



# ΗΜΙΑΓΩΓΑ ΥΛΙΚΑ: ΘΕΩΡΙΑ-ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

Μέρος 1<sup>ο</sup>: Στοιχεία Θεωρίας Ημιαγωγών  
Ενότητα 9<sup>η</sup>: Ημιαγωγοί με προσμίξεις.

Γεώργιος Λιτσαρδάκης  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών  
& Μηχανικών Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





## 9. Ημιαγωγοί με προσμίξεις.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



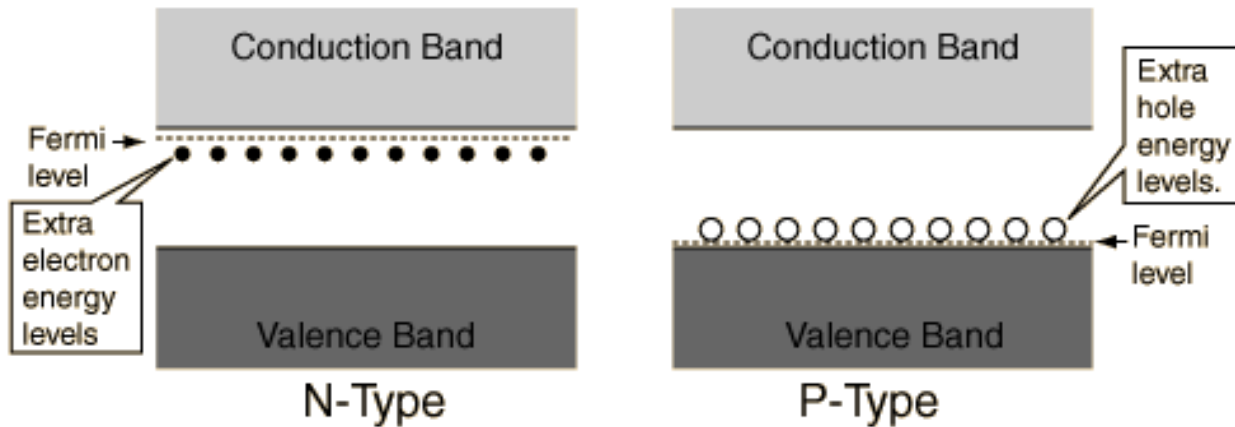
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Περιεχόμενα ενότητας

1. Πιθανότητα διέγερσης της στάθμης πρόσμιξης.
2. Γινόμενο ηλεκτρονίων-οπών.
3. Εξάλειψη των φορέων μειονότητας.
4. Αντισταθμισμένος ημιαγωγός.
5. Η θέση της στάθμης Fermi.
6. Ευκινησία.
7. Αγωγιμότητα.



# Ημιαγωγοί με προσμίξεις

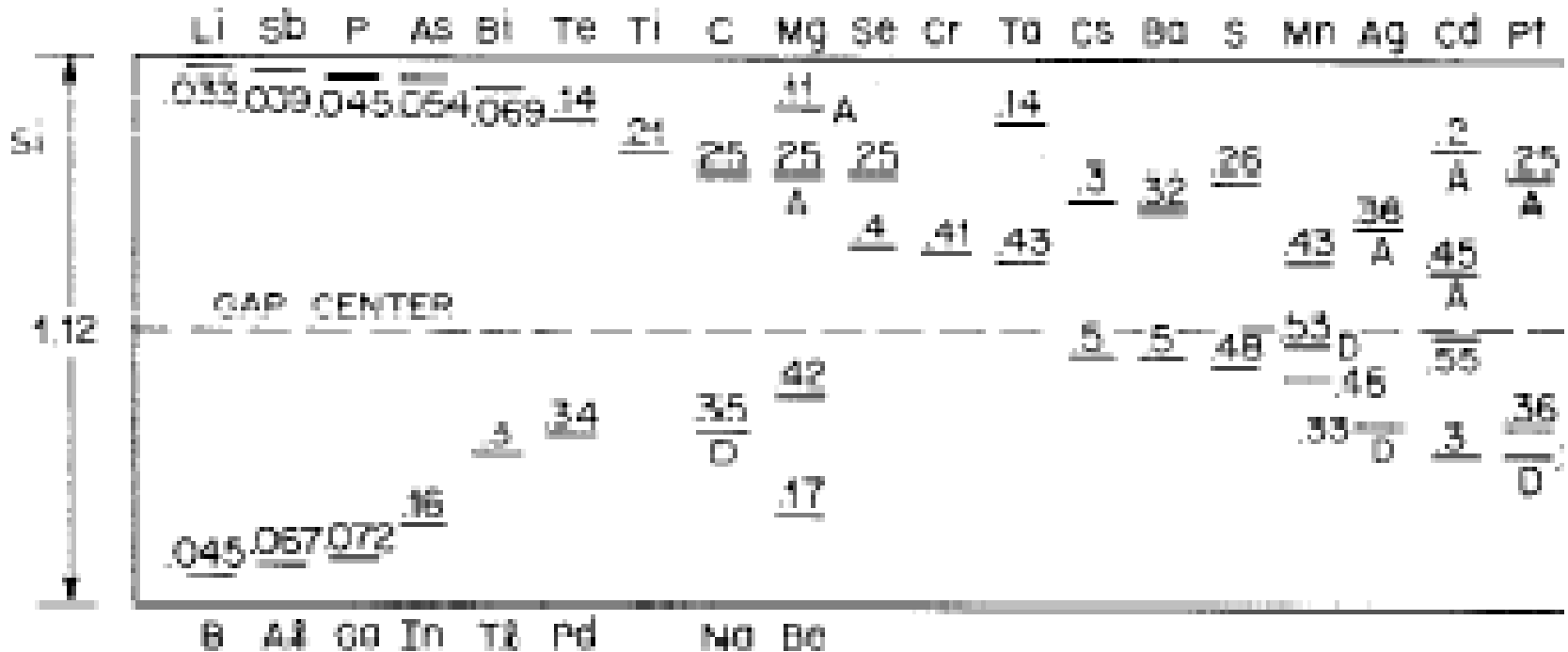


Χαρακτηριστική απεικόνιση N-τύπου και Π-τύπου ημιαγωγού.

Πηγή: HyperPhysics -2014 C. R. Nave - Georgia State University,  
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solids/imgsol/dban.gif>  
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solids/dsem.html>



# Προσμίξεις στο Si

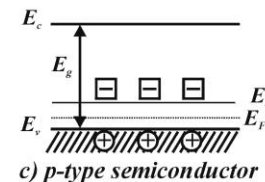
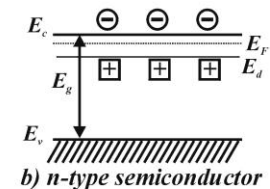
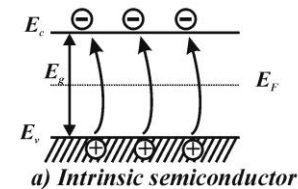


# Πιθανότητα διέγερσης της στάθμης πρόσμιξης

$$N_D^+ = N_D \{1 - f(E_D)\} = N_D \left\{1 - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}\right\}$$

$$N_D^+ = \frac{N_D}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E_D}{kT}\right)}$$

$$N_A^- = N_A \cdot f(E_A) = \frac{N_A}{1 + \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$



- ⊖ Electrons in conduction band (mobile)
- ⊕ Holes in the valence band (mobile)
- ⊕ Positive ions (immobile donors)
- ⊖ Negative ions (immobile acceptors)

Θέσεις φορέων σε σχέση με το είδος του ημιαγωγού

The three types of semiconductors:

- a) Intrinsic semiconductors.
- b) n-type semiconductors.
- c) p-type semiconductors.

Πηγή: Copyright [www.porous-35.com](http://www.porous-35.com) , all rights reserved.

<http://www.porous-35.com/images/typessemicond.jpg>

<http://www.porous-35.com/electrochemistry-semiconductors-3.html>





# ημιαγωγοί με προσμίξεις

- το γινόμενο ηλεκτρονίων-οπών σταθερό:

$$n \cdot p = n_i^2 = N_C N_V \exp[-(E_C - E_V)/kT] = n_i \cdot p_i$$

- εξάλειψη των φορέων μειονότητας:

$$p_n = n_i^2 / n_n$$

$$n_n = N_D^+ + p_n = N_D + p_n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

$$N_D \gg n_i \Rightarrow n_n \cong N_D \gg p_n$$

- αντισταθμισμένος ημιαγωγός τύπου n

$$n = N_D - N_A + p \quad N_D > N_A$$

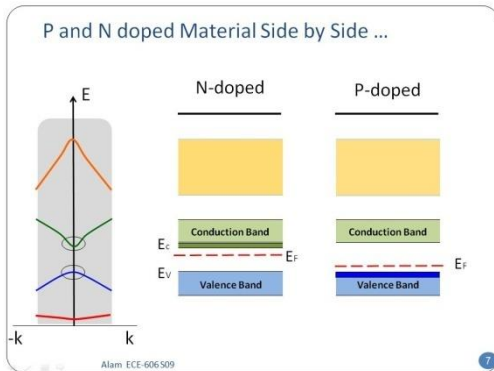
$$n_n = \frac{N_D - N_A + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2}}{2}$$

$$N_D - N_A \gg n_i \Rightarrow n_n \cong N_D - N_A \gg p_n$$



# μεταβολή του επιπέδου Fermi με τις προσμίξεις

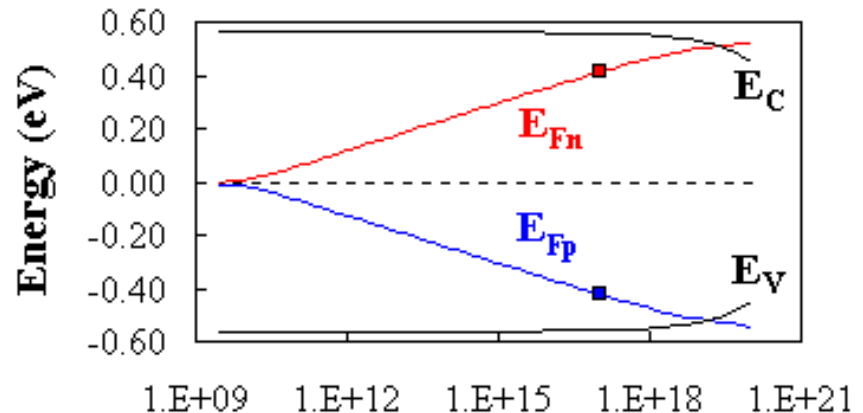
- όσο αυξάνεται το ποσοστό πρόσμιξης η  $E_F$  απομακρύνεται από την ενδογενή τιμή
- $n = n_i \exp[(E_F - E_i)/kT]$
- $p = n_i \exp[(E_i - E_F)/kT]$



Η στάθμη Fermi στα δύο είδη νόθευσης και η περιοχή εντοπισμού της.

Πηγή: Alam ECE-606 S09,  
<https://nanohub.org/resources/5820/watch?resid=16644>  
<https://nanohub.org/site/resources/2013/01/16644/slides/007.06.jpg>

- $E_{Fn} = E_i + kT \ln(n/n_i)$
- $E_{Fp} = E_i - kT \ln(p/n_i)$



## Doping density (cm<sup>-3</sup>)

Οριακή συμπεριφορά ενεργειακών σταθμών σε μεγάλα επίπεδα νόθευσης. Fermi energy of n-type and p-type silicon as a function of doping density at 300 K. Shown are the conduction and valence band edges,  $E_C$  and  $E_V$ , the intrinsic energy  $E_i$ , the Fermi energy for n-type material,  $E_{Fn}$ , and for p-type material,  $E_{Fp}$ .

Πηγή: 2.7 Doped Semiconductors-Bart J. Van Zeghbroeck, 1996, 1997  
<http://ecee.colorado.edu/~bart/book/fermiden.gif>  
<http://ecee.colorado.edu/~bart/book/extrinsi.htm>



# μεταβολή του επιπέδου Fermi με τη θερμοκρασία

$$n \cong N_D^+ \Rightarrow$$

$$n = N_C \exp[-(E_C - E_F)/kT] = N_D / \{1 + \exp[(E_F - E_D)/kT]\}$$

- για χαμηλή T :  $kT \ll E_F - E_D \Rightarrow$

$$N_C \exp[-(E_C - E_F)/kT] \cong N_D \exp[(E_D - E_F)/kT]$$

$$\Rightarrow E_F(T) = (E_C + E_D)/2 - (kT/2) \ln(N_C/N_D)$$

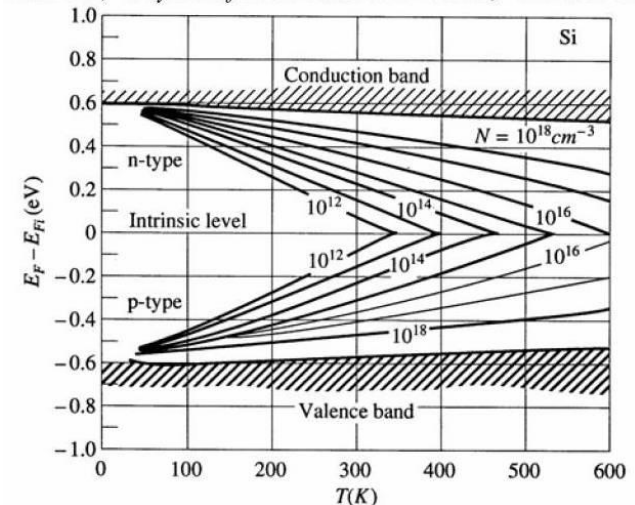
- $E_F(0) = (E_C + E_D)/2$  (για T=0)

$$n \cong N_D \Rightarrow$$

$$n = N_C \exp[-(E_C - E_F)/kT] \cong N_D$$

$$\Rightarrow E_F(T) = E_C - kT \ln(N_C/N_D)$$

S. M. Sze, "Physics of Semiconductor Devices," Second Edition

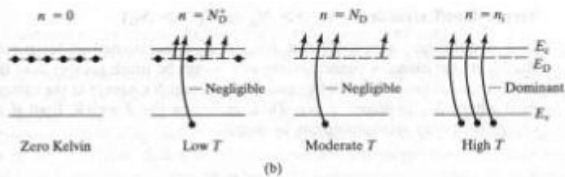
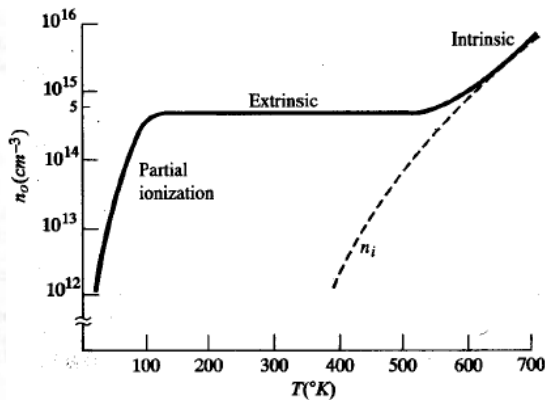


Fermi level vs Temperature in doped-Si

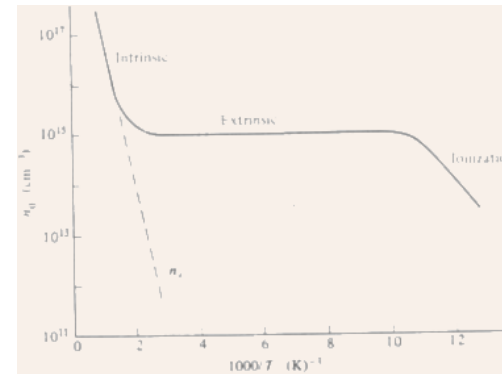
Πηγή: S. M. Sze, "Physics of Semiconductor Devices," Second Edition  
<http://www.globalsino.com/micro/1/images/1micro9957%20Fermi%20Level%20in%20Doped%20Semiconductors%20versus%20Temperature.jpg>



# μεταβολή συγκέντρωσης φορέων με τη θερμοκρασία



There are three regions of the above figure: Freeze out, Extrinsic and Intrinsic regions. The carrier concentration and Fermi energy level will be given for the important extrinsic and intrinsic regions. Επικρατών μηχανισμός αγωγιμότητας σε σχέση με τη θερμοκρασία σε νοθευμένο ημιαγωγό.



Επικρατών μηχανισμός αγωγιμότητας σε σχέση με το αντίστροφο της θερμοκρασίας σε νοθευμένο ημιαγωγό. Variation of carrier concentration with inverse temperature clearly showing the three regions: ionization, extrinsic, and intrinsic.

Πηγή: Semiconductor Devices

A Web based course under NPTEL by Dr. Alope Dutta and Dr. Baquer Mazhari

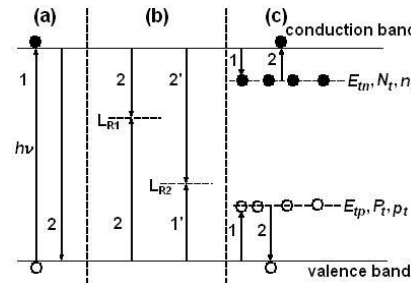
IIT Kanpur, Prof. G.S.Visweswaran Electrical Engineering, IIT Delhi Energy Bands and Charge Carriers in Semiconductors

[http://nptel.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-Delhi/Semiconductor%20Devices/LMB2A/img\\_1-2c/fig19.gif](http://nptel.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-Delhi/Semiconductor%20Devices/LMB2A/img_1-2c/fig19.gif)

<http://nptel.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-Delhi/Semiconductor%20Devices/LMB2A/2c.htm>

Πηγές:

- 1) Solid State Electronics Lecturer: Dr. Sameh Rehan-Chapter 5 Semiconductor in Equilibrium- Position of Fermi Level, [http://osp.mans.edu.eg/rehan/solid\\_2004/ch5.htm](http://osp.mans.edu.eg/rehan/solid_2004/ch5.htm)
- 2) City College of New York- I3600 MOSFET Devices and Circuits, [http://www-ee.cuny.cuny.edu/www/web/crouse/I3600/Lectures/Charge%20Carrier%20Statistics%20Review\\_files/image073.jpg](http://www-ee.cuny.cuny.edu/www/web/crouse/I3600/Lectures/Charge%20Carrier%20Statistics%20Review_files/image073.jpg) <http://www-ee.cuny.cuny.edu/www/web/crouse/I3600/Lectures/Charge%20Carrier%20Statistics%20Review.htm>



Ενεργειακές στάθμες περιοχών σπείλιών. Transitions in bulk semiconductors: (a) intrinsic absorption and band-to-band recombination; (b) recombination levels; (c) trapping levels.

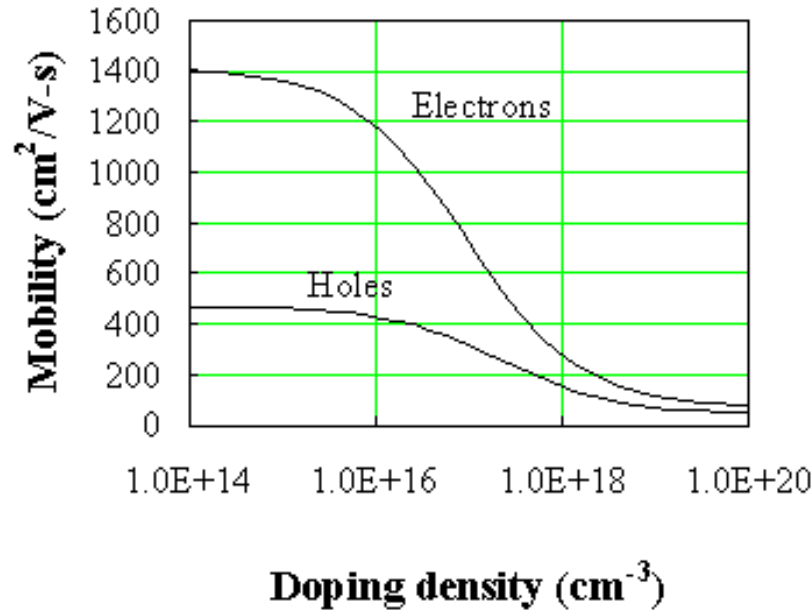
Πηγή: Nanoelectronics and Photonics: From Atoms to Materials, Devices and Architectures (published with permission from Springer), <http://www.asdn.net/asdn/physics/images/traps1.JPG> <http://www.asdn.net/asdn/physics/traps.shtml>

Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία - Διατάξεις

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών



# ευκινησία



Electron and hole mobility versus doping density for silicon.  
Κινητικότητα φορέων σε σχέση με το βαθμό νόθευσής του.

Πηγή: Principles of Semiconductor Devices- Chapter 2: Semiconductor Fundamentals - B. Van Zeghbroeck, 2011,  
<http://faculty.kfupm.edu.sa/COE/elrabaa/coe360/Mobility.gif>  
[http://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/chapter2/ch2\\_7.htm](http://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/chapter2/ch2_7.htm)

- Μεταβολή με τη συγκέντρωση των προσμίξεων

# ΕΥΚΙΝΗΣΙΑ

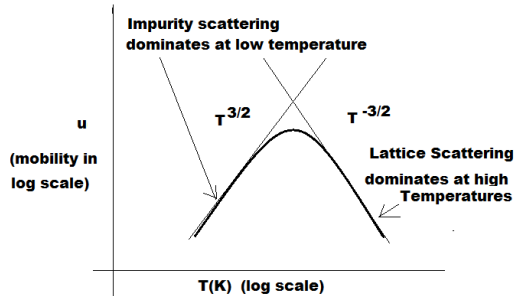
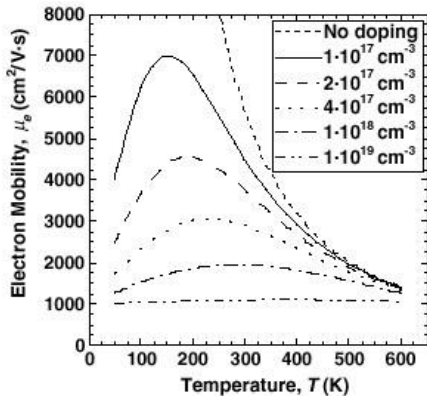


Figure 2.2.38. Temperature dependence of mobility in Si.

Είδη Σκέδασης σε πλέγμα σε σχέση με τη θερμοκρασία.

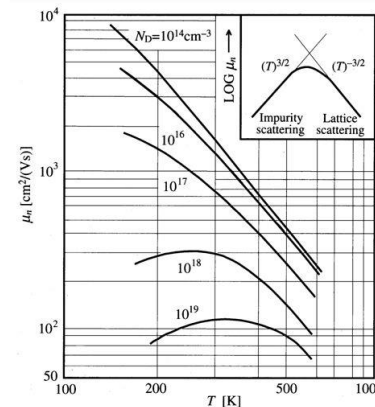
Πηγή: SSPD\_Chapter\_2.2.6. Drift Velocity in Semiconductor/metal and its conductivity.- Page by: Bijay\_Kumar Sharma, <http://cnx.org/resources/93d5cbb0118da44701e79a9e44fb453256ebf33d/graphics12.png> [http://cnx.org/contents/64d67245-4b32-4106-b5cf-b5bca68c2a6b@1/SSPD\\_Chapter\\_2.2.6.-Drift-Velo](http://cnx.org/contents/64d67245-4b32-4106-b5cf-b5bca68c2a6b@1/SSPD_Chapter_2.2.6.-Drift-Velo)



Experimental and theoretical GaSb Hall electron mobility versus free electron concentration at 300 K, taken from different references. The solid line represents the fit to a Caughey–Thomas-like model proposed in this work. Κινητικότητα ηλεκτρονίων σε σχέση με τη θερμοκρασία.

Πηγή: Temperature-dependent GaSb material parameters for reliable thermophotovoltaic cell modelling Diego Martín and Carlos Algora Published 7 July 2004 • 2004 IOP Publishing Ltd • Semiconductor Science and Technology, Volume 19, Number 8, <http://cdn.iopscience.com/images/0268-1242/19/8/015/Full/sst176720fig03.jpg> <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0268-1242/19/8/015/fulltext/?jsessionid=204DD22DBC7A8D5BD50180EDB2506CB1.c1>

## Temperature Effect on Mobility



$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{phonon}}} + \frac{1}{\tau_{\text{impurity}}}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_{\text{phonon}}} + \frac{1}{\mu_{\text{impurity}}}$$

Spring 2007

EE130 Lecture 6, Slide 6

Κινητικότητα φορέων σε σχέση με τη θερμοκρασία.

Πηγή: Lecture #6 OUTLINE Carrier scattering mechanisms Drift current Conductivity and resistivity Relationship between band diagrams & V, □ Read: Section 3.1. Publish Lydia Bradley, [http://images.slideplayer.com/16/4900176/slides/slide\\_6.jpg](http://images.slideplayer.com/16/4900176/slides/slide_6.jpg) <http://slideplayer.com/slide/4900176/>

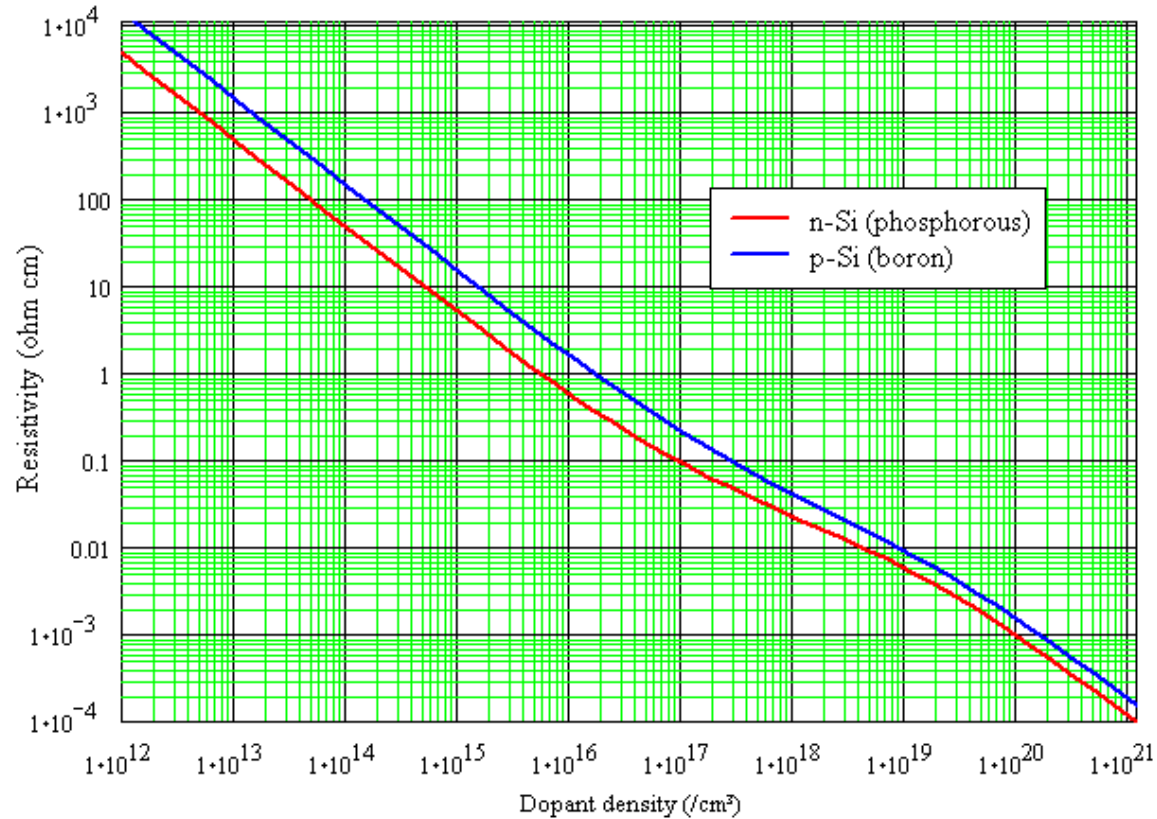
## • Μεταβολή με τη θερμοκρασία

Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία - Διατάξεις

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών



# αγωγιμότητα



Μεταβολή ειδ. αντίστασης με συγκέντρωση των φορέων.

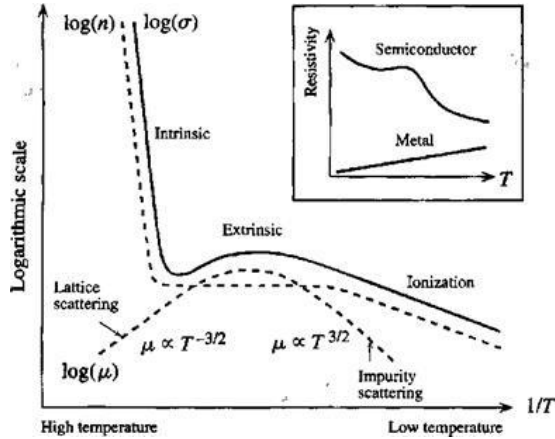
Πηγή: p.42 Thurber, Mattis, Liu, Filliben. The Relationship Between Resistivity and Dopant Density for Phosphorus- and Boron-Doped Silicon. 1981, General Properties of Silicon

<http://www.pveducation.org/sites/default/files/PVCDROM/Appendices/Images/resistiv.GIF>

<http://www.pveducation.org/pvcdrom/materials/general-properties-of-silicon>

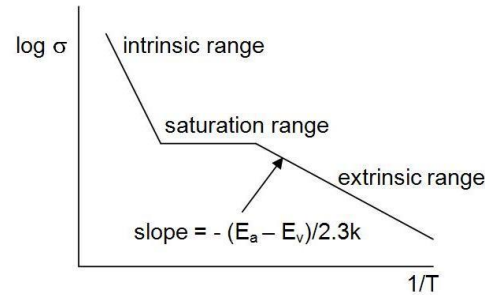


# αγωγιμότητα



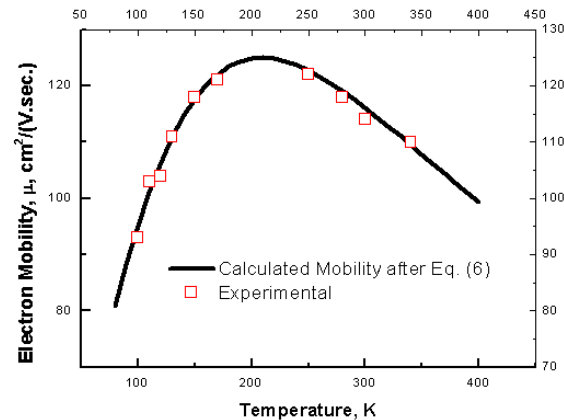
Απεικόνιση κινητικότητας και αγωγιμότητας ημιαγωγού σε σχέση με τη θερμοκρασία και σύγκριση της αντίστασής του με αυτή ενός μετάλλου.  
Schematic illustration of the temperature dependence of electrical conductivity for a doped (n-type) semiconductor.

Πηγή: [http://elektroarsenal.net/img/720/image374\\_0.jpg](http://elektroarsenal.net/img/720/image374_0.jpg)  
<http://elektroarsenal.net/page/384>



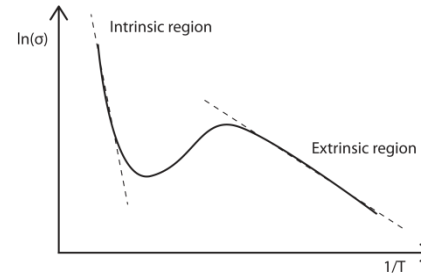
Είδη αγωγιμότητας ενός ημιαγωγού σε σχέση με το αντίστροφο της θερμοκρασίας του.

Πηγή: ENGN 45, Materials Science for Engineers, City College of San Francisco [http://fog.ccsf.cc.ca.us/~wkaufmyn/ENGN45/Course%20Handouts/15\\_ElectricalProbs/15\\_ElectricalProblems/p-typeSemiconductor\\_Graph.JPG](http://fog.ccsf.cc.ca.us/~wkaufmyn/ENGN45/Course%20Handouts/15_ElectricalProbs/15_ElectricalProblems/p-typeSemiconductor_Graph.JPG)  
[http://fog.ccsf.cc.ca.us/~wkaufmyn/ENGN45/Course%20Handouts/15\\_ElectricalProbs/08\\_ImpuritiesConductivitySemiconductors.html](http://fog.ccsf.cc.ca.us/~wkaufmyn/ENGN45/Course%20Handouts/15_ElectricalProbs/08_ImpuritiesConductivitySemiconductors.html)



Συμπεριφορά κινητικότητας ηλεκτρονίων σε σχέση με τη θερμοκρασία. The electron mobility,  $\mu$  as a function of temperature; two clear scattering mechanisms are present: (1) at low temperatures where  $\mu \propto T^{0.95}$  (scattering on impurity centers) and (2) at high temperatures where  $\mu \propto T^{-1.14}$  (scattering on lattice defects)

Πηγή: From Electric Properties of n-GaN: Effect of Different Contacts on the Electronic Conduction S. Abdalla, F. Marzouki, S. Al-ameer, S. Turkestani International Journal of Physics. 2013, 1(2), 41-48 doi:10.12691/ijp-1-2-3, <http://pubs.sciepub.com/ijp/1/2/3/image/fig12.gif>  
<http://pubs.sciepub.com/ijp/1/2/3/figs>



Είδη αγωγιμότητας ενός ημιαγωγού σε σχέση με το αντίστροφο της θερμοκρασίας του.

Πηγή: Bart van Zeghbroeck, Principles of Semiconductor Devices, Boulder, 2006, <https://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/p/physics/current/postgraduate/regs/mpags/ex5/techniques/electronic/hall-effect/temperature/sigmat.png>  
<https://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/physics/current/postgraduate/regs/mpags/ex5/techniques/electronic/hall-effect/temperature/>

## • Μεταβολή με τη θερμοκρασία

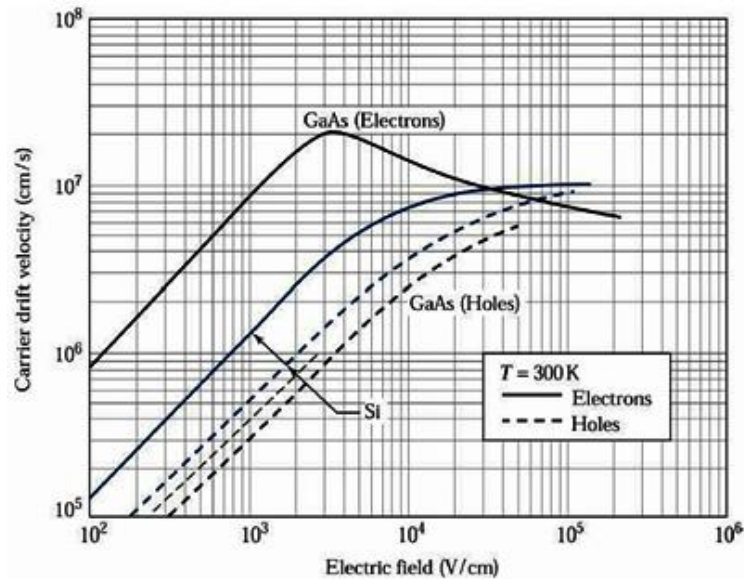
Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία - Διατάξεις

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών





# Επίδραση ηλεκτρικού πεδίου στην ευκινησία



Ταχύτητα ολίσθησης φορέων κατά την επιβολή ηλεκτρικού πεδίου. Variation of drift velocity of carriers ( electrons and holes) with electric field for a direct (GaAs) and an indirect (Si) band gap semiconductor.

Πηγή: NPTEL >> Physics >> Fundamental concepts of semiconductors (Web) >> Macroscopic Transport,  
<http://nptel.ac.in/courses/115102025/module3/img2/img9.png>  
<http://nptel.ac.in/courses/115102025/10>

- $E_K = (1/2)mu^2 = (3/2)kT$
- $u_{th} = (3kT/m)^{1/2} \approx 10^5 \text{ m/sec (300K)}$
- $u_D = \mu E$  για  $u_D < u_{th}$
- $E_{sat} = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m} = 2 \text{ V}/\mu\text{m} \quad ??? \quad ??? \quad ???$



# ρεύμα μετατόπισης

- Πυκνότητα ρεύματος μετατόπισης

$$J_{(\mu)} = I/A = -ne\mathbf{v}_D = ne\mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon} \text{ (νόμος του } \Omega\mu\text{)}$$

- $\boldsymbol{\sigma} = ne\mathbf{m}_e + pe\mathbf{m}_h$

- Δύο συνιστώσες ρεύματος μετατόπισης

- ρεύμα μετατόπισης ηλεκτρονίων  $J_{n(\mu)} = ne\mathbf{m}_e \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$

- ρεύμα μετατόπισης οπών  $J_{p(\mu)} = pe\mathbf{m}_h \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$

- ρεύμα μετατόπισης

$$J_{(\mu)} = J_{n(\mu)} + J_{p(\mu)} = (ne\mathbf{m}_e + pe\mathbf{m}_h) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λιτσαρδάκης Γεώργιος.  
«Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία – Διατάξεις» Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015.  
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS463>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Καρανάσιος Νικόλαος  
Θεσσαλονίκη, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ