ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Υδραυλική των Υπόγειων Ροών

Ενότητα 4: Υδραυλική των πηγαδιών

Καθηγητής Κωνσταντίνος Λ. Κατσιφαράκης
Αναπληρωτής Καθηγητής Νικόλαος Θεοδοσίου
Καθηγητής Περικλής Λατινόπουλος

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΑΠΘ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Υδραυλική των πηγαδιών

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ορισμοί και γενικότητες (1/4)

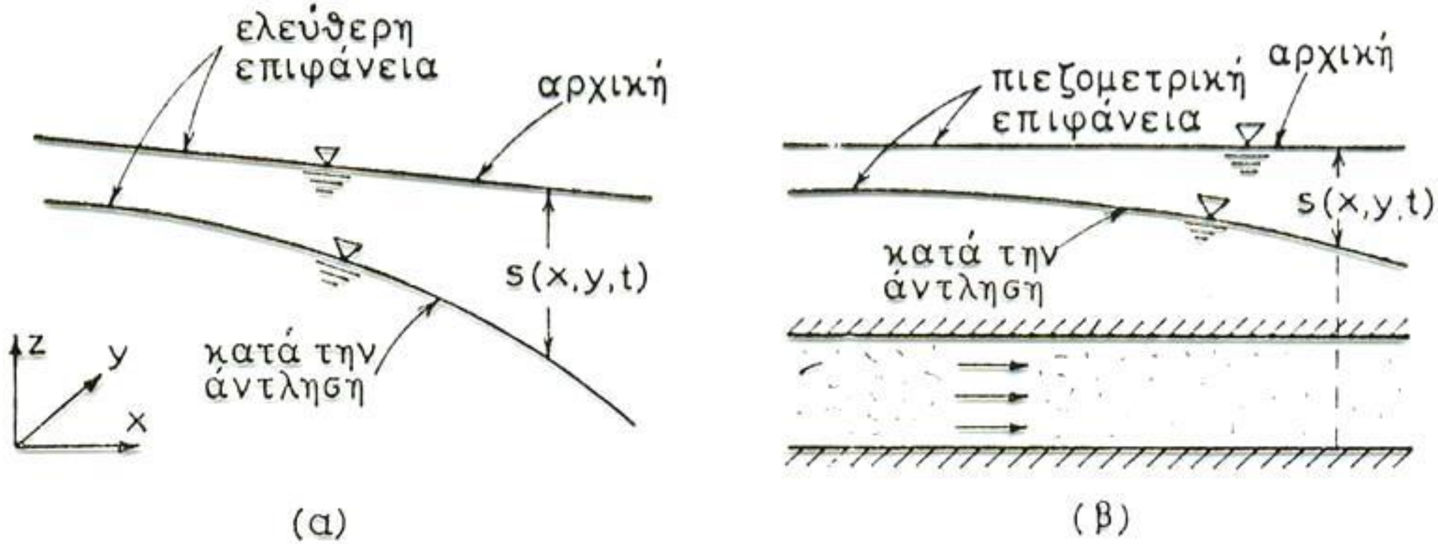
Πηγή: Ξυγγόπουλος Α., *Οι τοιχογραφίες του Αγίου Νικολάου Ορφανού Θεσσαλονίκης*, Αθήνα 1964, σελίδα 46, Πίνακας 90.

Ορισμοί και γενικότητες (2/4)

Χειροκίνητη αντλία νερού. Πηγή: Προσωπικό Αρχείο Κ. Κατσιφαράκη.

Ορισμοί και γενικότητες(3/4)

Πτώση στάθμης : s(x, y, t)



Σχήμα 1: Πτώση στάθμης σε υπόγειους υδροφορείς:

(α) με ελεύθερη επιφάνεια (β) με πίεση.

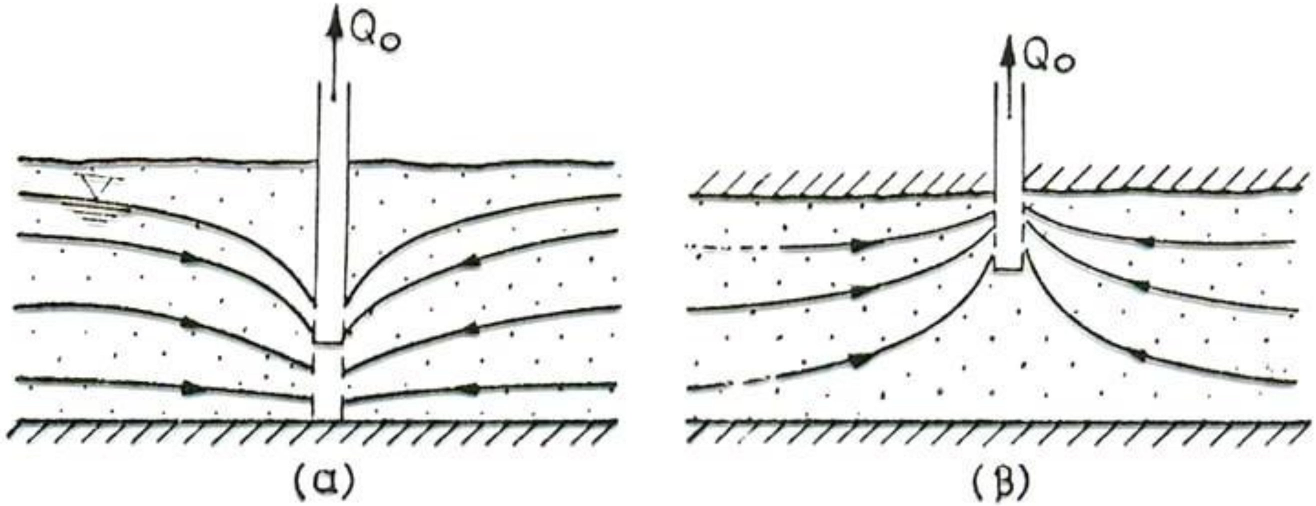
Πηγή: Π. Λατινόπουλος, Υδραυλική των Υπόγειων Ροών, Υπηρεσία Δημοσιευμάτων ΑΠΘ, 1986, σελ.100.

Ορισμοί και γενικότητες(4/4)

Let us do everything as simply as possible, but then, no more simply than that

A. Einstein

Υπόθεση οριζόντιας ροής (1/2)



Σχήμα 2: Εξαιρέσεις της υπόθεσης οριζόντιας ροής:

(α) άντληση από φρεάτιο υδροφορέα με σημαντική πτώση στάθμης (β) ροή σε πηγάδι μερικής διείσδυσης σε περιορισμένο υδροφορέα.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.101.

Υπόθεση της μόνιμης ροής (2/2)

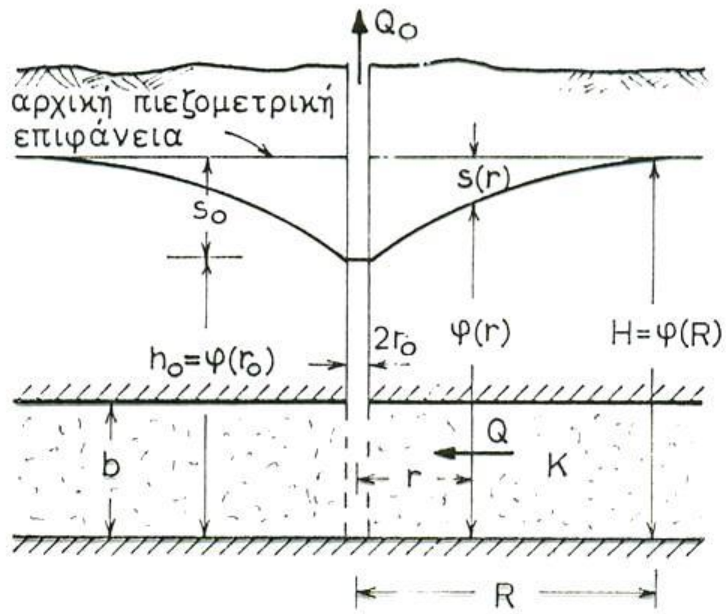
Σε έναν άπειρης έκτασης υδροφορέα, θεωρητικά δεν είναι δυνατόν να υπάρξει μόνιμη ροή, αφού αντλούμε συνεχώς νερό από το πηγάδι, άρα ο κώνος πτώσεως αυξάνεται συνεχώς.

Πρακτικά μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, η πρόσθετη πτώση στάθμης γίνεται ανεπαίσθητη. Έτσι μπορούμε να ορίσουμε την ακτίνα επιρροής του πηγαδιού με τον ακόλουθο τρόπο:

Ακτίνα επιρροής ενός πηγαδιού είναι η απόσταση πέρα από την οποία η ροή δεν επηρεάζεται από τη λειτουργία του πηγαδιού αυτού.

Αξίζει να σημειωθεί ότι στα μόνιμα φαινόμενα δεν υπεισέρχεται η αποθηκευτικότητα.

Μόνιμες ροές σε πηγάδια – Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα (1/2)



Σχήμα 3: Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.103.

Μόνιμες ροές σε πηγάδια – Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα (2/2)

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr} = 0$$

$$\frac{d^2 s}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{ds}{dr} = 0$$

$$s = C_1 \ln r + C_2$$

$$Q = -2\pi r \frac{T ds}{dr} = Q_o$$ (Darcy) $(s = 0 \text{ για } r = R)$

$$s = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R}{r}$$ **(σχέση του Dupuit)**

$$s_1 - s_2 = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{r_2}{r_1}$$ **(σχέση του Thiem)**

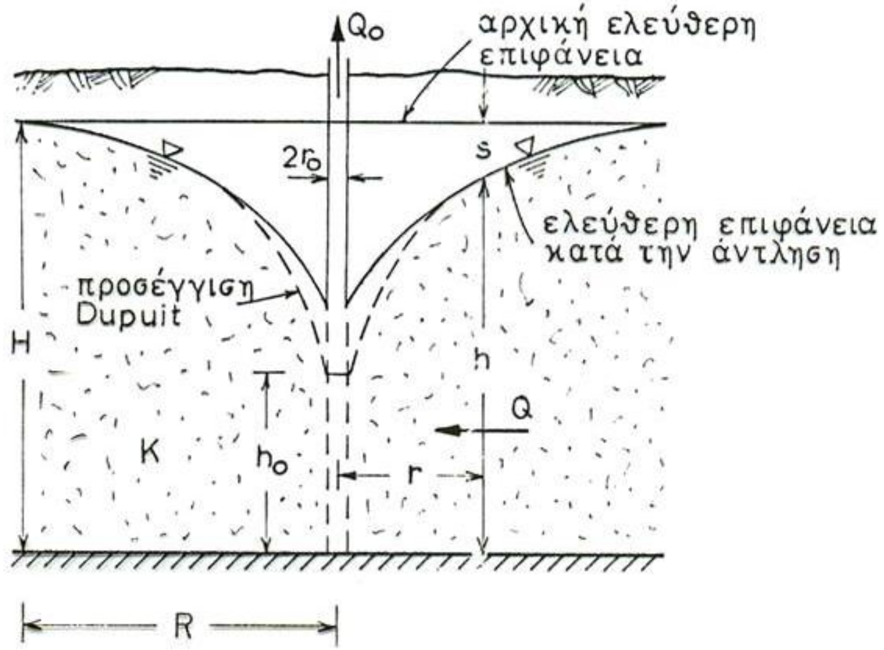
$$s - s_o = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{r_o}{r_1}$$

Ακτίνα του πηγαδιού

Μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ασφάλεια μόνο στην περίπτωση ανεπένδυτης γεώτρησης, οπότε είναι ίση νε την ακτίνα της οπής της γεώτρησης.

Στις συνηθισμένες περιπτώσεις, όπου οι αντλήσεις γίνονται από διάτρητα τμήματα σωληνώσεων των γεωτρήσεων και ιδιαίτερα όταν υπάρχουν αμμοχαλικώδη φίλτρα, η στάθμη του νερού μέσα στο πηγάδι είναι σε διαφορετικό βάθος από τη στάθμη της πιεζομετρικής επιφάνειας εξωτερικά του πηγαδιού. Σε αυτές τις περιπτώσεις το r_0 που υπεισέρχεται στις εξισώσεις είναι μεγαλύτερο από την ακτίνα της γεώτρησης.

Μόνιμες ροές σε πηγάδια
Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα (1/2)



Σχήμα 4: Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.106.

Μόνιμες ροές σε πηγάδια
Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα (2/2)

$$Q = 2\pi r h q_r = 2\pi r h K \frac{dh}{dr} \qquad \text{(Darcy)}$$

$$Q = \text{σταθ.} = Q_o$$

$$hdh = C_1 \ln r + C_2$$

$$Q = \frac{Q_o}{2\pi K}\frac{dr}{r}$$

$$h^2 = \frac{Q_o}{\pi K}\ln r + C \qquad (h = H \text{ για } r = R)$$

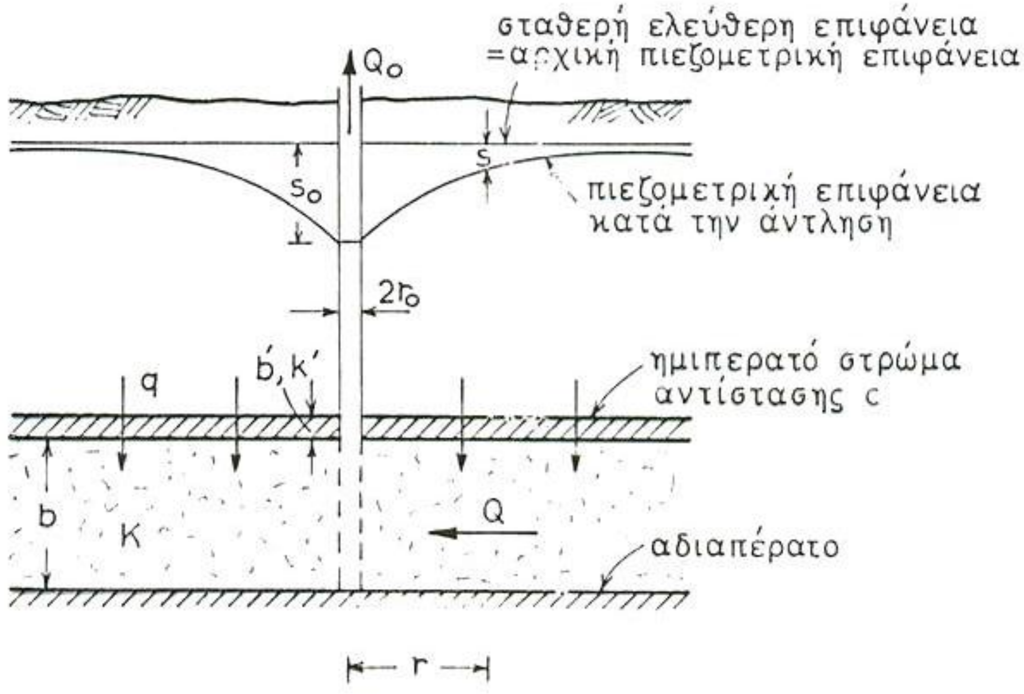
$$H^2 - h^2 = \frac{Q_o}{\pi K}\ln\frac{R}{r} \qquad (h = h_o \text{ για } r = r_o)$$

$$H^2 - h_o^2 = \frac{Q_o}{\pi K}\ln\frac{R}{r_o} \qquad \textbf{(σχέση Dupuit - Forchheimer)}$$

$$s = \frac{Q_o}{2\pi K H[1 - s/2H]}\ln\frac{R}{r} \qquad (s = H - h)$$

$$s = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R}{r} \qquad (T = KH)$$

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (1/7)



Σχήμα 5: Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.108.

Μόνιμες ροές σε πηγάδια - Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (2/7)

$$\frac{dQ}{dr} + 2\pi r q = 0 \qquad (q = s/c)$$

$$\frac{dQ}{dr} = -2\pi r \frac{s}{c}$$

$$Q = -2\pi T r \frac{ds}{dr} \qquad (Darcy)$$

$$\frac{d^2 s}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{ds}{dr} - \frac{s}{Tc} = 0 \qquad (Q = Q_o \text{ για } r \to r_o \; \kappa\alpha\iota \; s = 0 \text{ για } r \to \infty)$$

Μόνιμες ροές σε πηγάδια - Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (3/7)

$$s = \frac{Q}{2\pi T}\frac{K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right)}{\left(\frac{r_0}{\lambda}\right)K_1\left(\frac{r_0}{\lambda}\right)}$$

(K_o και K_1 **:** τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel δευτέρου είδους)

$$s = \frac{Q_o}{2\pi T}K_o(r/\lambda)$$ (για $x < 0.02$ *το* $xK_1(x) \approx 1$)

$$s = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{1.123\lambda}{r}$$ (για $x << 1$ *ισχύει* $K_o(x) = \ln(1.123/x)$)

$$Q = Q_o\frac{r}{\lambda}K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right)$$ ($K_o'(\alpha x) = -\alpha K_1(\alpha x)$)

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (4/7)

Τροποποιημένες συναρτήσεις Bessel

Λύσεις της εξίσωσης:

$$x^2 y'' + x y' - \left(x^2 + n^2\right) y = 0$$

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (5/7)

Άσκηση

Υδροφορέας υπό πίεση, πάχους 18 m και υδραυλικής αγωγιμότητας $2.6 \cdot 10^{-3}$ m/s, περιορίζεται από κάτω από αδιαπέρατο πυθμένα, ενώ από πάνω από ημιπερατό στρώμα πάχους 3 m και υδραυλικής αγωγιμότητας $5.6 \cdot 10^{-6}$ m/s. Ο υπερκείμενος φρεάτιος υδροφορέας εμφανίζει μια οριζόντια, σταθερής στάθμης, ελεύθερη επιφάνεια. Στον υπό πίεση υδροφορέα λειτουργεί πηγάδι άντλησης, εσωτερικής διαμέτρου 0.50 m, με παροχή 0.05 m^3/s. Θεωρώντας ότι έχει αποκατασταθεί το μόνιμο φαινόμενο, ζητούνται: α) Να υπολογισθεί η πτώση στάθμης στην παρειά του πηγαδιού. β) Να υπολογισθεί η απόσταση r από τον άξονα του πηγαδιού στην οποία η πτώση στάθμης στον υδροφορέα είναι το 1/8 της αντίστοιχης τιμής στην παρειά του πηγαδιού. γ) Να υπολογισθεί η παροχή του υπόγειου νερού που περνάει από την κυλινδρική διατομή του υδροφορέα με ακτίνα r (που υπολογίσθηκε στο ερώτημα β).

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (6/7)

Λύση

$T = bK = 18 \cdot 2.6 \cdot 10^{-3} = 4.68 \cdot 10^{-2}$ m/s

$\lambda = (Tb_1/K_1)^{1/2} = 4.68 \cdot 10^{-2} \cdot 3/(5.6 \cdot 10^{-6}) = 158.34$ m

$r_0/\lambda = 1.58 \cdot 10^{-3} << 1$

$$s_0 = \frac{Q_0}{2\pi T} \, ln \frac{1.123\lambda}{r_0} = 0.17 \ln(711.26) = 1.12 \, m$$

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (7/7)

$s = s_0/8 = 0.14$ m

$$s = \frac{Q_0}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \Rightarrow 0.14 = 0.17\, K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 0.82 \rightarrow \frac{r}{\lambda} = 0.57 \Rightarrow r = 90.25\ m$$

$$Q = Q_0 \frac{r}{\lambda} K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 0.05 \cdot 0.57 \cdot 1.427 = 0.061\ \mathrm{m^3/s}$$

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα με διαρροή (7α/7)

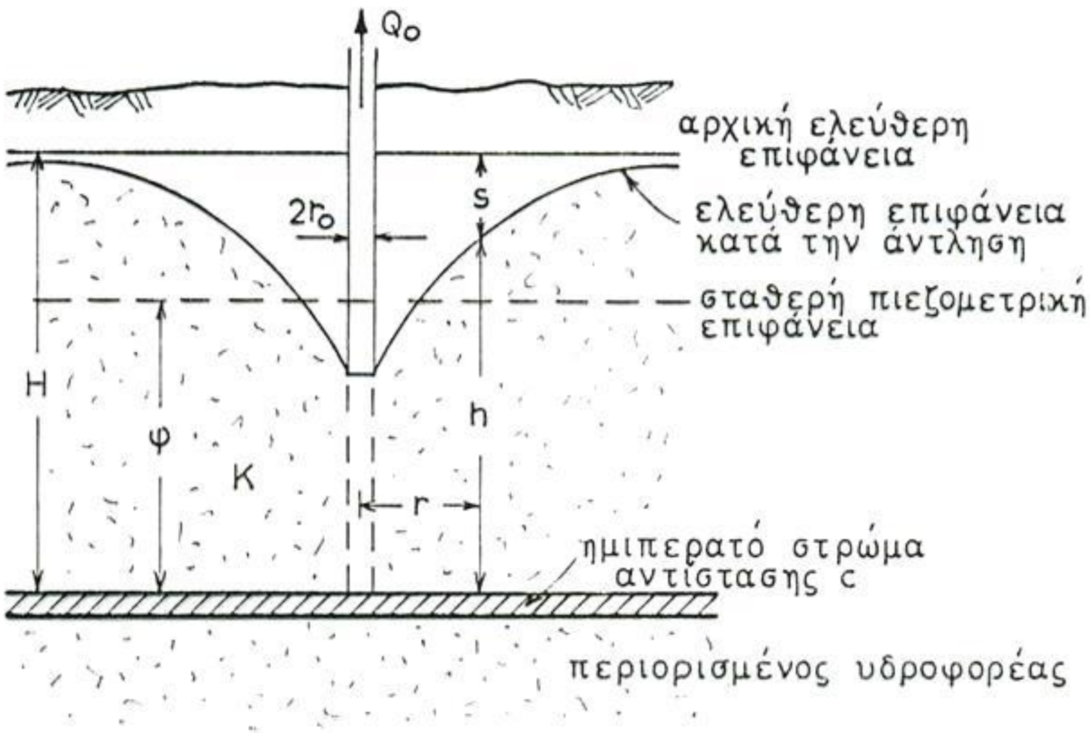
$s = s_0/8 = 0.14$ m

$$s = \frac{Q_0}{2\pi T} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \Rightarrow 0.14 = 0.17\, K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 0.82 \rightarrow \frac{r}{\lambda} = 0.57 \Rightarrow r = 90.25\, m$$

$Q = Q_0 \frac{r}{\lambda} K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right) = 0.05 \cdot 0.57 \cdot 1.427 =$ **0.041** $m^3/s < 0.05$ m^3/s

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα με διαρροή (1/2)



Σχήμα 6: Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα με διαρροή.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.111.

Μόνιμες ροές σε πηγάδια-Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα με διαρροή (2/2)

$$C = 2\pi T r \frac{dh}{dr}$$ (Darcy)

$$\frac{dC}{dr} = -2\pi r \frac{\varphi - h}{c}$$ (εξίσωση συνέχειας)

$$\frac{d^2h}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dh}{dr} + \frac{\varphi - h}{Tc} = 0$$ ($h = H$ για $r \to \infty$ και $Q = Q_o$ για $r \to r_o$)

$$h = \varphi - \frac{Q_o}{2\pi T} K_o(r/\lambda)$$

$$Q = Q_o \frac{r}{\lambda} K_1(\frac{r}{\lambda})$$ ($\lambda = (Tc)^{1/2}$)

Συστήματα πηγαδιών (1/3)

Εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας

Ροή υπό πίεση

$$s = \sum_{i=1}^{n} s_i$$

$$s = -\frac{1}{2\pi K\alpha}\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln\frac{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}{R} = \sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{2\pi T}\ln\frac{R}{r_i}$$

Ροή με ελεύθερη επιφάνεια

$$H^2 = h_1^2 + \frac{1}{\pi K}\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln\frac{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}{R}$$

Συστήματα πηγαδιών (2/3)

Ειδική περίπτωση.

Ίσες παροχές πηγαδιών σε ροή υπό πίεση

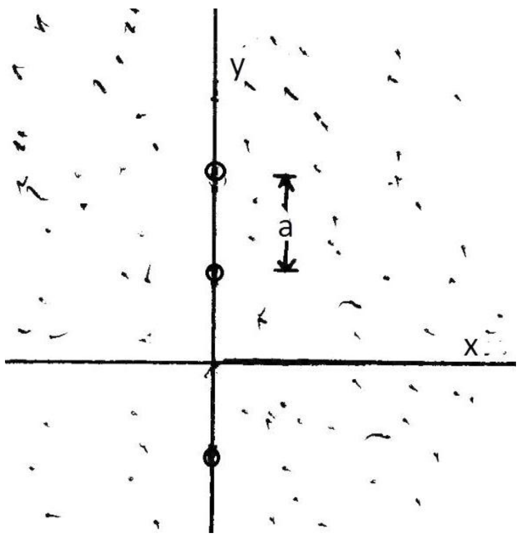
$Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n = Q_0$

$$s = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_0}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_i} = \frac{nQ_0}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_i^*}$$

όπου

$$r_i^* = \left(r_1 r_2 \ldots r_n\right)^{1/n}$$

Συστήματα πηγαδιών (3/3)



Σχήμα 7: Γραμμή πηγαδιών σε περιορισμένο υδροφορέα.

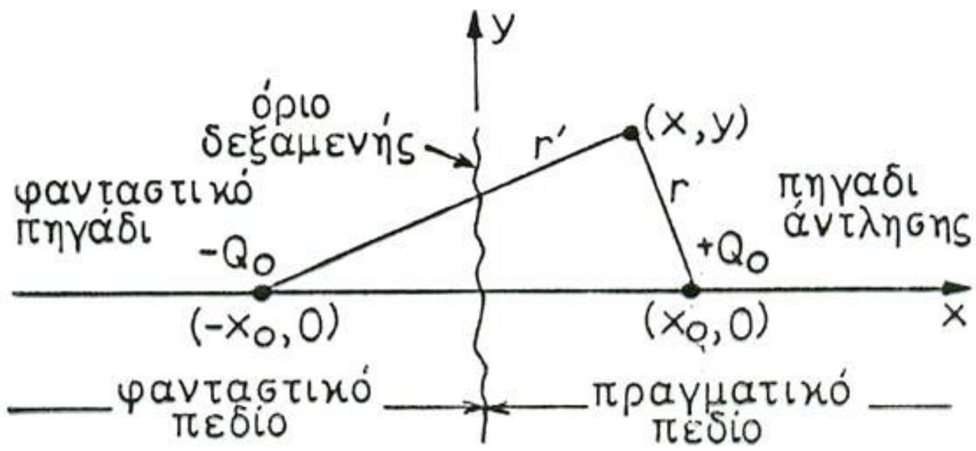
$$s_i = \frac{Q_o}{2\pi T} \sum_{j=-\infty}^{j=+\infty} \ln \frac{R}{\left[x^2 + (y - ja)^2\right]^{1/2}}$$

$$s_i = \frac{Q_o}{2\pi T} \ln \frac{\cosh 2\pi(x - R)/a - \cos 2\pi y/a}{\cosh 2\pi(x + R)/a - \cos 2\pi y/a}$$

Η μέθοδος των εικόνων (1/28)

Η μέθοδος των εικόνων χρησιμοποιείται για την κατασκευή του μαθηματικού ομοιώματος σε ημιάπειρα πεδία ροής, στα οποία υπάρχουν ευθύγραμμα όρια. Στην ουσία είναι η διαδικασία με την οποία μπορούμε να αναχθούμε σε ένα ισοδύναμο άπειρο πεδίο ροής και να χρησιμοποιήσουμε τους γνωστούς τύπους υπολογισμού του υδραυλικού φορτίου και των ταχυτήτων, που ισχύουν σε αυτό. Το τίμημα που πληρώνουμε για να απαλλαγούμε από τα όρια είναι ότι στο ισοδύναμο άπειρο πεδίο υπάρχουν πολλαπλάσια πηγάδια από τα πραγματικά. Έτσι, αν στο πραγματικό πεδίο υπάρχει ένα ευθύγραμμο όριο και n πηγάδια, στο ισοδύναμο θα υπάρχουν συνολικά 2n πηγάδια. Τα πρόσθετα φανταστικά πηγάδια είναι συμμετρικά των πραγματικών ως προς το όριο, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Σε αυτό το γεγονός οφείλει η μέθοδος το όνομά της, αφού τα φανταστικά πηγάδια είναι «εικόνες» των πραγματικών ως προς το όριο.

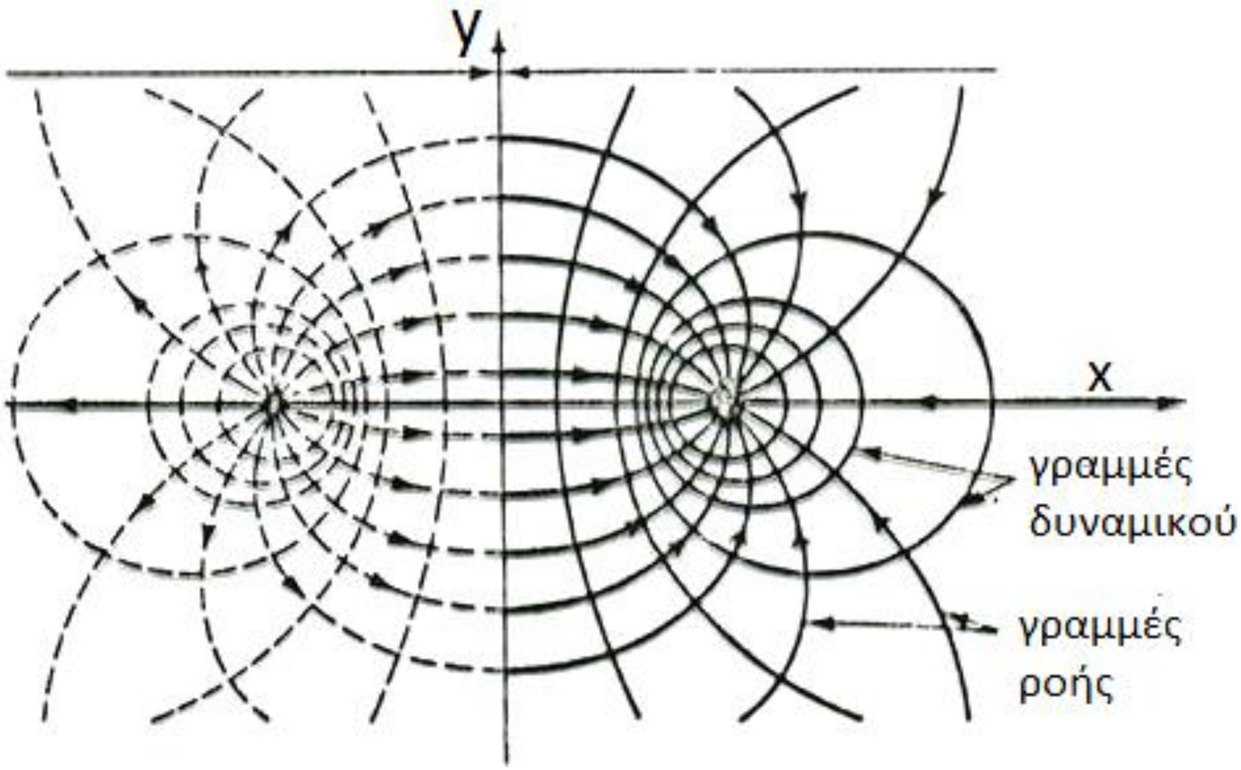
Η μέθοδος των εικόνων (2/28)



Σχήμα 8: Εφαρμογή της μεθόδου εικόνων για πηγάδι κοντά σε όριο δεξαμενής.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.143.

Η μέθοδος των εικόνων (3/28)



Σχήμα 9: Εφαρμογή της μεθόδου εικόνων για πηγάδι κοντά σε όριο δεξαμενής.

Η μέθοδος των εικόνων (4/28)

Εφαρμογή της μεθόδου εικόνων για πηγάδι κοντά σε όριο δεξαμενής.

<u>Ροή υπό πίεση</u>

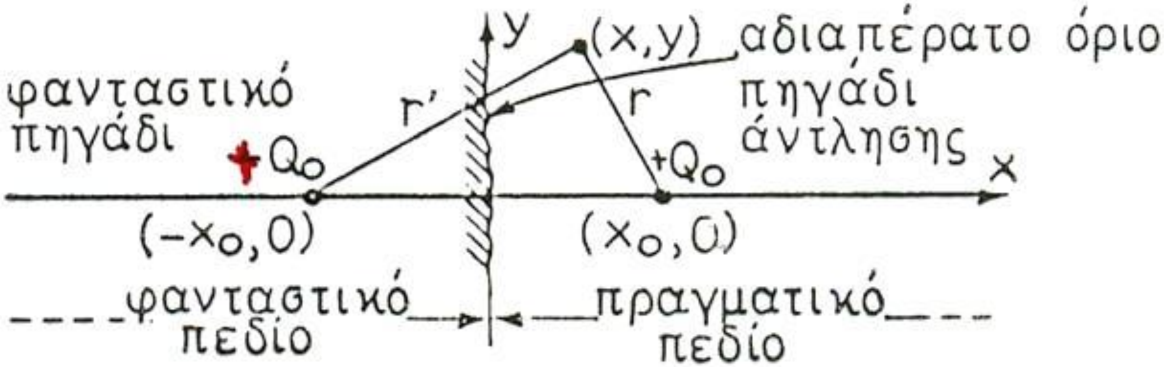
$$s = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R}{r} - \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R}{r'} = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{r'}{r} = \frac{Q_o}{4\pi T}\ln\frac{(x+x_o)^2+y^2}{(x-x_o)^2+y^2}$$

$$s = -\frac{1}{2\pi K\alpha}\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln\frac{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}{\sqrt{(x+x_i)^2+(y-y_i)^2}}$$

<u>Ροή με ελεύθερη επιφάνεια</u>

$$H^2 = h_1^2 + \frac{1}{\pi K}\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln\frac{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}{\sqrt{(x+x_i)^2+(y-y_i)^2}}$$

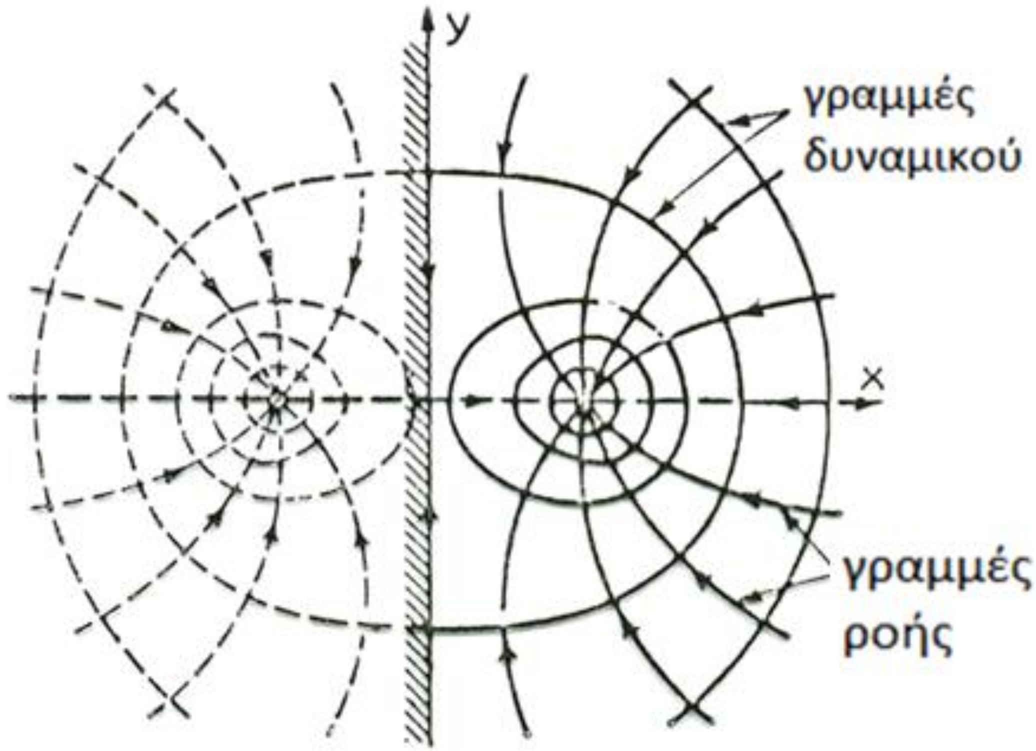
Η μέθοδος των εικόνων (5/28)



Σχήμα 10: Εφαρμογή της μεθόδου εικόνων για πηγάδι κοντά σε αδιαπέρατο όριο.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.145.

Η μέθοδος των εικόνων (6/28)



Σχήμα 11: Εφαρμογή της μεθόδου εικόνων για πηγάδι κοντά σε αδιαπέρατο όριο.

Η μέθοδος των εικόνων (7/28)

Εφαρμογή της μεθόδου εικόνων για πηγάδι κοντά σε αδιαπέρατο όριο

Ροή υπό πίεση

$$s = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R}{r} + \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R}{r'} = \frac{Q_o}{2\pi T}\ln\frac{R^2}{rr'} =$$

$$= \frac{Q_o}{4\pi T}\ln\frac{R^4}{[(x+x_o)^2+y^2][(x-x_o)^2+y^2]}$$

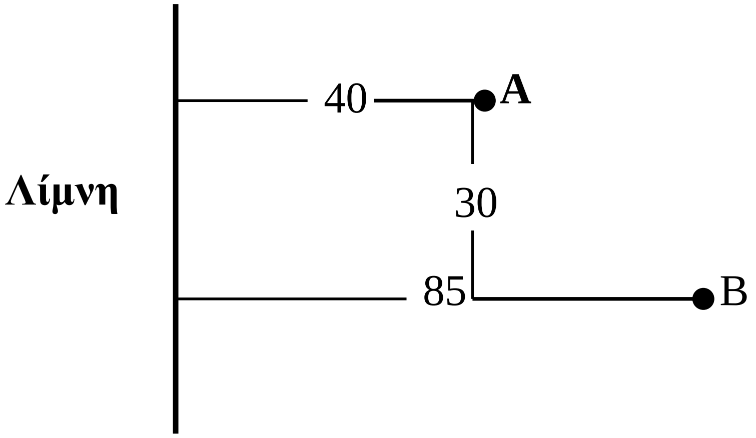
Ροή με ελεύθερη επιφάνεια

$$H^2 = h_1^2 + \frac{1}{\pi K}\sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot \ln\frac{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\cdot\sqrt{(x+x_i)^2+(y-y_i)^2}}{R^2}$$

Η μέθοδος των εικόνων (8/28)

Υδροφορέας μεταφορικότητας $T=5\cdot10^{-3}$ m^2/s, περιορίζεται από κάτω από οριζόντιο αδιαπέρατο πυθμένα, ενώ από πάνω από οριζόντιο ημιπερατό στρώμα με συντελεστή αντίστασης $c = 5\cdot10^{7}$ s. Από το πηγάδια Α και Β, που βρίσκονται κοντά σε λίμνη (όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα), αντλείται συνολική παροχή Q=0.09 m^3/s. Πώς πρέπει να κατανεμηθεί η παροχή στα 2 αυτά πηγάδια, ώστε να παρουσιάζεται ίση πτώση στάθμης στις παρειές τους; Πόση είναι αυτή η πτώση στάθμης;

Δίνεται ότι οι ακτίνες των πηγαδιών είναι $r_A= r_B= 0.20$ m, ενώ η ροή θεωρείται μόνιμη.



Η μέθοδος των εικόνων (9/28)

$$\lambda = \sqrt{Tc} = 500\ m$$

$$s_A = \frac{Q_A}{2\pi T}\left[K_0\left(\frac{0.2}{500}\right) - K_0\left(\frac{80}{500}\right)\right] + \frac{Q_B}{2\pi T}\left[K_0\left(\frac{54.08}{500}\right) - K_0\left(\frac{128.55}{500}\right)\right] \Rightarrow$$

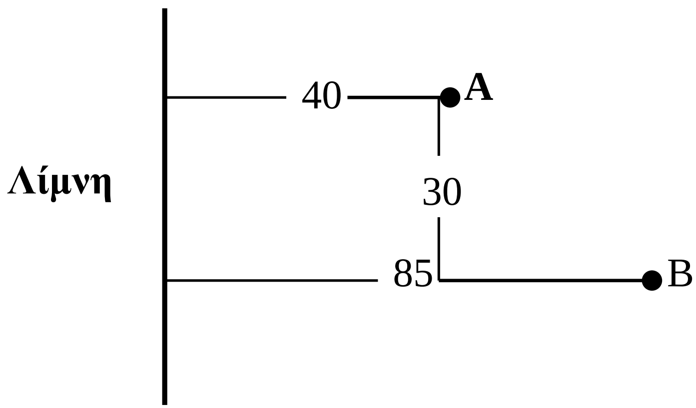
$$s_A = \frac{Q_A}{2\pi T}\left[ln\frac{1.123 \cdot 500}{0.2} - K_0(0.16)\right] + \frac{Q_B}{2\pi T}\left[K_0(0.108) - K_0(0.257)\right]$$

$$s_B = \frac{Q_A}{2\pi T}\left[K_0\left(\frac{54.08}{500}\right) - K_0\left(\frac{128.55}{500}\right)\right] + \frac{Q_B}{2\pi T}\left[K_0\left(\frac{0.2}{500}\right) - K_0\left(\frac{170}{500}\right)\right] \Rightarrow$$

$$s_B = \frac{Q_A}{2\pi T}\left[K_0(0.108) - K_0(0.257)\right] + \frac{Q_B}{2\pi T}\left[ln\frac{1.123 \cdot 500}{0.2} - K_0(0.34)\right]$$

Η μέθοδος των εικόνων (10/28)

x	$K_0(x)$	$K_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$
0.010	4.7212	99.9739	1.0000	.0050
0.020	4.0285	49.9547	1.0001	.0100
0.030	3.6235	33.2715	1.0002	.0150
0.040	3.3365	24.9233	1.0004	.0200
0.050	3.1142	19.9097	1.0006	.0250
0.060	2.9329	16.5637	1.0009	.0300
0.070	2.7798	14.1710	1.0012	.0350
0.080	2.6475	12.3742	1.0016	.0400
0.090	2.5310	10.9749	1.0020	.0451
0.1	2.4271	9.8538	1.0025	.0501
0.2	1.7527	4.7760	1.0100	.1005
0.3	1.3725	3.0560	1.0226	.1517
0.4	1.1145	2.1843	1.0404	.2040
0.5	0.9244	1.6564	1.0635	.2579
0.6	0.7775	1.3283	1.0921	.3137
0.7	0.6605	1.0503	1.1263	.3719
0.8	0.5663	.8618	1.1665	.4327
0.9	0.4867	.7165	1.2130	.4971
1.0	0.4210	.6019	1.2661	.5652
1.5	0.2138	.2774	1.6467	.9817
2.0	0.1139	.1399	2.2796	1.5906
2.5	0.0624	.0739	3.2898	3.5167
3.0	0.0347	.0402	4.8808	3.9534



Η μέθοδος των εικόνων (11/28)

$$s_A = \frac{Q_A}{2\pi T}(7.94 - 2.0225) + \frac{Q_B}{2\pi T}(2.3731 - 1.536)$$

$$s_B = \frac{Q_A}{2\pi T}(2.3731 - 1.536) + \frac{Q_B}{2\pi T}(7.94 - 1.2693)$$

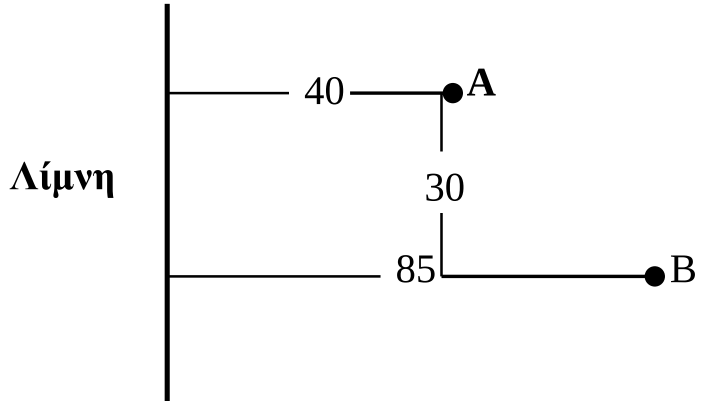
$$s_A = s_B \Rightarrow Q_A 5.9175 + Q_B 0.8371 = Q_A 0.8371 + Q_B 6.607 \Rightarrow$$

$$Q_A = 1.136 Q_B$$

$$Q_A + Q_B = 0.09$$

$$Q_A = 0.042\, m^3/s \quad Q_B = 0.048\ m^3/s$$

$$s_A = \ s_B = 10.2\, m$$



Η μέθοδος των εικόνων (11α/28)

$$s_A = \frac{Q_A}{2\pi T}(7.94 - 2.0225) + \frac{Q_B}{2\pi T}(2.3731 - 1.536)$$

$$s_B = \frac{Q_A}{2\pi T}(2.3731 - 1.536) + \frac{Q_B}{2\pi T}(7.94 - 1.2693)$$

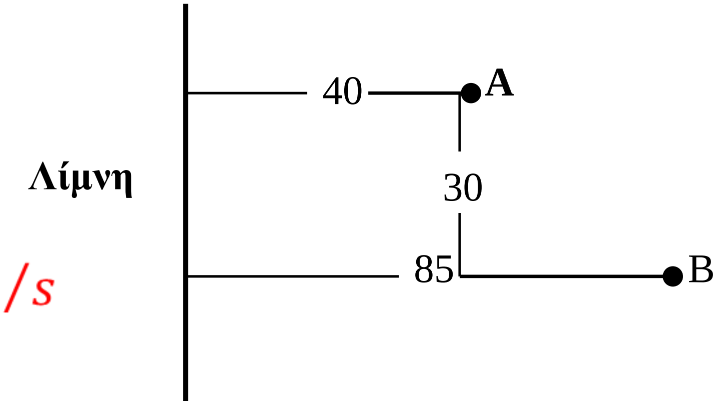
$$s_A = s_B \Rightarrow Q_A 5.9175 + Q_B 0.8371 = Q_A 0.8371 + Q_B 6.607 \Rightarrow$$

$$Q_A = 1.136 Q_B$$

$$Q_A + Q_B = 0.09$$

$$\boldsymbol{Q_A = 0.048\, m^3/s \quad Q_B = 0.042\ m^3/s}$$

$$s_A = \ s_B = 10.2\, m$$



Η μέθοδος των εικόνων (12/28)

Για να γίνουν εργασίες σε ξηρό πυθμένα στην ορθογωνική εκσκαφή ΑΒΓΔ, που φαίνεται σε τομή και κάτοψη στο σχήμα, θα κατασκευασθεί ένα πηγάδι, στο μέσο της πλευράς ΑΒ ή στο μέσο της ΓΔ ή στο μέσο της ΔΑ.

α) Σε ποιο σημείο πρέπει να κατασκευασθεί το πηγάδι αυτό, ώστε να μη μπαίνει νερό σε κανένα σημείο της εκσκαφής με το μικρότερο δυνατό κόστος άντλησης; β) Πόσο είναι αυτό το ελάχιστο κόστος και πόση η αντίστοιχη αντλούμενη παροχή;

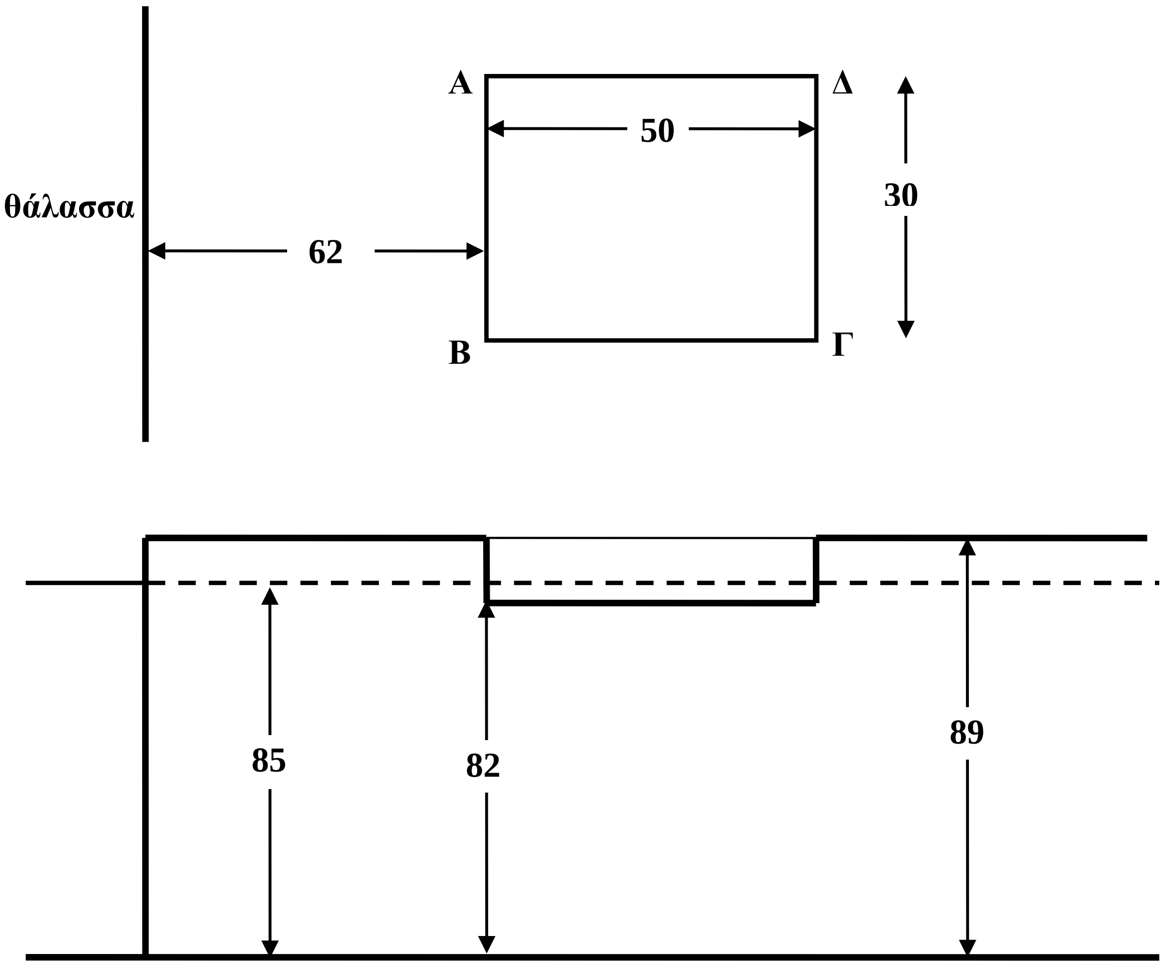
Δίνεται ότι: α) Ο συντελεστής σχετικής διαπερατότητας του υδροφορέα είναι K= $5.3\cdot10^{-5}$ m/s. β) Η ακτίνα του πηγαδιού είναι r = 0.20 m και γ) Το κόστος C δίνεται από τον τύπο:

$$C = A\cdot Q\cdot \Delta H_w$$

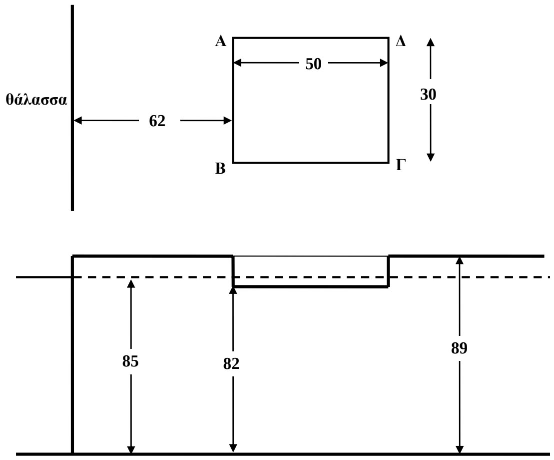
όπου A είναι ένας σταθερός συντελεστής, Q η αντλούμενη παροχή και ΔH_w η απόσταση της επιφάνειας του εδάφους από τη στάθμη του νερού στο πηγάδι.

Σημείωση: Δώστε το αποτέλεσμα για το κόστος ως συνάρτηση του συντελεστή A.

Η μέθοδος των εικόνων (13/28)



Η μέθοδος των εικόνων (14/28)



$$H^2 = h_1^2 + \frac{1}{\pi K} Q \cdot \ln \frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}}{\sqrt{(x + x_i)^2 + (y - y_i)^2}}$$

Θα πρέπει να ελεγχθούν και οι 3 περιπτώσεις τοποθέτησης του πηγαδιού.

α) Τοποθέτηση του πηγαδιού στο Ε (μέσο της ΑΒ).

Κρίσιμα σημεία ελέγχου είναι το Γ (ή το Δ), που είναι το πιο απομακρυσμένο από το πηγάδι και το Α (ή το Β), που είναι το σχετικώς πιο απομακρυσμένο από το πηγάδι, από τα σημεία που είναι πλησιέστερα στη θάλασσα

Έλεγχος στο Α

$$82^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{15}{\sqrt{124^2 + 15^2}} \Rightarrow -501 = \frac{Q}{\pi K} \ln(0.12) \Rightarrow -501\pi K = -2.119\ Q \Rightarrow Q = 0.0393 m^3/s$$

Έλεγχος στο Γ

$$82^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{\sqrt{50^2 + 15^2}}{\sqrt{174^2 + 15^2}} \Rightarrow -501 = \frac{Q}{\pi K} \ln(0.299) \Rightarrow -501\pi K = -1.208\ Q \Rightarrow Q = 0.0691 m^3/s$$

Η μέθοδος των εικόνων (15/28)

Η ελάχιστη απαιτούμενη παροχή, αν το πηγάδι τοποθετηθεί στο Ε, είναι: $Q = 0.0691\ m^3/s$

Η στάθμη στη θέση του πηγαδιού για τη συγκεκριμένη παροχή είναι:

$$H^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K}\ln\frac{0.2}{124} = 7225 + \frac{Q}{\pi K}(-6.43) = 7225 - 2670 = 4555 \Rightarrow H = 67.49\text{m}$$

Άρα: $\Delta H_w = 89 - 67.49 = 21.51$ m

και το αντίστοιχο κόστος άντλησης: $C = A \cdot Q \cdot \Delta H_w = A \cdot 0.0691 \cdot 21.51 = 1.486A$

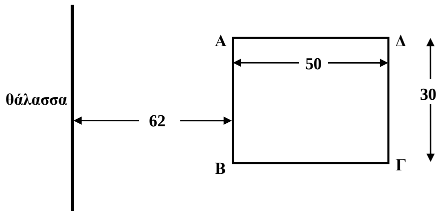
β) Τοποθέτηση του πηγαδιού στο Ζ (μέσο της ΓΔ).

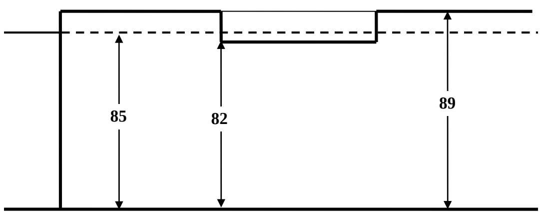
Κρίσιμο σημείο ελέγχου είναι το Α (ή το Β), που είναι το πιο απομακρυσμένο από το πηγάδι και συγχρόνως από τα πλησιέστερα στη θάλασσα. Είναι:

$$82^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K}\ln\frac{\sqrt{50^2+15^2}}{\sqrt{174^2+15^2}} \Rightarrow -501 = \frac{Q}{\pi K}\ln(0.299) \Rightarrow -501\pi K = -1.208\ Q \Rightarrow Q = 0.0691\text{m}^3/\text{s}$$

$$H^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K}\ln\frac{0.2}{224} = 7225 + \frac{Q}{\pi K}(-7.021) = 7225 - 2915.22 = 4309.78 \Rightarrow H = 65.65\text{m}$$

Η μέθοδος των εικόνων (16/28)





Άρα: ΔH_w = 89-65.65 = 23.35 m

και $C = A\cdot Q\cdot \Delta H_w = A\cdot 0.0691\cdot 23.35 = 1.613A$

β) Τοποθέτηση του πηγαδιού στο Η (μέσο της ΑΔ).

Κρίσιμο σημείο ελέγχου είναι το Β, που είναι το πιο απομακρυσμένο από το πηγάδι και συγχρόνως από τα πλησιέστερα στη θάλασσα. Είναι:

$$82^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K}\ln\frac{\sqrt{25^2+30^2}}{\sqrt{149^2+30^2}} \Rightarrow -501 = \frac{Q}{\pi K}\ln(0.257) \Rightarrow -501\pi K = -1.359\ Q \Rightarrow Q = 0.0614 m^3/s$$

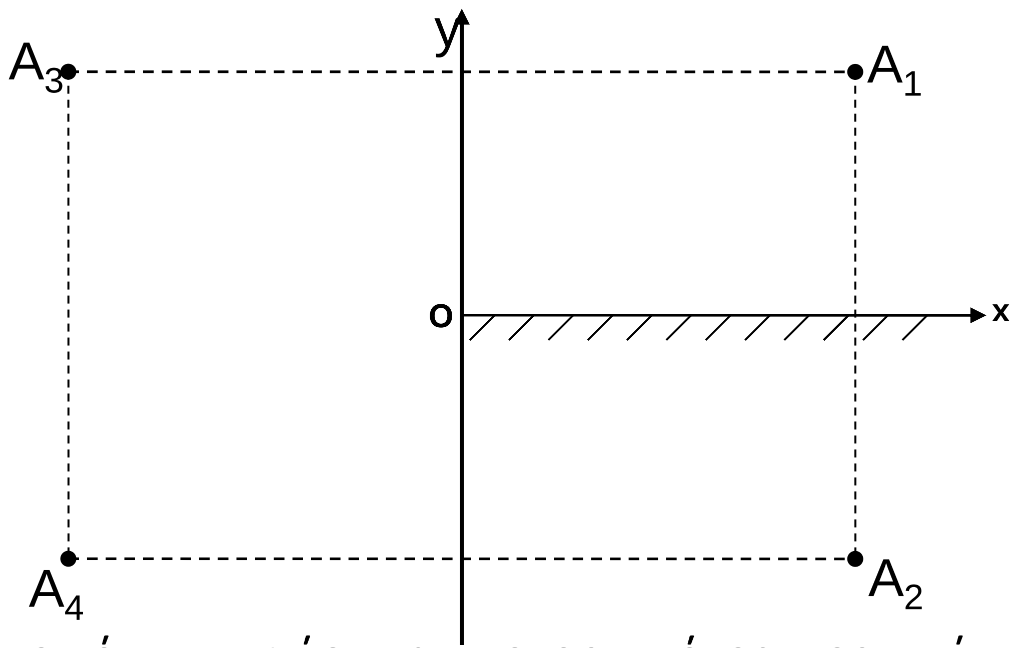
$$H^2 = 85^2 + \frac{Q}{\pi K}\ln\frac{0.2}{174} = 7225 + \frac{Q}{\pi K}(-6.768) = 7225 - 2495 = 4730 \Rightarrow H = 68.78m$$

Άρα ΔH_w = 89-68.78 = 20.22 m και $C = A\cdot Q\cdot \Delta H_w = A\cdot 0.0614\cdot 20.22 = 1.242A$

Συνεπώς το πηγάδι πρέπει να κατασκευασθεί στο μέσο της ΑΔ και η απαιτούμενη παροχή είναι

Q = 0.0614 m³/s

Η μέθοδος των εικόνων (17/28)



Η μέθοδος των εικόνων ισχύει και σε ορισμένες περιπτώσεις 2 τεμνομένων ευθύγραμμων ορίων. Για να είναι ακριβής η λύση πρέπει: α) Ο αριθμός των εικονικών πηγαδιών να είναι πεπερασμένος β) Το είδος τους (άντλησης ή φόρτισης) να είναι μονοσήμαντα ορισμένο και γ) Να μην τοποθετούνται εικονικά πηγάδια μέσα στο πραγματικό πεδίο ροής.

Η μέθοδος των εικόνων (18/28)

Η μέθοδος των εικόνων εφαρμόζεται και όταν το όριο διαχωρίζει δύο ζώνες του υδροφορέα με διαφορετική μεταφορικότητα. Αν T_1 και T_2 είναι οι μεταφορικότητες των δύο ζωνών αντιστοίχως και το πηγάδι βρίσκεται στη ζώνη 1, τότε η πτώση στάθμης σε οποιοδήποτε σημείο (x,y) της ίδιας ζώνης δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta h = -\frac{Q_1}{2\pi T_1}\left(\ln\frac{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}{R} + \frac{T_1-T_2}{T_1+T_2}\cdot \ln\frac{\sqrt{(x+x_1)^2+(y-y_1)^2}}{R} \right)$$

Αν το εξεταζόμενο σημείο βρίσκεται στην άλλη ζώνη (εν προκειμένω την ζώνη 2), η πτώση στάθμης δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta h = -\frac{Q_1}{\pi(T_1+T_2)}\cdot \ln\frac{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}{R}$$

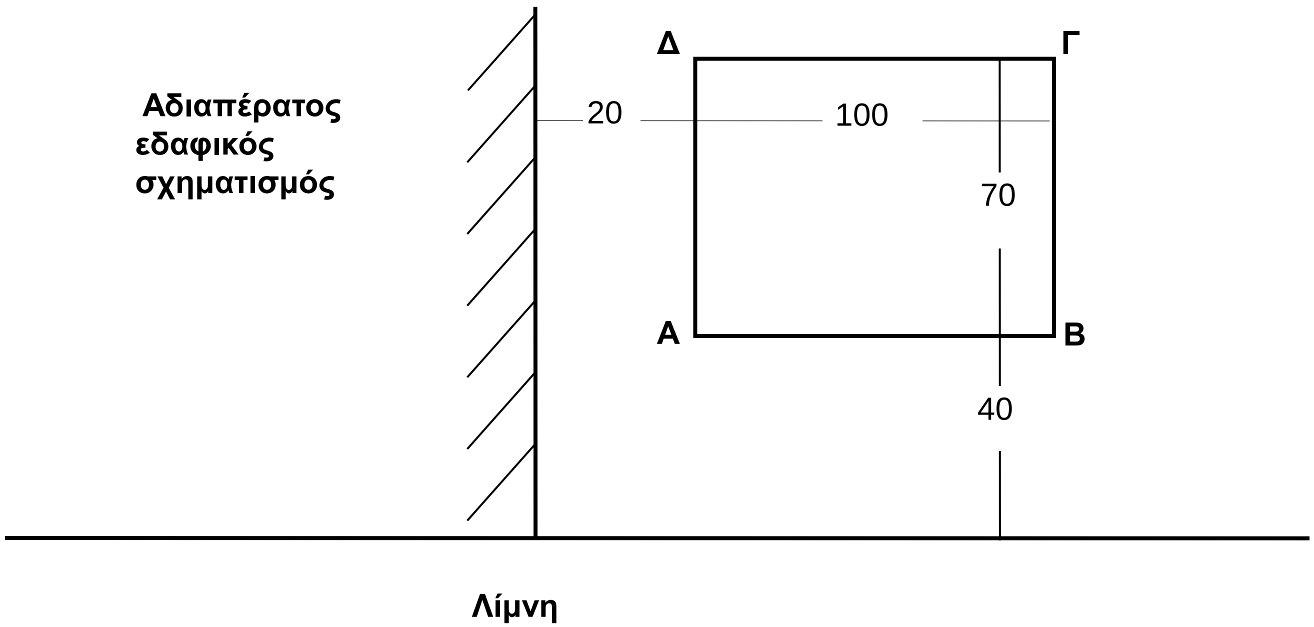
Η μέθοδος των εικόνων (19/28)

Στο κτήμα ΑΒΓΔ, που φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα, θα κατασκευασθεί μία γεώτρηση ακτίνας r_0 = 0.25 m από την οποία θα αντλείται παροχή Q = 30 *l*/s.

Σε ποιο σημείο του κτήματος πρέπει να κατασκευασθεί η γεώτρηση αυτή, ώστε η πτώση στάθμης στην παρειά της να είναι η μικρότερη δυνατή; Πόση είναι αυτή η πτώση στάθμης;
Δίνεται ότι: α) Η ροή γίνεται υπό πίεση β) ο συντελεστής σχετικής διαπερατότητας του υδροφορέα είναι $K = 2 \cdot 10^{-5}$ m/s και το πάχος του α = 30 m. γ) Λόγω της μεγάλης διάρκειας της άντλησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι τύποι για τη μόνιμη ροή.

Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Η μέθοδος των εικόνων (20/28)

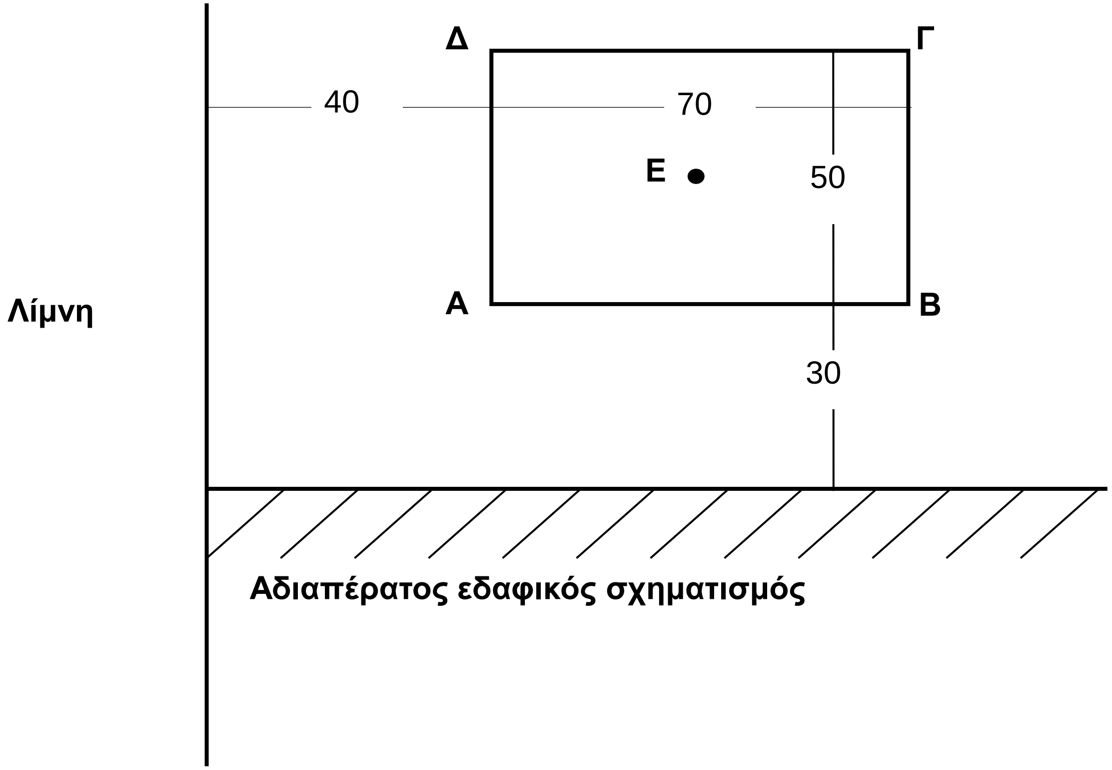


Η μέθοδος των εικόνων (21/28)

Στο ορθογωνικό αγροτεμάχιο ΑΒΓΔ, που φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα, λειτουργεί η γεώτρηση Ε, που βρίσκεται στο μέσο του, και από την οποία αντλούνται 40 *l*/s για αρδευτικούς σκοπούς. Σε ποιό σημείο του αγροτεμαχίου πρέπει να γίνει μια δεύτερη γεώτρηση, από την οποία θα αντλούνται άλλα 25 *l*/s, ώστε η πτώση στάθμης στην παρειά της να είναι η μικρότερη δυνατή; Πόση είναι αυτή η πτώση στάθμης (σε συνθήκες μόνιμης ροής);

Δίνεται ότι: α) Η μεταφορικότητα του υποκείμενου υδροφορέα είναι Τ = 0.002 m^2/s β) Η ακτίνα της γεώτρησης είναι 0.25 m γ) Η ροή γίνεται παντού υπό πίεση.

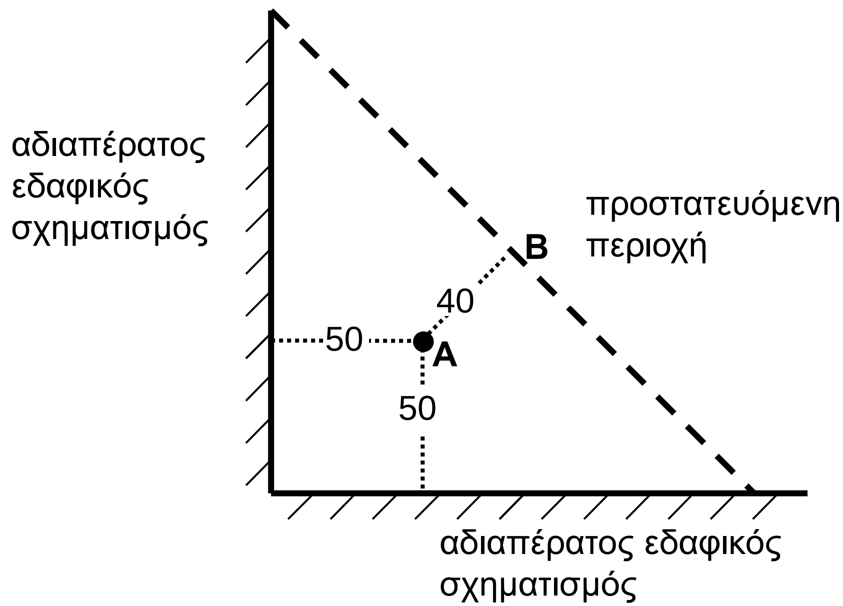
Η μέθοδος των εικόνων (22/28)



Η μέθοδος των εικόνων (23/28)

Ποια είναι η μέγιστη παροχή Q_{max} που μπορούμε να αντλήσουμε μέσω του πηγαδιού Α από τον ημιάπειρο υδροφορέα, που φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα, ώστε να πληρούνται συγχρόνως οι ακόλουθοι περιορισμοί: α) Η πτώση στάθμης να μην ξεπερνά τα 31 m σε κανένα σημείο του υδροφορέα και β) Η πτώση στάθμης στην προστατευόμενη περιοχή να μην ξεπερνά τα 17 m.

Δίνεται ότι: α) Το πάχος του υδροφορέα είναι α = 50 m και ο συντελεστής σχετικής διαπερατότητας $K = 10^{-4}$ m/s
β) Η ακτίνα του πηγαδιού είναι $r_0 = 0.20$ m και η ακτίνα επιρροής R = 3000 m
γ) Η ροή είναι μόνιμη και γίνεται παντού υπό πίεση. Ως σημείο ελέγχου για την προστατευόμενη περιοχή να θεωρηθεί το Β, δηλαδή το πλησιέστερο στο πηγάδι.



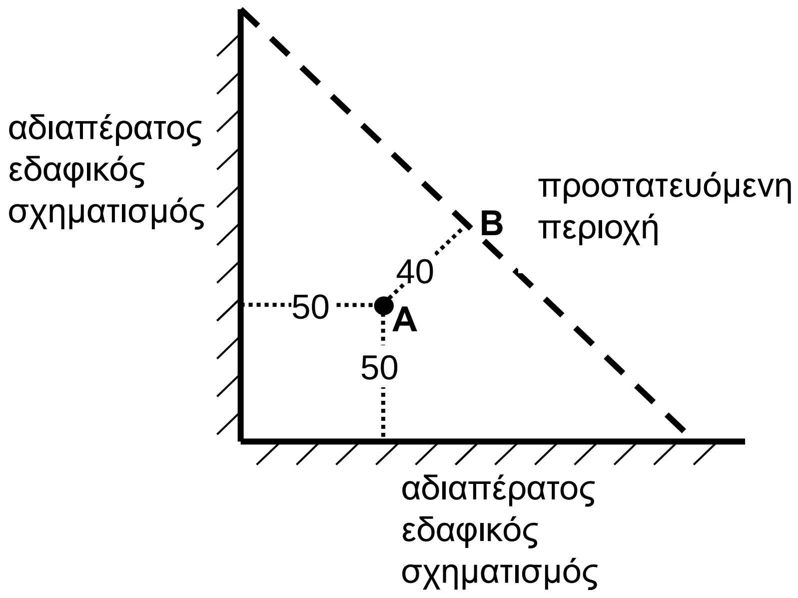
Η μέθοδος των εικόνων (24/28)

$$s=-\frac{Q}{2\pi K\alpha}\ln\frac{\sqrt{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2}\sqrt{(x+x_A)^2+(y-y_A)^2}\sqrt{(x-x_A)^2+(y+y_A)^2}\sqrt{(x+x_A)^2+(y+y_A)^2}}{R^4}$$

Η μέγιστη πτώση στάθμης εμφανίζεται στην παρειά του Α. Είναι:

$$s_A=-\frac{Q}{2\pi K\alpha}\left[\ln\frac{r_0}{R}+2\ln\frac{100}{R}+\ln\frac{100\sqrt{2}}{R}\right]=-\frac{Q}{2\pi K\alpha}\left(-9.616-2\cdot 3.401-3.055\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 31=-Q\cdot 31.847(-19.473)\Rightarrow Q=0.05\ \ m^3/s$$

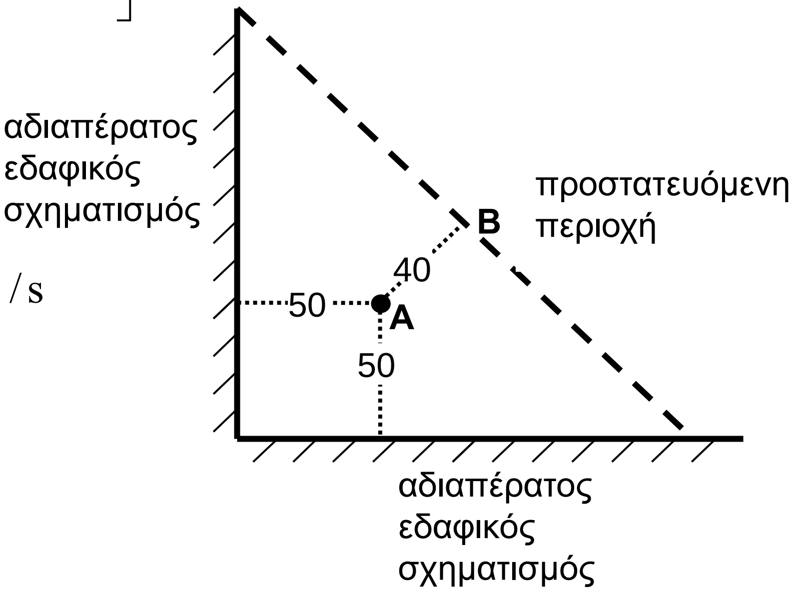


Η μέθοδος των εικόνων (25/28)

Για το σημείο B έχουμε:

$$s_B = -\frac{Q}{2\pi K\alpha}\left[\ln\frac{40}{R} + 2\ln\frac{\sqrt{\left(\frac{40}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(100+\frac{40}{\sqrt{2}}\right)^2}}{R} + \ln\frac{100\sqrt{2}+40}{R}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 = \frac{Q}{2\pi K\alpha}\left(-3.317 - 2\cdot 3.128 - 2.806\right) \Rightarrow Q = 0.04\ \ m^3/s$$

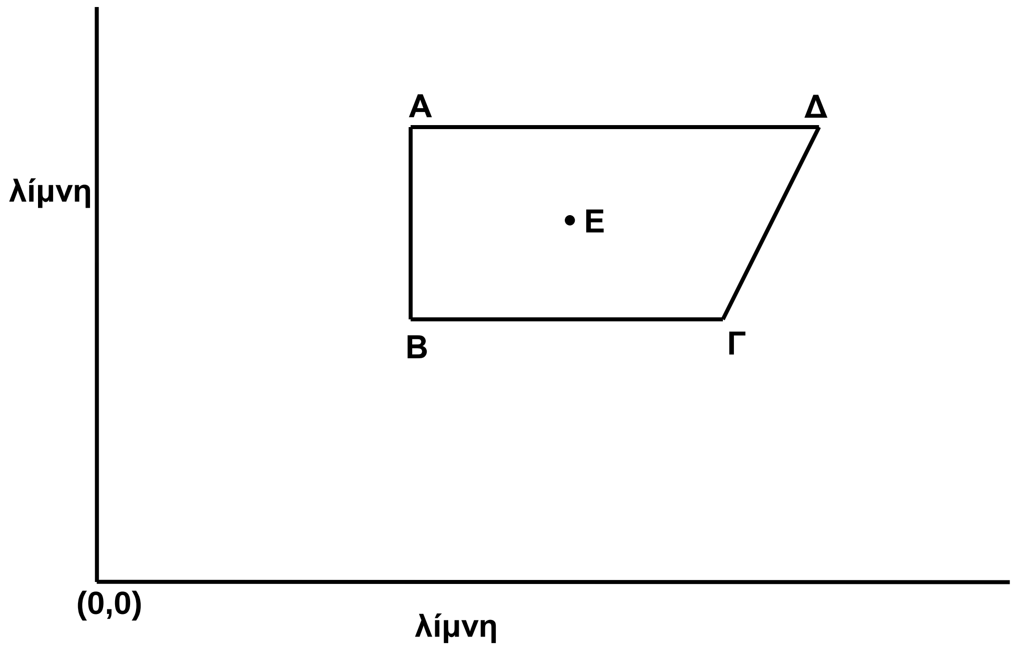


Η μέθοδος των εικόνων (26/28)

Στο αγροτεμάχιο ΑΒΓΔ, που φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα, λειτουργεί η γεώτρηση Ε, από την οποία αντλείται παροχή QE = 44 l/s. Σε ποιο σημείο του αγροτεμαχίου πρέπει να γίνει μια δεύτερη γεώτρηση, από την οποία θα αντλείται πρόσθετη παροχή 32 l/s, ώστε η πτώση στάθμης στην παρειά της να είναι η μικρότερη δυνατή; Πόση είναι αυτή η πτώση στάθμης;

Δίνεται ότι: α) Το πάχος του υδροφορέα, που επικοινωνεί υδραυλικά με τη λίμνη είναι α = 50 m και ο συντελεστής σχετικής διαπερατότητας K= 10-4 m/s β) Η ακτίνα κάθε πηγαδιού είναι r0= 0.20 m γ) Η ροή είναι μόνιμη και γίνεται παντού υπό πίεση. δ) Οι συντεταγμένες των Α, Β, Γ, Δ και Ε (με άξονες συντεταγμένων τα 2 όρια) είναι: Α (120,160), Β(120, 110), Γ(170,110), Δ(210,160) και Ε(145,135).

Η μέθοδος των εικόνων (27/28)



Λύση

Η πτώση στάθμης σε τυχόν σημείο (x,y) του πεδίου είναι:

$$\Delta h = -\frac{1}{2\pi K a}\sum_{i=1}^{n} Q_i \ln \frac{\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}\sqrt{(x+x_i)^2+(y+y_i)^2}}{\sqrt{(x-x_i)^2+(y+y_i)^2}\sqrt{(x+x_i)^2+(y-y_i)^2}}$$

Η μέθοδος των εικόνων (28/28)

Αν κατασκευασθεί η νέα γεώτρηση στο Β, η πτώση στάθμης είναι:

$$\Delta h_B = -\frac{1}{2\pi K a}\left(Q_B \ln\frac{0.2\sqrt{240^2+220^2}}{220\cdot 240} + Q_E \ln\frac{\sqrt{25^2+25^2}\sqrt{(120+145)^2+(110+135)^2}}{\sqrt{25^2+245^2}\sqrt{25^2+265^2}} \right) \Rightarrow$$

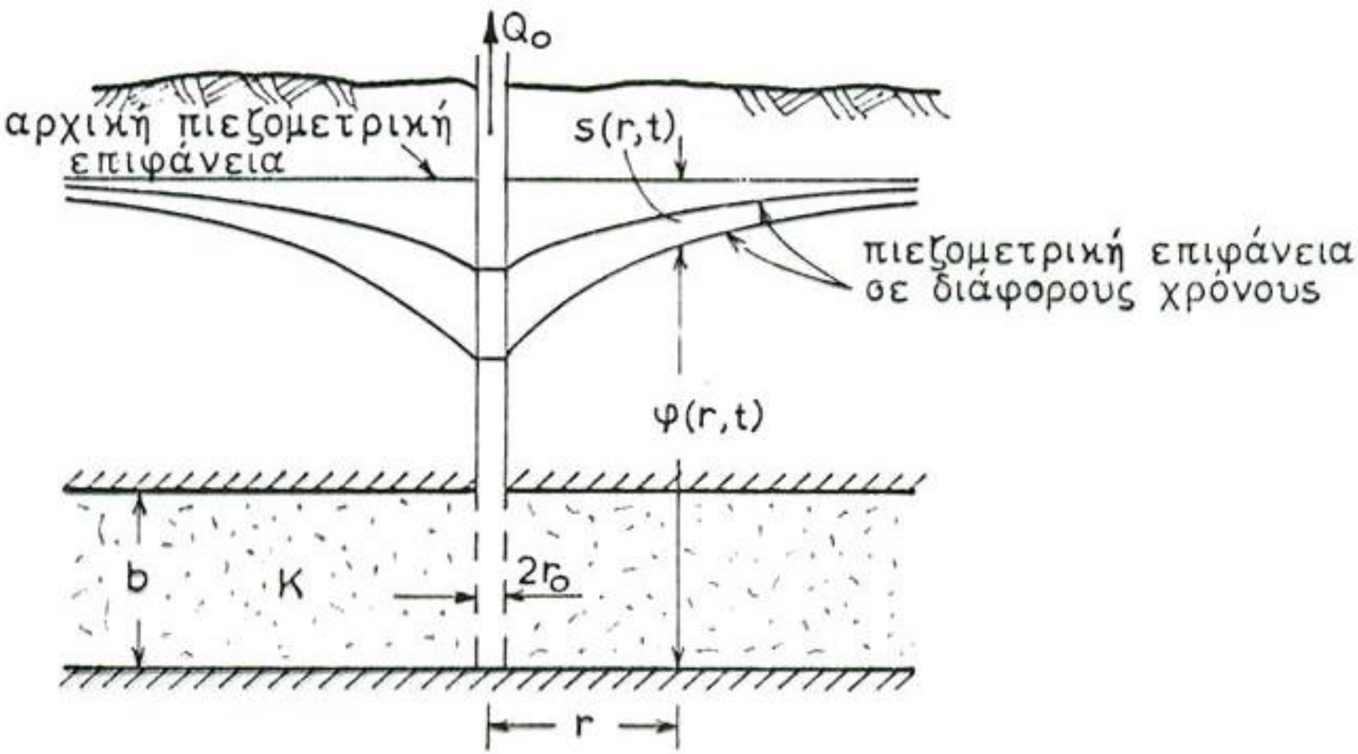
$$\Delta h_B = -31.847\left[0.032\left(-6.7\right)+0.044(-1.636)\right] = 9.12\,m$$

Αν κατασκευασθεί η νέα γεώτρηση στο Δ, η πτώση στάθμης είναι:

$$\Delta h_\Delta = -\frac{1}{2\pi K a}\left(Q_\Delta \ln\frac{0.2\sqrt{420^2+320^2}}{420\cdot 320} + Q_E \ln\frac{\sqrt{65^2+25^2}\sqrt{(210+145)^2+(160+135)^2}}{\sqrt{65^2+(135+160)^2}\sqrt{(145+210)^2+25^2}} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta h_\Delta = -31.847\left[0.032\left(-7.149\right)+0.044(-1.207\right] = 8.97\,m$$

Μη μόνιμη ροή σε περιορισμένο υδροφορέα (1/6)



Σχήμα 12: Πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.113.

Μη μόνιμη ροή σε περιορισμένο υδροφορέα (2/6)

$$\frac{S}{T}\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial r}$$

$$\frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r}$$

Μη μόνιμη ροή σε περιορισμένο υδροφορέα (3/6)

οριακές και αρχικές συνθήκες

$$s(r,0) = 0$$

$$s(\infty,t) = 0$$

$$\lim_{r \to r_0} Q = \lim_{r \to r_0}\left(-2\pi r T \frac{\partial s}{\partial r}\right) = Q_0$$

Μη μόνιμη ροή σε περιορισμένο υδροφορέα (4/6)

$$s = \frac{Q_o}{4\pi T} W(u)$$

$$u = \frac{Sr^2}{4Tt}$$

Μη μόνιμη ροή σε περιορισμένο υδροφορέα (5/6)

$$W(u) = -\gamma - \ln u - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot u^n}{n \cdot n!}$$

$$s(r,t) = \frac{Q_o}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S} = \frac{Q_o}{2\pi T} \ln \frac{1.5(tT/S)^{1/2}}{r} \qquad (u < 0.01)$$

$$s = \frac{Q_0}{4\pi T}\left(-\gamma - \ln u\right)$$

$$s = -\frac{Q}{4\pi T}\left[\ln\frac{4}{2.25} + \ln\frac{r^2 S}{4Tt}\right] = -\frac{Q}{4\pi T}\ln\frac{r^2 S}{2.25Tt}$$

Μη μόνιμη ροή σε περιορισμένο υδροφορέα (6/6)

Τιμές της συνάρτησης W(u)

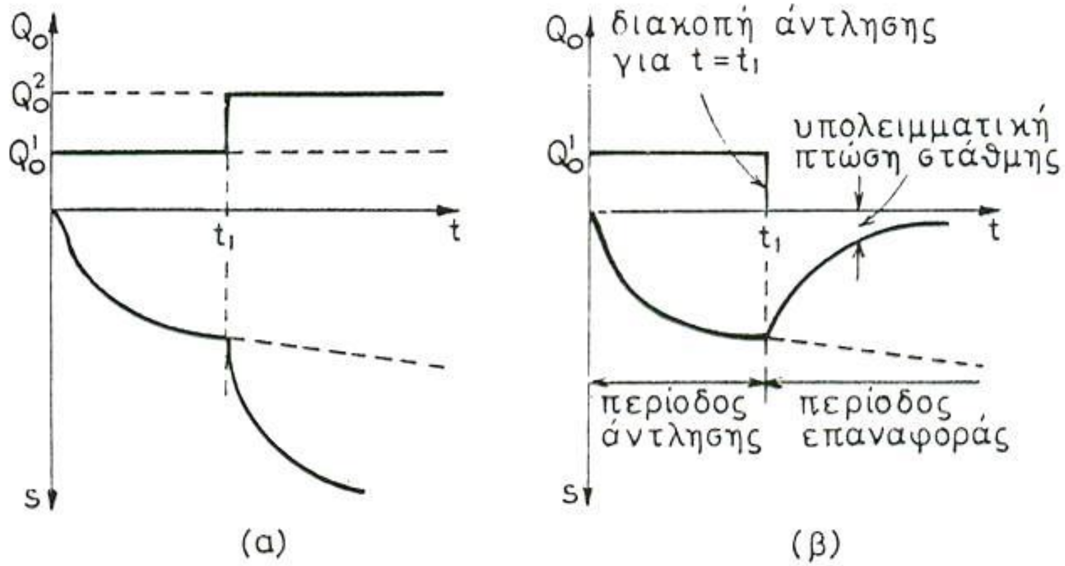
N \ u	$N \times 10^{-7}$	$N \times 10^{-6}$	$N \times 10^{-5}$	$N \times 10^{-4}$	$N \times 10^{-3}$	$N \times 10^{-2}$	$N \times 10^{-1}$	N
1.0	15.5409	13.2383	10.9357	8.6332	6.3315	4.0379	1.8229	0.2194
1.5	15.1354	12.8328	10.5303	8.2278	5.9266	3.6374	1.4645	0.1000
2.0	14.8477	12.5451	10.2426	7.9402	5.6394	3.3547	1.2227	0.04890
2.5	14.6246	12.3220	10.0194	7.7172	5.4167	3.1365	1.0443	0.02491
3.0	14.4423	12.1397	9.8371	7.5348	5.2349	2.9591	0.9057	0.01305
3.5	14.2881	11.9855	9.6830	7.3807	5.0813	2.8099	0.7942	0.006970
4.0	14.1546	11.8520	9.5495	7.2472	4.9482	2.6813	0.7024	0.003779
4.5	14.0368	11.7342	9.4317	7.1295	4.8310	2.5684	0.6253	0.002073
5.0	13.9314	11.6280	9.3263	7.0242	4.7261	2.4679	0.5598	0.001148
5.5	13.8361	11.5330	9.2310	6.9289	4.6313	2.3775	0.5034	0.0006409
6.0	13.7491	11.4465	9.1440	6.8420	4.5448	2.2953	0.4544	0.0003601
6.5	13.6691	11.3665	9.0640	6.7620	4.4652	2.2201	0.4115	0.0002034
7.0	13.5950	11.2924	8.9899	6.6879	4.3916	2.1508	0.3738	0.0001155
7.5	13.5260	11.2234	8.9209	6.6190	4.3231	2.0867	0.3403	0.0000658
8.0	13.4614	11.1589	8.8563	6.5545	4.2591	2.0269	0.3106	0.0000376
8.5	13.4008	11.0982	8.7957	6.4939	4.1990	1.9711	0.2840	0.0000216
9.0	13.3437	11.0411	8.7386	6.4368	4.1423	1.9187	0.2602	0.0000124
9.5	13.2896	10.9870	8.6845	6.3828	4.0887	1.8695	0.2387	0.0000071

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια - Παροχή μεταβλητή κατά βαθμίδες (1/3)

$$s(r,t) = \frac{1}{4\pi T}\sum_{i=1}^{n}(Q_o^i - Q_o^{i-1})W(\frac{Sr^2}{4T(t-t_{i-1})}) \qquad \text{όταν} \quad t_{n-1} < t \le t_n$$

$$s(r,t_n) = \frac{1}{4\pi T}\sum_{i=1}^{n}Q_o^i\left[W(\frac{Sr^2}{4T(t-t_{i-1})}) - W(\frac{Sr^2}{4T(t-t_i)})\right] \qquad (\text{για } t = t_n)$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια - Παροχή μεταβλητή κατά βαθμίδες (2/3)



Σχήμα: Περιπτώσεις μεταβολής παροχής άντλησης.

(α) αύξηση της αντλούμενης παροχής και (β) διακοπή της άντλησης.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.117.

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια - Παροχή μεταβλητή κατά βαθμίδες (3/3)

Περιπτώσεις μεταβολής παροχής άντλησης:

α) **Αύξηση παροχής**

$$s(r,t)=\frac{Q_o^1}{4\pi T}W(\frac{Sr^2}{4Tt}) \qquad \alpha\nu \quad t\le t_1$$

$$s(r,t)=\frac{Q_o^1}{4\pi T}W(\frac{Sr^2}{4Tt})+\frac{Q_o^2-Q_o^1}{4\pi T}W(\frac{Sr^2}{4T(t-t_1)}) \qquad \alpha\nu \quad t>t_1$$

β) Διακοπή της άντλησης

$$s(r,t)=\frac{Q_o^1}{4\pi T}W(\frac{Sr^2}{4Tt}) \qquad \alpha\nu \quad t\le t_1$$

$$s(r,t)=\frac{Q_o^1}{4\pi T}\left[W(\frac{Sr^2}{4Tt})-W(\frac{Sr^2}{4T(t-t_1)})\right] \qquad \alpha\nu \quad t>t_1$$

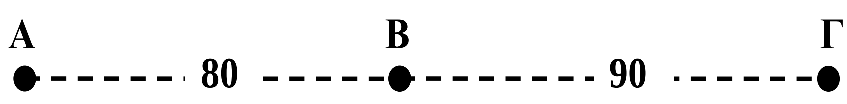
Για $\mathrm{t}>\mathrm{t}_1$ **s** $=$ **υπολειμματική πτώση στάθμης**

$$s(r,t)=\frac{Q_o^1}{4\pi T}\ln\frac{t}{t-t_1} \qquad (\text{για} \;\; u<0.01)$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (1/9)

Τα πηγάδια A, B και Γ, που φαίνονται σε κάτοψη στο σχήμα, έχουν ακτίνα r_0 = 0.25 m και μπορούν να αντλήσουν νερό από περιορισμένο υδροφορέα μεγάλης έκτασης. Ο υδροφορέας αυτός έχει μεταφορικότητα $T = 2.5 \cdot 10^{-3}$ m^2/s και αποθηκευτικότητα $S = 10^{-4}$

Την χρονική στιγμή t = 0 αρχίζει άντληση με παροχή Q_B = 0.05 m^3/s από το πηγάδι Β. Μισή ώρα αργότερα (t = 1800) αρχίζει άντληση με παροχή Q_A = 0.04 m^3/s από το πηγάδι Α. Μετά από μισή ώρα ακόμη (t = 3600) αρχίζει άντληση παροχής $Q_Γ$ =από το πηγάδι Γ. Ποιά είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή, που μπορεί να έχει η $Q_Γ$, ώστε η πτώση στάθμης για t = 7200s να μη ξεπερνά τα 32m σε κανένα σημείο του υδροφορέα;



Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (2/9)

Λύση

Οι χαμηλότερες στάθμες εμφανίζονται στις παρειές των πηγαδιών.

Χρειάζεται να ελεγχθεί η παρειά του Α;

Στο σημείο Β έχω:

$$s_B = \frac{Q_B}{4\pi T}\cdot W\left(\frac{10^{-4}\cdot 0.25^2}{4\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 7200}\right)+\frac{Q_A}{4\pi T}W\left(\frac{10^{-4}\cdot 80^2}{4\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 5400}\right)+\frac{Q_\Gamma}{4\pi T}W\left(\frac{10^{-4}\cdot 90^2}{4\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 3600}\right)=$$

$$=\frac{0.05}{3.14\cdot 10^{-2}}\ell n\frac{2.25\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 7200}{0.25^2\cdot 10^{-4}}+\frac{0.04}{3.14\cdot 10^{-2}}W(0.01185)+\frac{Q_\Gamma}{3.14\cdot 10^{-2}}W(0.0225)=$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (3/9)

N \ u	$N \times 10^{-7}$	$N \times 10^{-6}$	$N \times 10^{-5}$	$N \times 10^{-4}$	$N \times 10^{-3}$	$N \times 10^{-2}$	$N \times 10^{-1}$	N
1.0	15.5409	13.2383	10.9357	8.6332	6.3315	4.0379	1.8229	0.2194
1.5	15.1354	12.8328	10.5303	8.2278	5.9266	3.6374	1.4645	0.1000
2.0	14.8477	12.5451	10.2426	7.9402	5.6394	3.3547	1.2227	0.04890
2.5	14.6246	12.3220	10.0194	7.7172	5.4167	3.1365	1.0443	0.02491
3.0	14.4423	12.1397	9.8371	7.5348	5.2349	2.9591	0.9057	0.01305
3.5	14.2881	11.9855	9.6830	7.3807	5.0813	2.8099	0.7942	0.006970
4.0	14.1546	11.8520	9.5495	7.2472	4.9482	2.6813	0.7024	0.003779
4.5	14.0368	11.7342	9.4317	7.1295	4.8310	2.5684	0.6253	0.002073
5.0	13.9314	11.6280	9.3263	7.0242	4.7261	2.4679	0.5598	0.001148
5.5	13.8361	11.5330	9.2310	6.9289	4.6313	2.3775	0.5034	0.0006409
6.0	13.7491	11.4465	9.1440	6.8420	4.5448	2.2953	0.4544	0.0003601
6.5	13.6691	11.3665	9.0640	6.7620	4.4652	2.2201	0.4115	0.0002034
7.0	13.5950	11.2924	8.9899	6.6879	4.3916	2.1508	0.3738	0.0001155
7.5	13.5260	11.2234	8.9209	6.6190	4.3231	2.0867	0.3403	0.0000658
8.0	13.4614	11.1589	8.8563	6.5545	4.2591	2.0269	0.3106	0.0000376
8.5	13.4008	11.0982	8.7957	6.4939	4.1990	1.9711	0.2840	0.0000216
9.0	13.3437	11.0411	8.7386	6.4368	4.1423	1.9187	0.2602	0.0000124
9.5	13.2896	10.9870	8.6845	6.3828	4.0887	1.8695	0.2387	0.0000071

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (4/9)

$$=1.5923\cdot(15.684)+\frac{0.04}{3.14\cdot 10^{-2}}3.8898+\frac{Q_{\Gamma}}{3.14\cdot 10^{-2}}3.2456=24.97+4.9551+Q_{\Gamma}103.363$$

Άρα, για s_B= 32 έχουμε:

$$32=29.9251+Q_{\Gamma}103.363\Rightarrow 2.0749=Q_{\Gamma}103.363\Rightarrow Q_{\Gamma}=0.020\ \mathrm{m^3/s}$$

Στο σημείο Γ έχω:

$$s_{\Gamma}=\frac{Q_{\Gamma}}{4\pi T}W\left(\frac{10^{-4}\cdot 0.25^2}{4\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 3600}\right)+\frac{Q_B}{4\pi T}W\left(\frac{10^{-4}\cdot 90^2}{4\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 7200}\right)+\frac{Q_A}{4\pi T}W\left(\frac{10^{-4}\cdot 170^2}{4\cdot 2.5\cdot 10^{-3}\cdot 5400}\right)=$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (5/9)

$$= \frac{Q_{\Gamma}}{3.14 \cdot 10^{-2}} W\left(1.736 \cdot 10^{-7}\right) + \frac{Q_{B}}{3.14 \cdot 10^{-2}} W\left(1.125 \cdot 10^{-2}\right) + \frac{Q_{A}}{3.14 \cdot 10^{-2}} W\left(5.352 \cdot 10^{-2}\right)$$

$$= \frac{Q_{\Gamma}}{3.14 \cdot 10^{-2}} \cdot 14{,}99 + \frac{Q_{B}}{3.14 \cdot 10^{-2}} 3.9378 + \frac{Q_{A}}{3.14 \cdot 10^{-2}} \cdot 2.4043 = Q_{\Gamma} \cdot 477{,}39 + 6.27 + 3.063$$

Άρα, για s_{Γ}= 32 έχουμε:

32 = 477.39 Q_{Γ}+9.333$\Rightarrow$ 477.39 Q_{Γ} =22.667$\Rightarrow$ Q_{Γ} = 0.0475 m^3/s

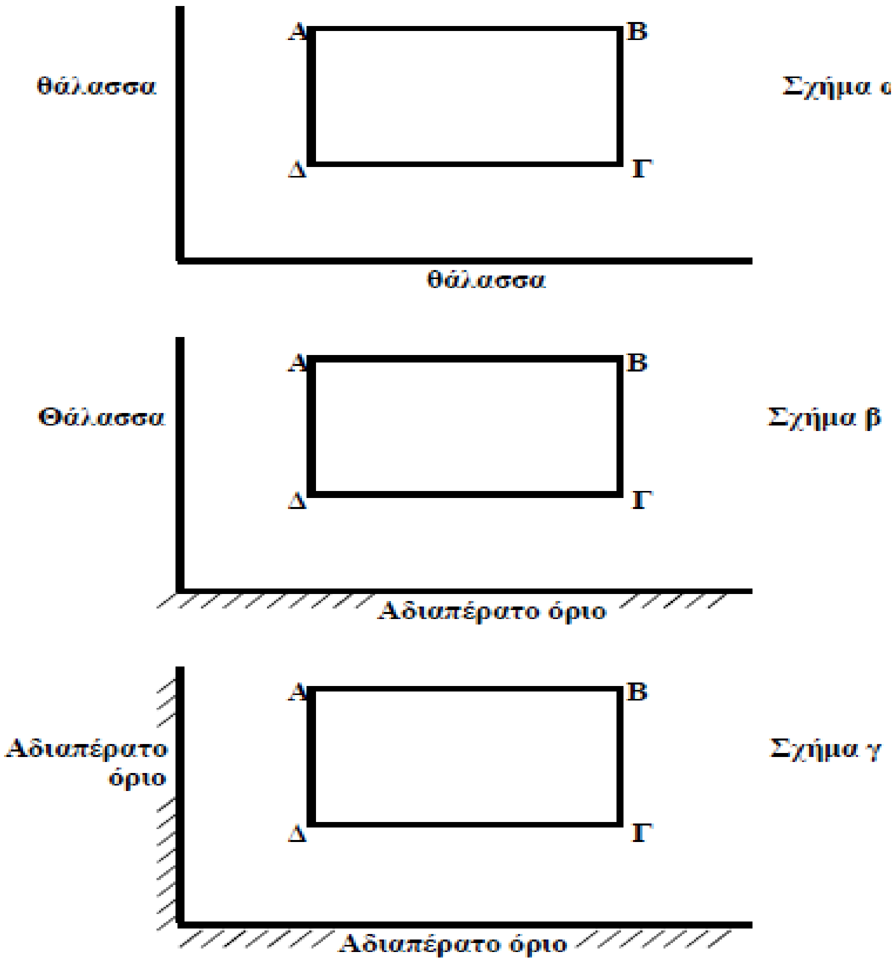
Η μεγαλύτερη δυνατή τιμή για την Q_{Γ} είναι η μικρότερη από τις 2, επομένως Q_{Γ} = 0.02 m^3/s

Τέστ (1/2)

Θέμα 1ο (6 μονάδες)

Για να γίνουν εργασίες σε ξηρό πυθμένα σε καθένα από τα ορθογωνικά οικόπεδα ΑΒΓΔ, που φαίνονται σε κάτοψη στα σχήματα α, β και γ, θα κατασκευασθεί γεώτρηση στο κέντρο τους (σημείο τομής των διαγωνίων τους). Σε ποιο σημείο (πιθανόν διαφορετικό για κάθε σχήμα) πρέπει να γίνει έλεγχος, ώστε να καθορισθεί η ελάχιστη απαιτούμενη παροχή άντλησης; Σε ποια από τις 3 εκσκαφές η ελάχιστη απαιτούμενη παροχή είναι η μεγαλύτερη; Θεωρήστε ότι οι υποκείμενοι υδροφορείς έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά, οι εκσκαφές είναι ίσες και έχουν ίδιες αποστάσεις από τα όρια.

Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.



Τέστ (2/2)

Θέμα 2ο (4 μονάδες)

Θέλετε να υπολογίσετε την πτώση στάθμης σε μη μόνιμη ροή υπό πίεση σε υδροφορέα με μεταφορικότητα T= $2 \cdot 10^{-3}$ m^2/s και αποθηκευτικότητα S = $2 \cdot 10^{-4}$, σε απόσταση r_1 = 60 m από το πηγάδι τη χρονική στιγμή t= 1800 s. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον ακόλουθο τύπο:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r_1^2 S}$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (6/9)

Τα πηγάδια Α και Β, που απέχουν το ένα από το άλλο 120 m, έχουν ακτίνα r_0= 0.25 m και αντλούν νερό από περιορισμένο υδροφορέα μεγάλης έκτασης.

Ο υδροφορέας αυτός έχει μεταφορικότητα $T=2.5\cdot10^{-3}$ m^2/s και αποθηκευτικότητα S = 0.0001

Τη χρονική στιγμή t = 0 αρχίζει άντληση παροχής Q_A = 0.05 m^3/s από το πηγάδι Α. Μια ώρα αργότερα (t =3600 s) αρχίζει άντληση παροχής Q_B από το πηγάδι Β. Το κόστος άντλησης Κ, κάθε χρονική στιγμή, δίνεται από τη σχέση:

$$K = C \cdot \sum_{i=1}^{2} Q_i s_i$$

Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή της παροχής Q_B, ώστε το κόστος άντλησης μέχρι τη χρονική στιγμή t =7200 s να μη ξεπερνά την τιμή 2·C €.

Σημείωση: Οι παροχές Q_A και Q_B θα παραμείνουν σταθερές στο εξεταζόμενο χρονικό διάστημα.

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (7/9)

Λύση

Κρίσιμη χρονική στιγμή είναι η t =7200 s. Γιατί;

Υπολογίζουμε τις πτώσεις στάθμης s_A και s_B για τη χρονική αυτή στιγμή. Είναι:

$$s_A = \frac{Q_A}{4\pi\pi} \cdot W\left(\frac{10^{-4} \cdot 0.25^2}{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 7200}\right) + \frac{Q_B}{4\pi\pi} W\left(\frac{10^{-4} \cdot 120^2}{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}\right) =$$

$$= \frac{0.05}{3.14 \cdot 10^{-2}} \ell n \frac{2.25 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 7200}{0.25^2 \cdot 10^{-4}} + \frac{Q_B}{3.14 \cdot 10^{-2}} W(0.04) =$$

$$= 1.592 \cdot \ln(6480000) + \frac{Q_B}{3.14 \cdot 10^{-2}} \cdot 2.6813 = 24.97 + 85.39 \cdot Q_B$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (8/9)

Στο πηγάδι Β έχουμε:

$$s_B = \frac{Q_A}{4\pi T} \cdot W\left(\frac{10^{-4} \cdot 120^2}{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 7200}\right) + \frac{Q_B}{4\pi T} W\left(\frac{10^{-4} \cdot 0.25^2}{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}\right) =$$

$$= \frac{0.05}{3.14 \cdot 10^{-2}} W(0.02) + \frac{Q_B}{3.14 \cdot 10^{-2}} \ell n \frac{2.25 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 3600}{0.25^2 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 1.592 \cdot 3.3547 + \frac{Q_B}{3.14 \cdot 0.01} \cdot 14.99 = 5.341 + 477.39 \cdot Q_B$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια – Ασκήσεις (9/9)

Με βάση τη σχέση που δίνεται για το κόστος έχουμε:

$$(Q_A s_A + Q_B s_B)C \leq 2C \Rightarrow$$

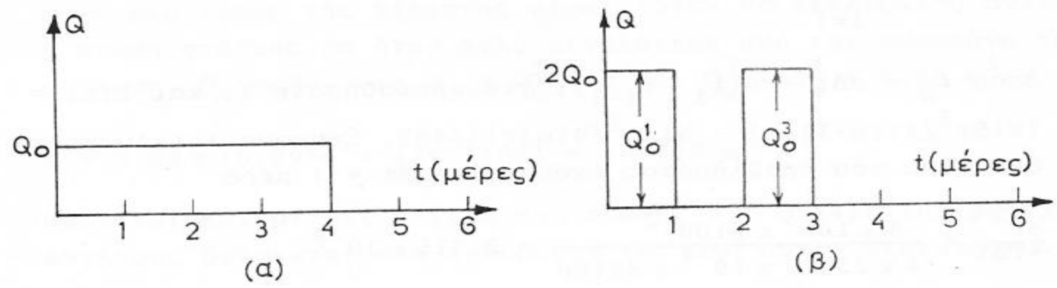
$$\Rightarrow (24.97 + 85.39Q_B)0.05 + (5.341 + 477.39Q_B)Q_B \leq 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 477.39Q_B^2 + 9.636Q_B - 0.7513 \leq 0$$

Q_B=0.031 m^3/s (η άλλη ρίζα απορρίπτεται, διότι είναι αρνητική).

Παράδειγμα (1/6)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Από πηγάδι σε περιορισμένο υδροφορέα άπειρης έκτασης, πάχους $b = 25m$, υδραυλικής αγωγιμότητας $K = 2 \times 10^{-4}$ m/s και αποθηκετευτικότητας $S = 4 \times 10^{-5}$ απαιτείται να αντληθούν συνολικά 13824 m^3 νερού σε διάστημα τεσσάρων ημερών. Ζητείται να υπολογισθεί η πτώση στάθμης στο τέλος της τέταρτης μέρας καθώς και στο τέλος της έκτης μέρας σε ένα σημείο που απέχει 100m από το πηγάδι για τις εξής δυο περιπτώσεις (α) συνεχής άντληση επί 4 μέρες και (β) διακεκομμένη άντληση σε ημερήσια βάση (σχήμα 4.10).



Σχήμα 4.10 (α) Συνεχής και (β) Διακεκομμένη άντληση από περιορισμένο υδροφορέα.

Παράδειγμα (2/6)

Πτώση στάθμης για t = 4 μέρες

(α) Συνεχής άντληση

Η παροχή είναι $Q_o = 13824/(4 \times 86400) = 0.04\ m^3/s$. Η πτώση στάθμης δίνεται από τη σχέση 4.33. Έτσι για

$$u = \frac{Sr^2}{4Tt} = \frac{4 \times 10^{-5} \times (100)^2}{4 \times 25 \times 2 \times 10^{-4} \times t} = \frac{20}{t}$$

και για t = 4 μέρες έχουμε $u = 20/4 \times 86400 = 5.787 \times 10^{-5}$. Με την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα του Παραρτήματος Α.2 $W(u) = 9.181$ και η πτώση στάθμης στο τέλος της τέταρτης μέρας είναι

$$s = \frac{Q_o}{4\pi T} W(u) = \frac{0.04}{4\pi \times 25 \times 2 \times 10^{-4}} \times 9.181 = 5.845\ m$$

Παράδειγμα (3/6)

N \ u	$N \times 10^{-15}$	$N \times 10^{-14}$	$N \times 10^{-13}$	$N \times 10^{-12}$	$N \times 10^{-11}$	$N \times 10^{-10}$	$N \times 10^{-9}$	$N \times 10^{-8}$
1.0	33.9616	31.6590	29.3564	27.0538	24.7512	22.4486	20.1460	17.8435
1.5	33.5561	31.2535	28.9509	26.6483	24.3458	22.0432	19.7406	17.4380
2.0	33.2684	30.9658	28.6632	26.3607	24.0581	21.7555	19.4529	17.1503
2.5	33.0453	30.7427	28.4401	26.1375	23.8349	21.5323	19.2298	16.9272
3.0	32.8629	30.5604	28.2578	25.9552	23.6526	21.3500	19.0474	16.7449
3.5	32.7088	30.4062	28.1036	25.8010	23.4985	21.1959	18.8933	16.5907
4.0	32.5753	30.2727	27.9701	25.6675	23.3649	21.0623	18.7598	16.4572
4.5	32.4575	30.1549	27.8523	25.5497	23.2471	20.9446	18.6420	16.3394
5.0	32.3521	30.0495	27.7470	25.4444	23.1418	20.8392	18.5366	16.2340
5.5	32.2568	29.9542	27.6516	25.3491	23.0465	20.7439	18.4413	16.1387
6.0	32.1698	29.8672	27.5646	25.2620	22.9595	20.6569	18.3543	16.0517
6.5	32.0898	29.7872	27.4846	25.1820	22.8794	20.5768	18.2742	15.9717
7.0	32.0156	29.7131	27.4105	25.1079	22.8053	20.5027	18.2001	15.8976
7.5	31.9467	29.6441	27.3415	25.0389	22.7363	20.4337	18.1311	15.8280
8.0	31.8821	29.5795	27.2769	24.9744	22.6718	20.3692	18.0666	15.7640
8.5	31.8215	29.5189	27.2163	24.9137	22.6112	20.3086	18.0060	15.7034
9.0	31.7643	29.4618	27.1592	24.8566	22.5540	20.2514	17.9488	15.6462
9.5	31.7103	29.4077	27.1051	24.802	22.4999	20.1973	17.8948	15.5922

N \ u	$N \times 10^{-7}$	$N \times 10^{-6}$	$N \times 10^{-5}$	$N \times 10^{-4}$	$N \times 10^{-3}$	$N \times 10^{-2}$	$N \times 10^{-1}$	N
1.0	15.5409	13.2383	10.9357	8.6332	6.3315	4.0379	1.8229	0.2194
1.5	15.1354	12.8328	10.5303	8.2278	5.9266	3.6374	1.4645	0.1000
2.0	14.8477	12.5451	10.2426	7.9402	5.6394	3.3547	1.2227	0.04890
2.5	14.6246	12.3220	10.0194	7.7172	5.4167	3.1365	1.0443	0.02491
3.0	14.4423	12.1397	9.8371	7.5348	5.2349	2.9591	0.9057	0.01305
3.5	14.2881	11.9855	9.6830	7.3807	5.0813	2.8099	0.7942	0.006970
4.0	14.1546	11.8520	9.5495	7.2472	4.9482	2.6813	0.7024	0.003779
4.5	14.0368	11.7342	9.4317	7.1295	4.8310	2.5684	0.6253	0.002073
5.0	13.9314	11.6280	9.3263	7.0242	4.7261	2.4679	0.5598	0.001148
5.5	13.8361	11.5330	9.2310	6.9289	4.6313	2.3775	0.5034	0.0006409
6.0	13.7491	11.4465	9.1440	6.8420	4.5448	2.2953	0.4544	0.0003601
6.5	13.6691	11.3665	9.0640	6.7620	4.4652	2.2201	0.4115	0.0002034
7.0	13.5950	11.2924	8.9899	6.6879	4.3916	2.1508	0.3738	0.0001155
7.5	13.5260	11.2234	8.9209	6.6190	4.3231	2.0867	0.3403	0.0000658
8.0	13.4614	11.1589	8.8563	6.5545	4.2591	2.0269	0.3106	0.0000376
8.5	13.4008	11.0982	8.7957	6.4939	4.1990	1.9711	0.2840	0.0000216
9.0	13.3437	11.0411	8.7386	6.4368	4.1423	1.9187	0.2602	0.0000124
9.5	13.2896	10.9870	8.6845	6.3828	4.0887	1.8695	0.2387	0.0000071

Παράδειγμα (4/6)

(β) Διακεκομμένη άντληση

Αν τα διαστήματα μεταβολής της παροχής σε μεταβαλλόμενη κατά βαθμίδες άντληση είναι ίσα τότε η σχέση 4.37 μπορεί να γραφεί σε απλούστερη μορφή

$$s(r,t_n) = \frac{1}{4\pi T} \sum_{i=1}^{n} Q_o^i \left[W\left(\frac{Sr^2}{4T(t-t_{i-1})}\right) - W\left(\frac{Sr^2}{4T(t-t_i)}\right)\right] \qquad (4.37)$$

$$s(r,t_n) = \sum_{i=1} Q_o^1 f(n-i)$$

όπου $t_n = n\Delta t = n(t_i - t_{i-1})$, για οποιοδήποτε i, και $f(m) = [W\{Sr^2/4T(m+1)\Delta t\} - W\{Sr^2/4Tm\Delta t\}]/4\pi T$. Σύμφωνα λοιπόν με τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε για $\Delta t = 1$ μέρα

$$\frac{Sr^2}{4T\Delta t} = \frac{4 \times 10^{-5} \times (100)^2}{4 \times 25 \times 2 \times 10^{-4} \times 86400} = 2.315 \times 10^{-4}$$

και $1/4\pi T = 1/(4\pi \times 25 \times 2 \times 10^{-4}) = 15.9155$. Έτσι η συνάρτηση f(m) είναι

$$f(m) = 15.9155 \times \left[W\left(\frac{2.315 \times 10^{-4}}{m+1}\right) - W\left(\frac{2.315 \times 10^{-4}}{m}\right)\right]$$

Παράδειγμα (5/6)

Καταρτίζεται κατόπι ο παρακάτω πίνακας για $n = 4$ ($m = n - i$).

i	m	$W\left(\frac{2.315 \times 10^{-4}}{m+1}\right)$	$W\left(\frac{2.315 \times 10^{-4}}{m}\right)$	f(m)
0	4	-	9.181	-
1	3	9.181	8.894	4.5677
2	2	8.894	8.511	6.0956
3	1	8.511	7.80	11.3159
4	0	7.80	0	124.1409

Με τα δεδομένα του πίνακα και με $Q_o^1 = Q_o^3 = 2Q_o = 0.08$ m^3/s, $Q_o^2 = Q_o^4 = 0$, για χρόνο $t_n = 4$ μέρες η πτώση στάθμης υπολογίζεται από την πιο πάνω (τροποποιημένη της 4.37) σχέση:

$$s = Q_o^1 f(3) + Q_o^2 f(2) + Q_o^3 f(1) + Q_o^4 f(0) =$$

$$= 0.08 \times (11.3159 + 4.5677) = 1.270 \text{ m}$$

Παράδειγμα (6/6)

Αν βέβαια η διακεκομμένη άντληση άρχιζε τη δεύτερη μέρα τότε στο τέλος της τέταρτης μέρας, όταν θα τελείωνε η άντληση, η πτώση στάθμης θα ήταν πολύ μεγαλύτερη από την παραπάνω περίπτωση. Πράγματι για $Q_o^1 = Q_o^3 = 0$ και $Q_o^2 = Q_o^4 = 0.08 \text{ m}^3/\text{s}$

$$s = 0.08 \times (6.0956 + 124.1409) = 10.419 \text{ m}$$

Φαίνεται λοιπόν ότι η τιμή της πτώσης s = 5.845m της συνεχούς άντλησης βρίσκεται στο ενδιάμεσο των δυο αυτών περιπτώσεων.

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια - Φρεάτιοι υδροφορείς

Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα:

$$\frac{2S}{K}\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h^2}{\partial r}$$

$$\frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r}$$

$$\frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r}$$

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια

Παραδείγματα

Πηγάδι σε φρεάτιο υδροφορέα

Θεωρείται ότι:

(α) ομογενής και ισότροπος όσον αφορά στο K και στο S

(β) για δοσμένη πτώση στάθμης η απόκριση του υδροφορέα με τη μορφή παροχής όγκου νερού από τα αποθηκευμένα αποθέματα είναι άμεση. Η θεώρηση αυτή δεν είναι ισχυρή αφού τα διάκενα δεν αδειάζουν στιγμιαία αλλά τροφοδοτούνται από πάνω από το νερό της ακόρεστης ζώνης.

Επιπλέον πρόβλημα η μη γραμμικότητα της οριακής συνθήκης που ισχύει στην ελεύθερη επιφάνεια.

Μη μόνιμες ροές σε πηγάδια - Υδροφορείς με διαρροή

Πηγάδια σε υδροφορείς με διαρροή:

$$\frac{S}{T}\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{Tc}$$

$$\text{Οριακές συνθήκες}: Q = Q_o \text{ για } r \to r_o \text{ και } Q = 0 \text{ για } r \to \infty$$

$$s(r,t) = \frac{Q_o}{4\pi T} W(u, r/\lambda)$$

$W(u, r/\lambda)$: **συνάρτηση πηγαδιού για υδροφορέα με διαρροή**

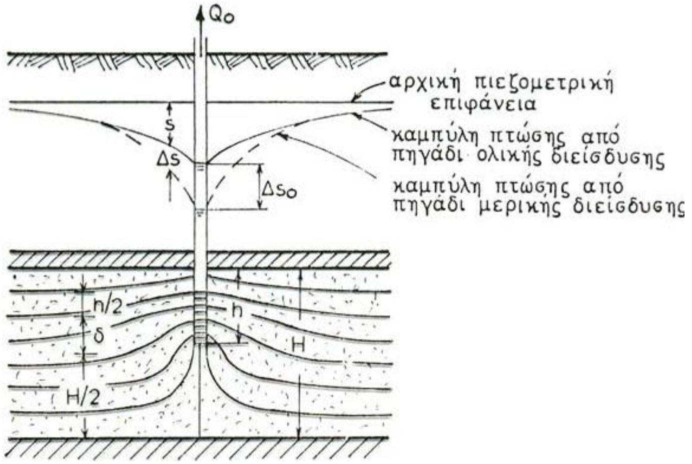
Αποκλίσεις από τις ιδεατές συνθήκες ροής (1/3)

Πηγάδι σε ανισότροπο υδροφορέα

$$K' = (K_{xx} K_{yy})^{1/2}, \qquad r' = K' \left(\frac{x^2}{K_{xx}^2} + \frac{y^2}{K_{yy}^2} \right)^{1/2}$$

Οι αποστάσεις x και y του σημείου όπου υπολογίζεται η πτώση στάθμης από το πηγάδι άντλησης μετρούνται κατά τις κύριες διευθύνσεις της υδραυλική αγωγιμότητας. Στις περιπτώσεις αυτές οι καμπύλες ίσης πτώσης στάθμης είναι ελλείψεις.

Αποκλίσεις από τις ιδεατές συνθήκες ροής (2/3)



Σχήμα 9: Πηγάδι μερικής διείσδυσης.

Πηγή: Π. Λατινόπουλος 1986, σελ.128.

$$\Delta s_o = \frac{Q_o}{2\pi T}\frac{(1-p)}{p}\ln(ah/r_o)^{1/2}$$

$p = h/H$: **ποσοστό διείσδυσης** και

$e = \delta/H$: **εκκεντρότητα**

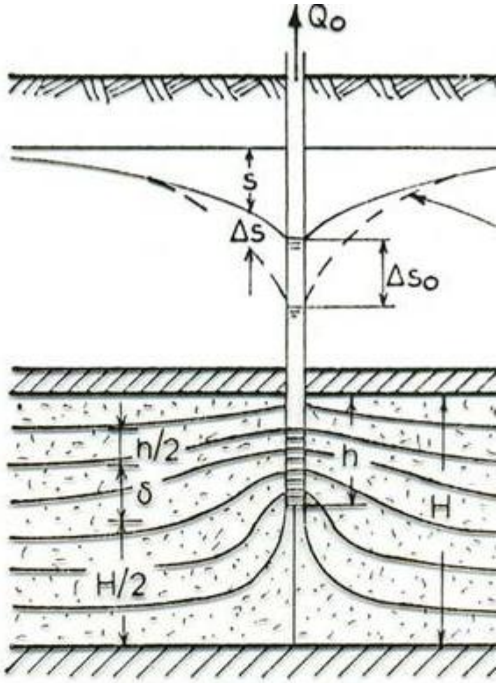
Αποκλίσεις από τις ιδεατές συνθήκες ροής (3/3)

Δs_o: πρόσθετη πτώση στάθμης

$$\Delta s_o = \frac{Q_o}{2\pi T}\,\frac{(1-p)}{p}\,\ln(\alpha h/r_o)$$

όπου:

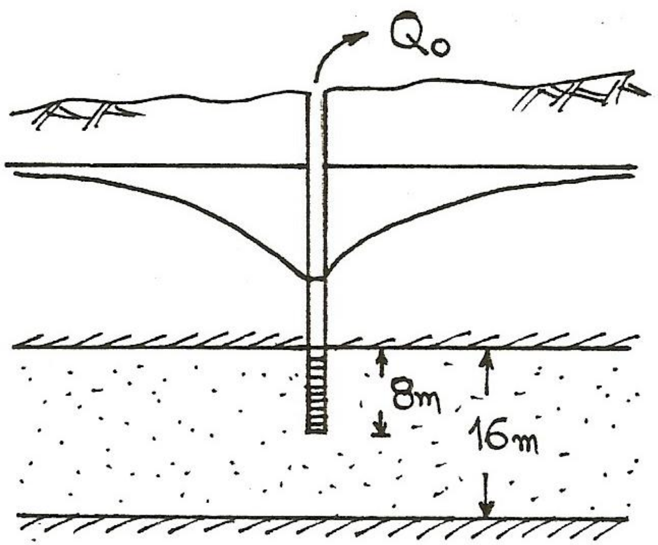
p= h/H το ποσοστό διείσδυσης και
α συνάρτηση του ποσοστού αυτού και της εκκεντρότητας e =d/H



	e = 0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45
p = 0.1	α = 0.54	0.54	0.55	0.55	0.56	0.57	0.59	0.61	0.67	1.09
0.2	0.44	0.44	0.45	0.46	0.47	0.49	0.52	0.59	0.89	
0.3	0.37	0.37	0.38	0.39	0.41	0.43	0.50	0.74		
0.4	0.31	0.31	0.32	0.34	0.36	0.42	0.62			
0.5	0.25	0.26	0.27	0.29	0.34	0.51				
0.6	0.21	0.21	0.23	0.27	0.41					
0.7	0.16	0.17	0.20	0.32						
0.8	0.11	0.13	0.22							
0.9	0.06	0.12								

Άσκηση 1 (1/2)

Υδροφορέας υπό πίεση , πάχους 16 m, έχει υδραυλική αγωγιμότητα ίση με $3x10^{-4}$ m/s και αποθηκευτικότητα $3.2x10^{-5}$. Από πηγάδι ακτίνας 0.4 m που διεισδύει κατά 8m στον υδροφορέα, όπως φαίνεται στο σχήμα, αντλείται παροχή Q_0. Μετά από 60 μέρες από την αρχή της άντλησης η πτώση στάθμης στο πηγάδι είναι μεγαλύτερη κατά 10 cm από ότι ήταν στις 30 μέρες. Να υπολογισθεί η τιμή της παροχής Q_0 καθώς και η ολική πτώση στάθμης στο πηγάδι στις 60 μέρες.



Άσκηση 1 (2/2)

$$\Delta S_0 = \frac{Q_0}{2\pi\ T}\frac{(1-p)}{p}\ln\left(\frac{ah}{r_o}\right)$$

p=8/16=0.5 e=4/16=0.25

α=0.51(από πίνακα – σελ.129)

Έτσι $\Delta S_0 = \frac{Q_0}{2\pi(16x3x10^{-4})}\frac{0.5}{0.5}\ln\left(\frac{0.51x8}{0.4}\right)$ ΔS_0= 33.1572 x Q_0 x 2.3224 = 77 x Q_0

Για t_1=30 έχουμε $u_1 = \frac{S\,r_0^2}{4\,T\,t_1} = \frac{3.2x10^{-5}\ x\ 0.4^2}{4\,x\,16\,x\,3x10^{-4}\ x\ 30x86400} = 1.029x10^{-10}$

Για t_2=60 u_2=u_1 (30/60) = 5.144x10^{-11}

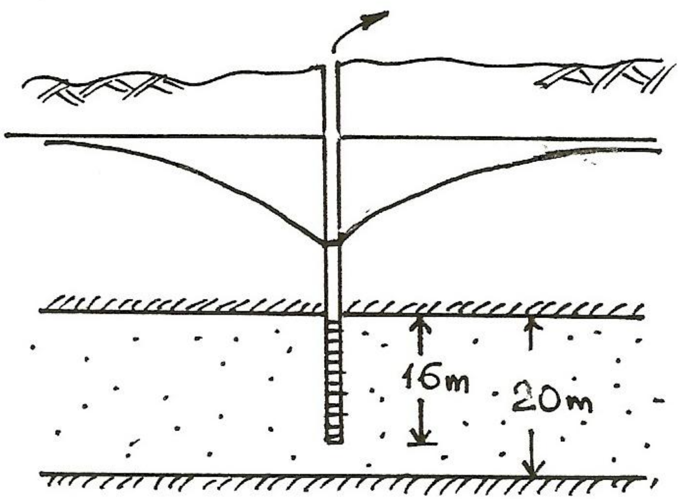
Από τους πίνακες (παράρτημα Α.2) έχουμε: w_1=22.44 και w_2=23.12

Έτσι $S_{0(60)} - S_{0(30)} = \frac{Q_0}{4\pi\,T}\left(w_2 - w_1\right) = \frac{Q_0(23.12-22.44)}{4\pi\,16x3x10^{-4}}$ ή 0.10 = 11.2734Q_0 οπότε Q_0 = 8.87x10^{-3} m^3/s

Έτσι τελικά $S_{0(60)} = \frac{8.87x10^{-3}\ x\ 23.12}{4\pi\,16x3x10^{-4}} + 77x8.87x10^{-3} = 3.40 + 0.68 = 4.08m$

Άσκηση 2 (1/3)

Σε υδροφορέα υπό πίεση πάχους 20m λειτουργεί πηγάδι διαμέτρου 50cm που έχει ακτίνα επιρροής 800m. Αρχικά το πηγάδι λειτουργεί έχοντας το διάτρητο τμήμα του να διεισδύει κατά 16m στον υδροφορέα, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Μετά από αρκετό χρόνο λειτουργίας διαπιστώνεται ότι τα κατώτερα 6m του φίλτρου του πηγαδιού έχουν φραχθεί από λεπτόκοκκα υλικά και στην ουσία το πηγάδι λειτουργεί μόνο με τα ανώτερα 10m. Θεωρώντας ότι ενδιαφερόμαστε για συνθήκες μόνιμης ροής, ζητείται να βρεθεί ποια είναι η ποσοστιαία (%) αύξηση της συνολικής πτώσης στάθμης στο πηγάδι εξαιτίας της έμφραξης αυτής.



Άσκηση 2 (2/3)

Περίπτωση 1:

$H=20 \quad h=16 \longrightarrow p = 16/20 = 0.8 \quad (p = h/H)$

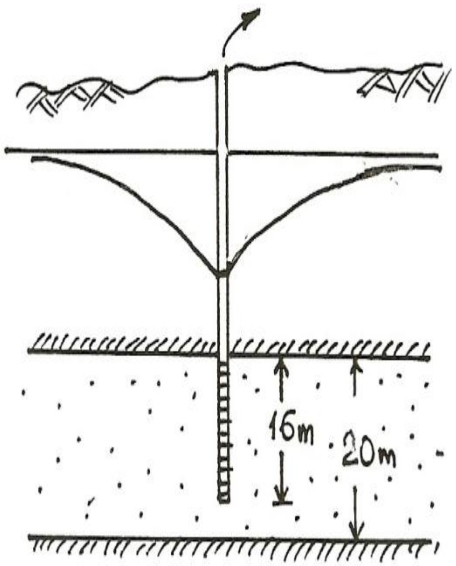
$\delta = 2 \quad e = \delta/H \longrightarrow e = 2/20 = 0.1$

$\left.\right\} a = 0.22$ (από πίνακα)

$r_0 = 0.25$ Άρα

$$\Delta s_0 = \frac{Q_0}{2\pi T}\,\frac{1-p}{p}\,\ln\left(\frac{a\cdot h}{r_0}\right) = \frac{Q_0}{2\pi T}\cdot\frac{0.2}{0.8}\cdot\ln\left(\frac{0.22\cdot 16}{0.25}\right)$$

και $\Delta s_0 = 0.25 \times 2.645\,\frac{Q_0}{2\pi T} = 0.661\,\frac{Q_0}{2\pi T}$.



Περίπτωση 2:

$H=20 \quad h=10 \qquad p = 10/20 = 0.5$

$\delta = 5 \qquad e = 5/20 = 0.25 \quad \left.\right\} a = 0.51$

$$\Delta s_0 = \frac{Q_0}{2\pi T}\cdot\frac{0.5}{0.5}\,\ln\left(\frac{0.51\cdot 10}{0.25}\right)$$

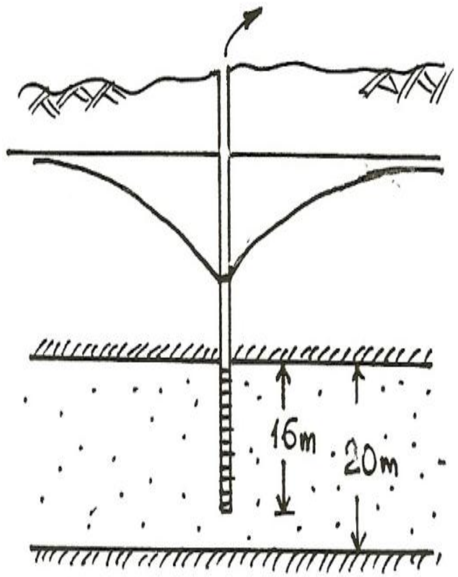
$$\Delta s_0 = 3.015\,\frac{Q_0}{2\pi T}$$

Άσκηση 2 (3/3)

Επίλυση Μόνιμης Ροής για πλήρη διείσδυση πηγαδιού

$$s_o = \frac{Q_o}{2\pi T} \ln \frac{R}{r_o} \qquad R = 800\ m \quad r_o = 0.25\ m$$

$$s_o = \frac{Q_o}{2\pi T} \ln \frac{800}{0.25} = 8.071 \times \frac{Q_o}{2\pi T}$$



Έτσι η συνολική πτώση στάθμης θα είναι:

Περίπτωση 1: $s_{o\lambda} = \frac{Q_o}{2\pi T}(8.071 + 0.661) = 8.732 \frac{Q_o}{2\pi T}$

Περίπτωση 2: $s_{o\lambda} = \frac{Q_o}{2\pi T}(8.071 + 3.015) = 11.086 \frac{Q_o}{2\pi T}$

και η ποσοστιαία αύξηση της συνολικής πτώσης στάθμης:

$$\Delta s\% = \left(\frac{11.086 - 8.732}{8.732}\right) \times 100 = 26.96\% \simeq \underline{27\%}$$

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Ιωάννης Αυγολούπης
Θεσσαλονίκη, <Εαρινό Εξάμηνο 2012-2013>

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.