



Γεωργικός Πειραματισμός

Ενότητα 6^η: Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή

Γεώργιος Μενεξές
Τμήμα Γεωπονίας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

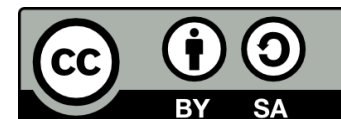


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή

Εισαγωγή

- Αντικείμενα της παρούσης ενότητας
- Προβλήματα στα οποία εμπλέκονται δύο τυχαίες μεταβλητές
- Παραδείγματα: ύψος και βάρος φοιτητών, αμοιβές εργαζομένων, έτη προϋπηρεσίας, οικογενειακό εισόδημα, δαπάνες.
- **Μεταβλητές:** ανεξάρτητες και εξαρτημένη



Ανάλυση Παλινδρόμησης και Συσχέτιση

Ανάλυση Παλινδρόμησης

Στόχος:



- Η επιλογή κατάλληλου μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση των τιμών της εξαρτημένης μεταβλητής για δεδομένες τιμές της ανεξάρτητης

Συσχέτιση

Στόχος:



- Η μέτρηση του βαθμού εξάρτησης ---> φοράς και έντασης της συμμεταβολής που υπάρχει μεταξύ των τυχαίων μεταβλητών X και Y



Απλή Γραμμική Παλινδρόμηση

- Έστω ότι θέλουμε να μελετήσουμε τη σχέση μεταξύ δυο μεταβλητών X και Y . Επιπλέον, υποθέτουμε ότι η συναρτησιακή σχέση μεταξύ των μεταβλητών είναι γραμμική. Σε αυτή την περίπτωση, η σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών περιγράφεται από το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης:

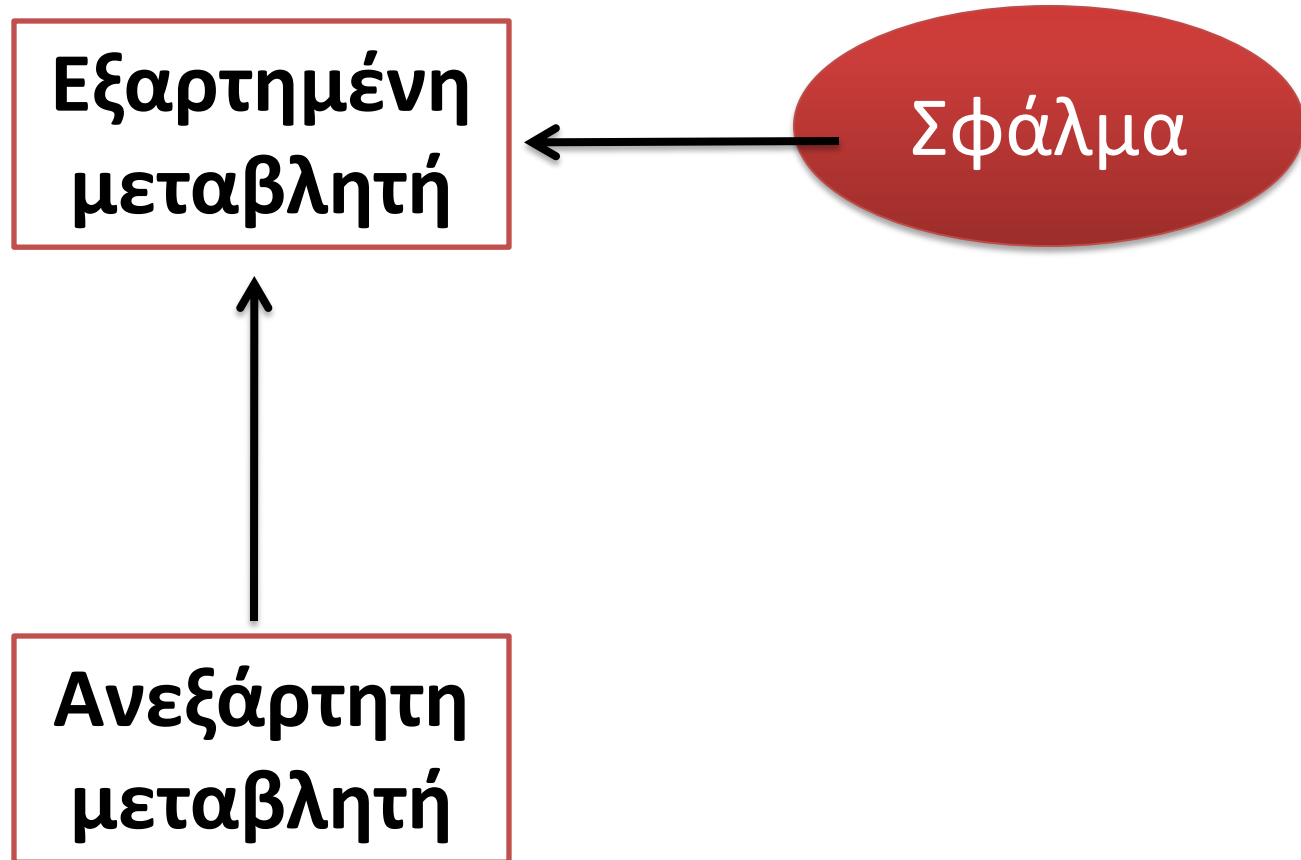
$$Y_i = a + bX_i + e_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Όπου:

- X_i : η i παρατήρηση της ανεξάρτητης μεταβλητής
- Y_i : η i παρατήρηση της εξαρτημένης μεταβλητής
- a, b : οι συντελεστές της ευθείας παλινδρόμησης
- e_i : το σφάλμα



Το Υπόδειγμα Διαγραμματικά



Οι Συντελεστές Παλινδρόμησης a και b υπολογίζονται ως εξής:

$$b = \frac{\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})]}{\sum [(X_i - \bar{X})^2]} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} - b \frac{\sum X_i}{n} = \bar{Y} - b \bar{X}$$

Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του b:

$$b = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}$$



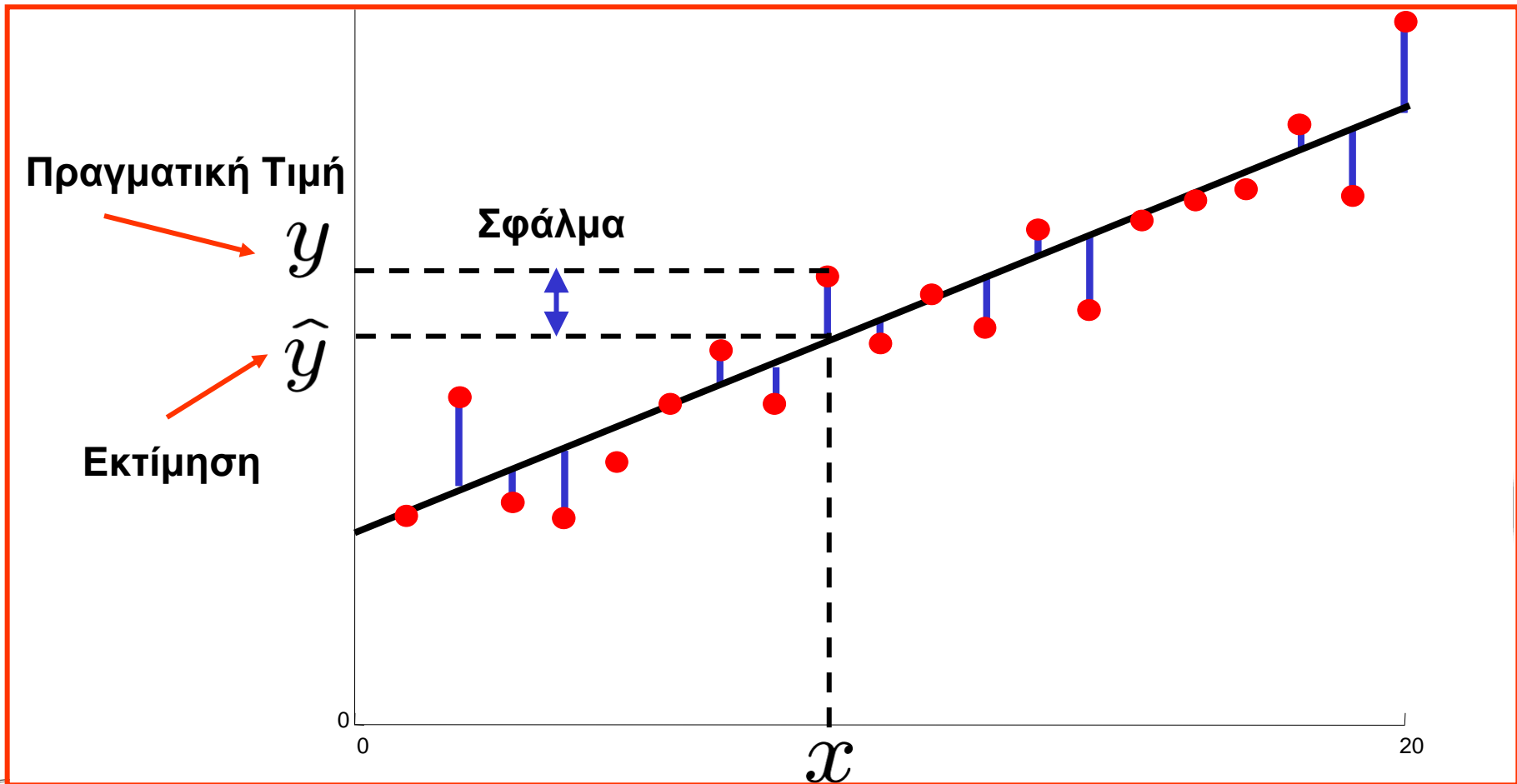
Η Ευθεία Παλινδρόμησης

$$\hat{Y} = a + b X$$

- **a**: εκφράζει την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y όταν η ανεξάρτητη τιμή X παίρνει μηδενική τιμή
- **b**: εκφράζει την τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής Y όταν η ανεξάρτητη τιμή X αυξηθεί κατά μία μονάδα



Η Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων (2)



Ο Συντελεστής Γραμμικής Συσχέτισης (Pearson)...

- ...εκφράζει τη φορά και την ένταση της συσχετισμού των δύο μεταβλητών
- μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέτρο ισχυρότητας της γραμμικής εξάρτησής τους

$$r = \frac{\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})]}{\sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 \sum (X_i - \bar{X})^2}} = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\left[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}}$$

- και παίρνει τιμές στο διάστημα [-1, +1]



Ερμηνεία του Συντελεστή Γραμμικής Συσχέτισης

Όταν

- $r = 1$, τέλεια θετική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών
- $r = -1$, τέλεια αρνητική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών
- $r = 0$, οι δυο μεταβλητές είναι γραμμικά ασυσχέτιστες

Προσοχή:

- Ο συντελεστής είναι μέτρο γραμμικής εξάρτησης **μόνο και όχι μέτρο εξάρτησης οποιασδήποτε μορφής.**
- **Δηλαδή: Αν $r=0$ -->** τα X και Y είναι γραμμικά ασυσχέτιστα, αλλά μπορεί να έχουν άλλη μορφή εξάρτησης
- Δεν σημαίνει ότι τα X και Y είναι ανεξάρτητα



Στατιστική Σημαντικότητα του Συντελεστή Συσχέτισης

$H_0: r=0$ (στον πληθυσμό)

$H_1: r \neq 0$

- Υπολογίζουμε το στατιστικό:

$$|t| = \frac{|r\sqrt{n-2}|}{\sqrt{1-r^2}}$$

- Το συγκρίνουμε με την κρίσιμη τιμή της t-Κατανομής για $(n-2)$ β.ε. σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha/2$



Ο Συντελεστής Προσδιορισμού

- Χρησιμοποιείται ως κριτήριο καλής προσαρμογής των δεδομένων στο γραμμικό μοντέλο
- Εκφράζει το ποσοστό της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής Y που ερμηνεύεται από την ανεξάρτητη μεταβλητή X .
- Παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1 ($0 \leq r^2 \leq 1$) και ορίζεται από τη σχέση:

$$R^2 = \frac{(\sum [(Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})])^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2 \sum (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\left(\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n} \right)^2}{\left[\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n} \right] \left[\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \right]}$$



Ερμηνεία του Συντελεστή Προσδιορισμού

- Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του r^2 , τόσο καλύτερη προσαρμογή έχουν τα δεδομένα στο γραμμικό μοντέλο (τόσο καλύτερα το μοντέλο εκφράζει τα δεδομένα)
- $r = (\text{προσημο } a_1) (+\sqrt{R^2})$

Προσοχή: στη χρησιμοποίηση του r και του R^2

R^2 :

- μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν μέτρο ισχυρότητας της γραμμικής σχέσης, ανεξάρτητα από το αν το X παίρνει καθορισμένες τιμές ή αν είναι τυχαία μεταβλητή

r :

- μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο εάν το Y και το X είναι **τυχαίες μεταβλητές**



Παράδειγμα

- Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται η απόδοση (%) της σουλτανίνας σε σταφίδα (Υ) και ο αντίστοιχος βαθμός ωριμότητάς της (Χ).

Βαθμός Ωριμότητας	Απόδοση (%)
11	23
14	25
15	32
16	30
17	28
18	34



Ερωτήματα

1. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα διασποράς των δύο μεταβλητών (Ωριμότητα, Απόδοση).
2. Διατυπώστε μια υπόθεση βάσει της οποίας είναι δυνατό οι δύο μεταβλητές (Ωριμότητα, Απόδοση) να συνδεθούν με σχέση αιτίας-αποτελέσματος.
3. Να σχεδιάσετε την αντίστοιχη Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων (Ευθύγραμμης Συμμεταβολής) πάνω στο διάγραμμα διασποράς των δύο μεταβλητών.
4. Να ερμηνεύσετε τους συντελεστές της εξίσωσης παλινδρόμησης.
5. Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε το συντελεστή προσδιορισμού R^2 .
6. Να εκτιμήσετε την απόδοση όταν ο βαθμός ωριμότητας είναι 13.
7. Είναι “καλή” η εκτίμηση με βάση την τιμή του δείκτη R^2 ;



Λύση

$$b = \frac{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2}, \quad a = \bar{Y} - b\bar{X},$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^6 (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad r^2 = R^2$$



Υπολογισμοί

Ωριμότητα (X)	Απόδοση (Y)	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(X_i - \bar{X})$	$(Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$
11	23	17,36	32,11	-4,17	-5,67	23,61
14	25	1,36	13,44	-1,17	-3,67	4,28
15	32	0,03	11,11	-0,17	3,33	-0,56
16	30	0,69	1,78	0,83	1,33	1,11
17	28	3,36	0,44	1,83	-0,67	-1,22
18	34	8,03	28,44	2,83	5,33	15,11
Μέσος Όρος $\bar{X} = 15,17$	$\bar{Y} = 28,67$	Σύνολο 30,83	87,33			42,33

$$\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 42,33$$

$$b = \frac{42,33}{30,83} = 1,37$$

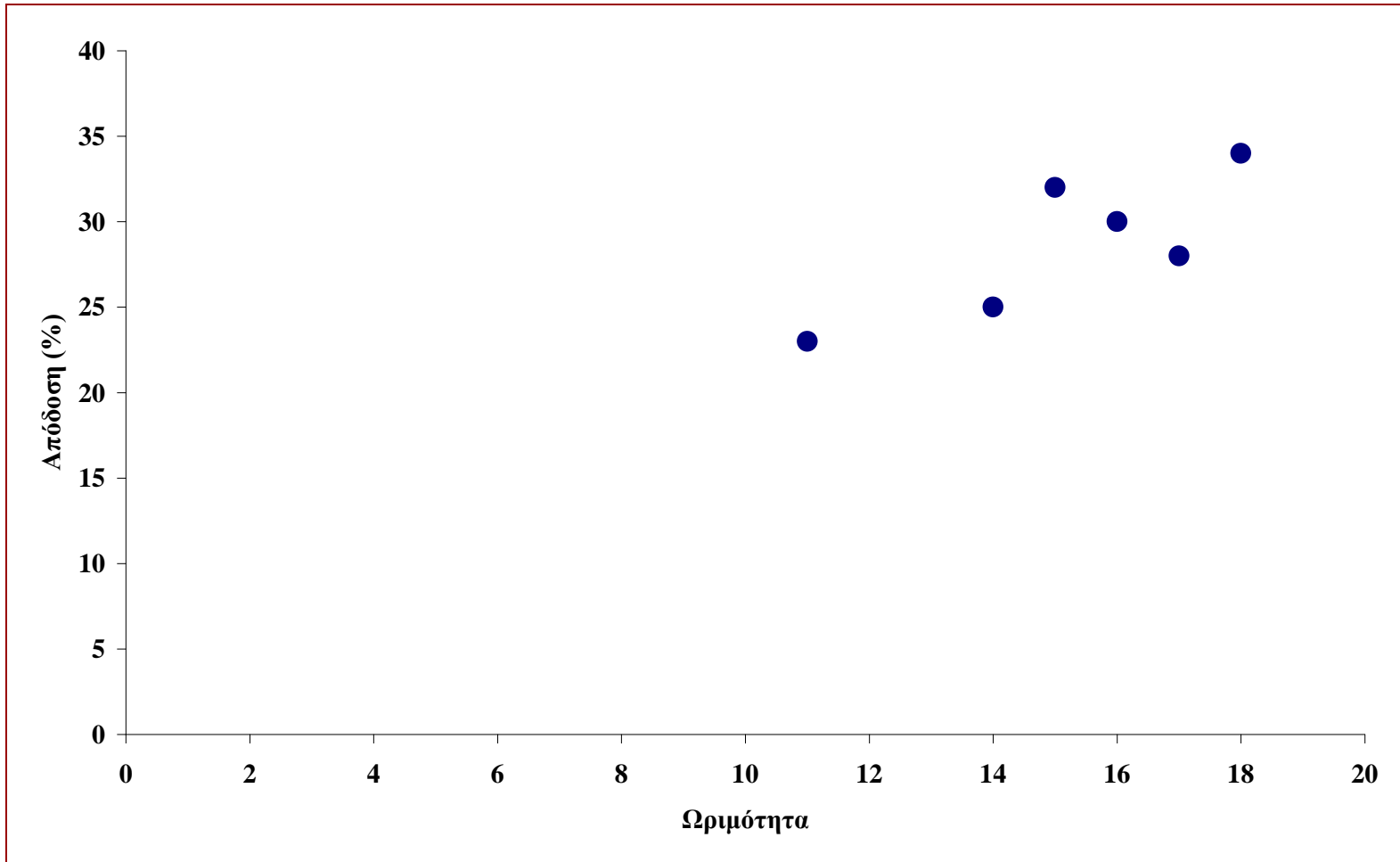
$$\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 = 30,83$$

$$a = 28,67 - 15,17 \times 1,37 \approx 7,84$$

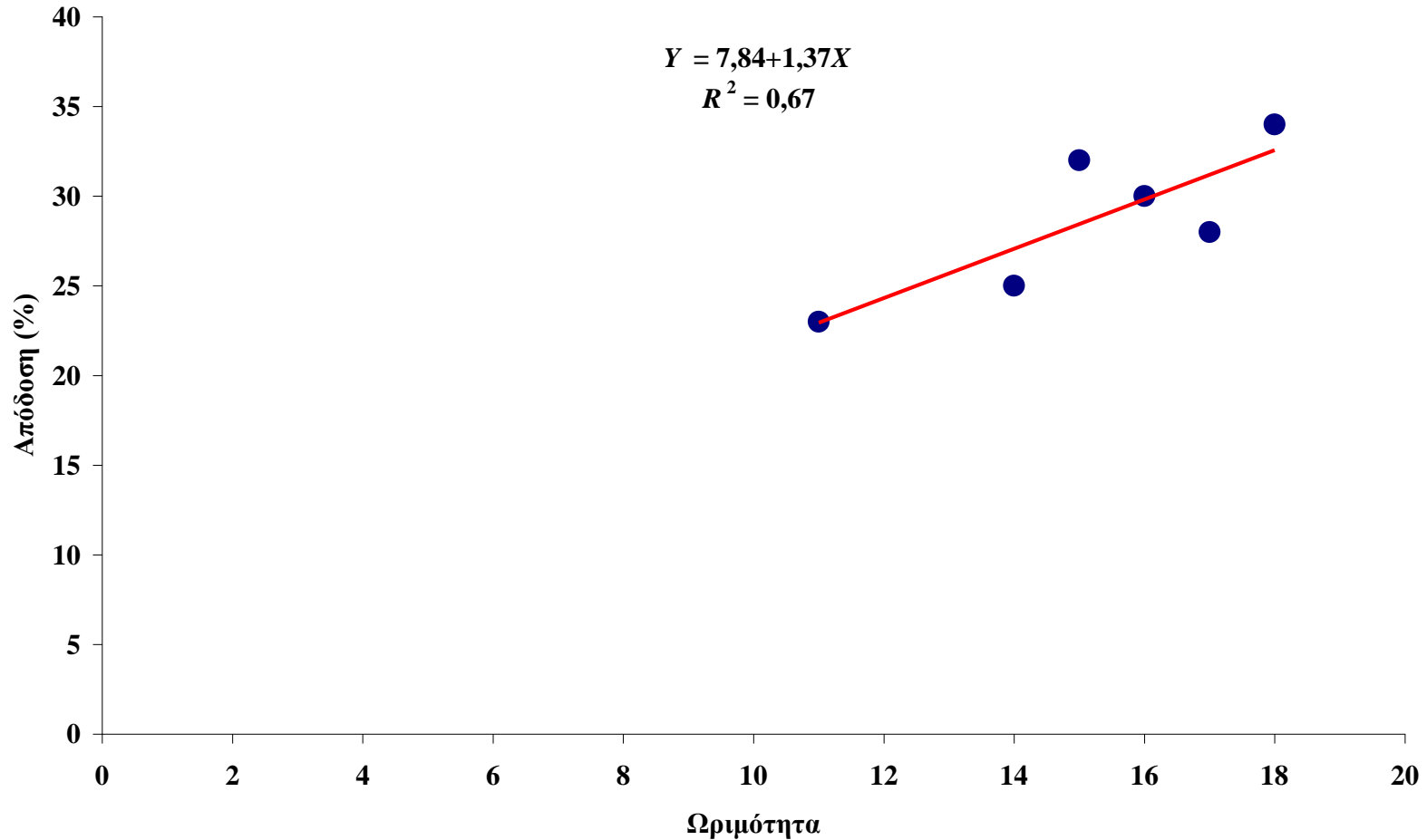
$$\sum_{i=1}^6 (Y_i - \bar{Y})^2 = 87,33$$



Διάγραμμα Διασποράς



Ευθεία Παλινδρόμησης



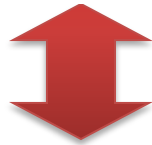
Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας μετά την Παλινδρόμηση

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	58,123	1	58,123	7,959	,048 ^a
	Residual	29,211	4	7,303		
	Total	87,333	5			

a. Predictors: (Constant), Ωριμότητα

b. Dependent Variable: Απόδοση (%)



$H_0: b=0$ (στον πληθυσμό)

$H_1: b \neq 0$

Το υπόδειγμα της Γραμμικής Παλινδρόμησης είναι στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$



Συντελεστής Συσχέτισης

$$r = \frac{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^6 (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad r^2 = R^2$$

$$\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 42,33$$

$$\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 = 30,83$$

$$\sum_{i=1}^6 (Y_i - \bar{Y})^2 = 87,33$$



$$R^2 = 0,816$$



Συντελεστής Προσδιορισμού

$$R^2 = r^2 = (0,816)^2 = 0,666$$



Εκτίμηση

- Εκτίμηση για $X=13$
- $7,84+1,37\times 13=25,65$



Αποτελέσματα με το SPSS (1)

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
Απόδοση (%)	28,67	4,179	6
Ωριμότητα	15,17	2,483	6

Correlations

		Απόδοση (%)	Ωριμότητα
Pearson Correlation	Απόδοση (%)	1,000	,816
	Ωριμότητα	,816	1,000
Sig. (1-tailed)	Απόδοση (%)	.	,024
	Ωριμότητα	,024	.
N	Απόδοση (%)	6	6
	Ωριμότητα	6	6



Αποτελέσματα με το SPSS (2)

Model Summary^b

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,816 ^a	,666	,582	2,702

a. Predictors: (Constant), Ωριμότητα

b. Dependent Variable: Απόδοση (%)

ANOVA^b

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	58,123	1	58,123	7,959	,048 ^a
	Residual	29,211	4	7,303		
	Total	87,333	5			

a. Predictors: (Constant), Ωριμότητα

b. Dependent Variable: Απόδοση (%)



Αποτελέσματα με το SPSS (3)

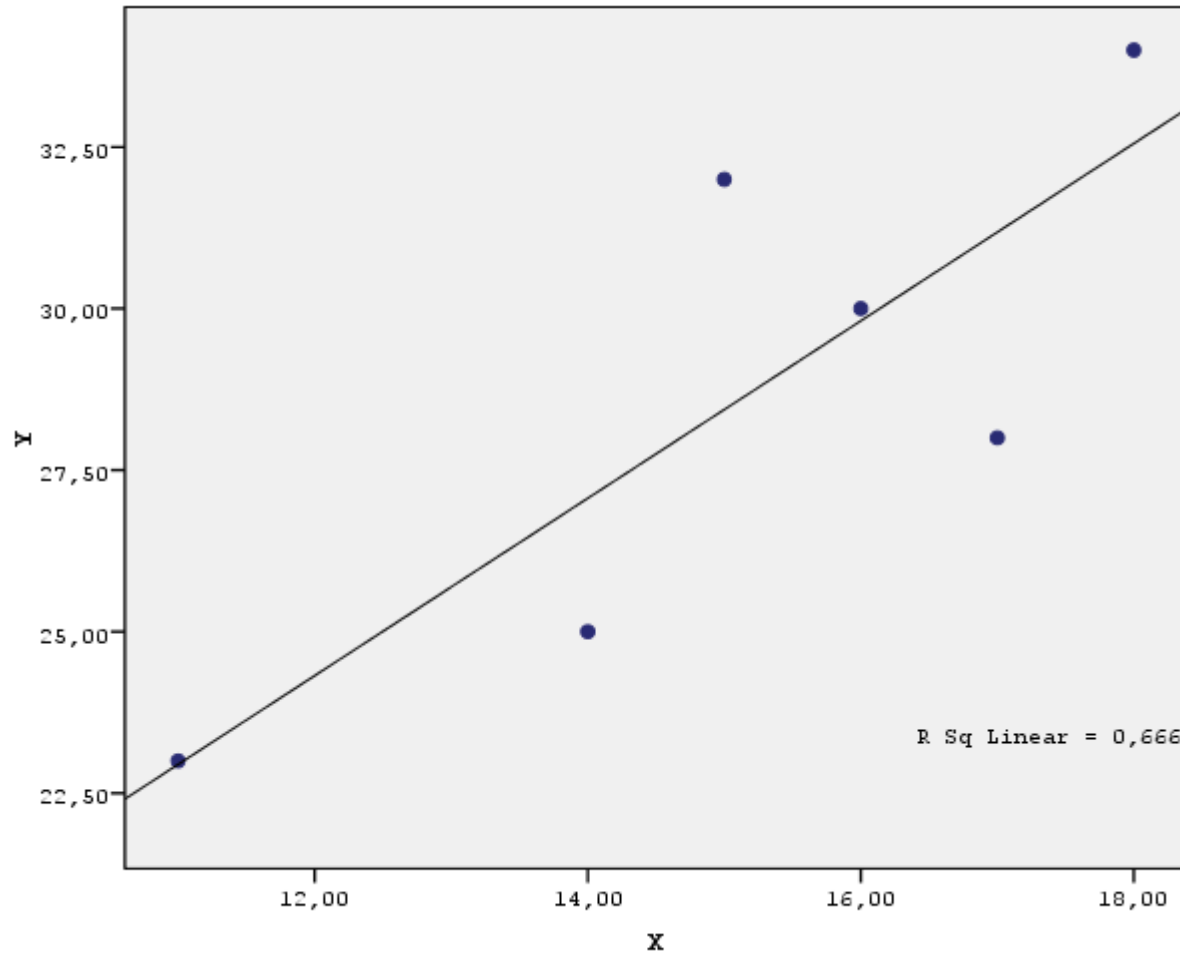
Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	95% Confidence Interval for B		
	B	Std. Error	Beta			Lower Bound	Upper Bound	
1	(Constant)	7,843	7,463		1,051	,353	-12,878	28,564
	Ωριμότητα	1,373	,487	,816	2,821	,048	,022	2,724

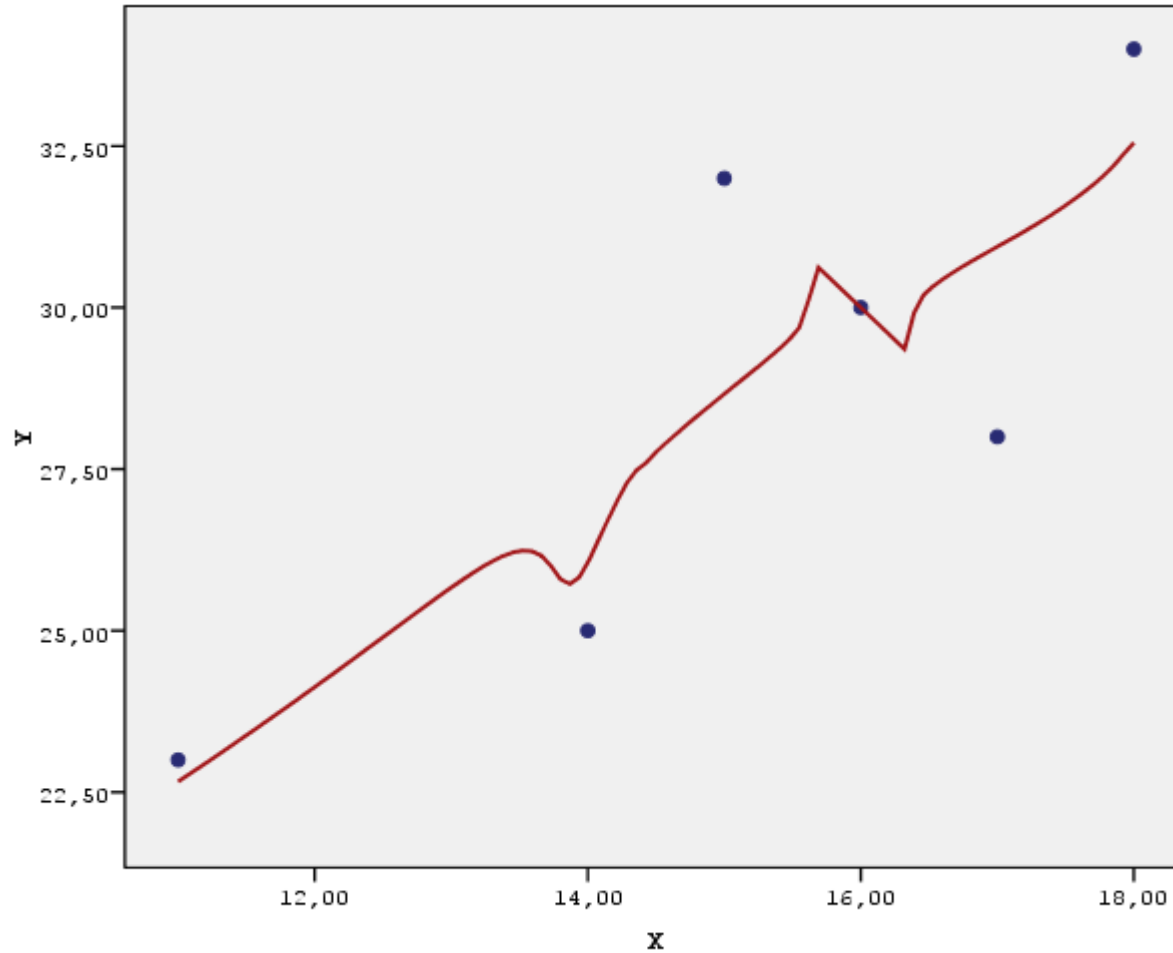
a. Dependent Variable: Απόδοση (%)



Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων (Least Squares Regression Line)



Βέλτιστη Καμπύλη (μέθοδος Loess)

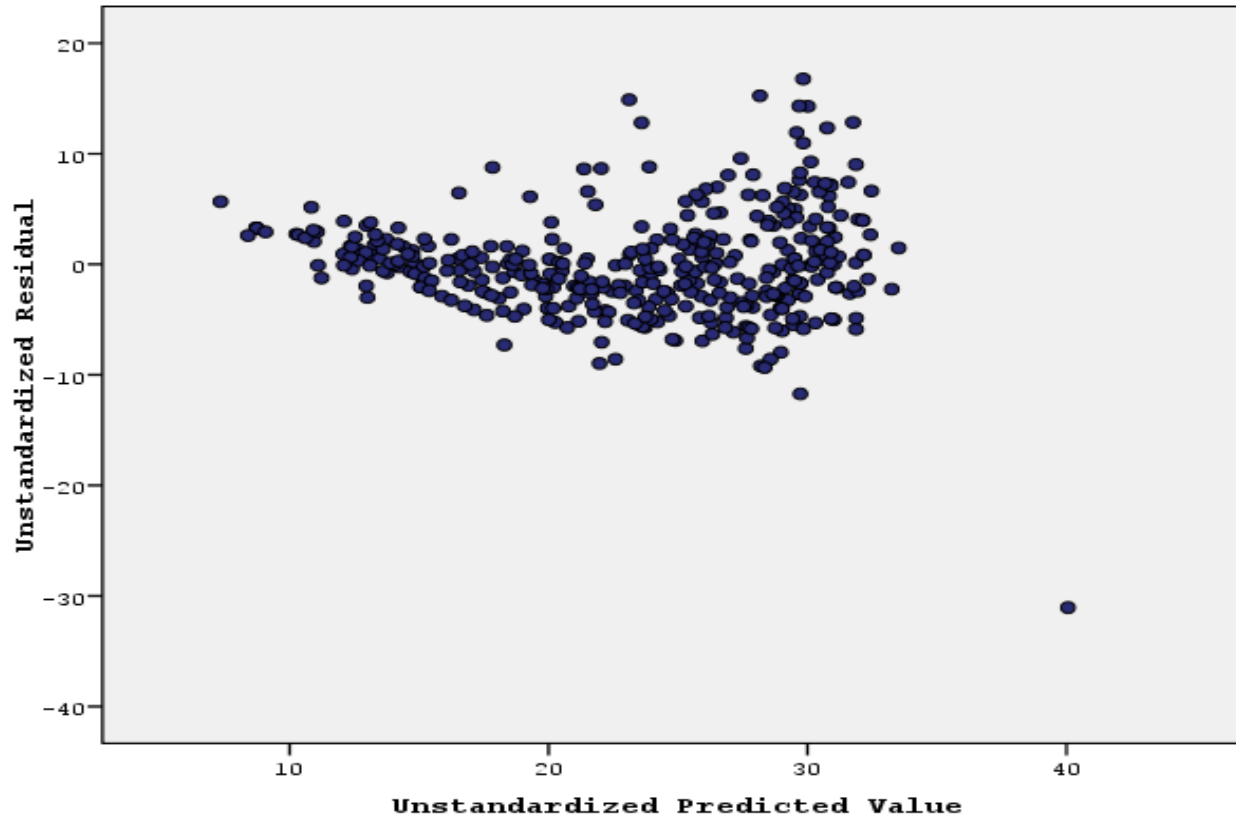


Βασικές Προϋποθέσεις

- Τα σφάλματα ακολουθούν Κανονική Κατανομή
- Ισχύει η Ομοσκεδαστικότητα των Σφαλμάτων
- Δεν υπάρχουν **παράτυπα** σημεία (**outliers**) δηλ. τιμές με **z-score** σε απόλυτη τιμή >3
- Δεν υπάρχουν σημεία **μόχλευσης**



Αποκλίσεις από την Ομοσκεδαστικότητα (1)



Για μεγάλες τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής μεγαλώνει και η διασπορά των σφαλμάτων



Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή και Ανάλυση Παραλλακτικότητας (1)

Στον πίνακα δίνονται οι μέσοι όροι ενός βιολογικού χαρακτηριστικού για 6 επεμβάσεις (περιεκτικότητα % του εδάφους σε θρεπτικά συστατικά) από ένα RCBD

Report

y

Treatmt	Mean	Std. Deviation	N
0%	4.75	1.500	4
5%	5.75	.957	4
10%	5.75	.957	4
15%	6.70	.258	4
20%	7.00	.860	4
25%	6.88	.750	4
Total	6.14	1.174	24



Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή και Ανάλυση Παραλλακτικότητας (2)

Ο έλεγχος του Tukey (HSD test) έδειξε ότι οι 6 μέσοι όροι δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά σε $\alpha=0,05$

y

Tukey HSD^{a,b}

Treatmt	N	Subset
		1
0%	4	4.75
5%	4	5.75
10%	4	5.75
15%	4	6.70
25%	4	6.88
20%	4	7.00
Sig.		.061

Means for groups in homogeneous subsets are display ed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = 1.026.

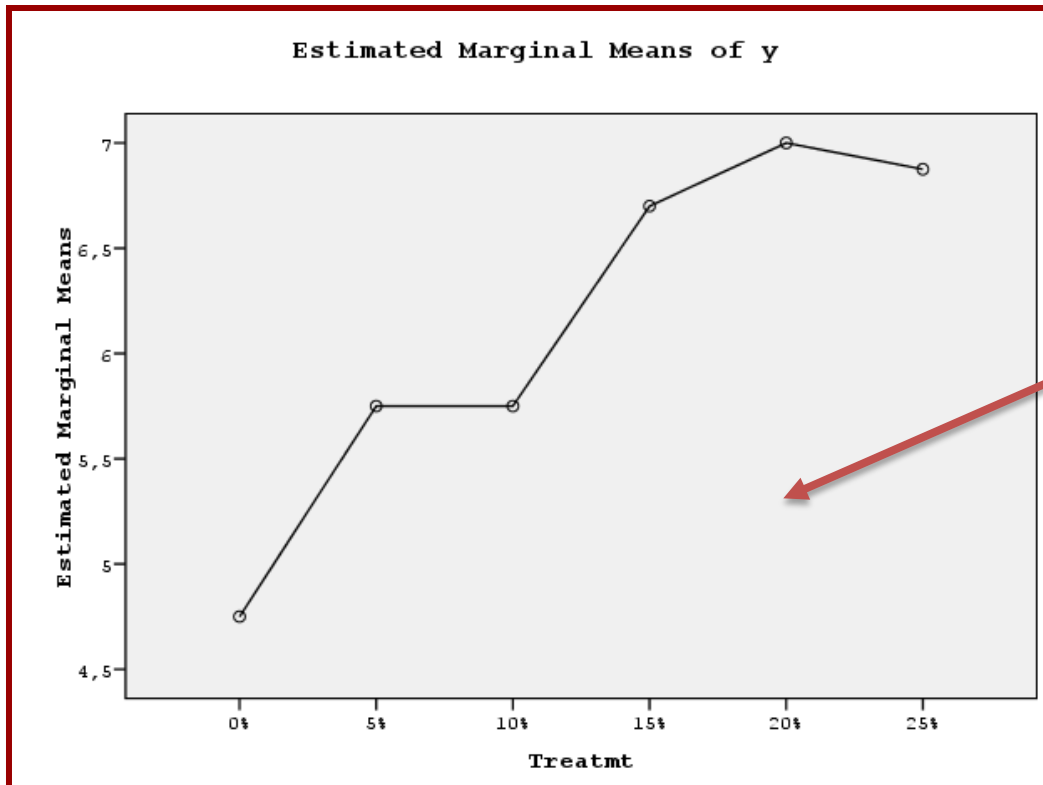
a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 4.000.

b. Alpha = .05.



Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή και Ανάλυση Παραλλακτικότητας (3)

Τίθεται το ερώτημα, εάν υπάρχει στατιστικά σημαντική τάση-συμμεταβολή (θετική, ανοδική) των μέσων όρων του βιολογικού χαρακτηριστικού και της περιεκτικότητας του εδάφους σε θρεπτικά συστατικά



Διάγραμμα
Μέσων Όρων



Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή και Ανάλυση Παραλλακτικότητας (4)

Η εφαρμογή της μεθόδου της Απλής Ευθύγραμμης Συμμεταβολής στα 6 ζεύγη σημείων έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.937 ^a	.877	.847	.34316

a. Predictors: (Constant), Treat

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	5.042	.248		20.300	.000
	Treat	8.771	1.641	.937	5.346	.006

a. Dependent Variable: Y



Απλή Ευθύγραμμη Συμμεταβολή και Ανάλυση Παραλλακτικότητας (5)

Συμπέρασμα:

Ενώ δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μέσων όρων των 6 επεμβάσεων ωστόσο **υπάρχει στατιστικά σημαντική συμμεταβολή** (θετική, ανοδική τάση) ($R=0,937$, $p=0,006$) μεταξύ των 6 επιπέδων περιεκτικότητας του εδάφους σε θρεπτικά συστατικά και των αντίστοιχων μέσων όρων του βιολογικού χαρακτηριστικού

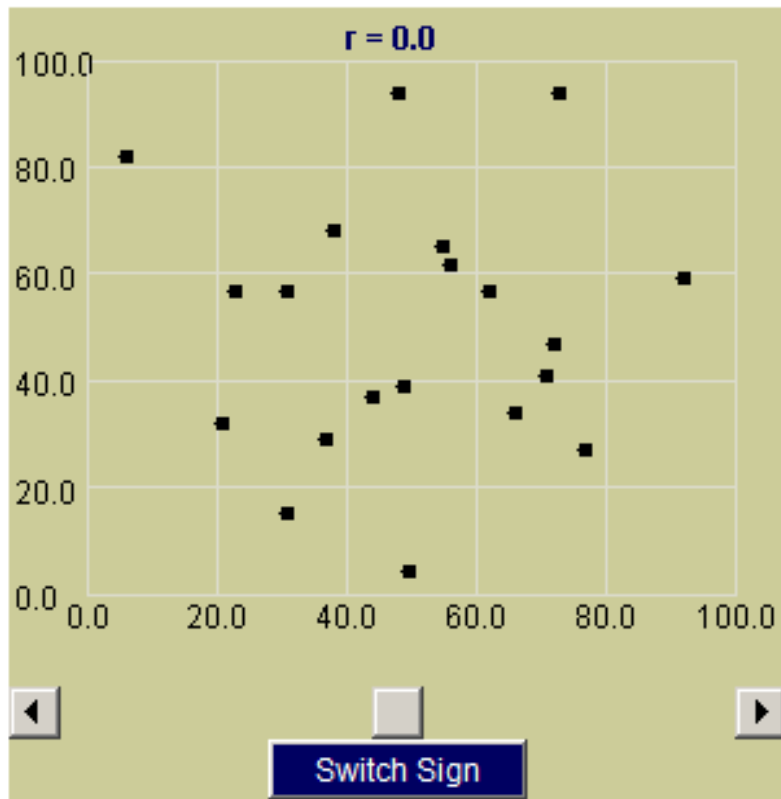




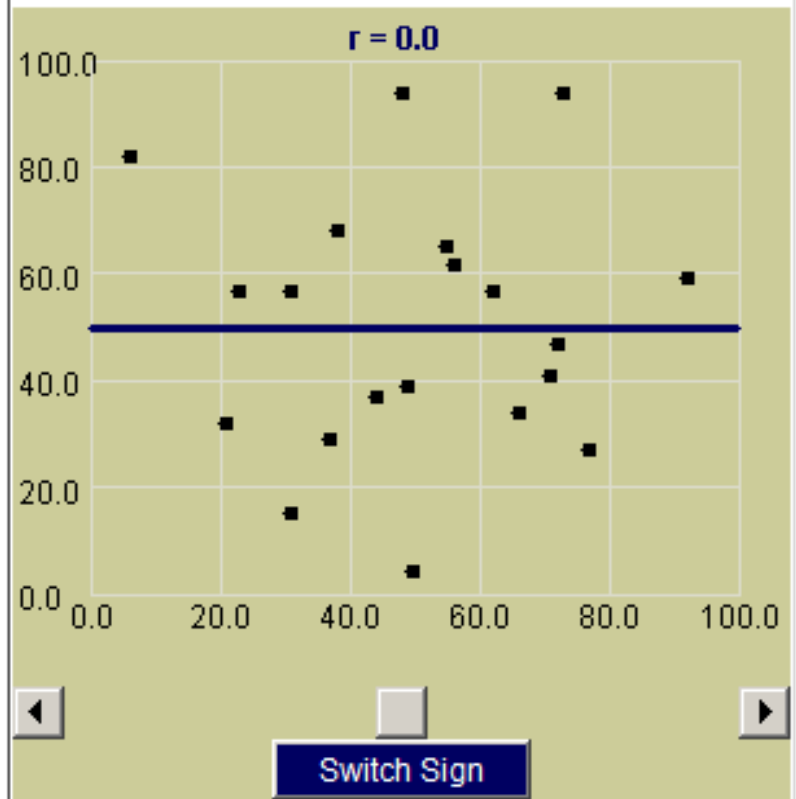
Γραμμική Συσχέτιση

Pearson's $r=0$

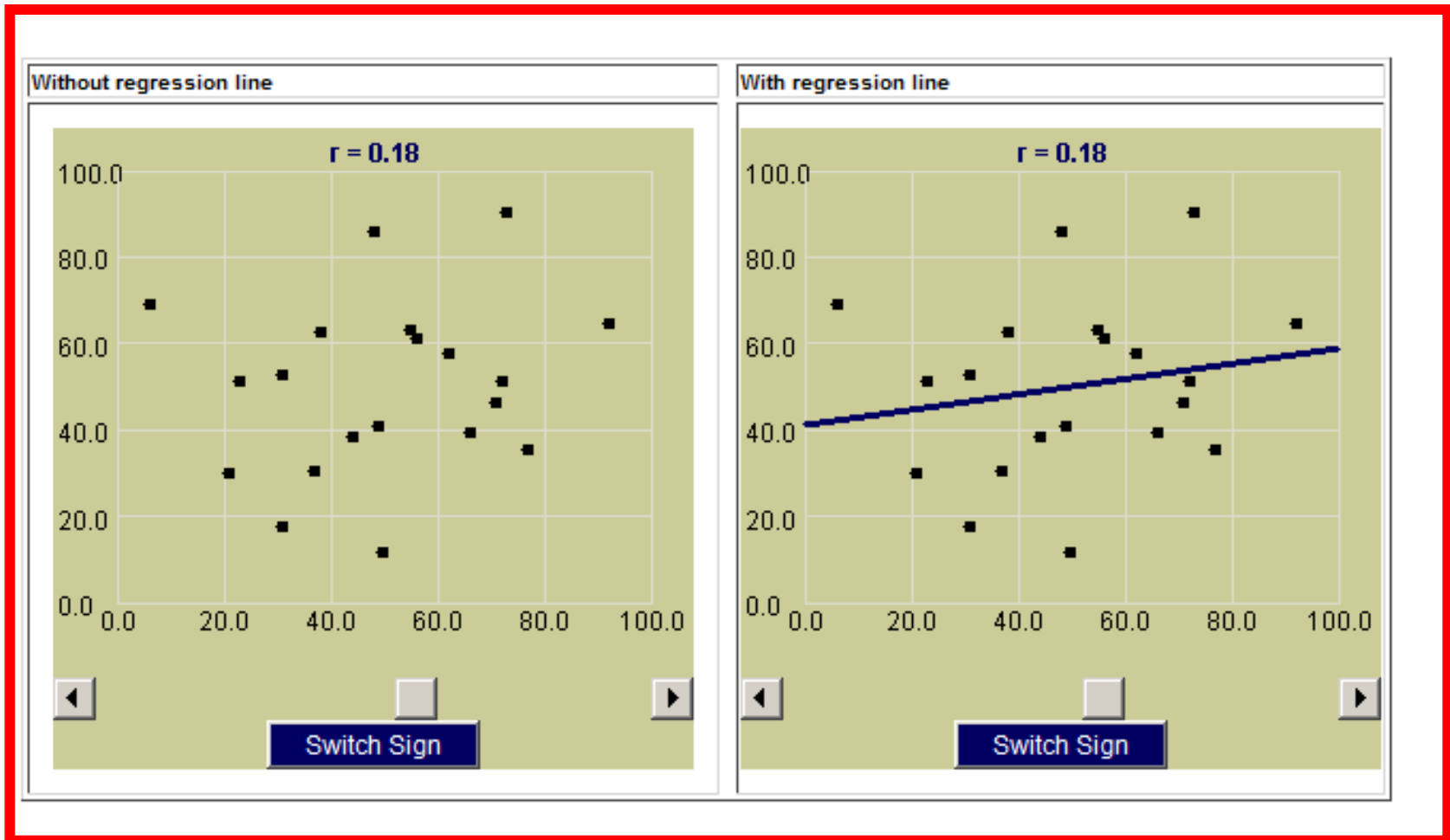
Without regression line



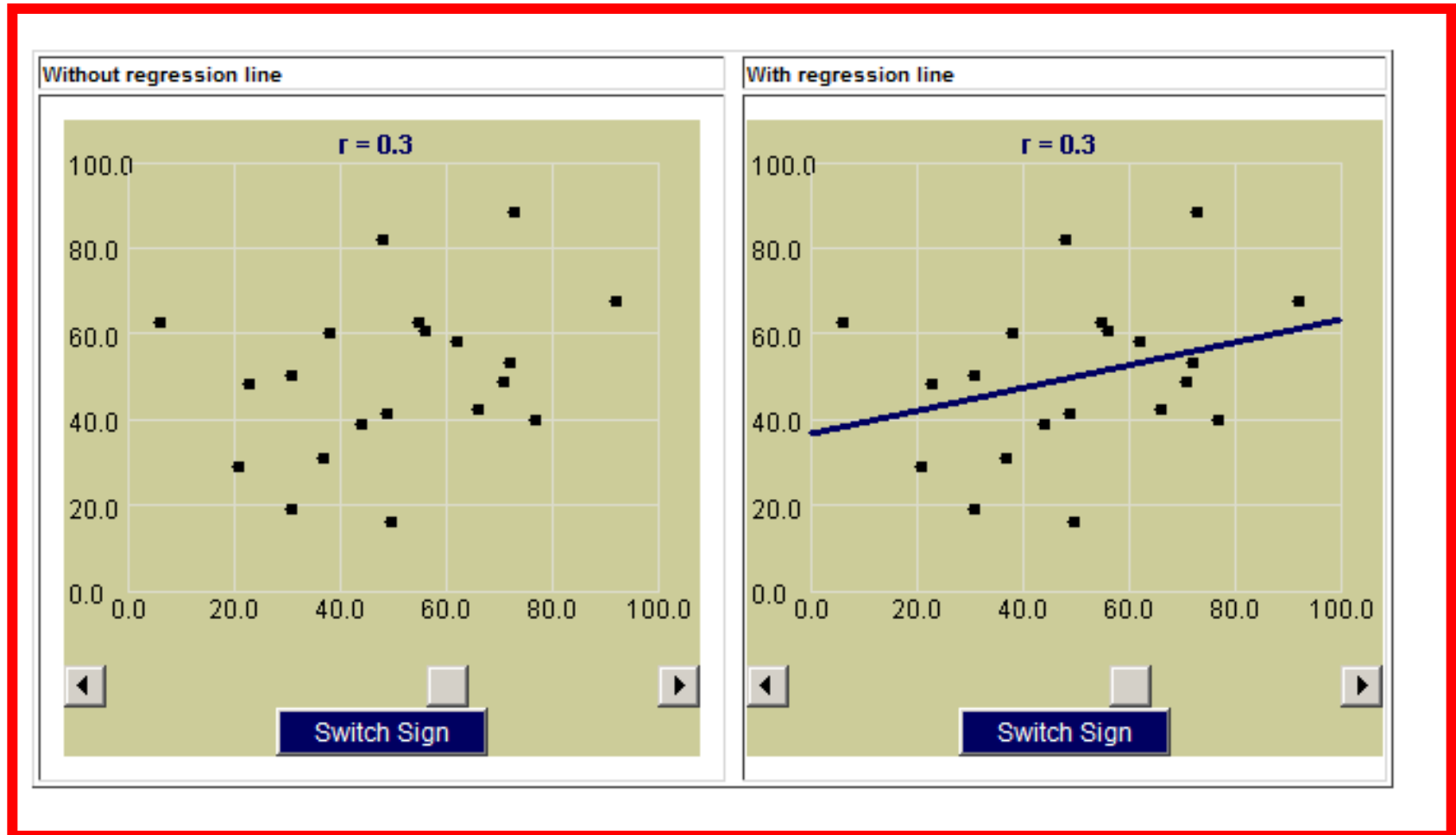
With regression line



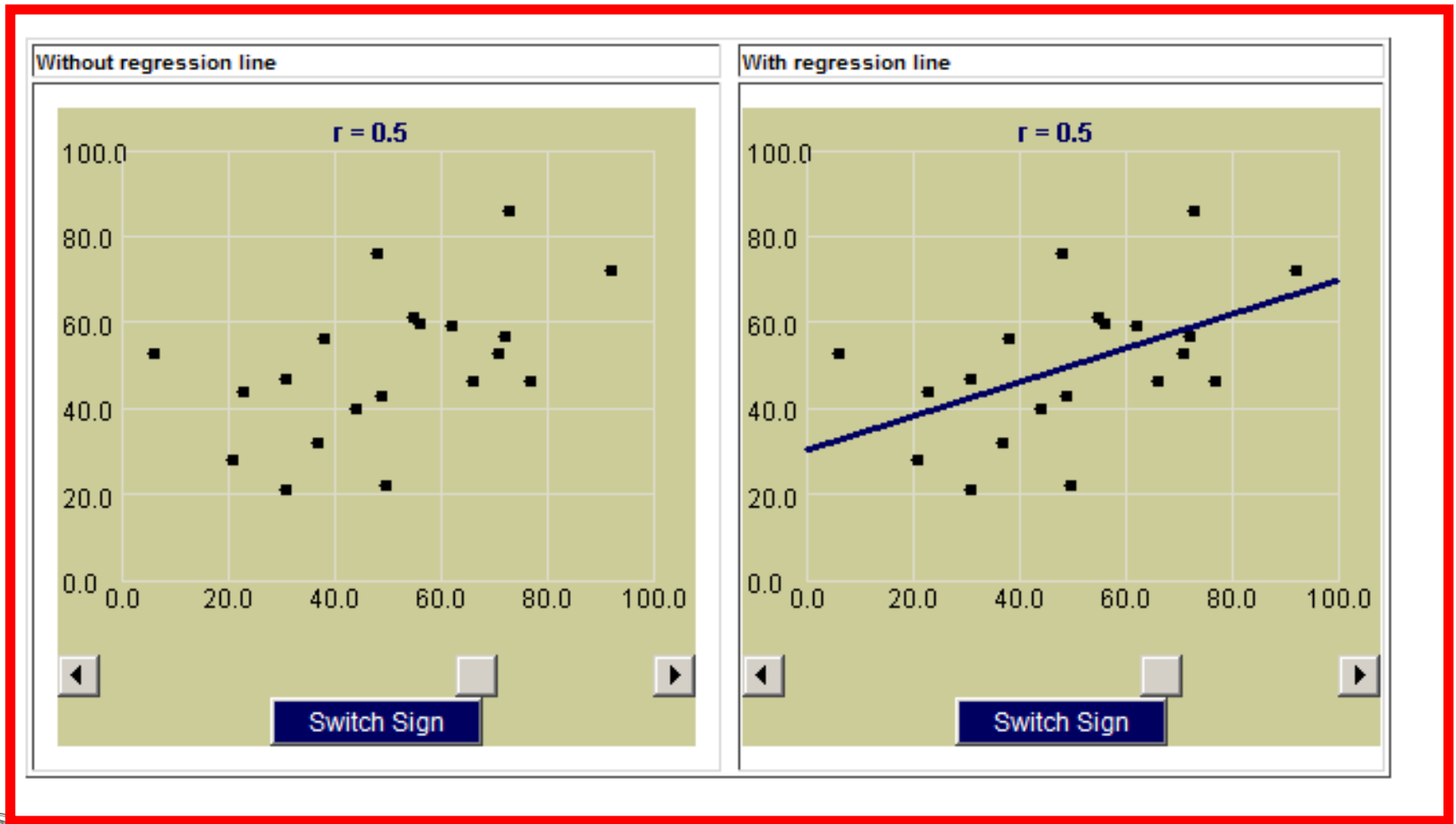
Pearson's $r=0,18$



Pearson's $r=0,30$



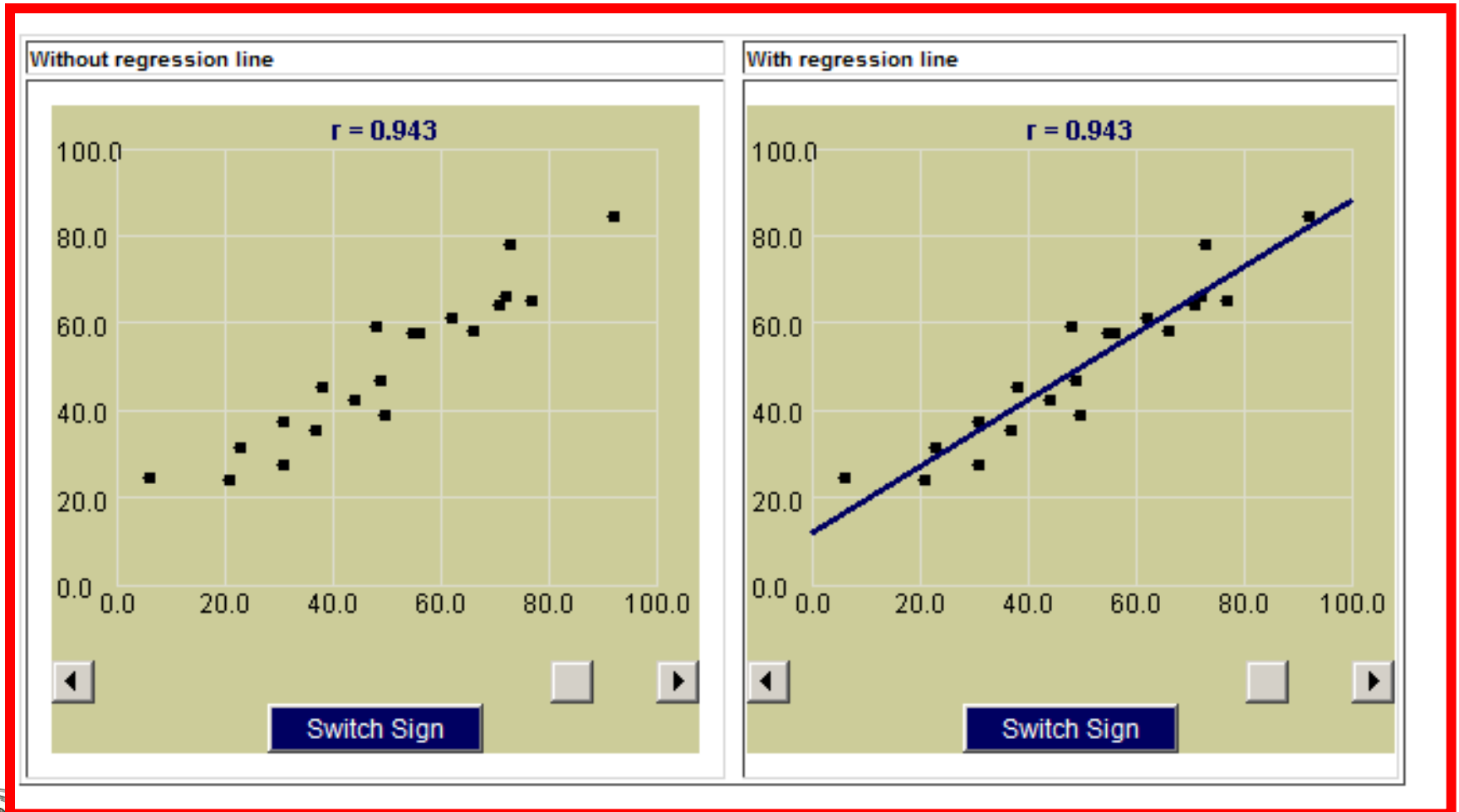
Pearson's $r=0,50$



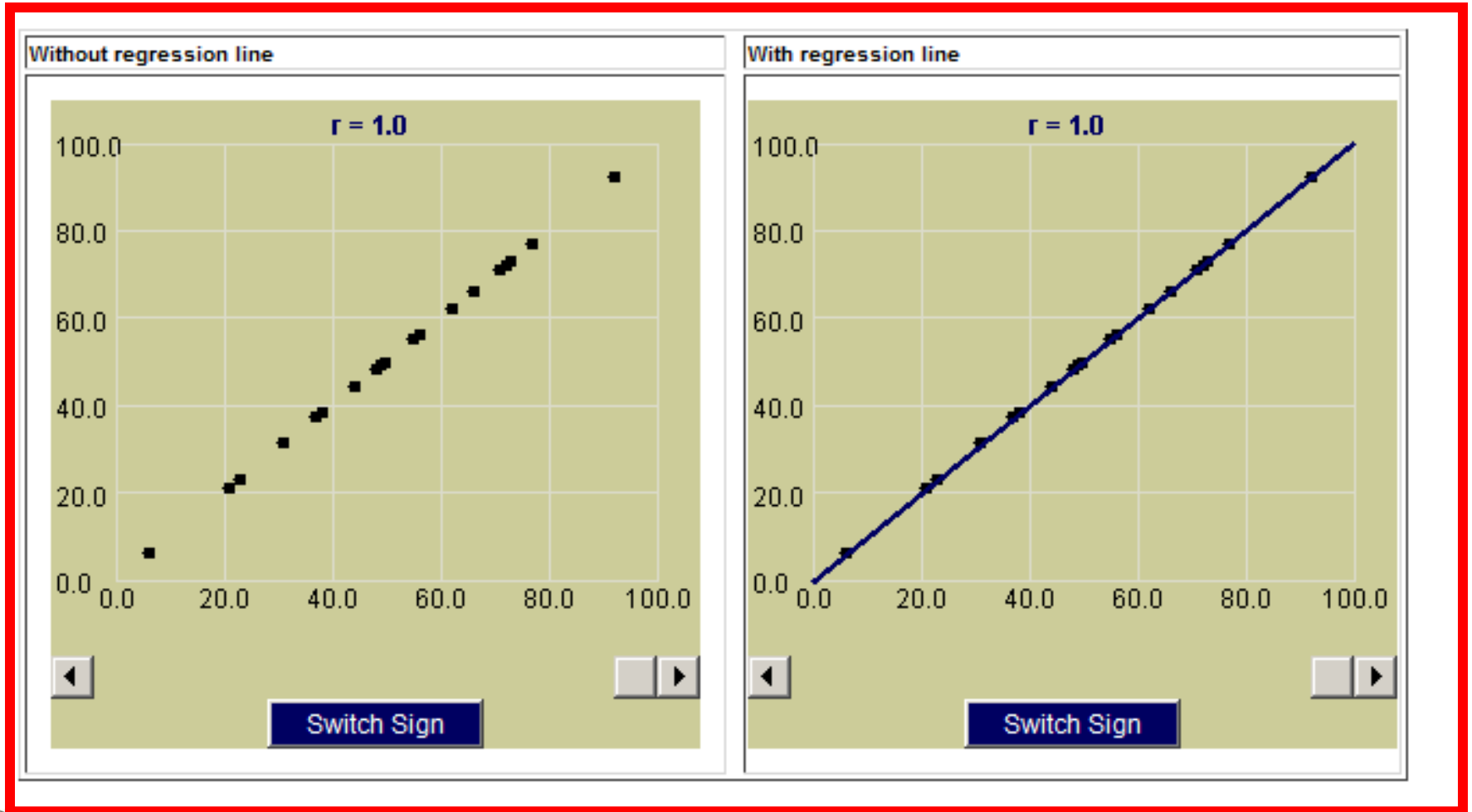
Pearson's $r=0,75$



Pearson's $r=0,943$

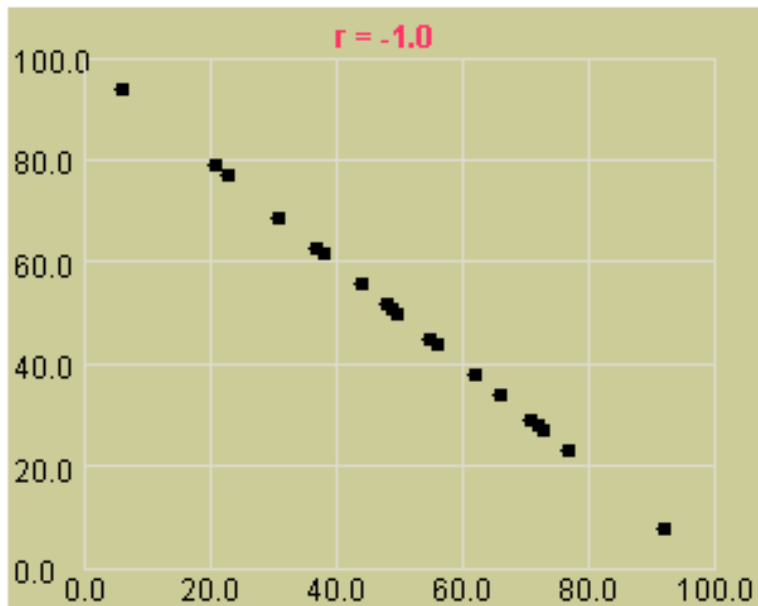


Pearson's $r=1$



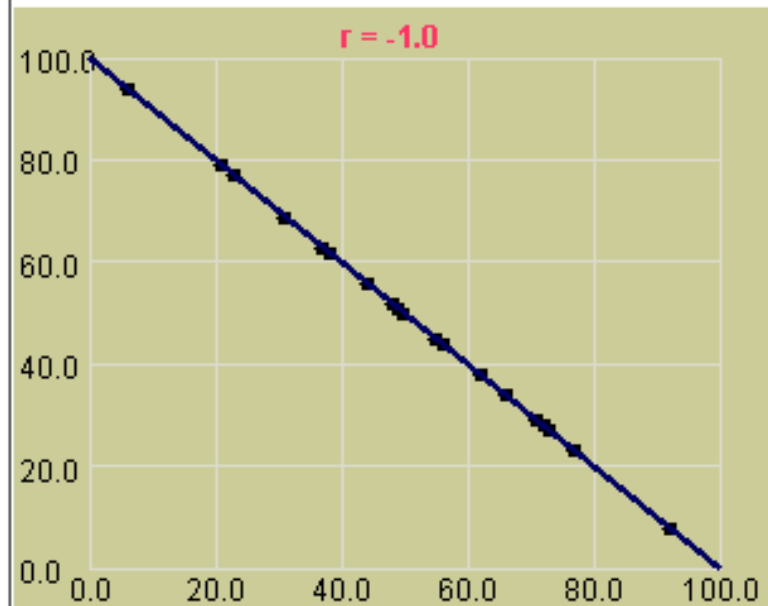
Pearson's $r = -1$

Without regression line



Switch Sign

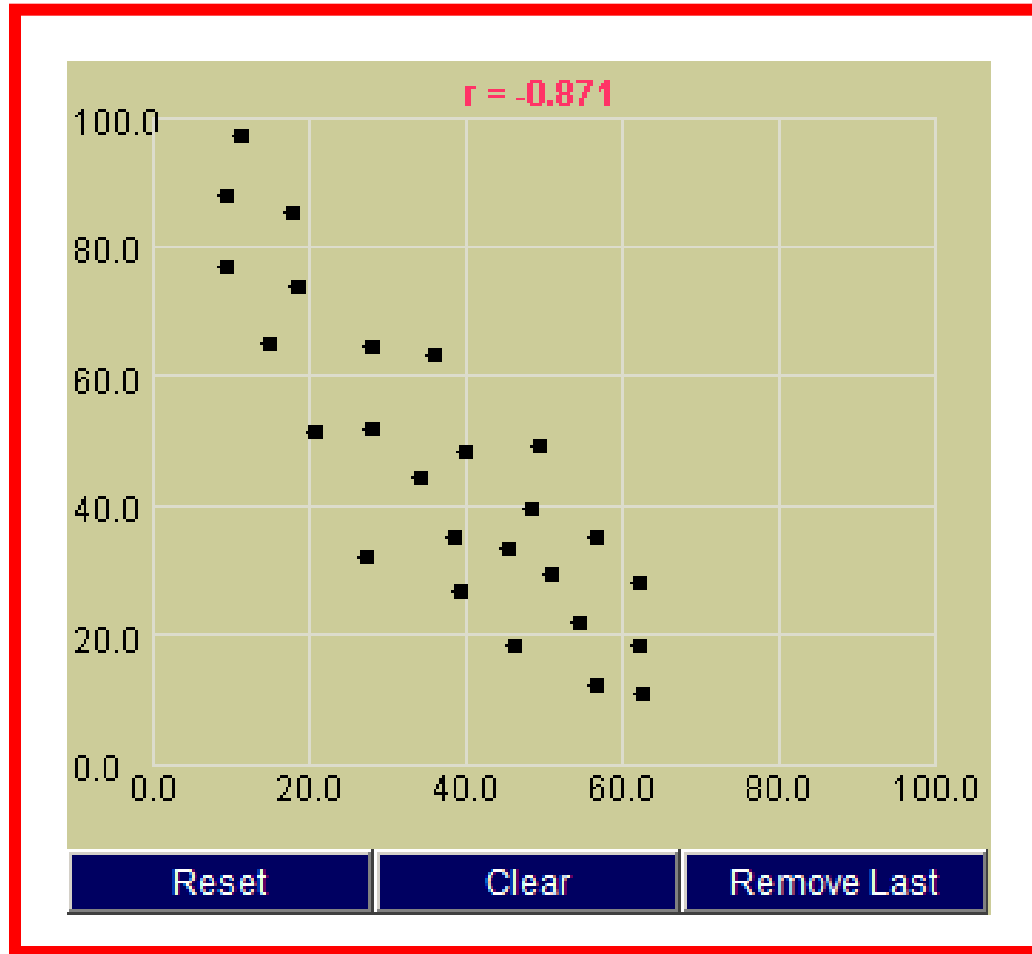
With regression line



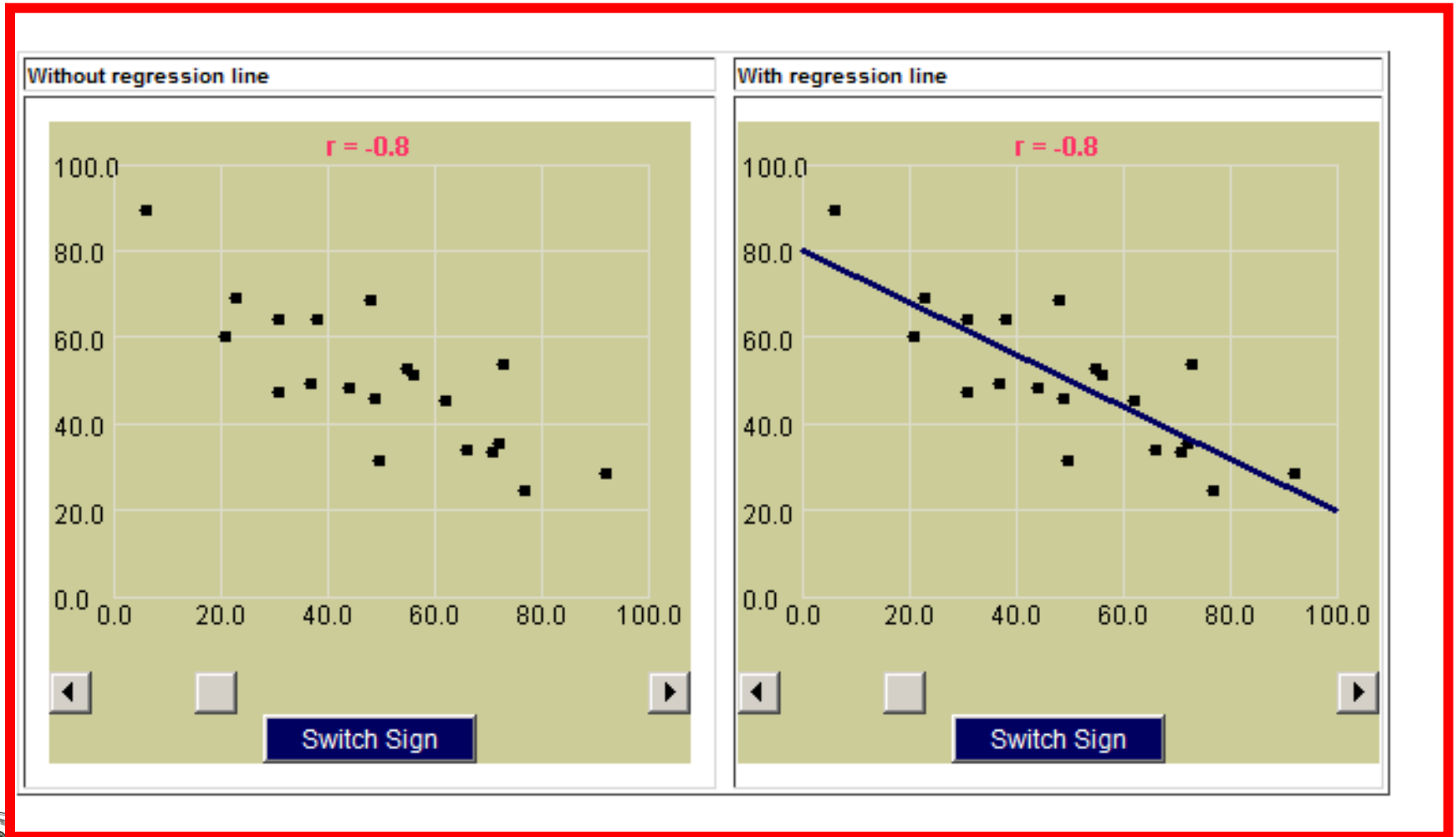
Switch Sign



Pearson's $r = -0,871$

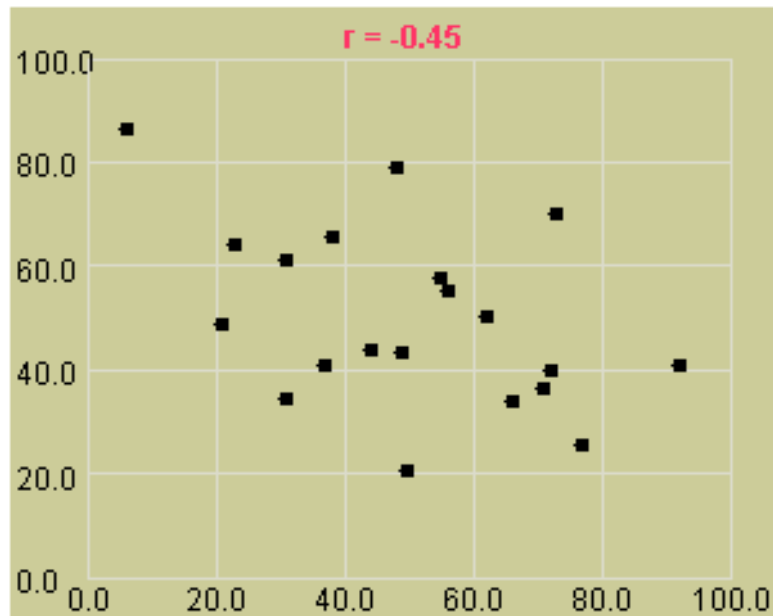


Pearson's $r = -0,80$



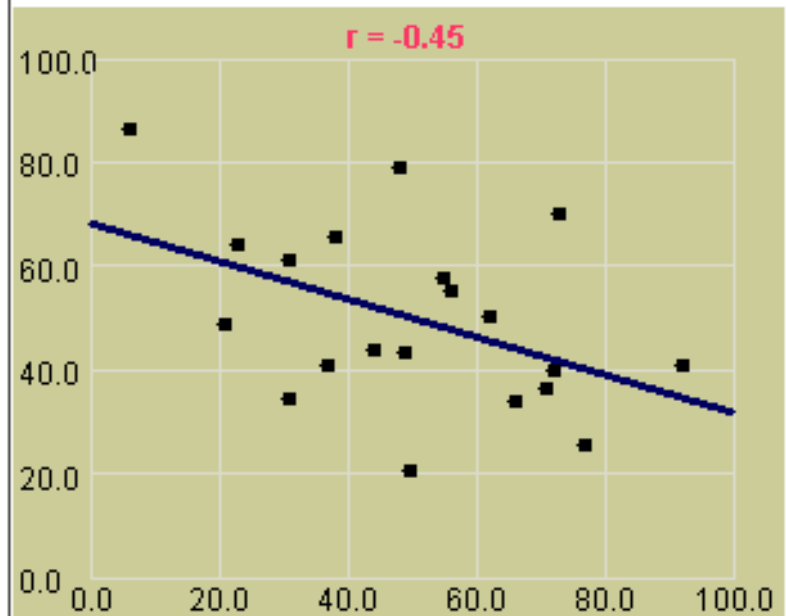
Pearson's $r = -0,45$

Without regression line



Switch Sign

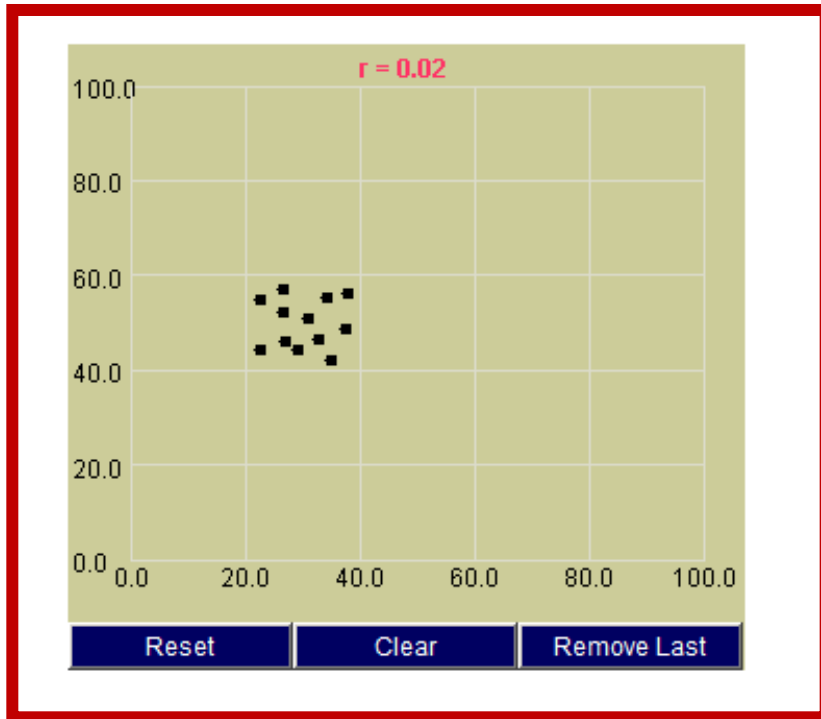
With regression line



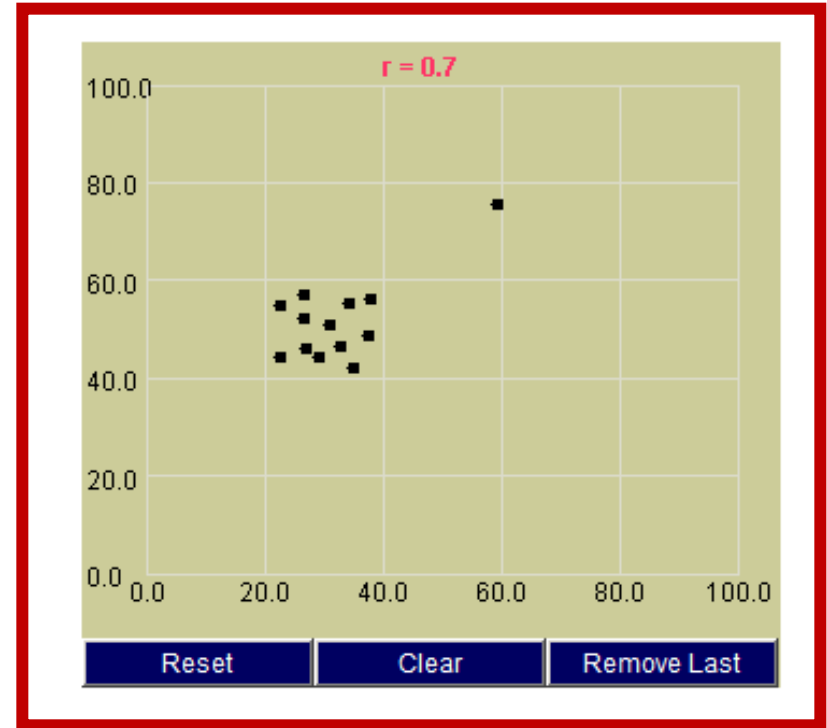
Switch Sign



Επίδραση μεμονωμένων τιμών (1)

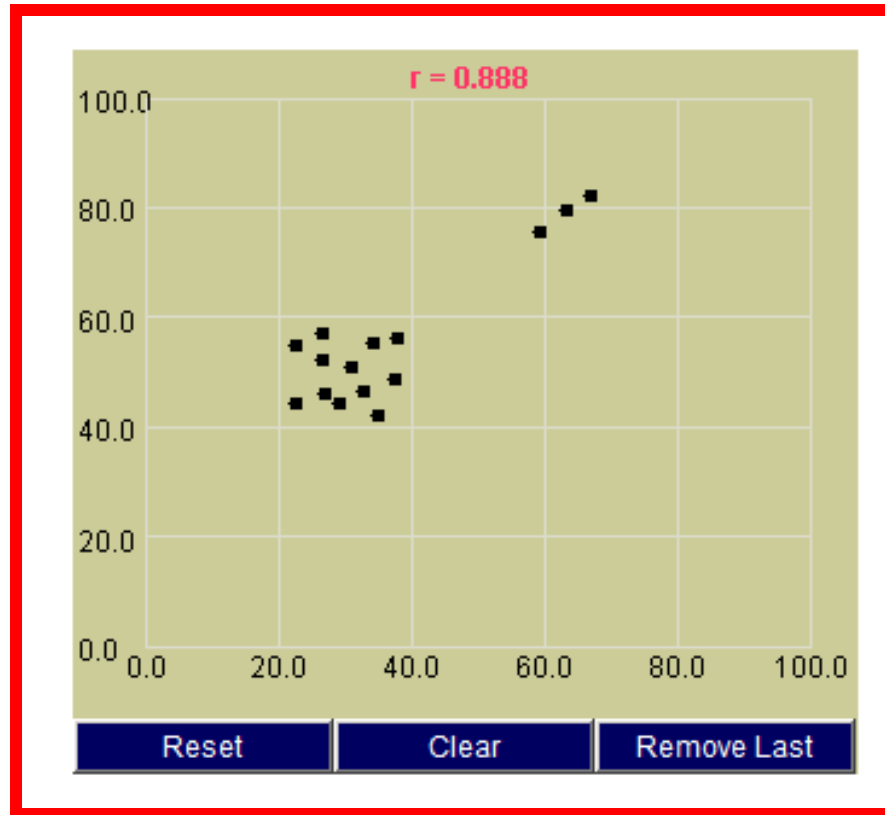


$r=0,02$



$r=0,70$

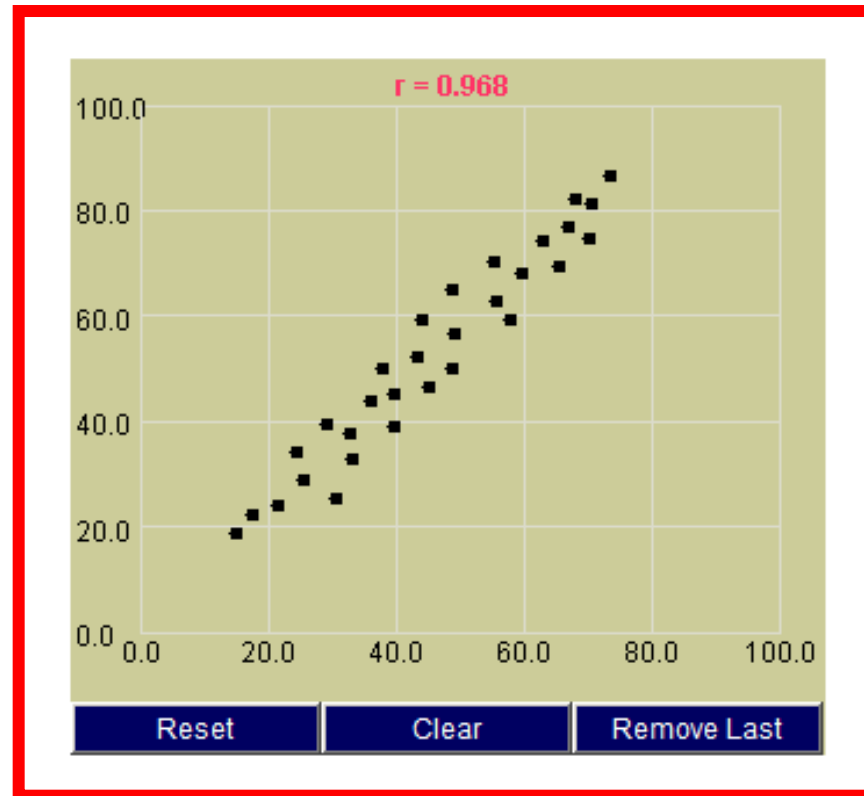
Επίδραση μεμονωμένων τιμών (2)



$r=0,888$



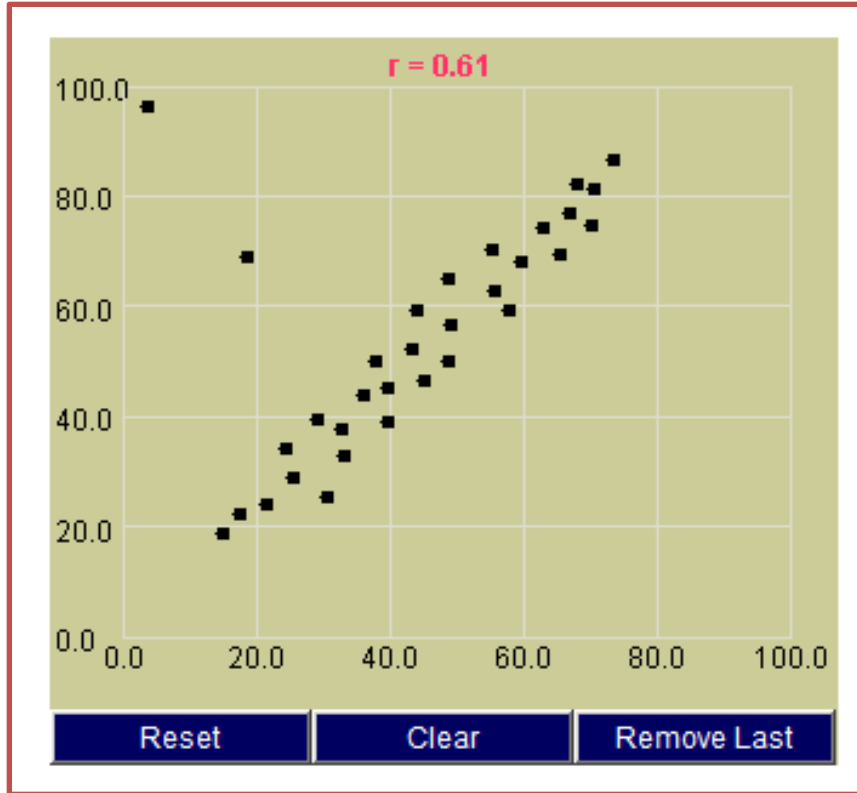
Επίδραση μεμονωμένων τιμών (3)



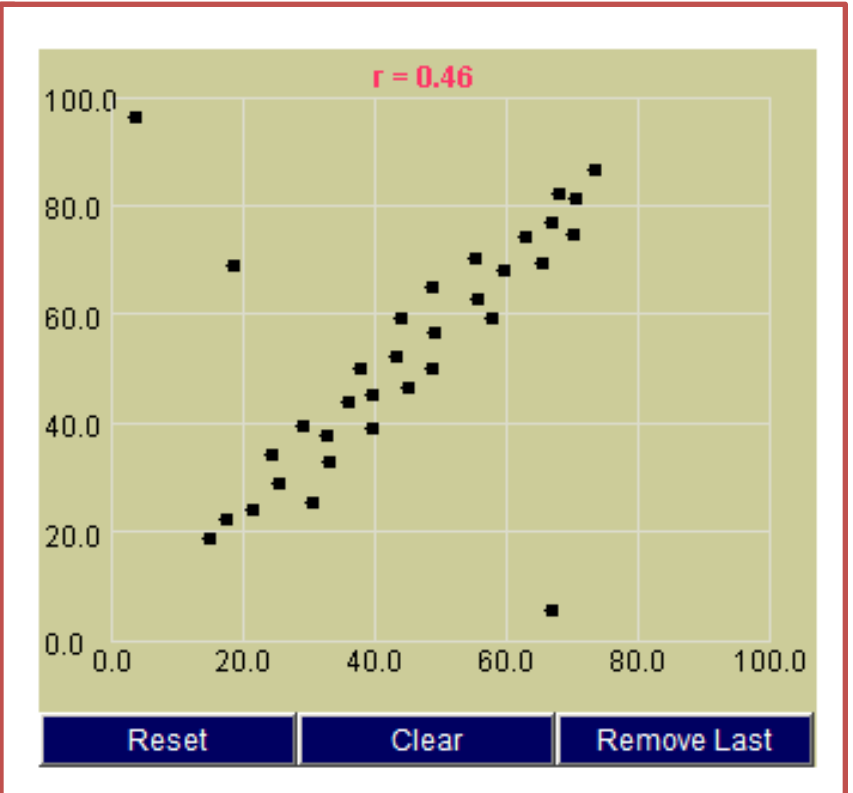
$r=0,968$



Επίδραση μεμονωμένων τιμών (4)



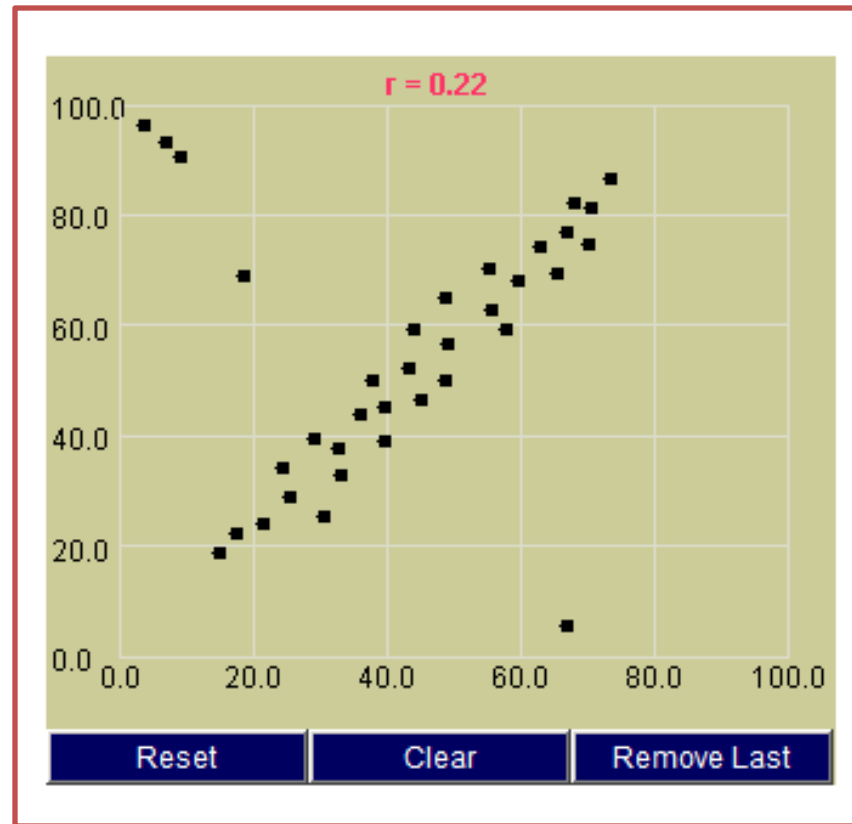
$r=0,61$



$r=0,46$



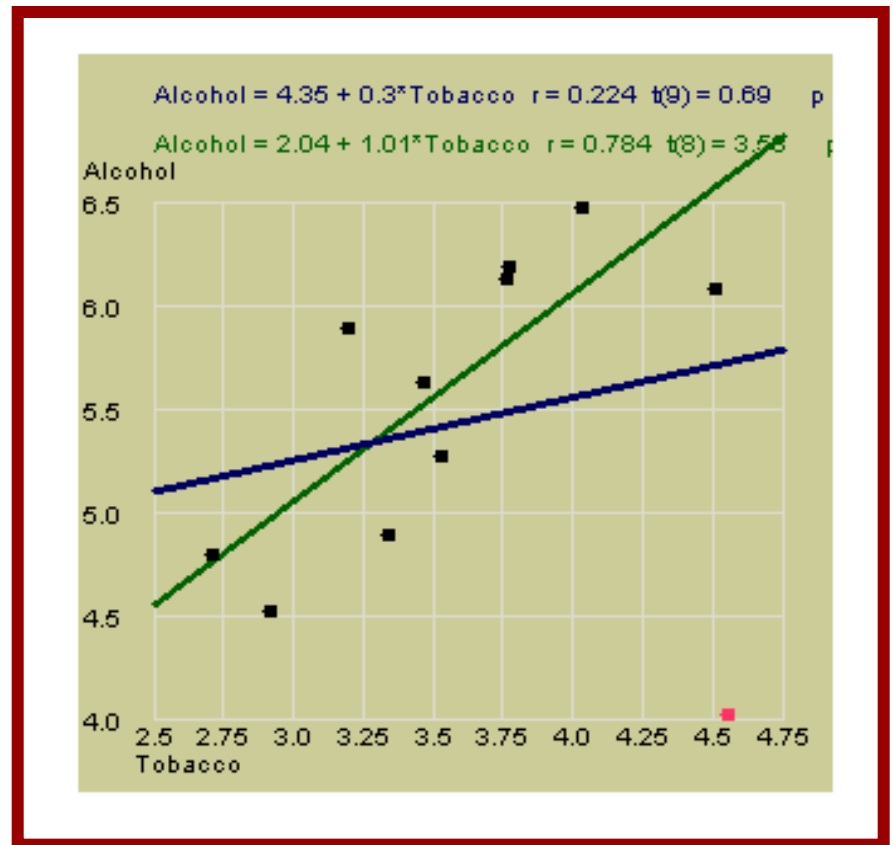
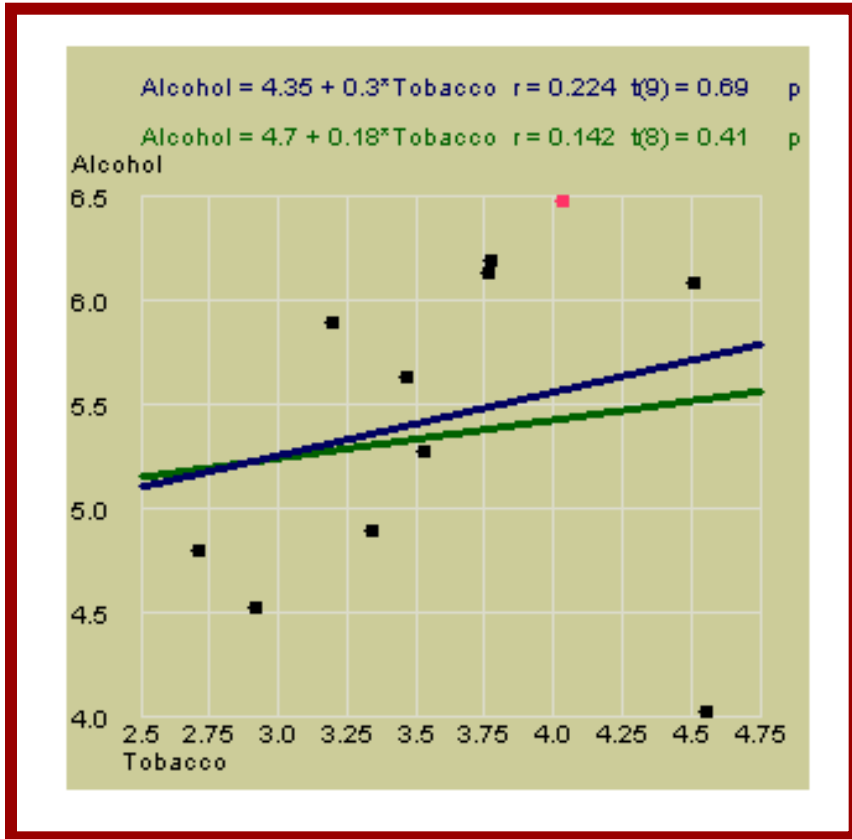
Επίδραση μεμονωμένων τιμών (5)



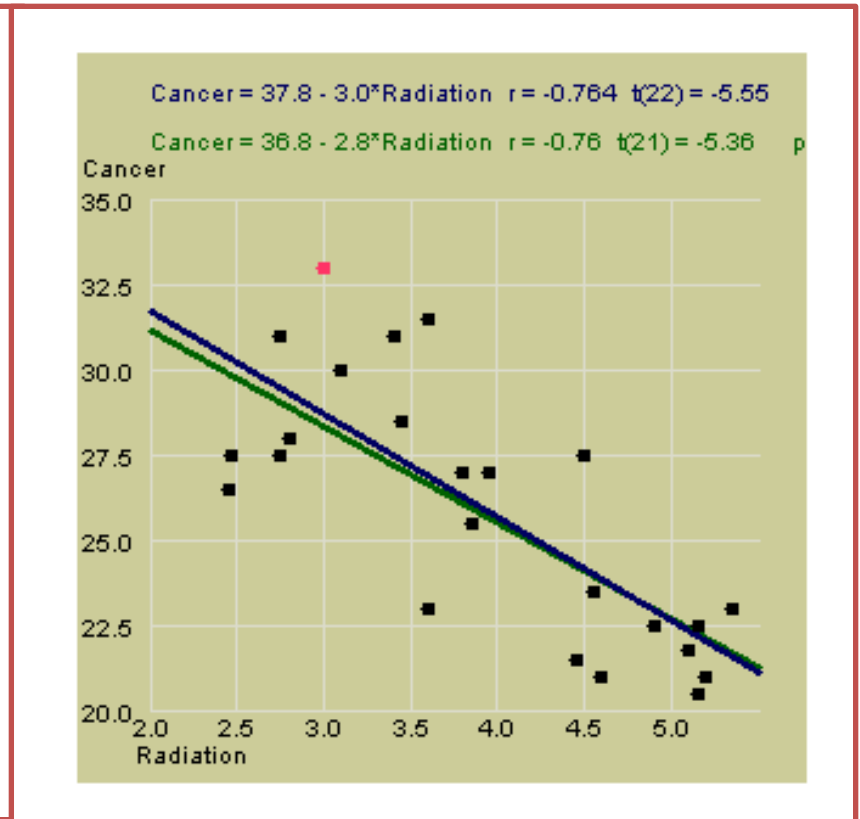
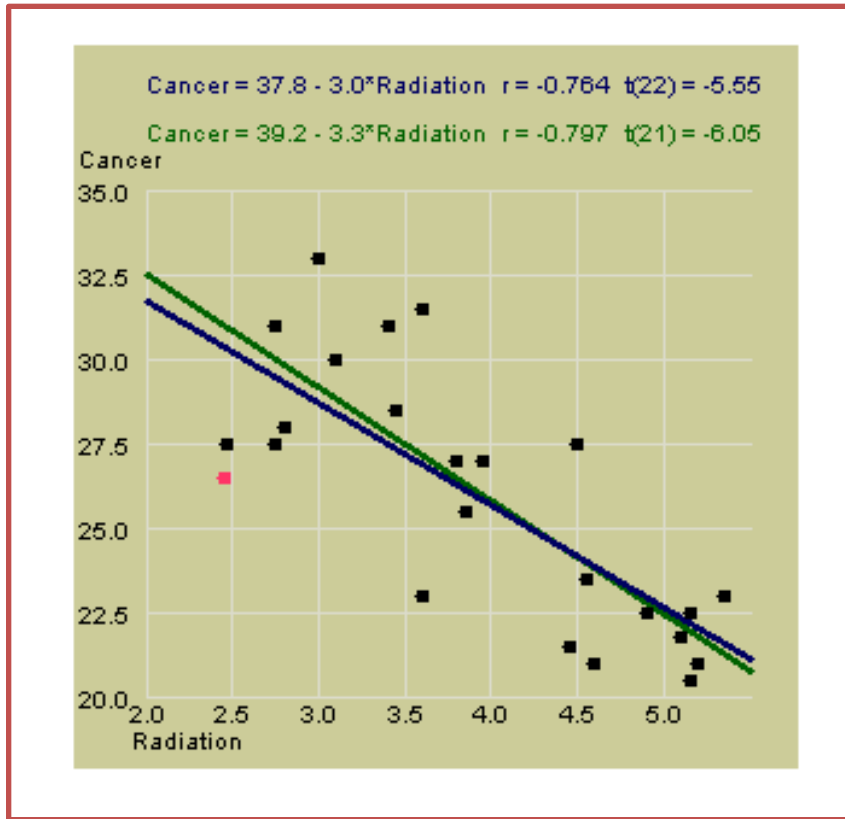
$r=0,22$



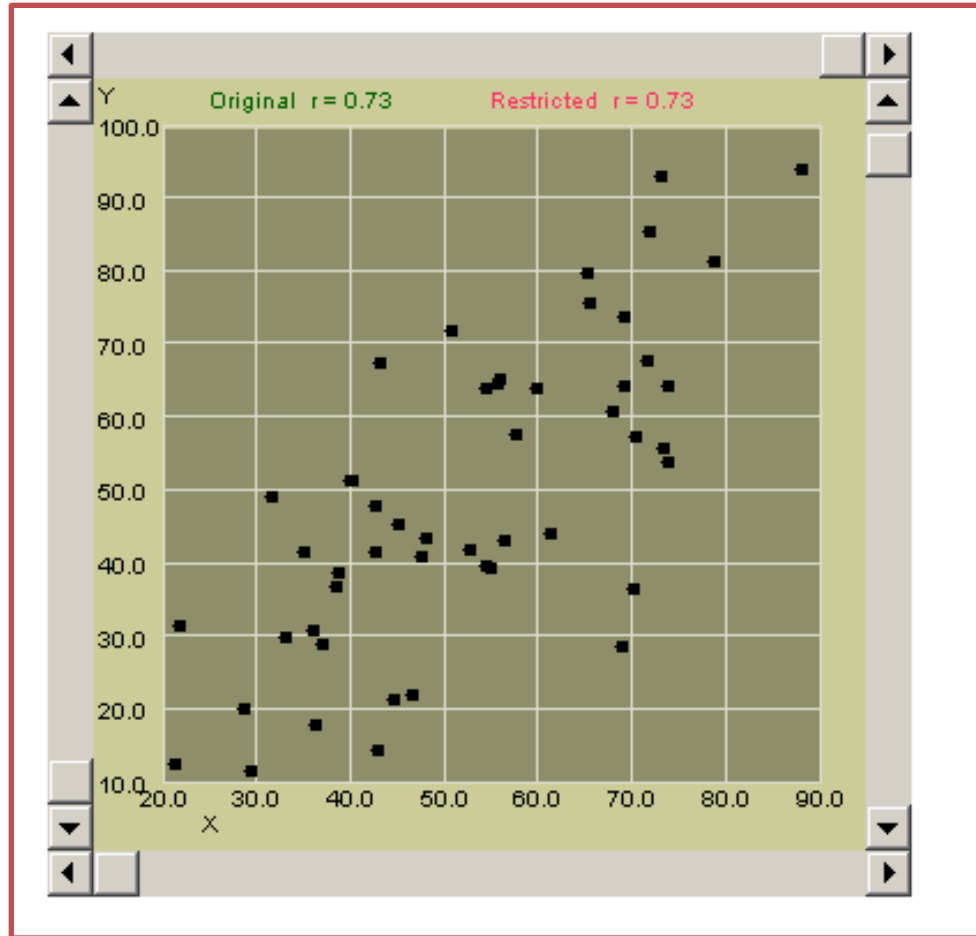
Επίδραση μεμονωμένων τιμών (6)



Επίδραση μεμονωμένων τιμών (7)

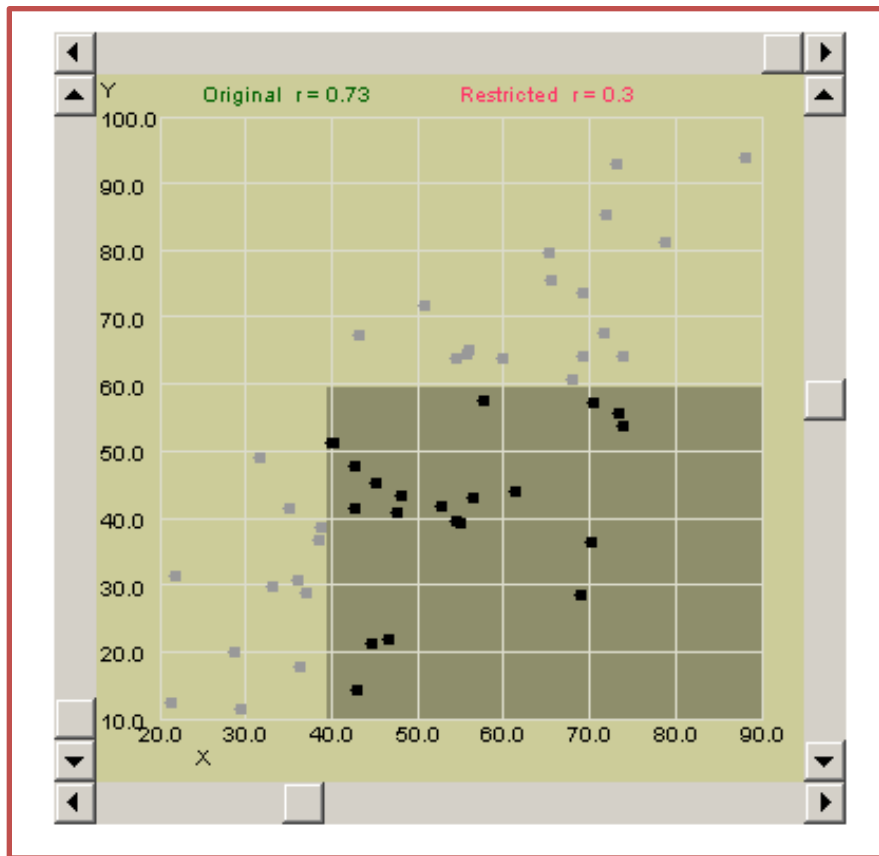


Επίδραση εύρους τιμών (1) (παράθυρα τιμών)

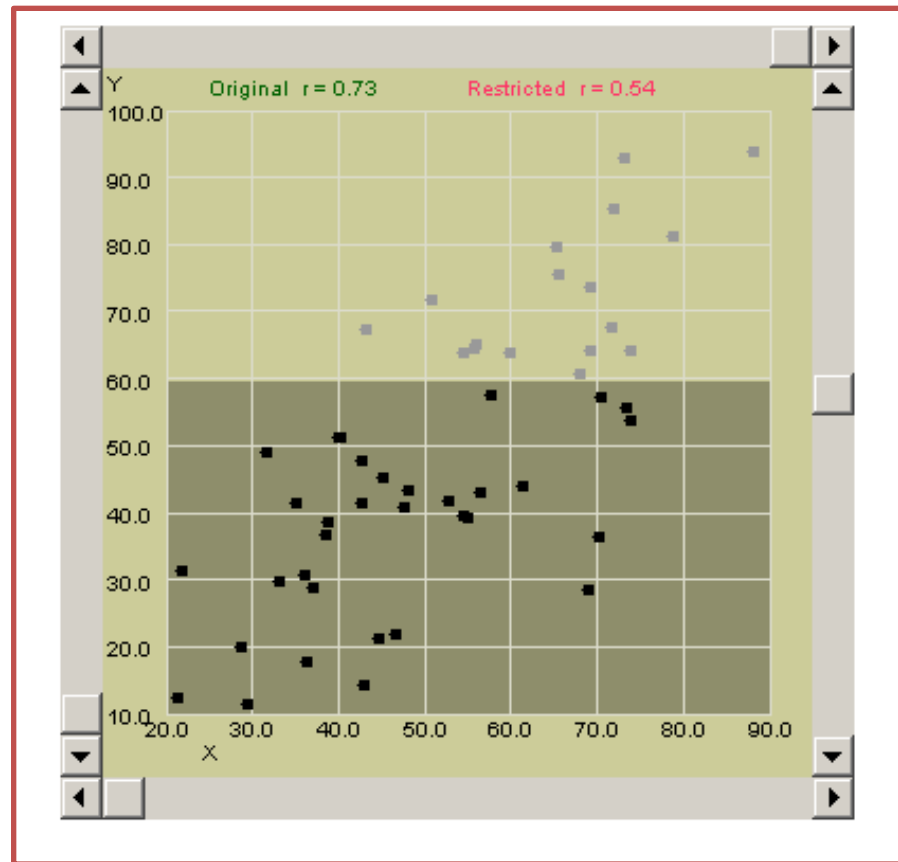


$r=0,73$

Επίδραση εύρους τιμών (2)



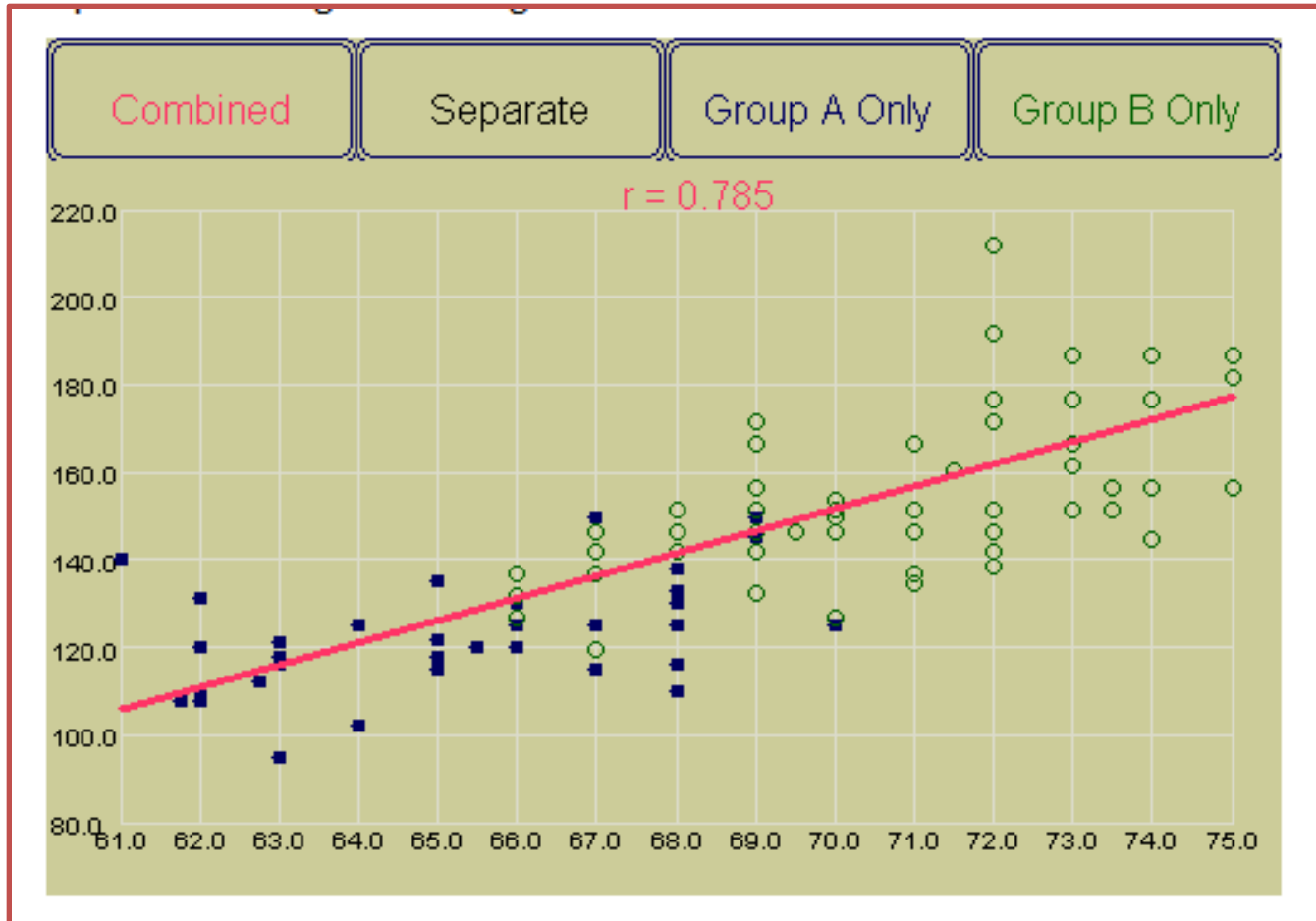
$r=0,30$



$r=0,54$

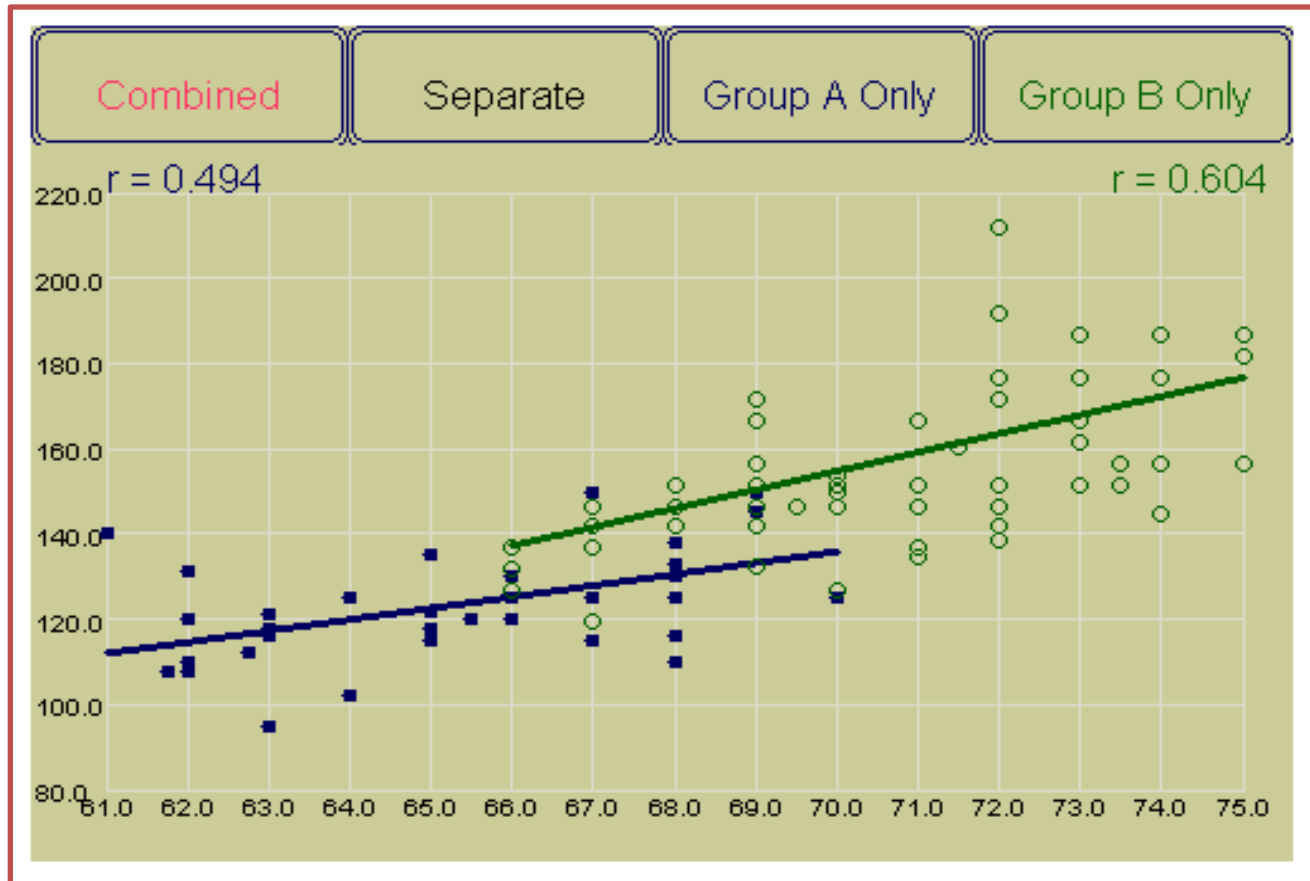


Επίδραση ομαδοποίησης τιμών (1)



$r=0,785$

Επίδραση ομαδοποίησης τιμών (2)

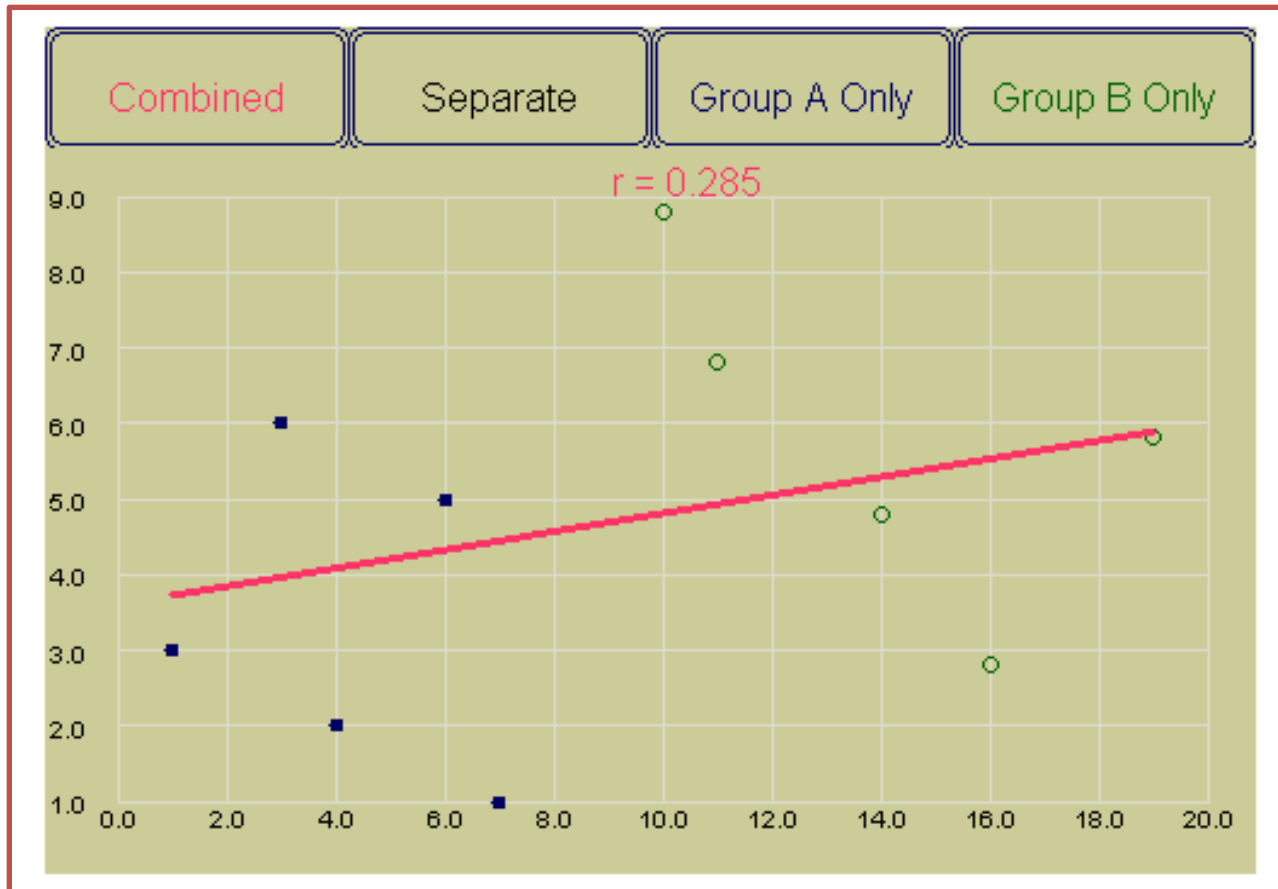


$r=0,494$

$r=0,604$

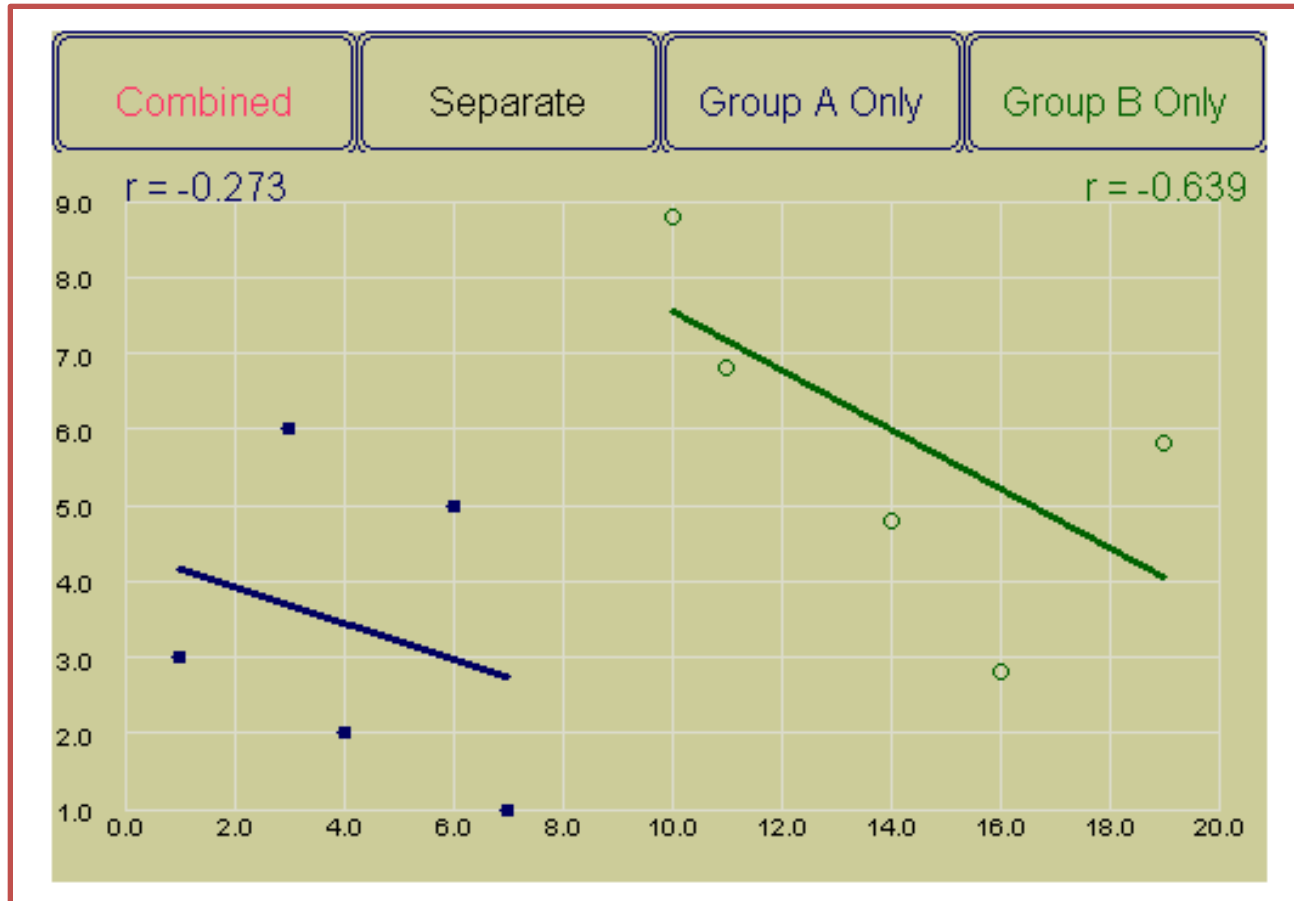


Επίδραση ομαδοποίησης τιμών (3)



$r=0,285$

Επίδραση ομαδοποίησης τιμών (4)



$r = -0,273$

$r = -0,639$



Βιβλιογραφία

- **Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (2003).** *Σημειώσεις Στατιστικής.*
- **Φασούλας, Α. Κ. (ανατ. 2008).** *Στοιχεία Πειραματικής Στατιστικής.* Θεσσαλονίκη: Άγις-Σάββας Δ. Γαρταγάνης.
- **Steel, R. & Torrie, J. (1986).** *Principles and Procedures of Statistics: A Biometrical Approach.* Singapore: McGraw-Hill Book Company.
- **Gomez, K. & Gomez, A. (1984).** *Statistical Procedures for Agricultural Research.* Singapore: John Willey & Sons, Inc.
- **Kuehl, R. (2000).** *Designs of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis.* Pacific Grove: Duxbury Thomson Learning.
- **Jacoby, W. (2000).** Loess: a nonparametric, graphical tool for depicting relationships between variables. *Electoral Studies*, 19, 577-613.
- **Κολυβά, Φ. και Μπόρα-Σέντα, Ε. (1995).** *Στατιστική: Θεωρία-Εφαρμογές.* Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις ΖΗΤΗ.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Μαρία Αλεμπάκη
Θεσσαλονίκη, Ιανουάριος 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

