \overrightarrow{\mathbf{B}} = [-2,\ 8,\ 10\ ]$$



ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-1

Ευθύγραμμη κίνηση – Μέση Ταχύτητα



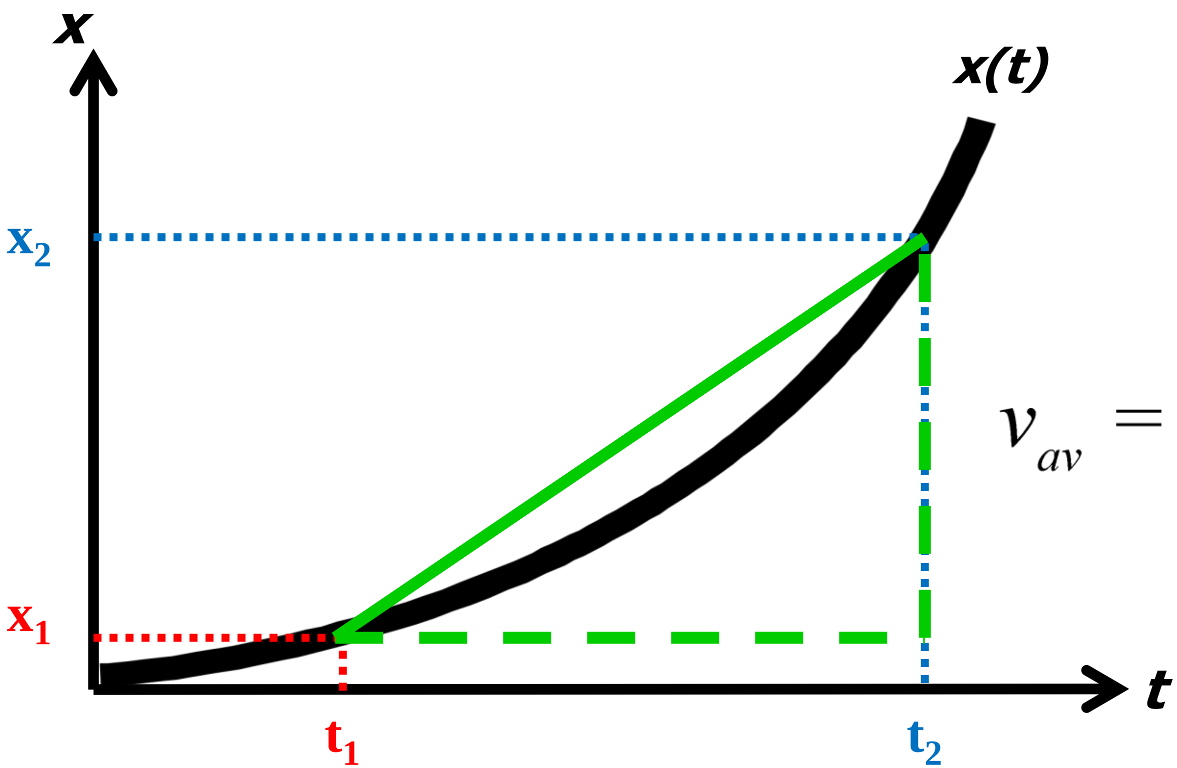
Μέση Ταχύτητα

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{9m - 0m}{3\,\mathrm{sec} - 0\,\mathrm{sec}} = 3\,{}^{m}\!/_{\mathrm{s}}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-2

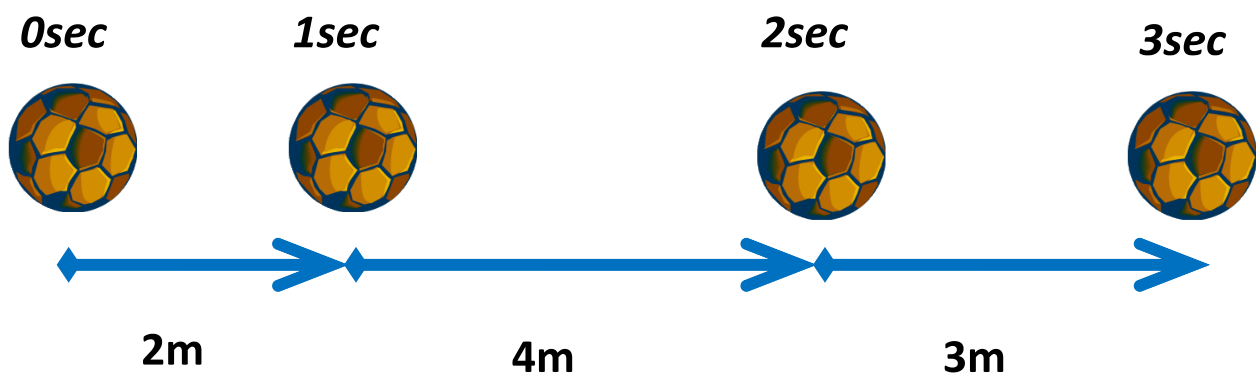
Ευθύγραμμη κίνηση – Μέση Ταχύτητα



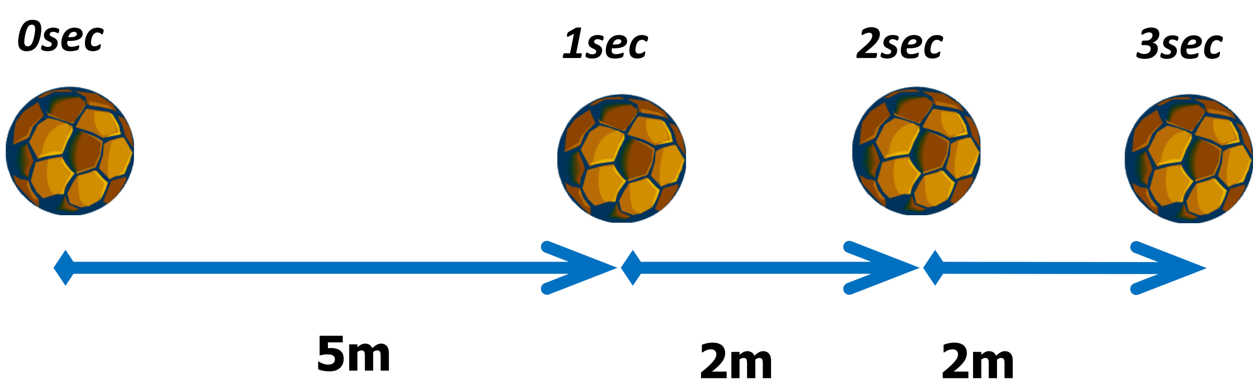
$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-3

Ευθύγραμμη κίνηση – Μέση Ταχύτητα



$$v_{av} = 3\,{}^{m}\!/_{s}$$

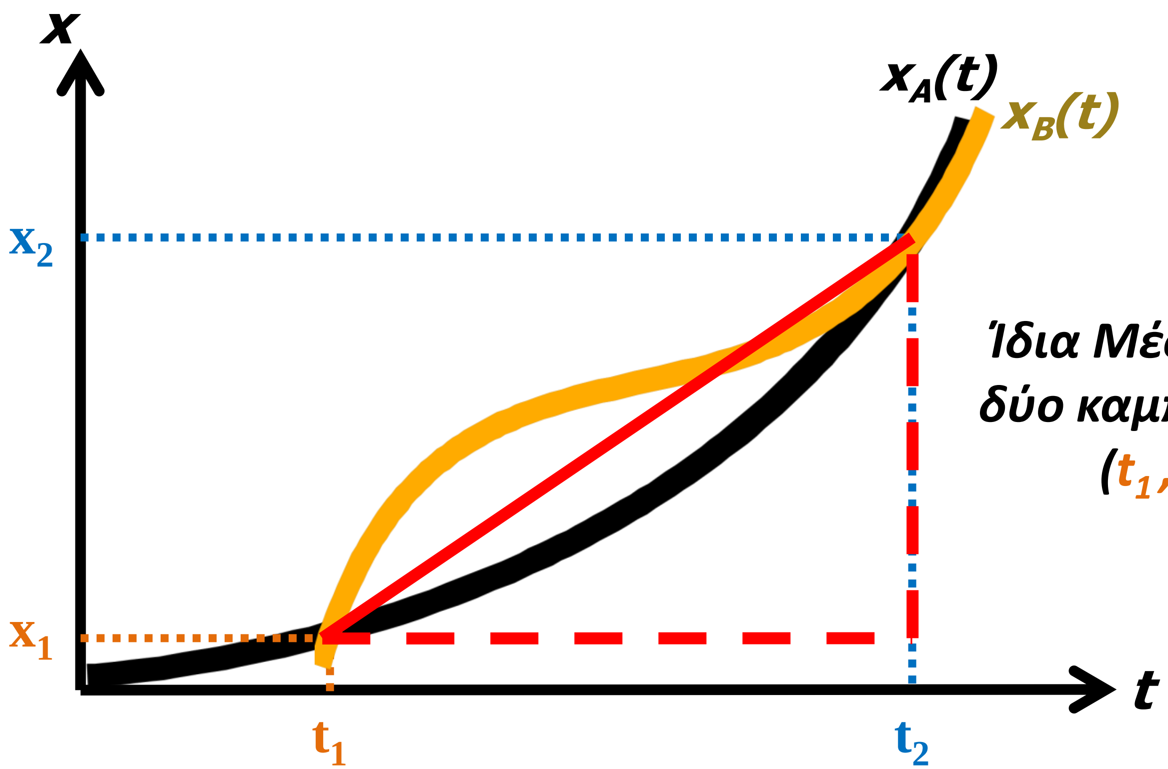


$$v_{av} = 3\,{}^{m}\!/_{s}$$

Η Μέση Ταχύτητα εξαρτάται μόνο από το αρχικό & τελικό σημείο και το χρόνο διαδρομής!

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-4

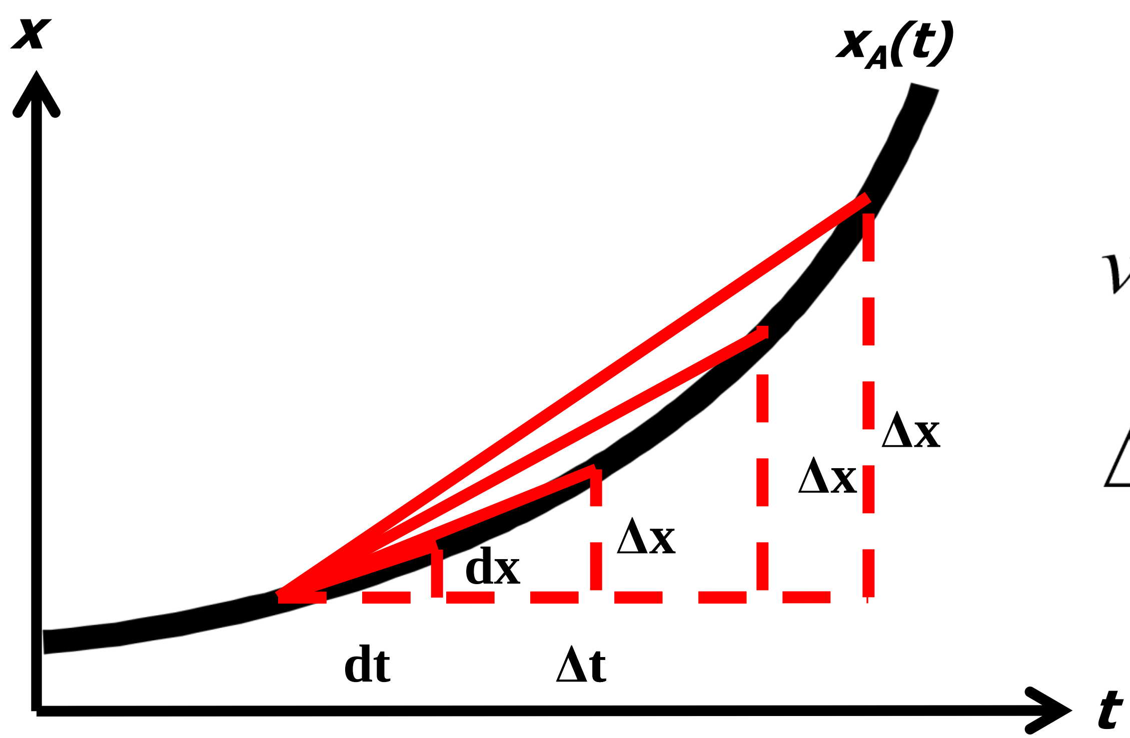
Ευθύγραμμη κίνηση – Μέση Ταχύτητα



Ίδια Μέση Ταχύτητα για τις δύο καμπύλες για τα σημεία (t_1 , x_1) και (t_2 , x_2)

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-5

Μέση Ταχύτητα – Στιγμιαία Ταχύτητα

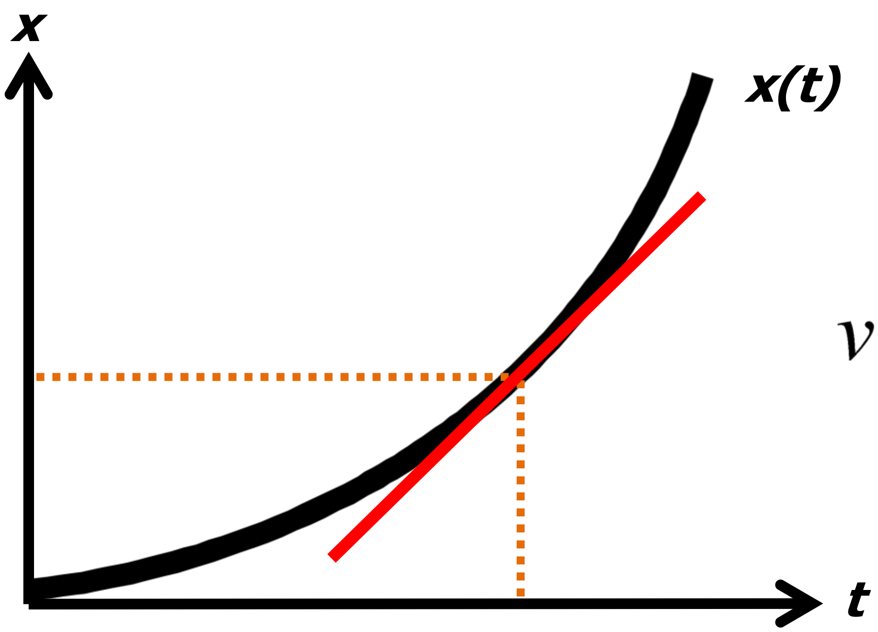


$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta t \to 0$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-6

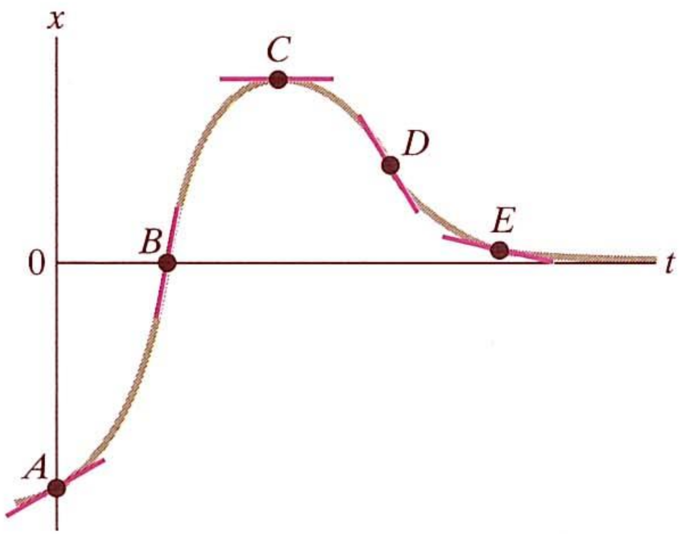
Ευθύγραμμη κίνηση – Στιγμιαία Ταχύτητα

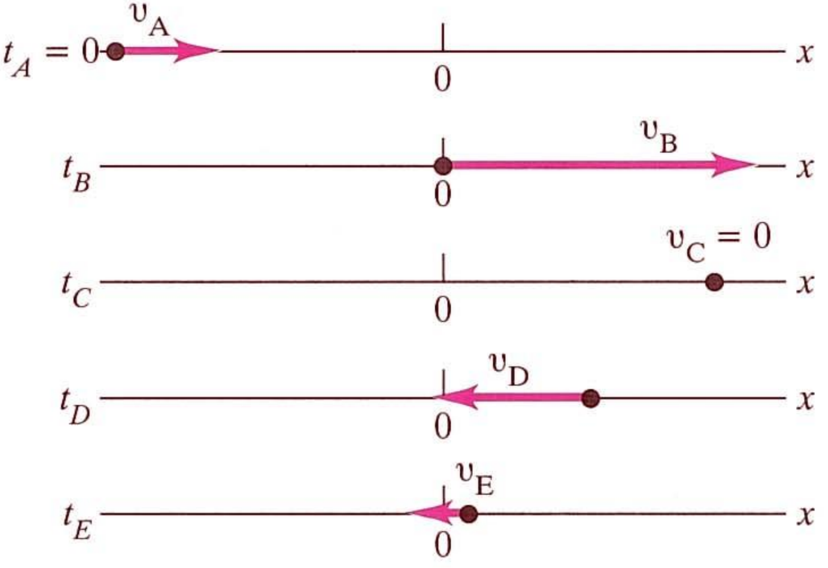


$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-7

Στιγμιαία Ταχύτητα - *Παράδειγμα*

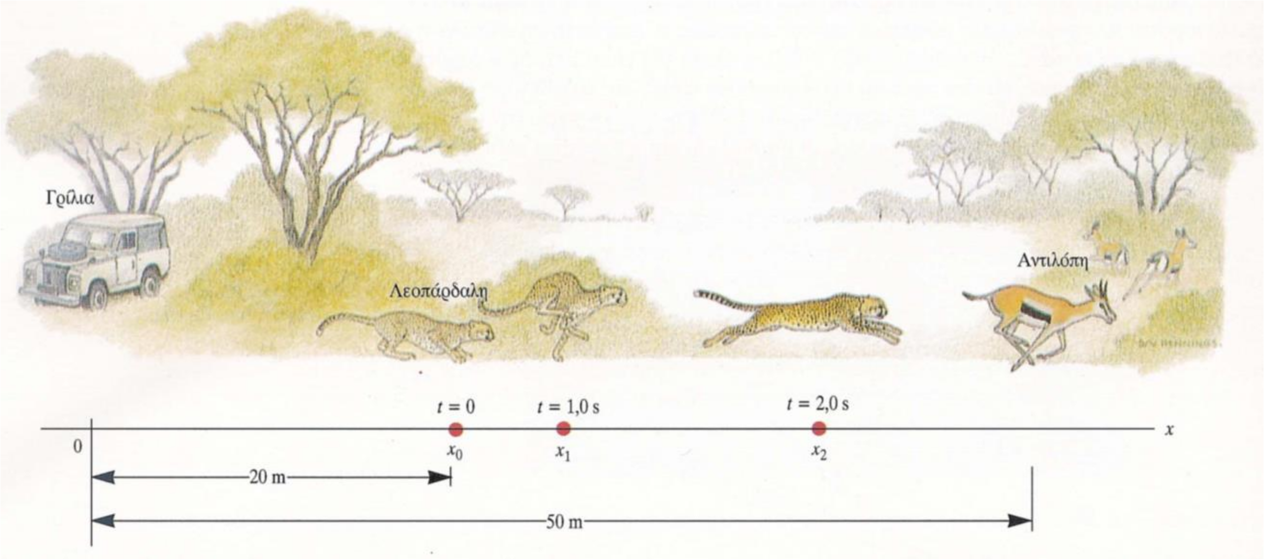




$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-8

Στιγμιαία Ταχύτητα – *Παράδειγμα 2-1*



Εξίσωση κίνησης λεοπάρδαλης
$x(t)=20m+(5m/s^2)*t^2$

Μέση ταχύτητα λεοπάρδαλης μεταξύ 1 και 2 sec;

$x_2=20m+(5m/s^2)*(2s)^2=40m$ **$x_1=20m+(5m/s^2)*(1s)^2=25m$**

$V_{1\text{-}2sec}=(40m-25m)/(2s-1s)=15m/s$

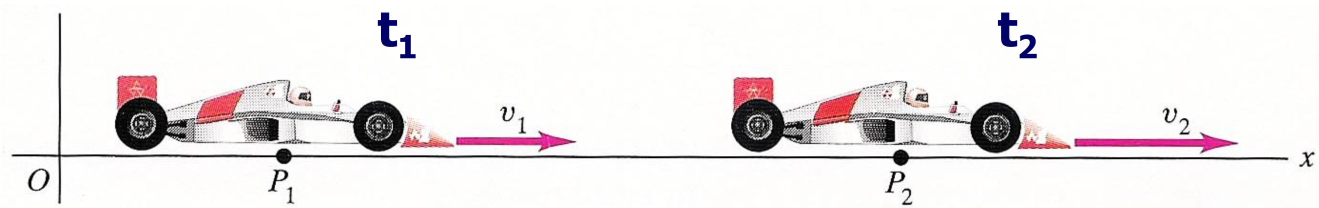
Στιγμιαία ταχύτητα λεοπάρδαλης στα 1 και 2 sec;

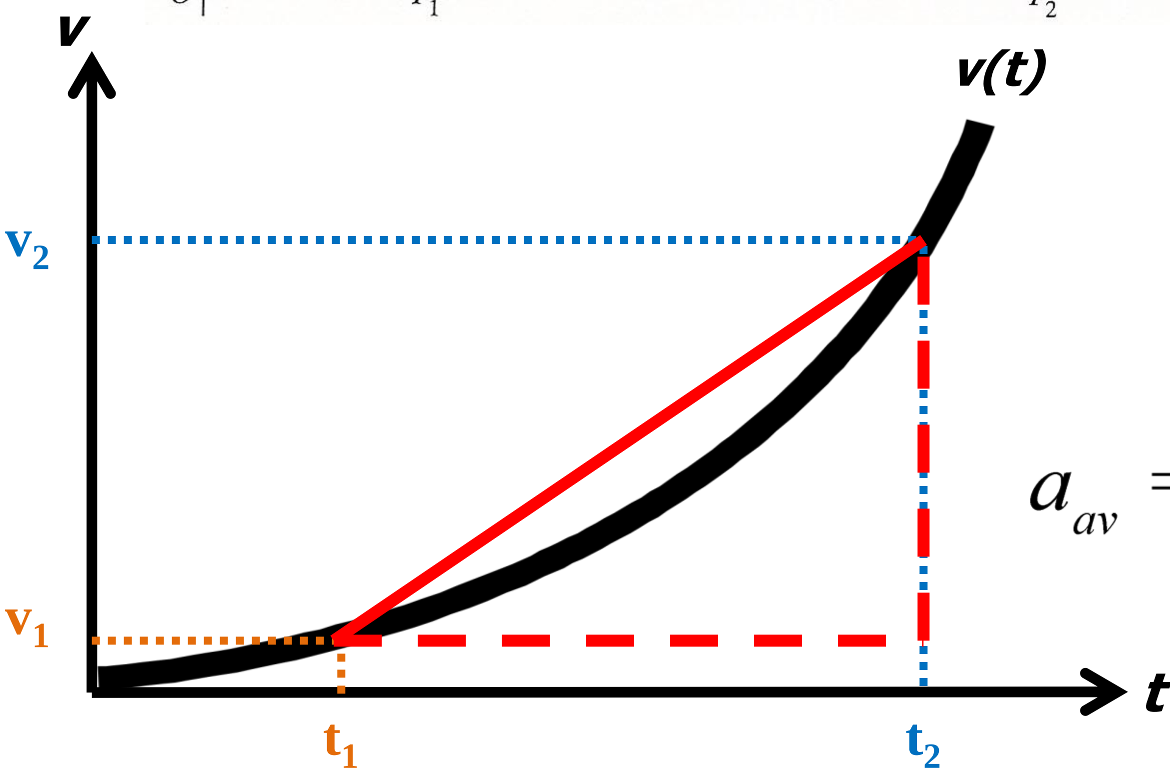
$$v = \frac{dx}{dt} = (10m/s)\ t$$

$V_{1s}=10$ m/s **$V_{2s}=20$ m/s**

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-9

Ευθύγραμμη κίνηση – Μέση Επιτάχυνση

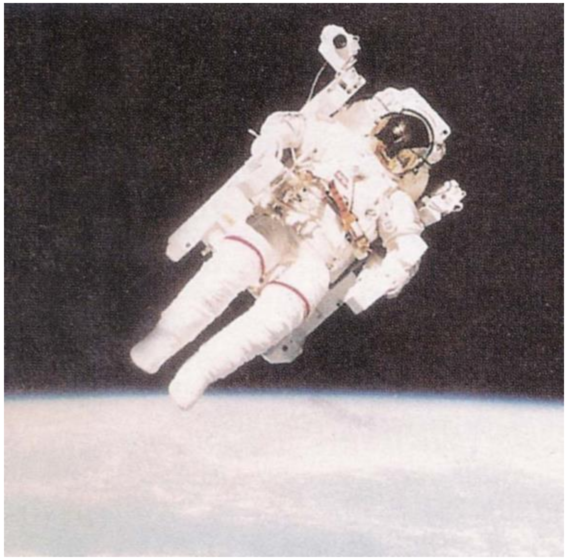




$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-10

Επιτάχυνση

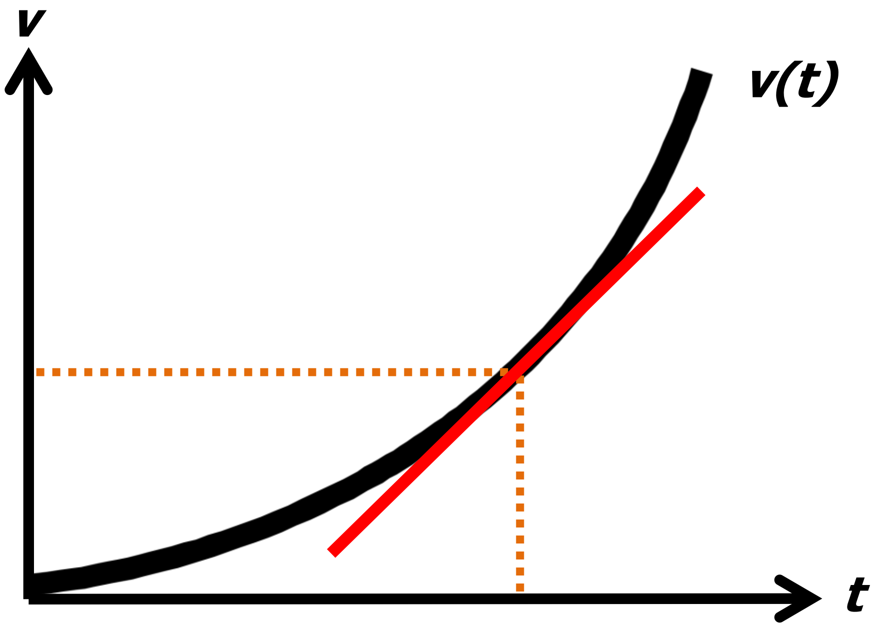


Λειτουργώντας ένα προωθητικό πύραυλο για διάστημα Δt, ο αστροναύτης προκαλεί μεταβολή στην ταχύτητα ίση με Δv=a*Δt, όπου a η σταθερή επιτάχυνση του πυραύλου.

Πατώντας σταθερά το γκάζι για διάστημα *Δt*, ο πιλότος της F1 προκαλεί μεταβολή στην ταχύτητα ίση με *Δv=a*Δt*, όπου *a* η σταθερή επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-11

Ευθύγραμμη κίνηση – Στιγμιαία Επιτάχυνση

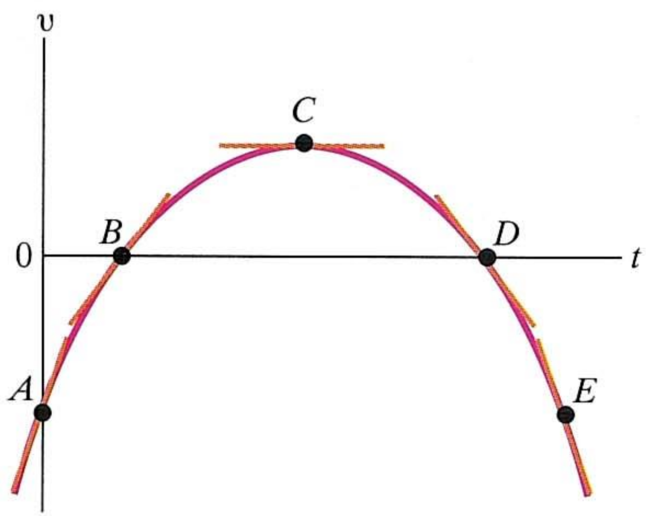


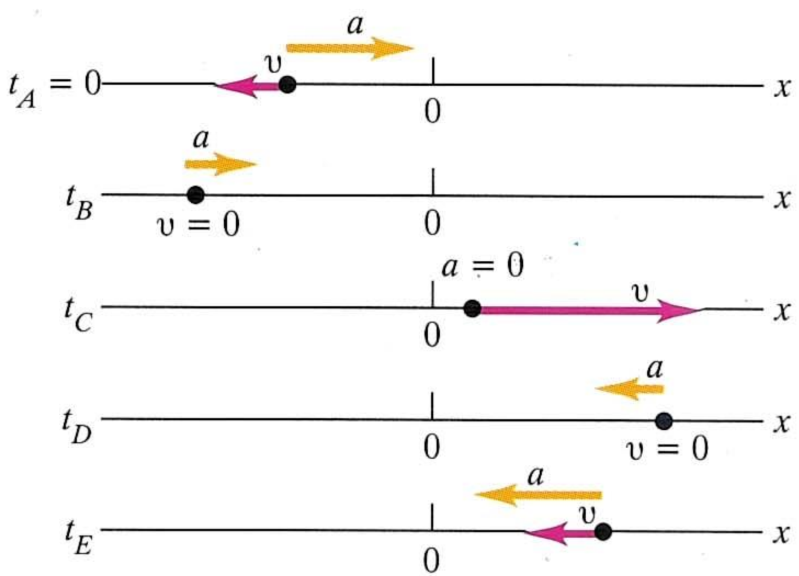
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-12

Στιγμιαία Επιτάχυνση - *Παράδειγμα*



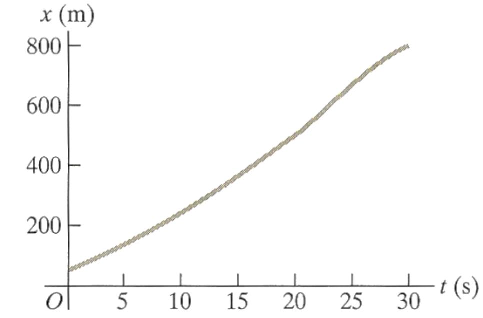


$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-13

Στιγμιαία Ταχύτητα και Επιτάχυνση - *Παράδειγμα*

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

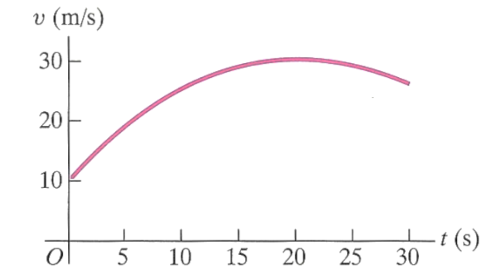


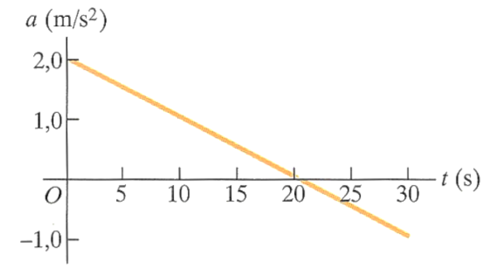
x = 50m + (10m/s)t + (1m/s²)t² - (1/60 m/s³)t³

$$x = 50\,m + (10\,m/s)t + (1\,m/s^2)t^2 - (1/60\ m/s^3)t^3$$

$$v = dx/dt = 10\,m/s + (2\,m/s^2)t - (1/20\ m/s^3)t^2$$

$$a = d^2x/dt^2 = 2\,m/s^2 - (1/10\ m/s^3)t$$





ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-14

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση – *Τι μορφή έχει;*

Πατώντας σταθερά το γκάζι για διάστημα *Δt*, ο πιλότος της F1 προκαλεί μεταβολή στην ταχύτητα ίση με *Δv=a*Δt*, όπου *a* η σταθερή επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

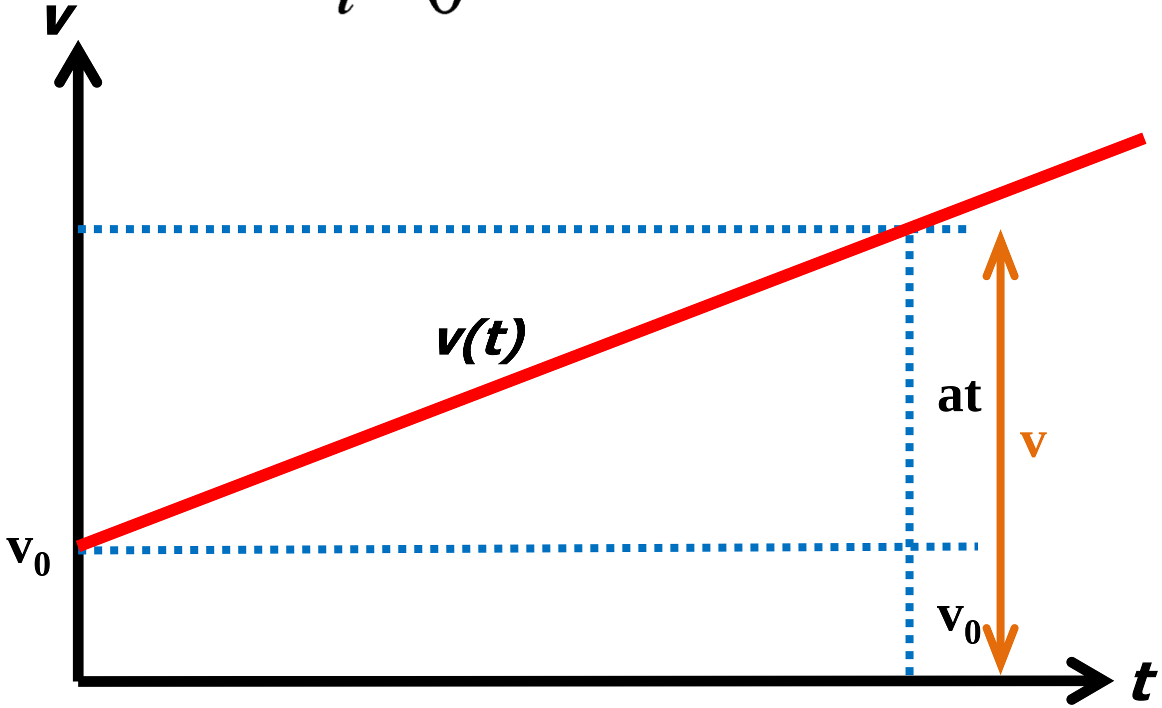
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \sigma\tau\alpha\theta. = a_{av}$$

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad a_{av} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow v = v_0 + at$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-15

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση – *Τι μορφή έχει;*

$$a_{av} = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow v = v_0 + at$$



ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-16

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση – *Τι μορφή έχει;*

$$v = v_0 + at \Rightarrow \frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

$$x(t) = \int \frac{dx}{dt}dt = \int (v_0 + at)dt = v_0 \int dt + a\int tdt \Rightarrow$$

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 + c \qquad x(t=0) = x_0 = c$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-17

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση – *Τι μορφή έχει;*

$$a = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

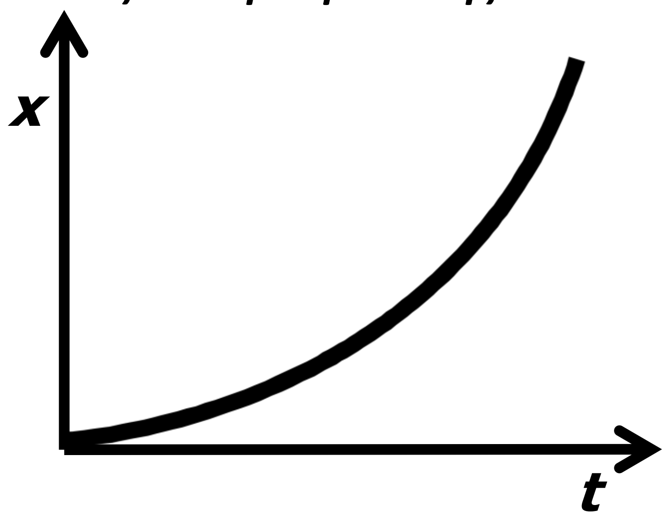
Απαλείφοντας το t:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a(x - x_0)$$

Απαλείφοντας το a:

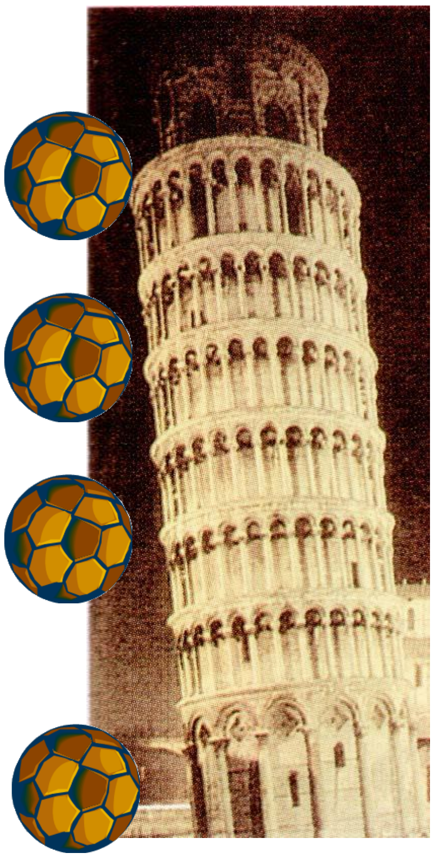
$$x - x_0 = \frac{v_0 + v}{2}t$$

Εξίσωση παραβολής



ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-18

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση – *Παράδειγμα: Ελεύθερη πτώση*



Όλα τα σώματα έχουν την *<u>ίδια</u>* επιτάχυνση κατά την ελεύθερή τους πτώση *(Γαλιλαίος)*

… για πτώση μικρή σε σχέση με την ακτίνα της Γης

… θεωρώντας μηδενική αντίσταση του αέρα

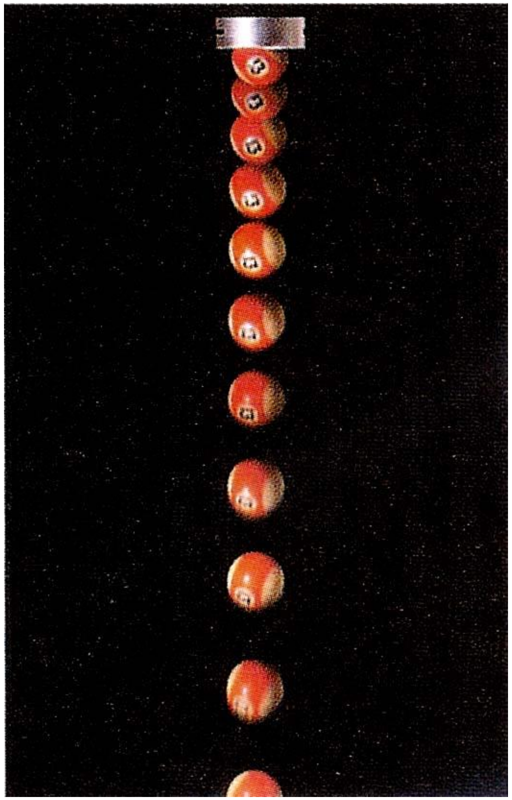
$$a = g_{\Gamma H \Sigma} = 9.8 m/s^2$$

$$g_{\Sigma E \Lambda H N H \Sigma} = 1.62 m/s^2$$

$$g_{H \Lambda I O Y} = 274 m/s^2$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-19

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση –
Παράδειγμα: Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



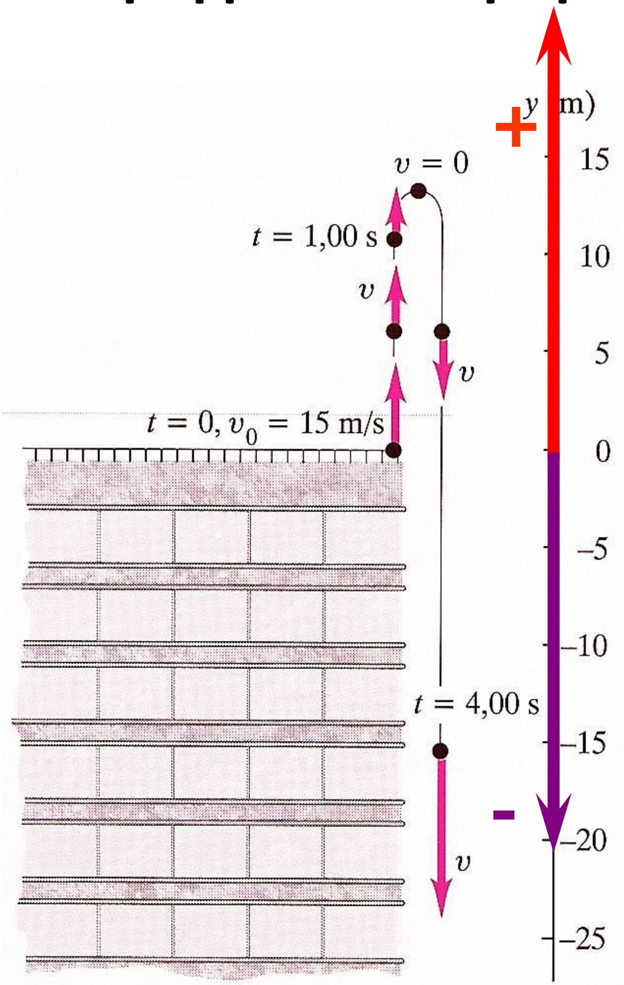
$$a = g = 9.81 m / s^2$$

$$v = v_0 + gt$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-20

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



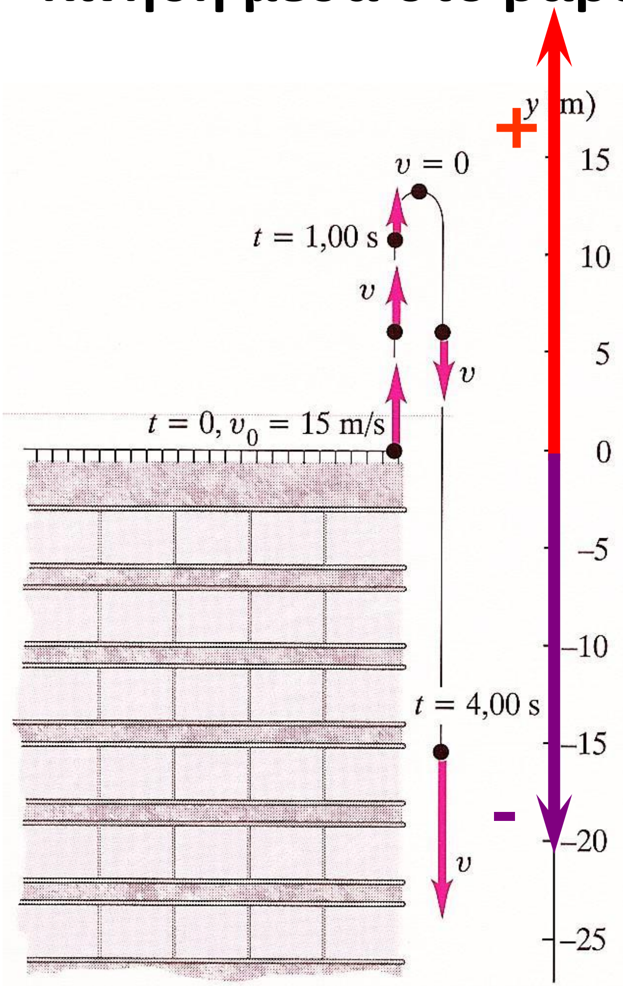
Παράδειγμα 2-7

Πετάμε μία μπάλα προς τα πάνω με <u>v_0=15m/s</u>. Η μπάλα ξαναπέφτει παράλληλα με το κτίριο. Α) Πού είναι η μπάλα <u>1s</u> και <u>4s</u> μετά τη ρίψη; Β) Τι ταχύτητα έχει η μπάλα <u>5m</u> πάνω από το κτίριο; Γ) Πόσο ψηλά έφτασε η μπάλα;

Προσοχή στον καθορισμό της + και – διεύθυνσης του άξονα (*αυθαίρετη επιλογή*)

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-21

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



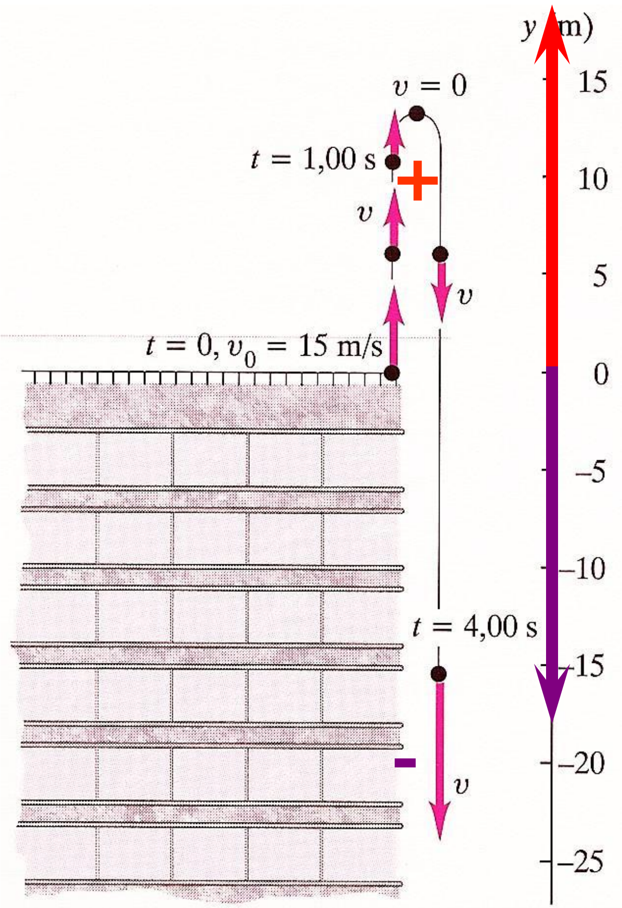
$$v = v_0 \cancel{+} gt$$

$$x = x_0 + v_0 t \cancel{+} \frac{1}{2} g t^2$$

Ο καθορισμός της *+* και – διεύθυνσης του άξονα επηρεάζει το πρόσημο *<u>όλων</u>* των ποσοτήτων (*x*, *v*, *a*) σε *<u>όλες</u>* τις σχέσεις.

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-22

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



$y_0=0m$ $V_0=15m/s$ $a=g=-9.8m/s^2$

$$v = v_0 - gt = 15 - 9.8t$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow$$

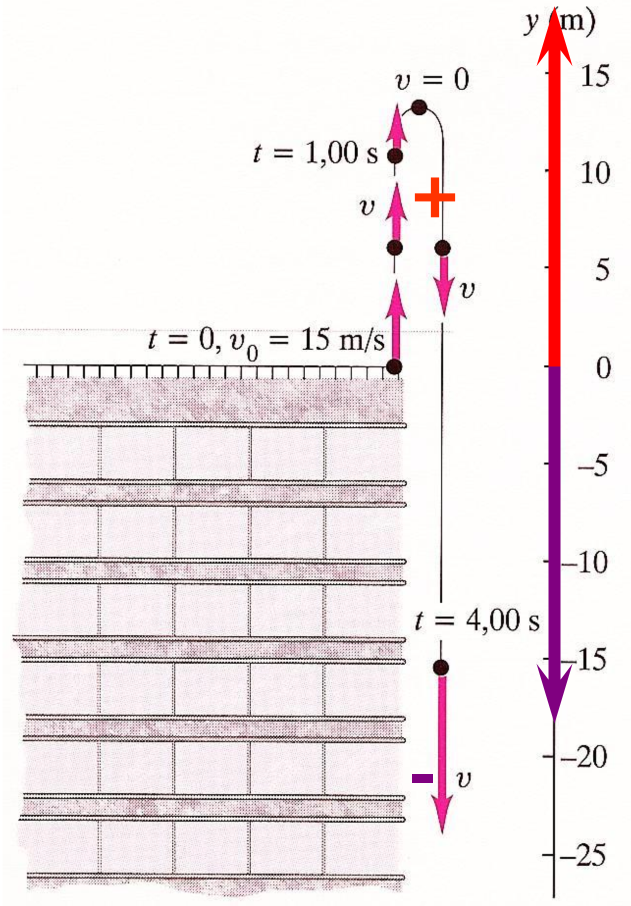
$$y = 15t - 4.9t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2a(y - y_0) \Rightarrow$$

$$v^2 = 225 - 19.6y$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-23

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



Πού είναι η μπάλα <u>1s</u> και <u>4s</u> μετά τη ρίψη;

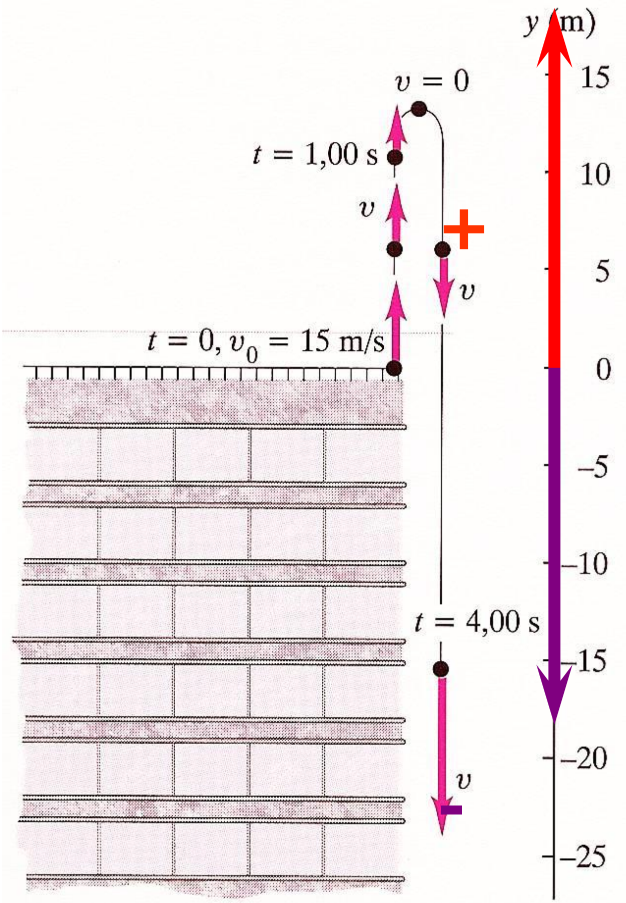
$$y = 15t - 4.9t^2$$

$$y_{1s} = 15*1 - 4.9*1^2 = 10.1m$$

$$y_{4s} = 15*4 - 4.9*4^2 = -18.4m$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-24

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



Τι ταχύτητα έχει η μπάλα <u>5m</u> πάνω από το κτίριο;

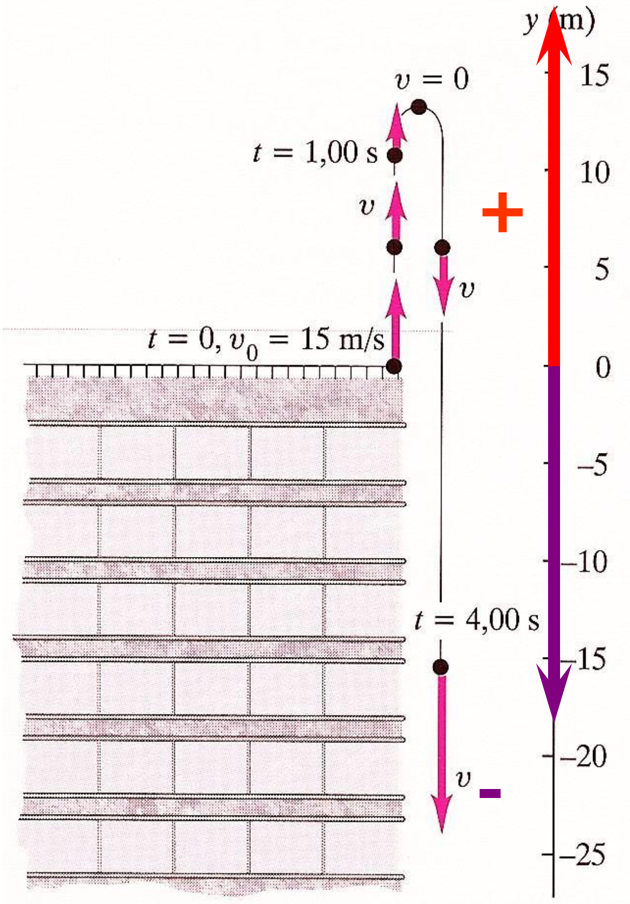
$$v^2 = v_0^2 - 2a(y - y_0) \Rightarrow$$

$$v^2 = 225 - 19.6y$$

$$v_{5m} = \sqrt{225 - 19.6 * 5} = 11.27 m/s$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-25

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο



Πόσο ψηλά έφτασε η μπάλα;

<u>Στο ψηλότερο σημείο v=0m/s !</u>

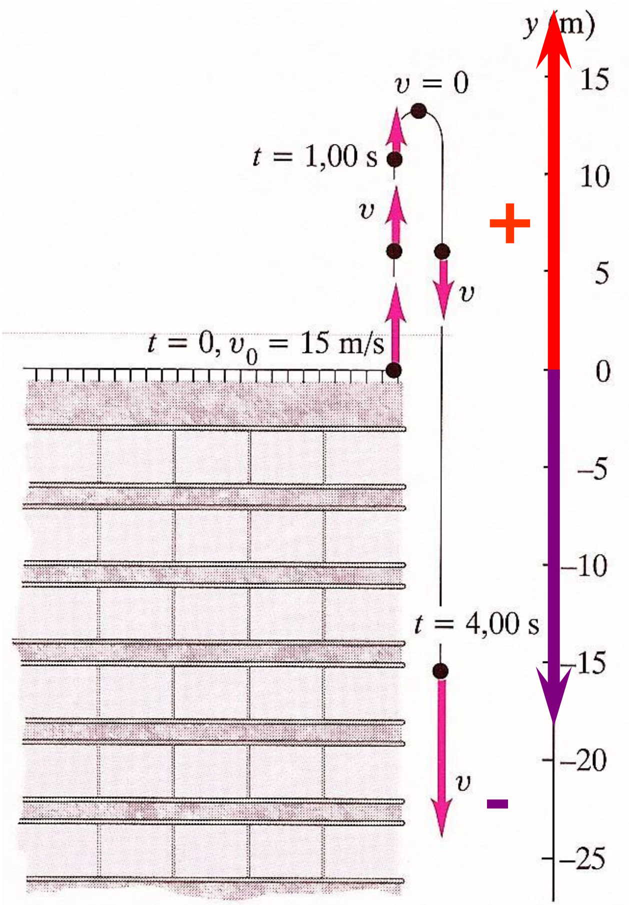
$$v^2 = 225 - 19.6y$$

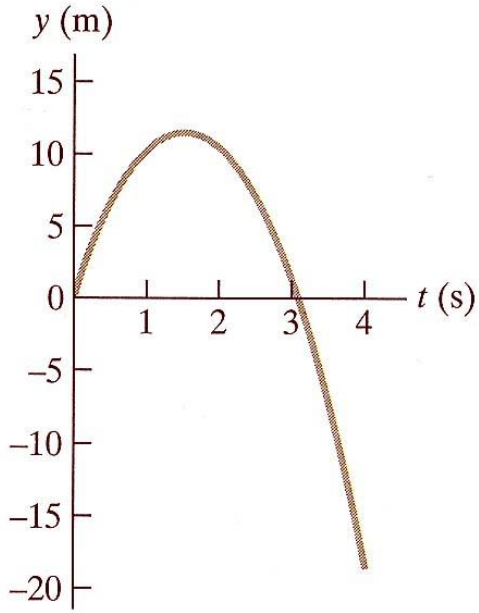
$$0 = 225 - 19.6y_{max} \Rightarrow$$

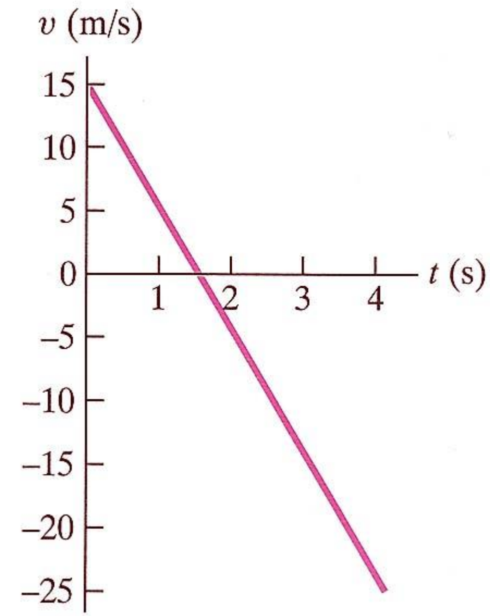
$$y_{max} = \frac{225}{19.6} = 11.48m$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-26

Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο





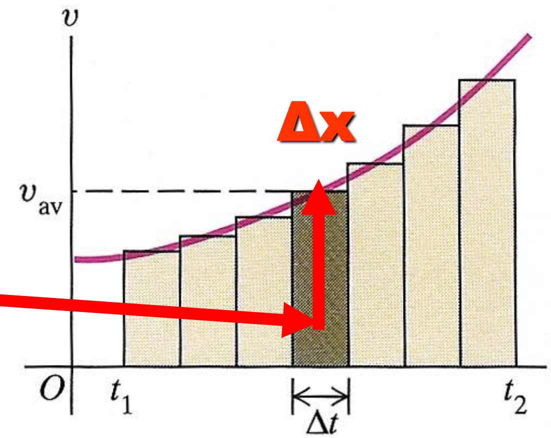


ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-27

Μετάθεση και ταχύτητα από ολοκλήρωση

$$x(t) = \int dx = \int \frac{dx}{dt} dt = \int v dt$$

$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dx}{dt} dt = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

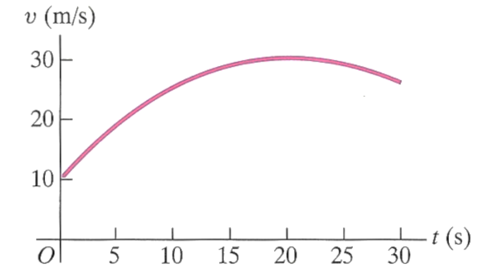


$$x - x_0 = \int_0^t v dt \Rightarrow x = x_0 + \int_0^t v dt$$

$$v = v_0 + \int_0^t a dt$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-28

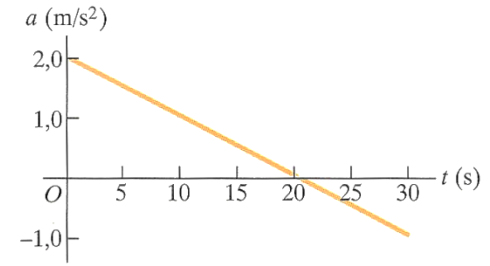
Στιγμιαία Ταχύτητα και Επιτάχυνση - ***Παράδειγμα***



$$v = v_0 + \int_0^t a\,dt$$

$a = d^2x/dt^2 = 2m/s^2 - (1/10\ m/s^3)t$

v_0=10m/sec x_0=50m (t=0s)



$$v = v_0 + \int_0^t a\,dt = 10 + \int_0^t (2 - 0.1t)\,dt \Rightarrow$$

$$v = 10 + [2t]_0^t - \frac{0.1}{2}[t^2]_0^t = 10 + 2(t-0) - 0.05(t^2 - 0^2) \Rightarrow$$

$$v = 10m/s + (2m/s^2)t - (1/20\ m/s^3)t^2$$

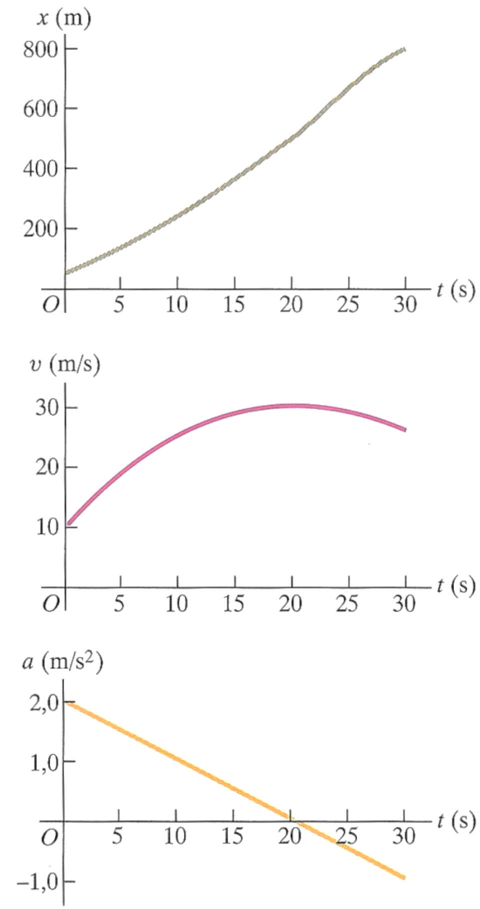
ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-29

Στιγμιαία Ταχύτητα και Επιτάχυνση - *Παράδειγμα*

$$x = x_0 + \int_0^t v\,dt$$

v = dx/dt = (2m/s²)t - (1/20 m/s³)t²

x_0=50m



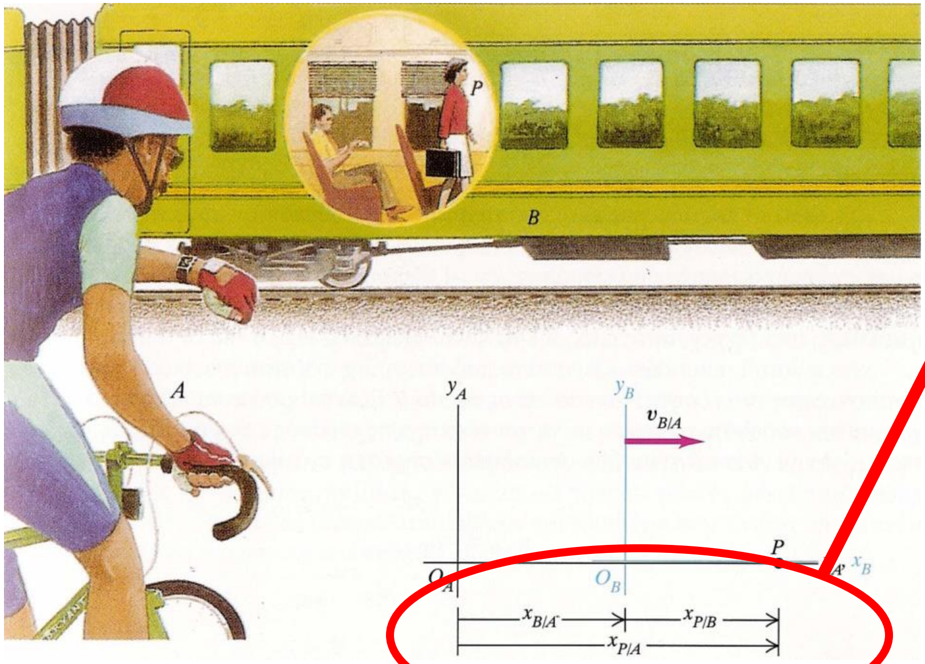
$$x = x_0 + \int_0^t v\,dt = 50 + \int_0^t (2t - 0.2t^2)\,dt \Rightarrow$$

$$x = 50 + [t^2]_0^t - \frac{0.1}{2*3}[t^3]_0^t \Rightarrow$$

$$x = 50m + (1m/s^2)t^2 - (\frac{1}{60}m/s^3)t^3$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-30

Σχετική Ταχύτητα



$$x_{P/A} = x_{P/B} + x_{B/A}$$

Τα διαφορικά δίνουν:

$$dx_{P/A} = dx_{P/B} + dx_{B/A}$$

Η διαίρεση με <u>Δt</u> δίνει:

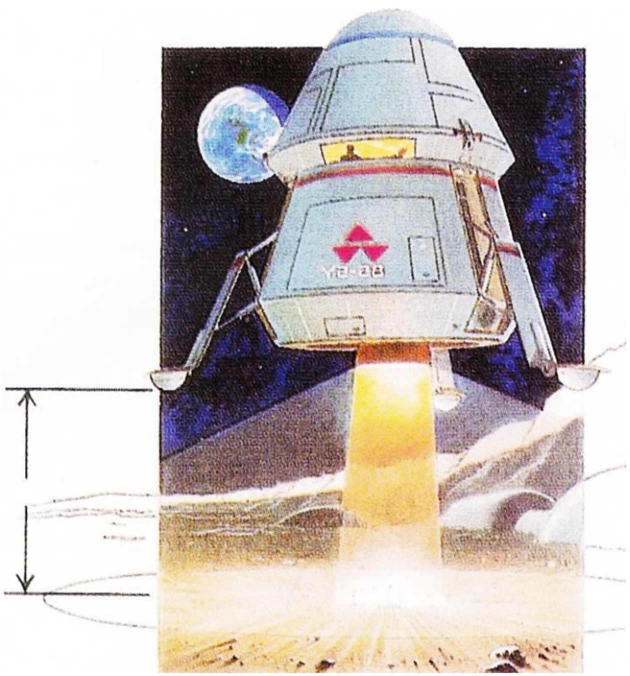
$$v_{P/A} = v_{P/B} + v_{B/A}$$

Ανάγκη εισαγωγής του συστήματος αναφοράς!

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-31

Άσκηση 2-22

Σεληνάκατος κατεβαίνει ελεγχόμενα λόγω της προωθητικής μηχανής. Σε ύψος <u>5m</u> έχει ταχύτητα <u>2m/s</u> προς τα κάτω και ο πιλότος σβήνει τη μηχανή. Με τι ταχύτητα ακουμπάει στο έδαφος; ($g_{ΣΕΛΗΝΗΣ}=1.6m/s^2$)



Η πιο εύκολη λύση είναι με τη σχέση:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

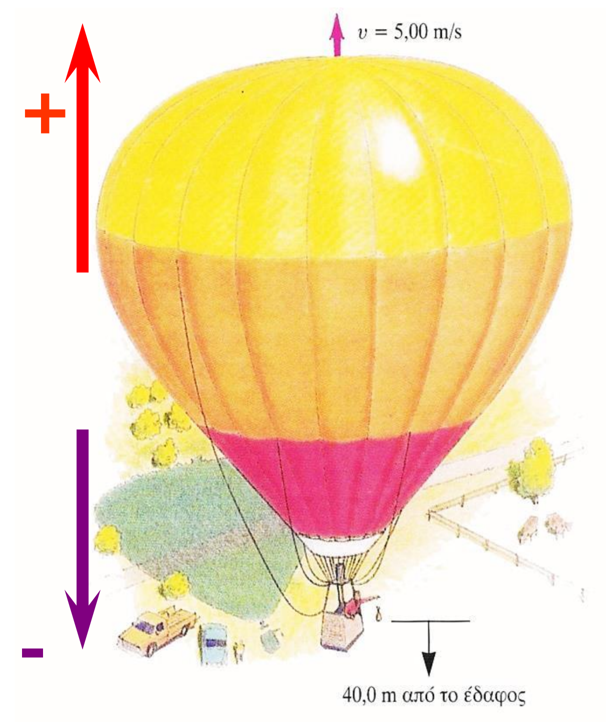
$$a = g_{\text{ΣΕΛΗΝΗΣ}} = 1.6m/s^2 \quad x - x_0 = 5m$$

$$v^2 = 2^2 + 2*1.6*5 = 20 \Rightarrow v = 4.47m/s$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-32

Άσκηση 2-28

Αερόστατο θερμού αέρα ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα 5m/s. Στα 40m ο χειριστής πετάει ένα σακί άμμο. A) Τι θέση και ταχύτητα θα έχει το σακί 0.5 και 2s μετά; B) Πότε θα χτυπήσει το σακί το έδαφος και με ποια ταχύτητα;



Πρώτο βήμα ο καθορισμός (αυθαίρετα) της θετικής διεύθυνσης π.χ.

Απαραίτητο είναι να γνωρίζουμε από πού μετράμε αποστάσεις, π.χ. από το έδαφος

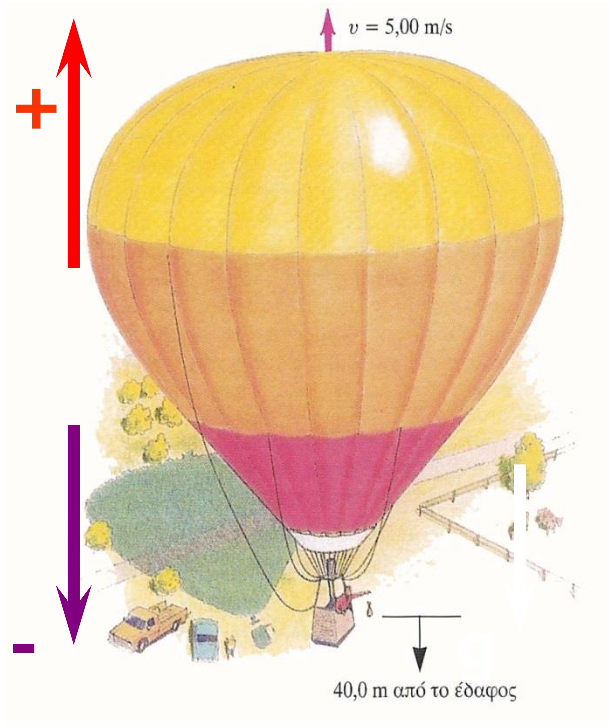
Με βάση τα παραπάνω, το σακί έχει αρχική ταχύτητα και θέση:

$$\mathbf{v_0 = 5m/s \qquad x_0 = 40m}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-33

$v_0 = 5m/s$ $\quad x_0 = 40m$

$$v = v_0 - gt \qquad x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$



Το *–g* επιβάλλεται γιατί η βαρύτητα είναι αντίθετη με τη θετική διεύθυνση που επιλέξαμε

$$v_{0.5s} = 5 - 9.8 * 0.5s = 0.2m/s$$

$$x_{0.5s} = 40 + 5 * 0.5 - \frac{1}{2} 9.8 * 0.5^2 = 41.28m$$

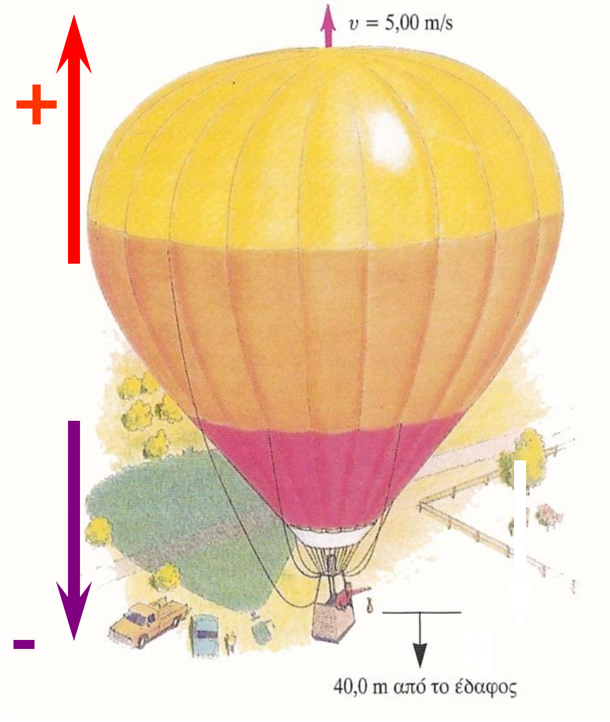
$$v_{2s} = 5 - 9.8 * 2s = -14.6m/s$$

$$x_{2s} = 40 + 5 * 2 - \frac{1}{2} 9.8 * 2^2 = 30.4m$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-34

$v_0 = 5m/s \qquad x_0 = 40m$

$$v = v_0 - gt \qquad x = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$



Στο έδαφος x=0m, οπότε:

$$0m = 40 + 5 * t - \frac{1}{2} 9.8 * t^2 \Rightarrow$$

$$t_{ΕΔΑΦΟΣ} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4(\frac{1}{2}9.8)40}}{2(-\frac{1}{2}9.8)} = 3.41s$$

$$v_{ΕΔΑΦΟΣ} = 5 - 9.8 * 3.41 = -28.42m/s$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-35

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις

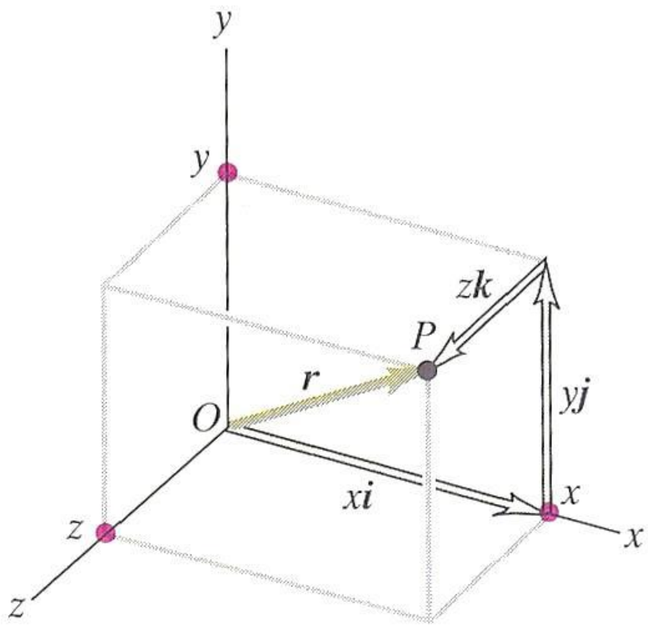
Που είμαστε στο χώρο;

Στο σημείο *(x, y, z)* !!!

Διάνυσμα θέσης

$$\vec{\mathbf{r}} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

$$\vec{\mathbf{r}} \qquad (x, y, z)$$

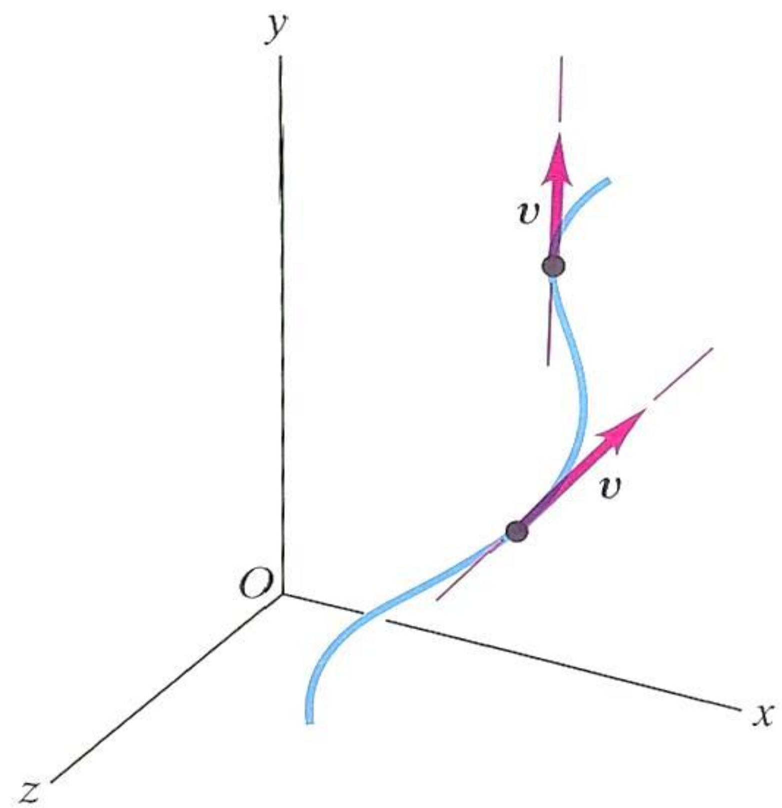


ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-36

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις

Μέση Ταχύτητα

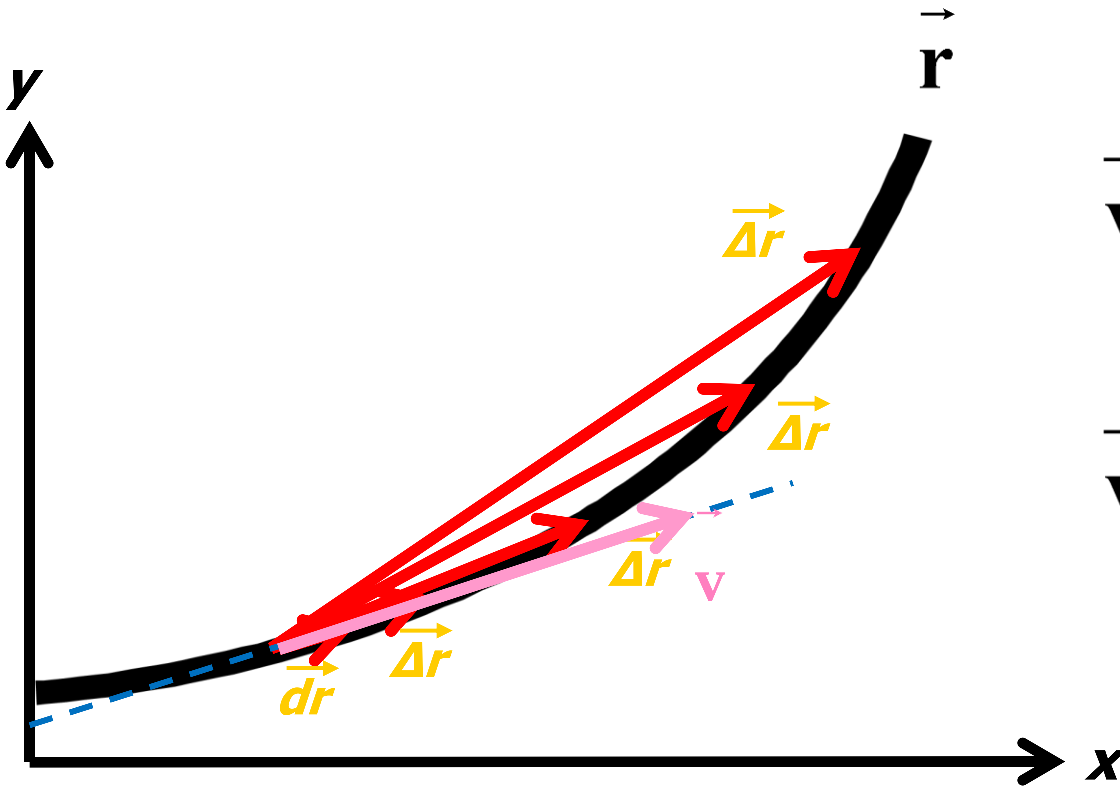
$$\overrightarrow{\mathbf{v}_{\mathbf{av}}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{r}_2} - \overrightarrow{\mathbf{r}_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{r}}}{\Delta t}$$



$$\overrightarrow{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dr}}}{dt}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-37

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις



$$\vec{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{r}}}{\Delta t}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dr}}}{dt}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-38

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dr}}}{dt} \qquad \vec{\mathbf{r}} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}$$

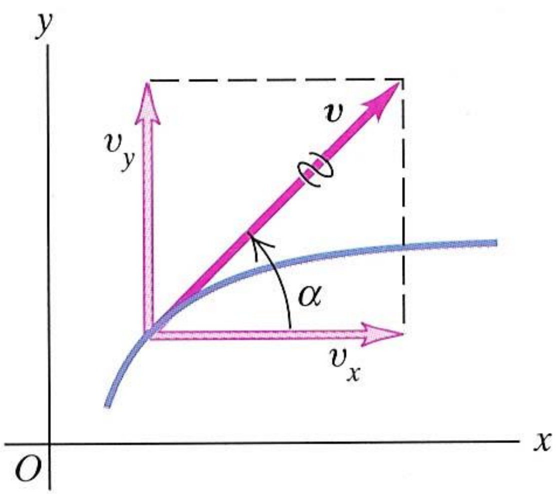
$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-39

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις

$$\left|\vec{\mathbf{v}}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

π.χ. σε 2 διαστάσεις

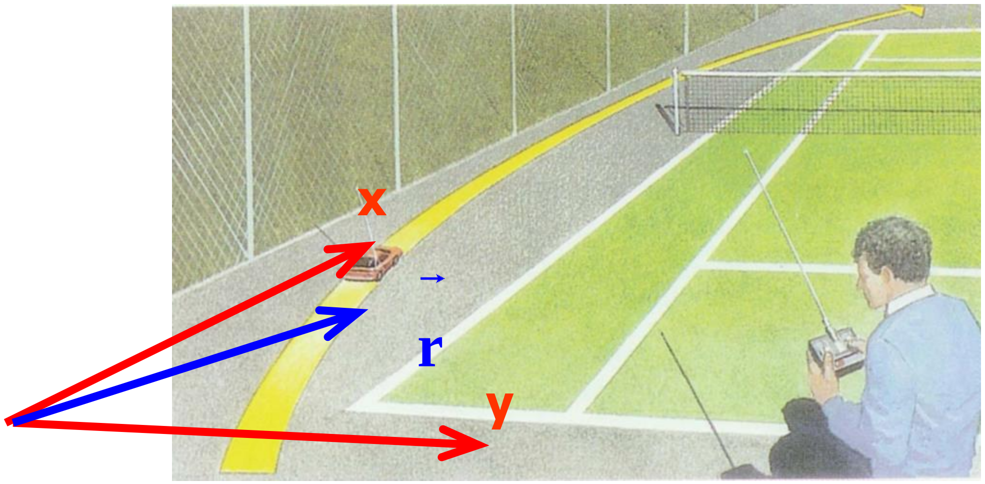


$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$$

$$\left|\vec{\mathbf{v}}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-40

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις



Παράδειγμα 3-1

$x=x(t)=3+2t^2$ $\quad$ $y=y(t)=10t+0.25t^3$

Που είναι το αυτοκίνητο για <u>t=2s</u>;

$x=3+2*2^2=11m$

$y=10*2+0.25*2^3=22m$

$$\vec{\mathbf{r}}_{2s} = (11m)\,\mathbf{i} + (22m)\,\mathbf{j}$$

Ποια η μετατόπιση του αυτοκίνητου και η μέση ταχύτητα από <u>t=0s</u> ως <u>t=2s</u>;

$$\vec{\mathbf{r}} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} = (3+2t^2)\mathbf{i} + (10t + 0.25t^3)\mathbf{j}$$

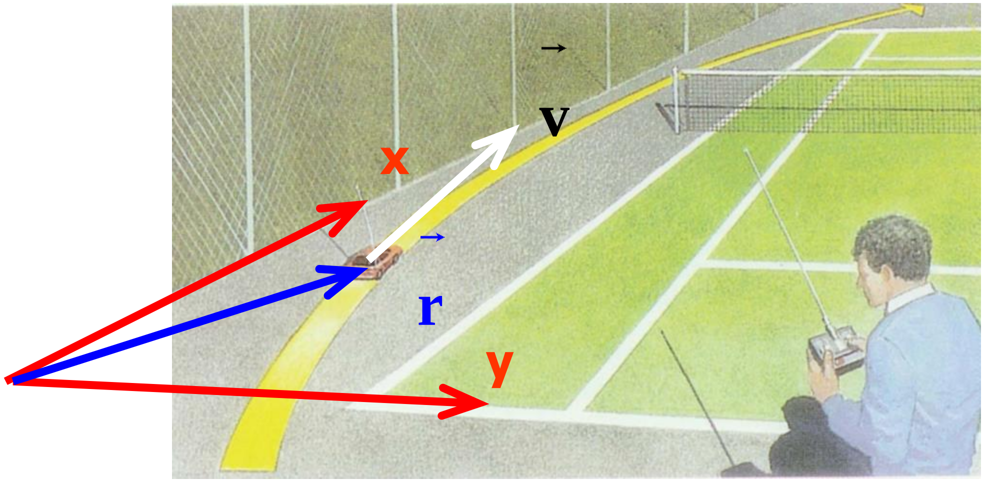
$$\vec{\mathbf{r}}_{0s} = 3\mathbf{i} + 0\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{v}}_{av}^{\,0-2s} = \frac{\vec{\mathbf{r}}_2 - \vec{\mathbf{r}}_1}{t_2 - t_1} = (4m/s)\mathbf{i} + (11m/s)\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_{2s} = 11\mathbf{i} + 22\mathbf{j}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-41

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις



$$\vec{r} = (3 + 2t^2)\mathbf{i} + (10t + 0.25t^3)\mathbf{j}$$

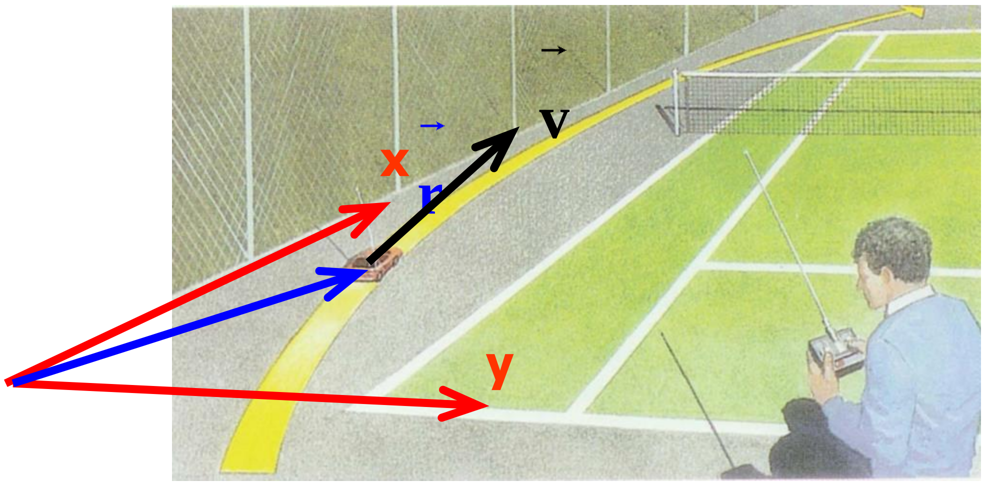
Ποια η στιγμιαία ταχύτητα του αυτοκίνητου και πόση είναι στα t=2s;

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (4t)\mathbf{i} + (10 + 0.75t^2)\mathbf{j} \qquad \left|\vec{v}_{2s}\right| = \sqrt{8^2 + 13^2} = 15m/s$$

$$\vec{v}_{2s} = (4 * 2)\mathbf{i} + (10 + 0.75 * 2^2)\mathbf{j} = 8\mathbf{i} + 13\mathbf{j}$$

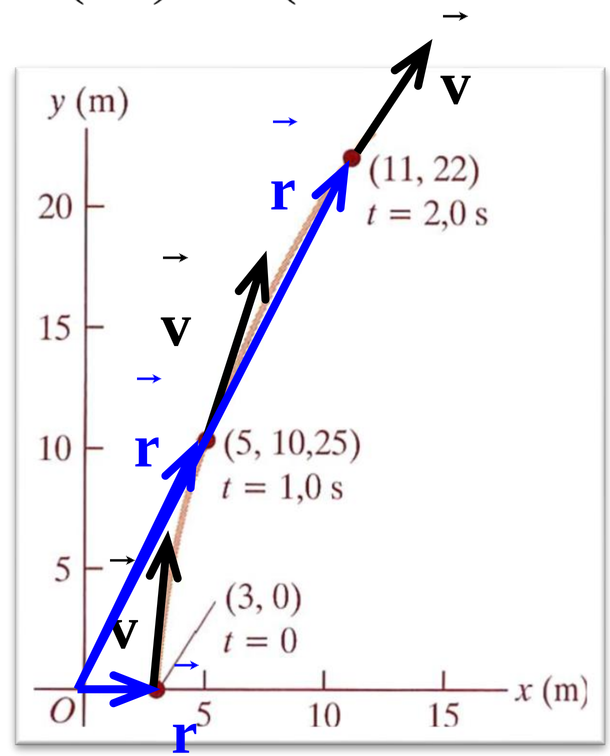
ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-42

Μετάθεση-Ταχύτητα στις 3 διαστάσεις



$$\vec{r} = (3 + 2t^2)\mathbf{i} + (10t + 0.25t^3)\mathbf{j}$$

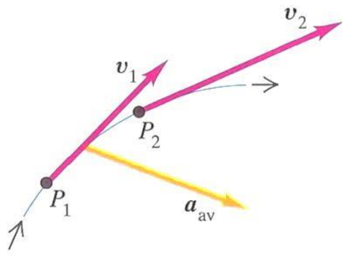
$$\vec{v} = (4t)\mathbf{i} + (10 + 0.75t^2)\mathbf{j}$$



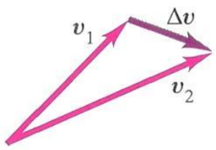
ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-43

Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις

$$\overrightarrow{\mathbf{a}_{\mathbf{av}}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{v}_2} - \overrightarrow{\mathbf{v}_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{\Delta v}}}{\Delta t}$$

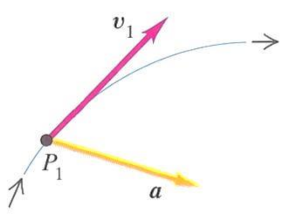


(a)



(b)

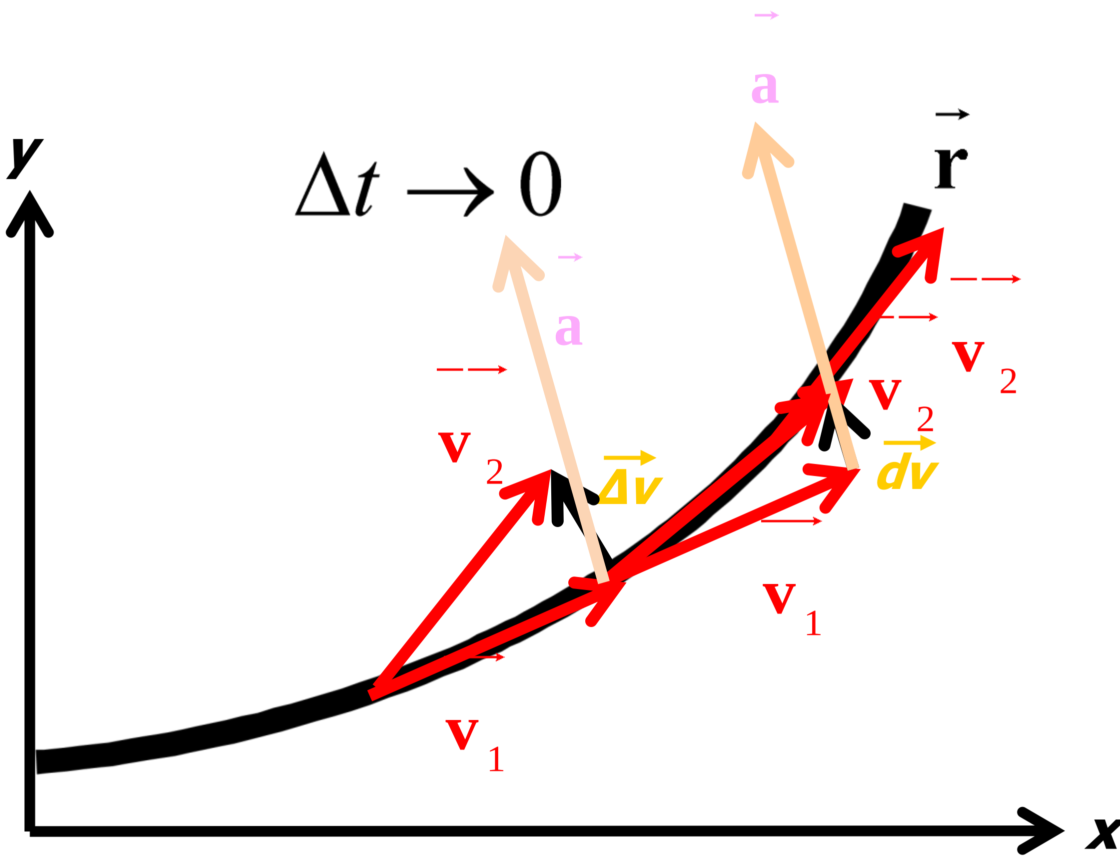
$$\overrightarrow{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\mathbf{\Delta v}}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dv}}}{dt}$$



(c)

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-44

Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{v}}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{\overrightarrow{d\mathbf{v}}}{dt}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-45

Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις

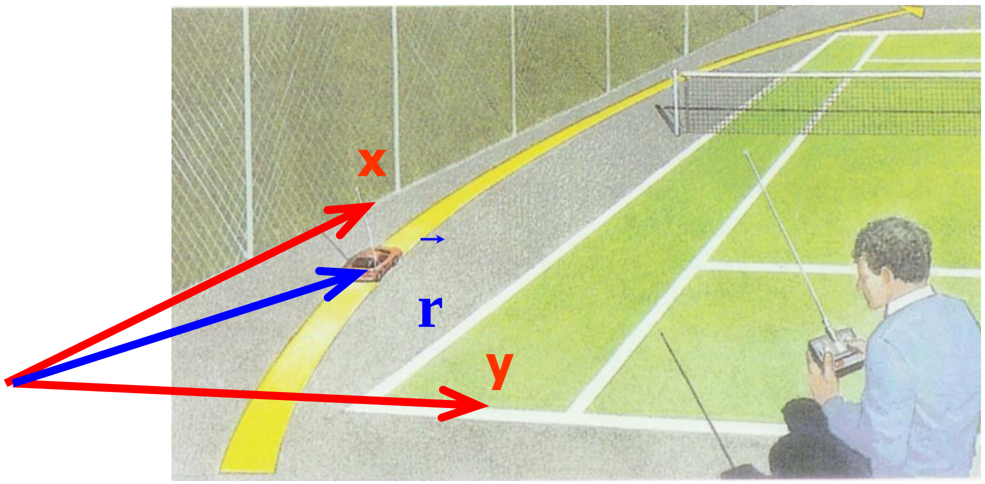
$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dv}}}{dt} \qquad \vec{\mathbf{v}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dr}}}{dt} \qquad \vec{\mathbf{a}} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{d}^2\mathbf{r}}}{dt^2} \qquad \vec{\mathbf{r}} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} \qquad \vec{\mathbf{a}} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-46

Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις



Παράδειγμα 3-2

x=3+2t² **y=10t+0.25t³**

$$\vec{\mathbf{r}} = (3 + 2t^2)\mathbf{i} + (10t + 0.25t^3)\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = (4t)\mathbf{i} + (10 + 0.75t^2)\mathbf{j}$$

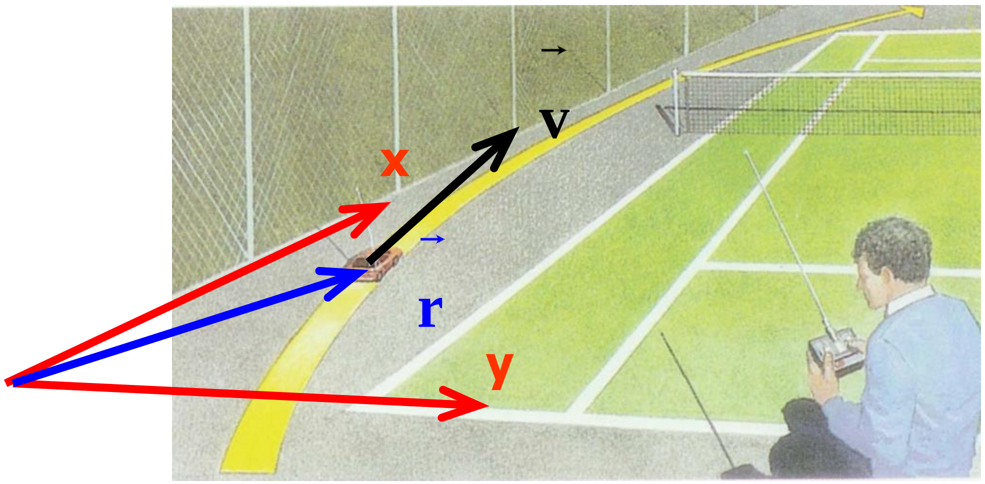
Ποια η στιγμιαία επιτάχυνση για t=<u>2s</u>;

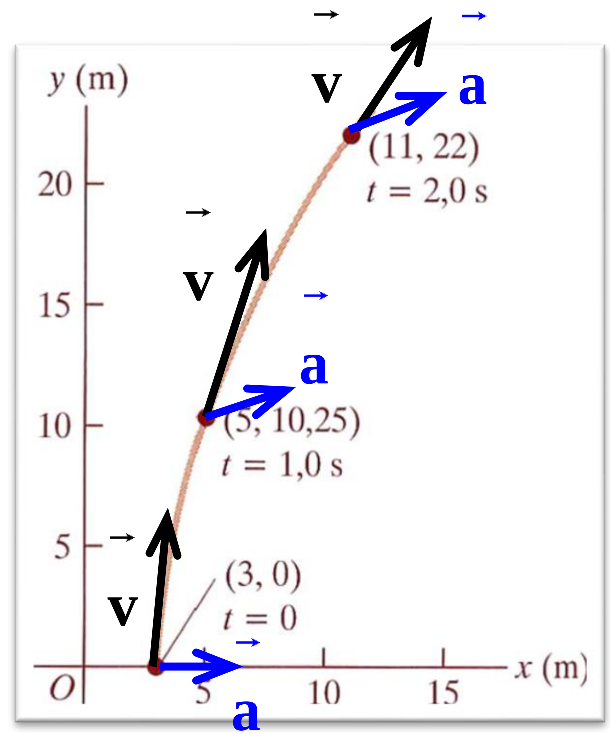
$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} = 4\,\mathbf{i} + 1.5t\,\mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{a}_{2s}} = (4m/s^2)\,\mathbf{i} + (3m/s^2)\,\mathbf{j} \qquad \left|\overrightarrow{\mathbf{a}_{2s}}\right| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5m/s^2$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-47

Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις





$$\vec{\mathbf{r}} = (3 + 2t^2)\mathbf{i} + (10t + 0.25t^3)\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = (4t)\mathbf{i} + (10 + 0.75t^2)\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{a}} = 4\,\mathbf{i} + 1.5t\,\mathbf{j}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-48

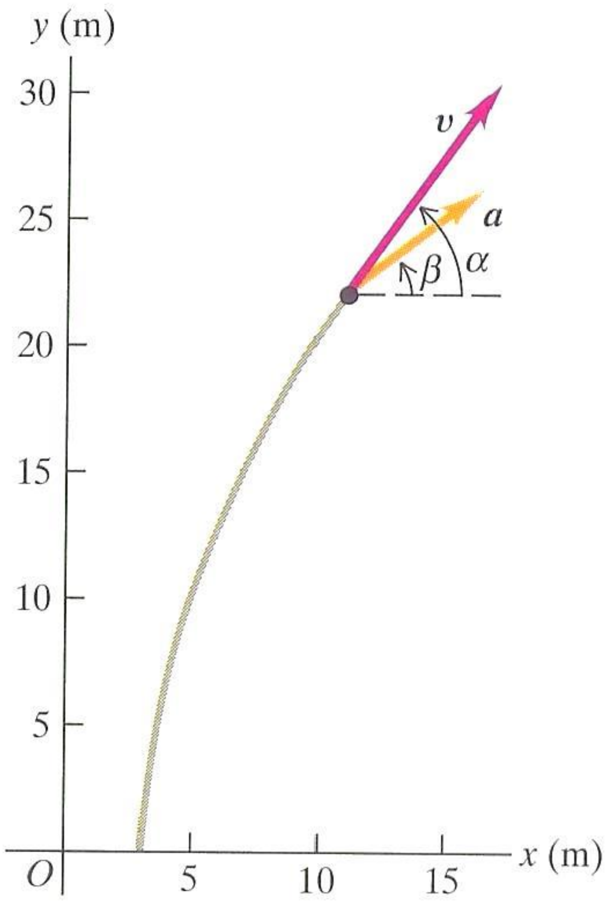
Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις

$$\overrightarrow{\mathbf{v}_{2s}} = (8m/s)\mathbf{i} + (13m/s)\mathbf{j}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{13}{8} \Rightarrow \alpha = 58^{o}$$

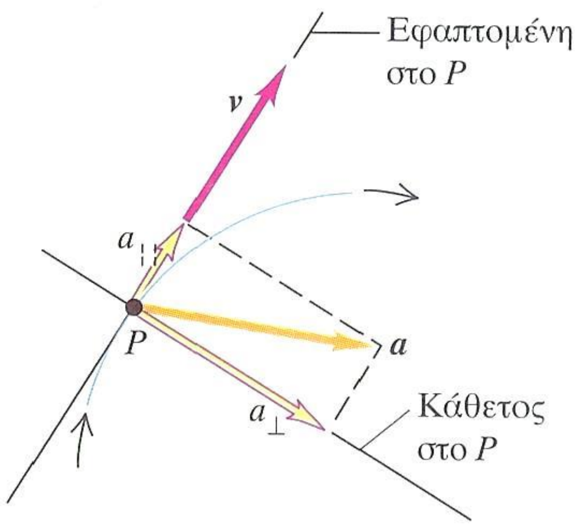
$$\overrightarrow{\mathbf{a}_{2s}} = (4m/s^{2})\,\mathbf{i} + (3m/s^{2})\,\mathbf{j}$$

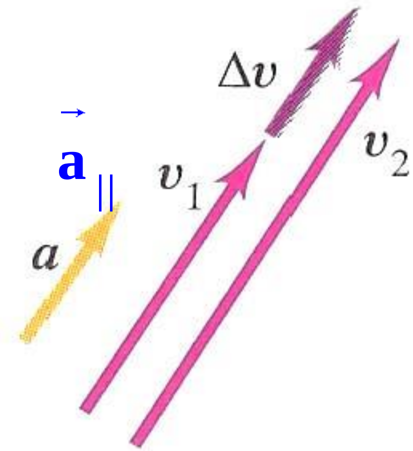
$$\tan(\beta) = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = 37^{o}$$

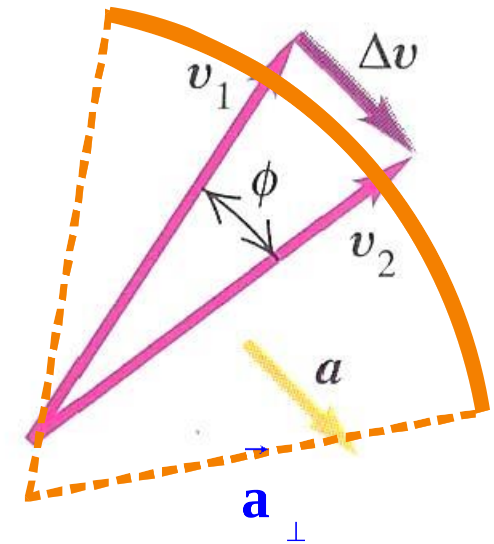


ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-49

Σχέση Ταχύτητας-Επιτάχυνσης







Η επιτάχυνση (κάθε χρονική στιγμή) αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία παράλληλη και μία κάθετη.

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} = \overrightarrow{\mathbf{a}_{\|}} + \overrightarrow{\mathbf{a}_{\perp}}$$

Η παράλληλη επιτάχυνση αλλάζει <u>ΜΟΝΟ</u> το μέτρο της ταχύτητας

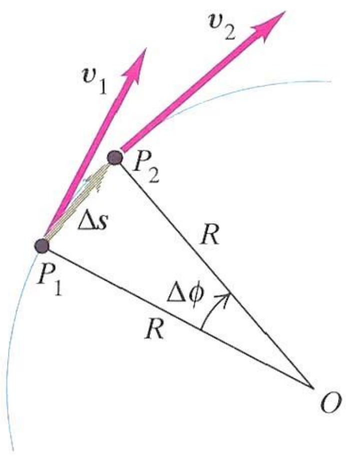
Η κάθετη επιτάχυνση αλλάζει <u>ΜΟΝΟ</u> τη διεύθυνση της ταχύτητας, δηλαδή:

$$\frac{d\left|\vec{\mathbf{v}}\right|}{dt} = 0 \quad \textit{ενώ} \quad \left|\vec{\mathbf{a}}\right| = \left|\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}\right| \neq 0$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-50

Ομαλή κυκλική κίνηση

Ομαλή **Κυκλική κίνηση**

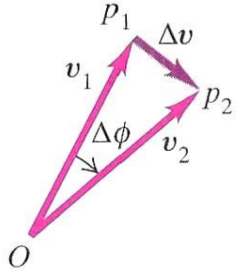


(a)

Η κίνηση γίνεται πάνω σε ένα *κύκλο…*

Η ταχύτητα έχει *σταθερό μέτρο…*

$$\left|\vec{\mathbf{v}}_1\right| = \left|\vec{\mathbf{v}}_2\right| = v$$



(b)

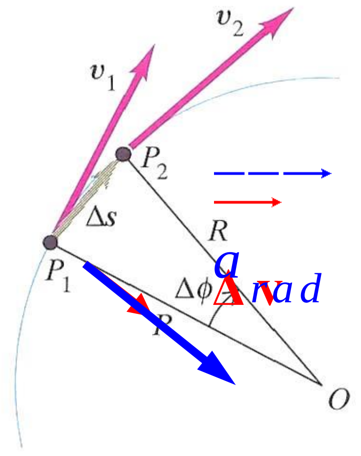
Τρίγωνα Op_1p_2 και OP_1P_2 <u>όμοια</u>, άρα:

$$\frac{\left|\overrightarrow{\Delta \mathbf{v}}\right|}{\left|\vec{\mathbf{v}}_1\right|} = \frac{\Delta s}{R} \qquad \left|\vec{\mathbf{a}}_{av}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{\Delta \mathbf{v}}\right|}{\Delta t} = \frac{v}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-51

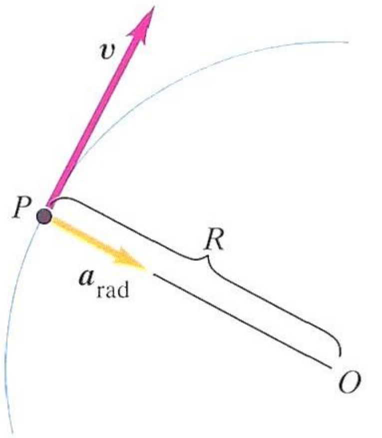
Ομαλή κυκλική κίνηση

$$\left|\vec{\mathbf{a}}_{av}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{\Delta \mathbf{v}}\right|}{\Delta t} = \frac{v}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

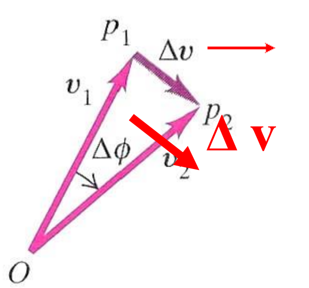


(a)

$$\left|\vec{\mathbf{a}}\right| = \frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{R}v \Rightarrow a_{rad} = \frac{v^2}{R}$$



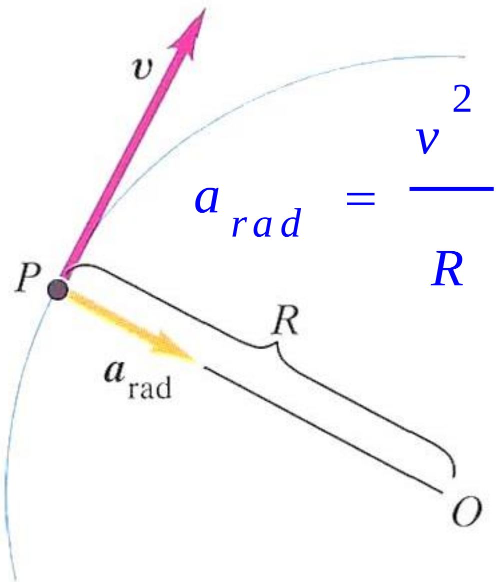
Κεντρομόλος Επιτάχυνση



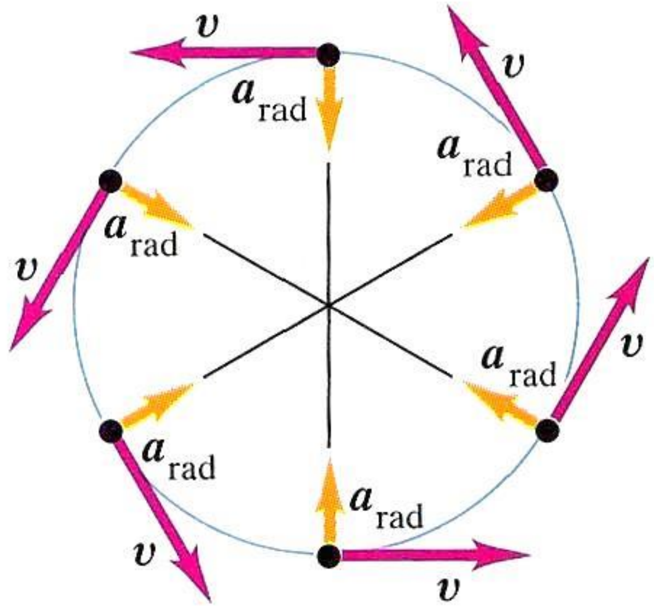
(b)

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-52

Ομαλή κυκλική κίνηση



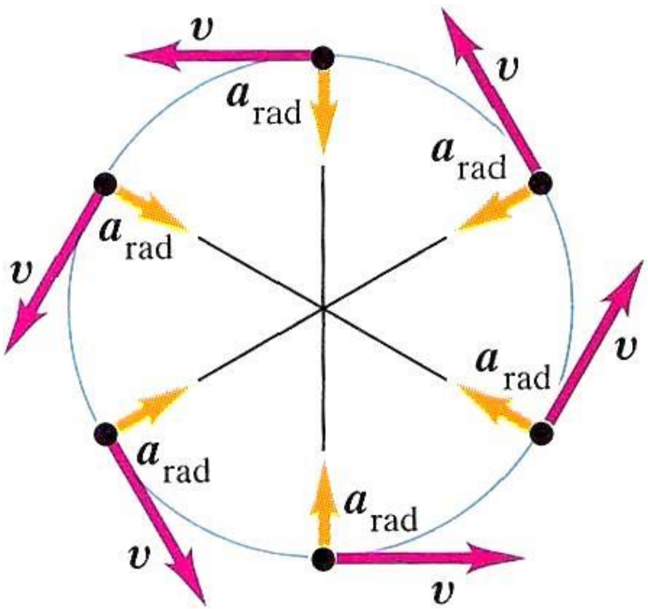
$$a_{rad} = \frac{v^2}{R}$$



$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad v = 2\pi f R \quad v = \omega R \quad a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 f^2 R = \omega^2 R$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-53

Ομαλή κυκλική κίνηση



Παράδειγμα 3-9

Σε ένα λούνα-παρκ, οι αναβάτες σε οριζόντιο τροχό ακτίνας 5m, κάνουν ένα γύρο σε 4s. Τι ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν;

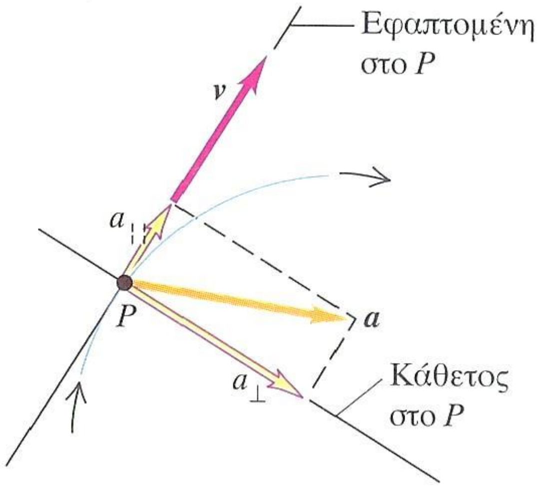
$$v = \frac{2\pi 5}{4} = 7,9 m/s$$

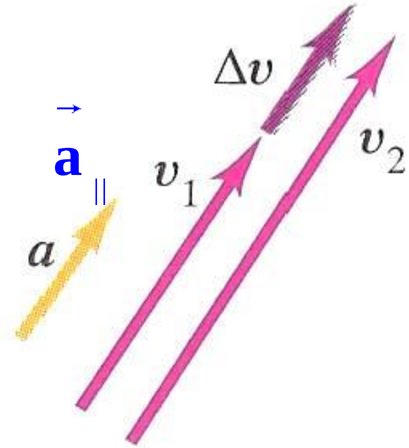
$$a_{rad} = \frac{4\pi^2 5}{4^2} = 12 m/s^2 \approx 1.2g$$

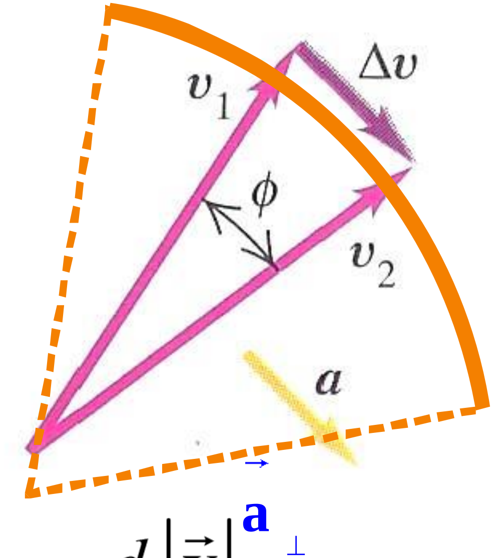
$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ-ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ-54

Σχέση Ταχύτητας-Επιτάχυνσης







$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\parallel} + \vec{\mathbf{a}}_{\perp}$$

$$\left|\vec{\mathbf{a}}_{\perp}\right| = a_{rad} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\left|\vec{\mathbf{a}}_{\parallel}\right| = a_{tan} = \frac{d\left|\vec{\mathbf{v}}\right|}{dt}$$

Η κάθετη (ακτινική) επιτάχυνση αλλάζει <u>ΜΟΝΟ</u> τη διεύθυνση της ταχύτητας

Η παράλληλη (εφαπτομενική) επιτάχυνση αλλάζει <u>ΜΟΝΟ</u> το μέτρο της ταχύτητας

ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-1

Μέση – Στιγμιαία Ταχύτητα-Επιτάχυνση σε 1 διάσταση

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad v = \frac{dx}{dt} \qquad a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

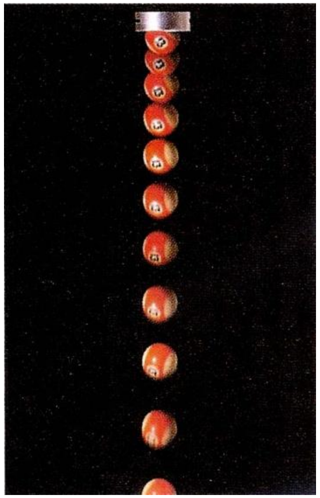
Κίνηση σε 1 διάσταση με σταθερή Επιτάχυνση – *Τι μορφή έχει;*

$$a = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad x - x_0 = \frac{v_0 + v}{2}t$$

ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-2

Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση –
Παράδειγμα: Κίνηση μέσα στο βαρυτικό πεδίο

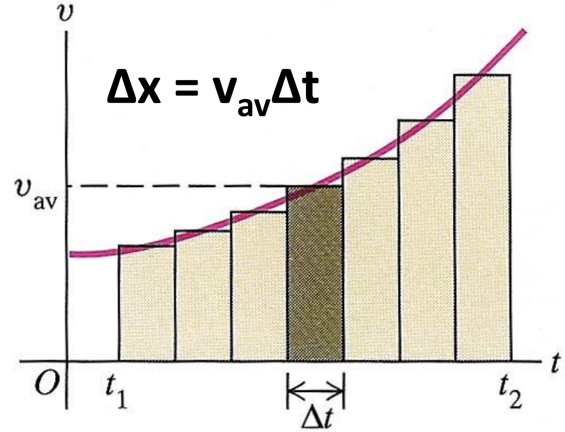


$$a = g = 9.81 m/s^2 \qquad v = (\pm) v_0 + gt$$

$$x = (\pm) x_0 \, (\pm) v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

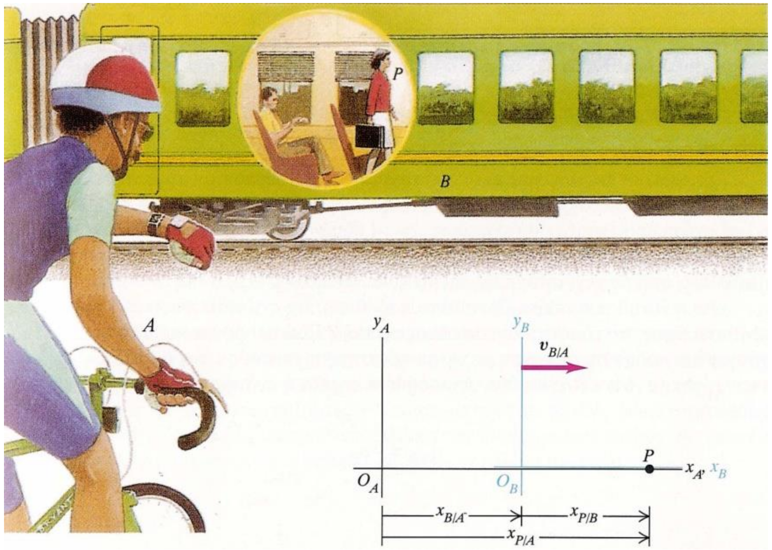
Μετάθεση και Ταχύτητα από ολοκλήρωση

$$x = x_0 + \int_0^t v dt \qquad v = v_0 + \int_0^t a dt$$



ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-3

Σχετική Ταχύτητα – Σύστημα αναφοράς



$$\mathbf{x}_{P/A} = \mathbf{x}_{P/B} + \mathbf{x}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_{P/A} = \mathbf{v}_{P/B} + \mathbf{v}_{B/A}$$

ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-4

Μετάθεση – Ταχύτητα - Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις

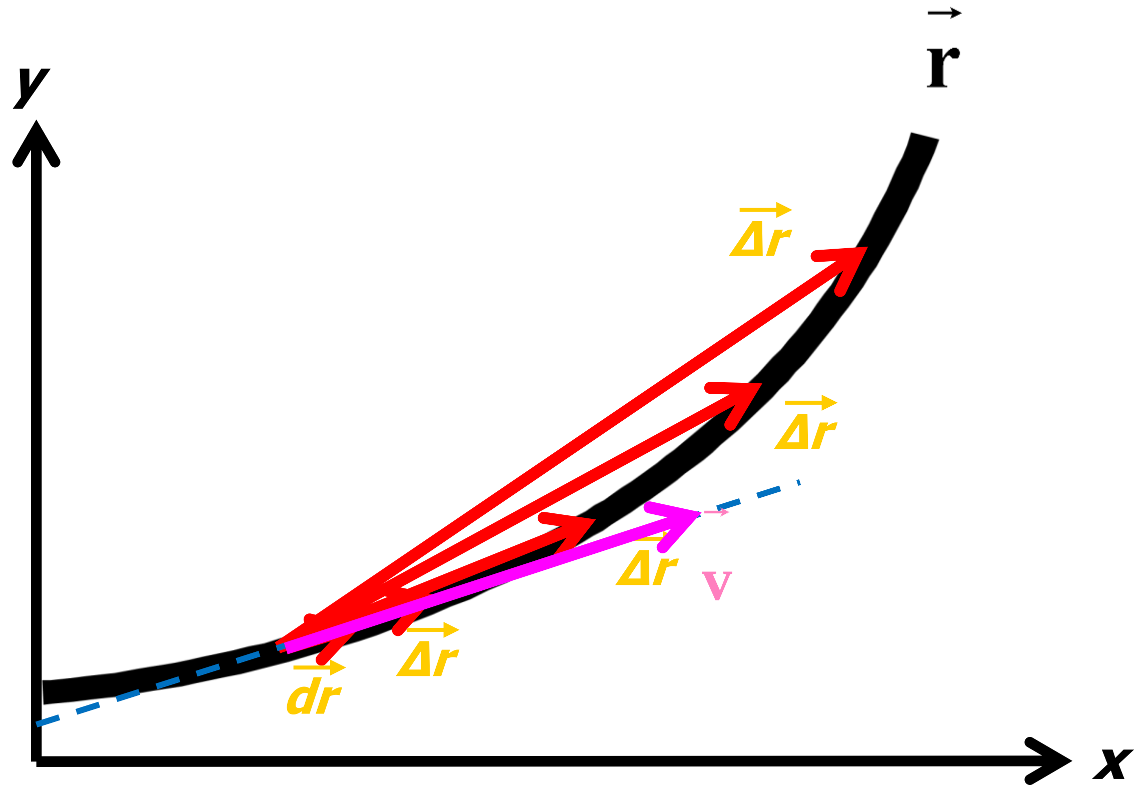
Διάνυσμα θέσης

$$\vec{\mathbf{r}} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} + z\,\mathbf{k}$$

$$\vec{\mathbf{r}} \quad (x, y, z)$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{r}}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dr}}}{dt}$$

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k}$$

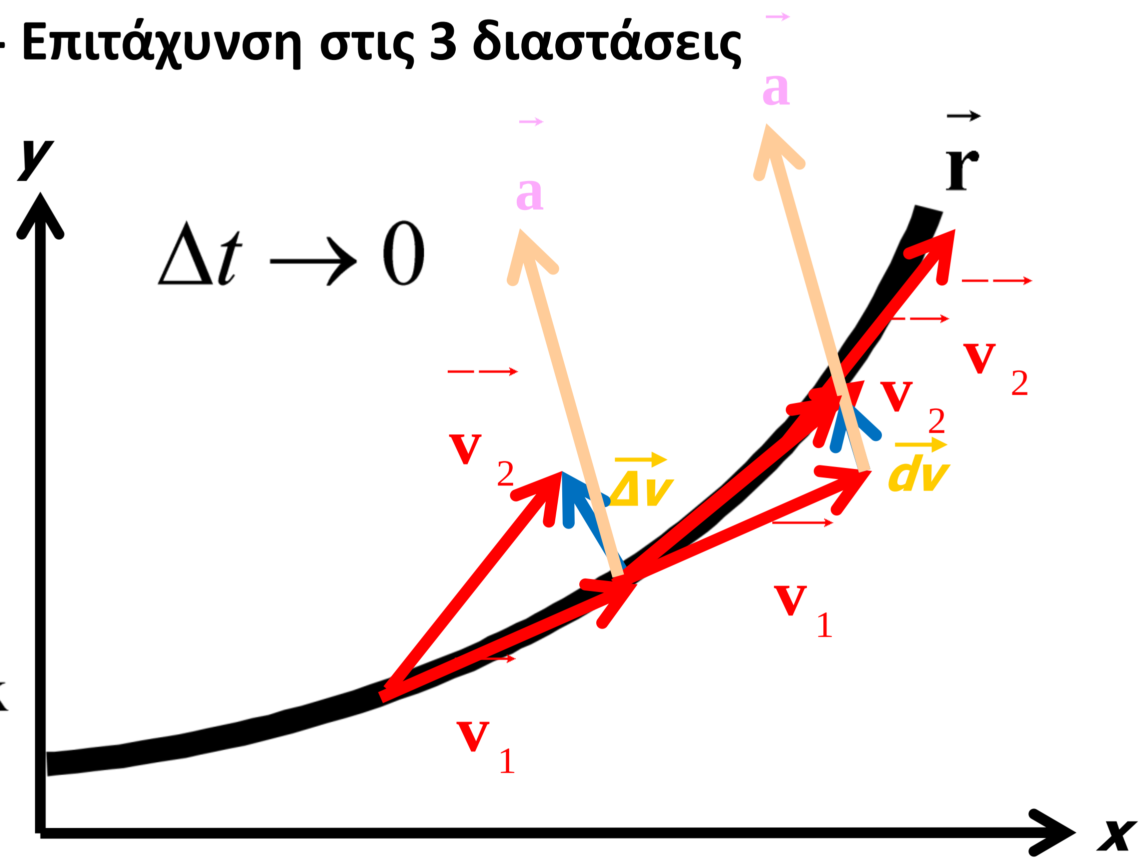


ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-5

Μετάθεση – Ταχύτητα - Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις

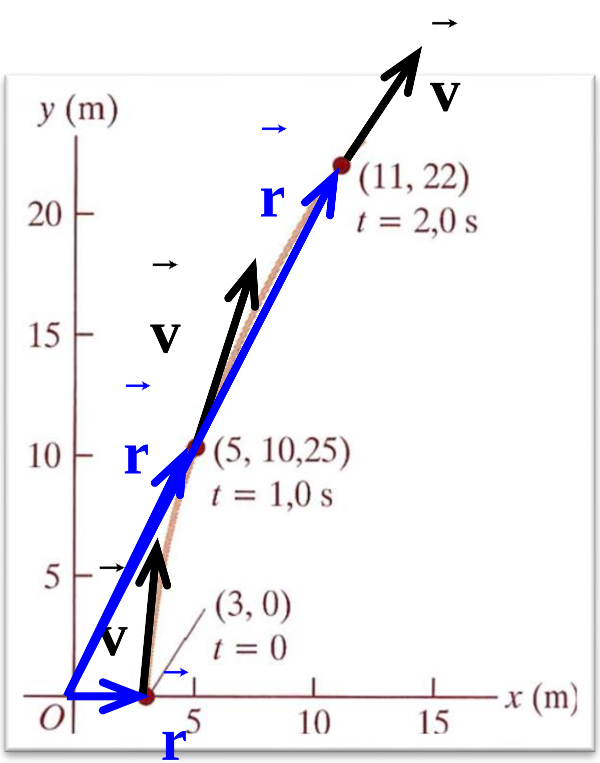
$$\vec{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{dv}}}{dt}$$

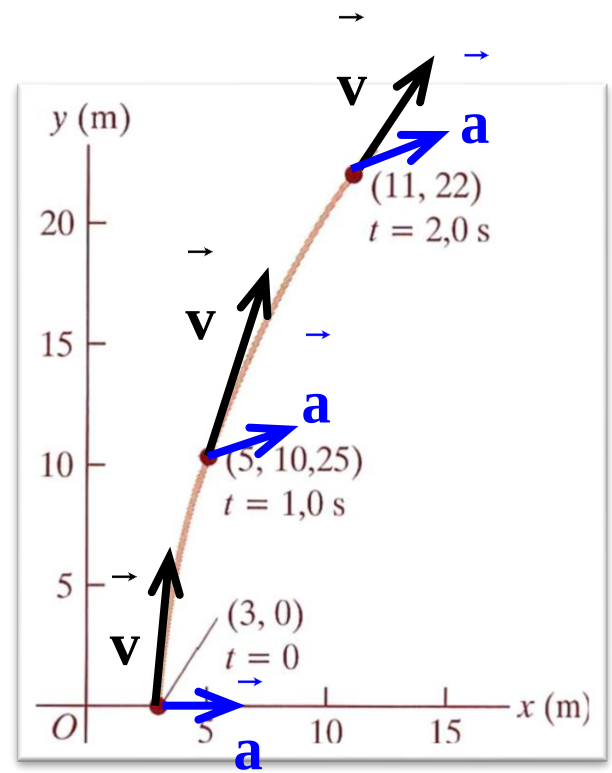
$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{d^2 x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2 z}{dt^2}\mathbf{k}$$



ΣΥΝΟΨΗ 2^{ου} Μαθήματος-6

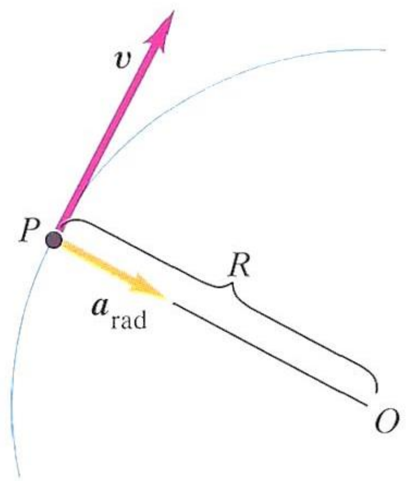
Μετάθεση – Ταχύτητα - Επιτάχυνση στις 3 διαστάσεις

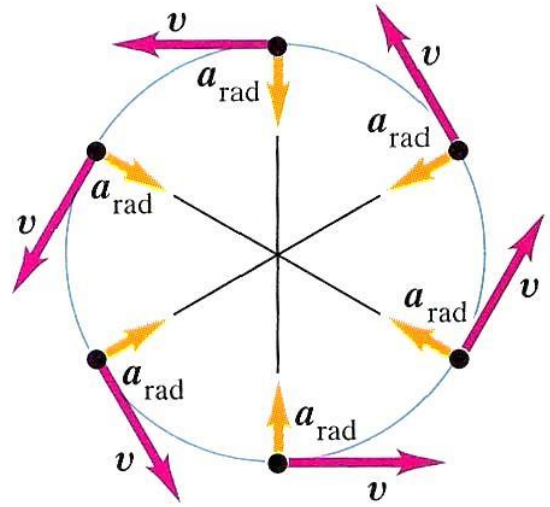




ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-7

Ομαλή κυκλική κίνηση

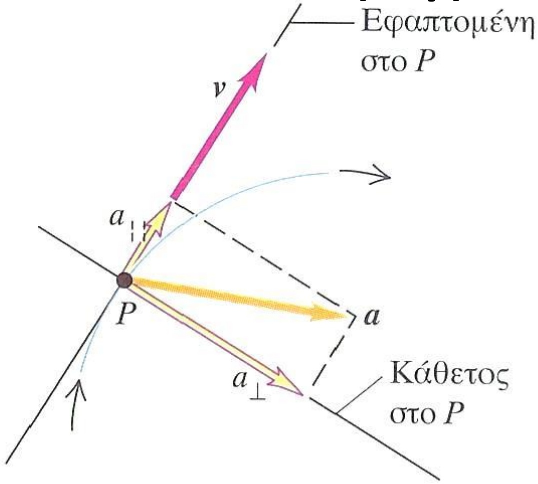




$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad v = 2\pi f R \quad v = \omega R \quad a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 f^2 R = \omega^2 R$$

ΣΥΝΟΨΗ 2ου Μαθήματος-8

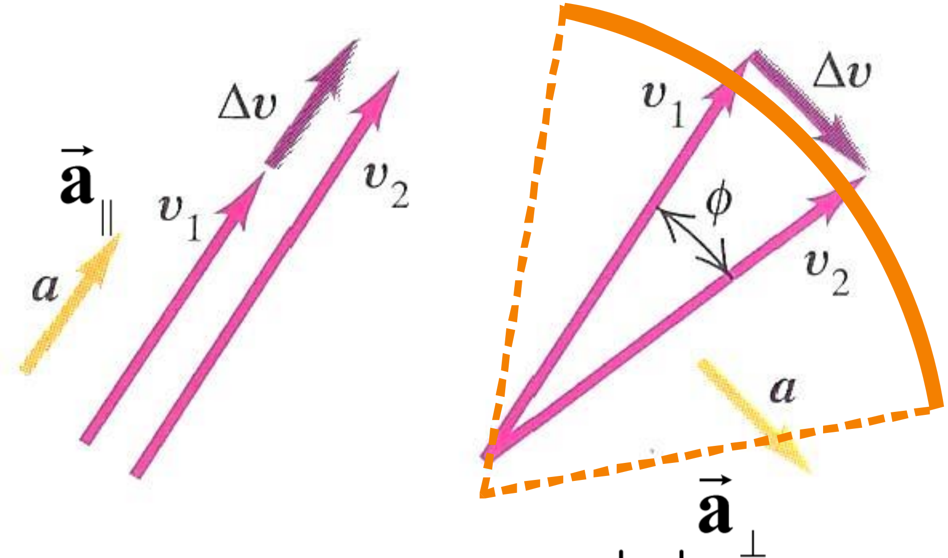
Οι δύο συνιστώσες της επιτάχυνσης – Ακτινική & Εφαπτομενική



$$\vec{\mathbf{a}} = \vec{\mathbf{a}}_{\parallel} + \vec{\mathbf{a}}_{\perp}$$

$$\left|\vec{\mathbf{a}}_{\perp}\right| = a_{rad} = \frac{4\pi^2 R}{\mathrm{T}^2} = \omega^2 R$$

Η κάθετη (ακτινική) επιτάχυνση αλλάζει <u>ΜΟΝΟ</u> τη διεύθυνση της ταχύτητας

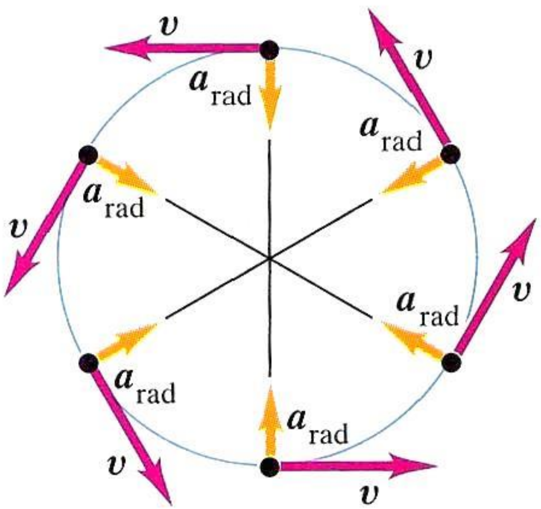


$$\left|\vec{\mathbf{a}}_{\parallel}\right| = a_{\tan} = \frac{d\left|\vec{\mathbf{v}}\right|}{dt}$$

Η παράλληλη (εφαπτομενική) επιτάχυνση αλλάζει <u>ΜΟΝΟ</u> το μέτρο της ταχύτητας

Προτεινόμενες Ασκήσεις 2ου Μαθήματος-1

Η Γή έχει μέση ακτίνα περιστροφής 1.49*10^{11}m. Αν θεωρήσουμε ότι η τροχιά είναι κυκλική, πόση είναι η ταχύτητα περιστροφής και πόση είναι η ακτινική επιτάχυνση σε σχέση με τον Ήλιο.



Προτεινόμενες Ασκήσεις 2ου Μαθήματος-2

Ένα πουλί πετάει στο επίπεδο xy με διάνυσμα ταχύτητας:

$$\vec{v} = (a-bt^2)\, i + ct\, j$$

όπου $\underline{a=2.1m/s,\ b=3.6m/s^3}$ ***και*** $\underline{c=5m/s^2}$ ***και η θετική κατεύθυνση του άξονα y είναι κατακόρυφα προς τα πάνω. Αν το πουλί είναι στην αρχή των αξόνων για*** $\underline{t=0}$ ***να βρεθούν τα διανύσματα θέσης και επιτάχυνσης σαν συνάρτηση του χρόνου.***

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Παπαζάχος Κωνσταντίνος, Τσόκας Γρηγόριος. «Φυσική. Ταχύτητα - Επιτάχυνση». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:http://eclass.auth.gr/courses/OCRS266/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Βεντούζη Χρυσάνθη

Θεσσαλονίκη, Χειμερινό Εξάμηνο 2013-2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.