ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ III

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΑ ΣΗΕ

Λαμπρίδης Δημήτρης
Κατσανού Βάνα
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

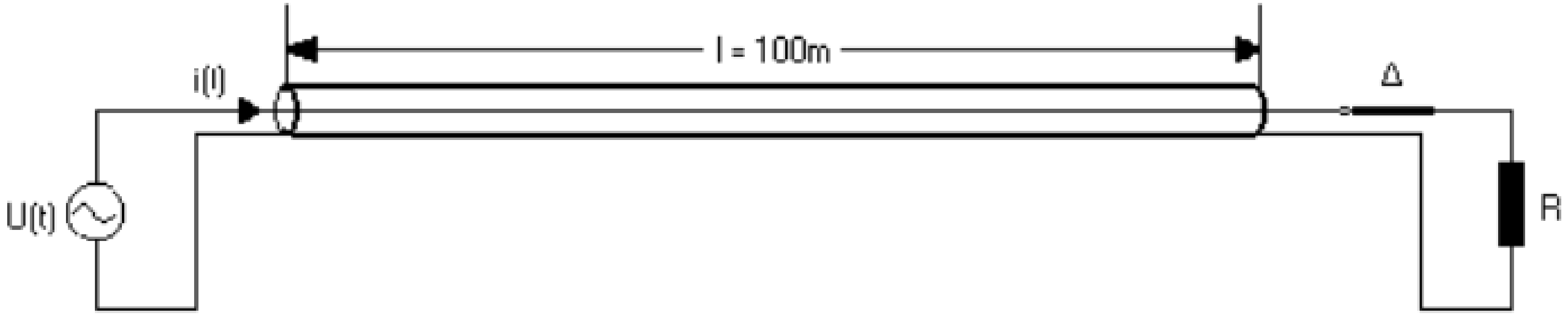
ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Μάθημα ασκήσεων 4

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άσκηση 1η
Εκφώνηση (1/2)

Το καλώδιο Ε.Ρ. του σχήματος με χαρακτηριστικά R' = 0,1 Ω/Km, L' = 300 μH/Km και C' = 120 nF/Km έχει μήκος l = 100 m και τροφοδοτεί ωμικό φορτίο R = 500 Ω. Η πηγή έχει τάση 230 kV και συχνότητα 50 Hz. ($U(t)=\hat{U}\cos\omega t$)



Άσκηση 1η
Εκφώνηση (2/2)

Ζητούνται:

α) Να βρεθεί το ρεύμα i σαν συνάρτηση του χρόνου, αν το καλώδιο βραχυκυκλωθεί στο άκρο του τη χρονική στιγμή t_0 κατά την οποία $\omega t_0=0$.

β) Μετά την αποκατάσταση του στάσιμου ρεύματος βραχυκύκλωσης ανοίγει ο διακόπτης Δ, ο οποίος θεωρείται ιδανικός. Να υπολογιστεί η τάση στους πόλους του διακόπτη Δ σαν συνάρτηση του χρόνου. (Το καλώδιο να θεωρηθεί σαν Π-ισοδύναμο χωρίς αντίσταση και να μη ληφθεί υπ' όψη η χωρητικότητα που συνδέεται παράλληλα με την πηγή).

Άσκηση 1η
Επίλυση (1/10)

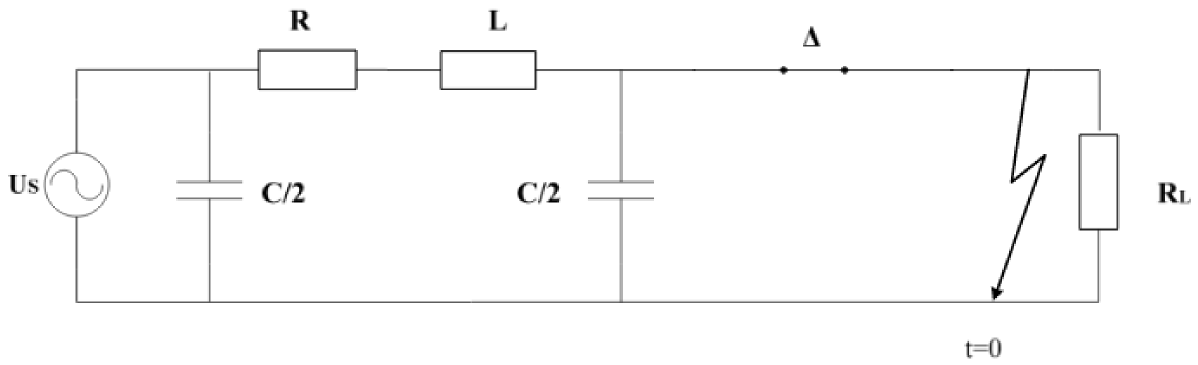
Καταρχήν θα υπολογίσουμε τις συγκεντρωμένες ηλεκτρικές παραμέτρους του καλωδίου. Αυτές θα είναι:

$$R = R' \cdot l = 0{,}01\,\Omega \tag{2.1}$$

$$L = L' \cdot l = 30\,\mu\text{H} \Rightarrow X_L = \omega L = 9{,}42\,\text{m}\Omega \tag{2.2}$$

$$C = C' \cdot l = 12\,\text{nF} \tag{2.3}$$

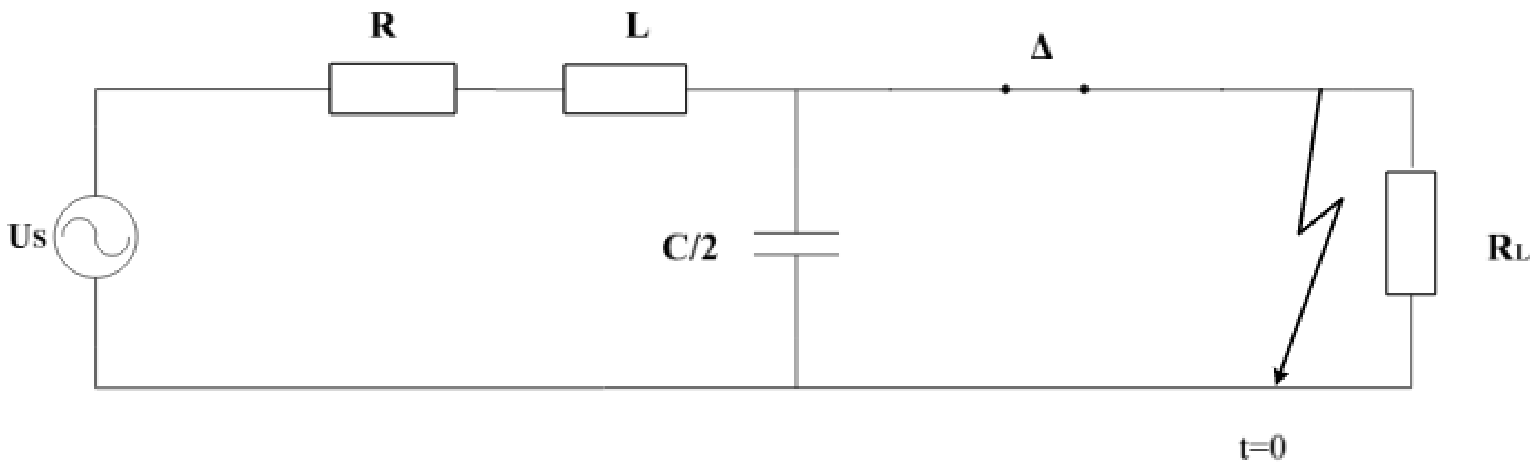
Το Π-ισοδύναμο κύκλωμα που περιγράφει τα δεδομένα της εκφώνησης παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1

Άσκηση 1η
Επίλυση (2/10)

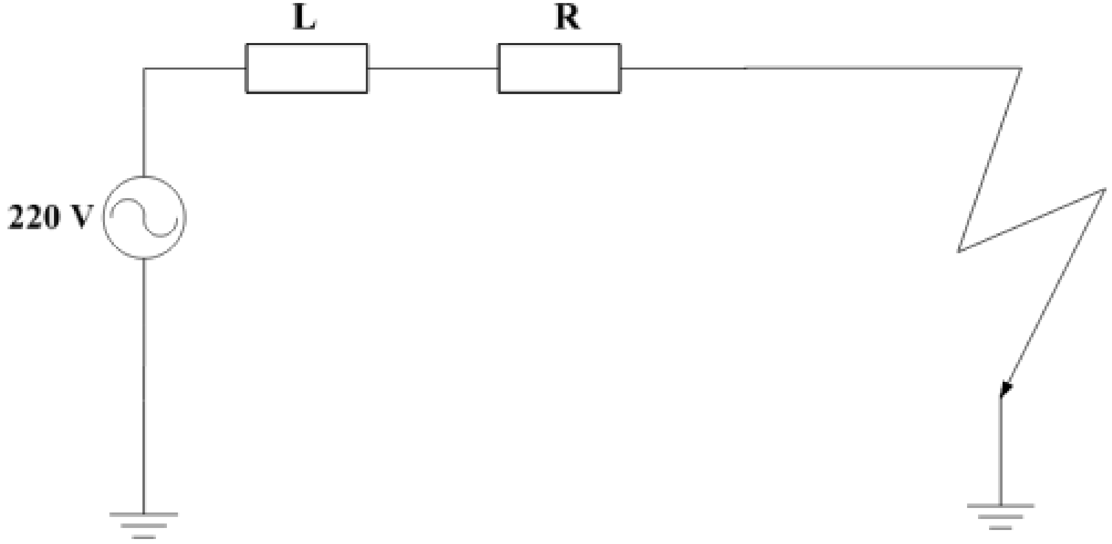
Στο παραπάνω ισοδύναμο μπορούμε να αγνοήσουμε τη χωρητικότητα που βρίσκεται παράλληλα με την πηγή, αφού στα άκρα της θα έχει την τάση της πηγής. Μπορούμε λοιπόν να χρησιμοποιήσουμε το ισοδύναμο κύκλωμα που εμφανίζεται στο Σχήμα 2.2.



Σχήμα 2.2

Άσκηση 1η
Επίλυση (3/10)

α) Για χρόνο $t > 0$ μπορούμε να αγνοήσουμε και τη δεύτερη εγκάρσια χωρητικότητα του παραπάνω ισοδύναμου κυκλώματος, αφού πρακτικά όλο το ρεύμα θα περάσει από το βραχυκύκλωμα. Για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα λοιπόν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το ισοδύναμο κύκλωμα που εμφανίζεται στο Σχήμα 2.3



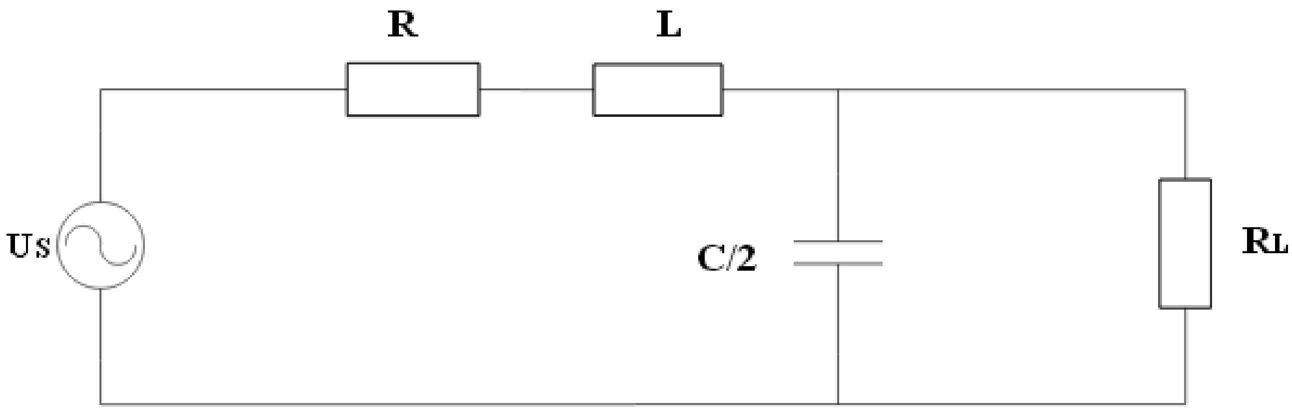
Σχήμα 2.3

Άσκηση 1η
Επίλυση (4/10)

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει το παραπάνω ισοδύναμο είναι η:

$$v_S = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \tag{2.4}$$

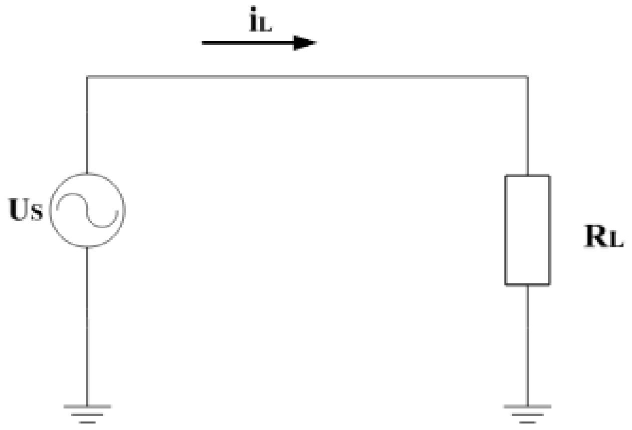
Για την επίλυσή της χρειαζόμαστε ως αρχική συνθήκη το ρεύμα της αυτεπαγωγής για $t = 0^-$. Αυτό είναι το ρεύμα του κυκλώματος ακριβώς πριν το βραχυκύκλωμα, όπου το κύκλωμά μας είναι αυτό που εμφανίζεται στο Σχήμα 2.4.



Σχήμα 2.4

Άσκηση 1η
Επίλυση (5/10)

Το ρεύμα της αυτεπαγωγής σε αυτό το ισοδύναμο όμως εξαρτάται πρακτικά μόνο από την αντίσταση φορτίου. Η εγκάρσια χωρητικότητα μπορεί να αγνοηθεί, αφού η ελαστικότητά της είναι πολύ μεγαλύτερη της ωμικής αντίστασης του φορτίου, ενώ και η σύνθετη αντίσταση σειράς της γραμμής μπορεί επίσης να αγνοηθεί, ως πολύ μικρότερη της ωμικής αντίστασης του φορτίου. Για να υπολογίσουμε λοιπόν το ρεύμα κατά την κανονική λειτουργία του κυκλώματος (πριν γίνει το βραχυκύκλωμα), αρκεί το ισοδύναμο κύκλωμα που εμφανίζεται στο Σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.5

Άσκηση 1η
Επίλυση (6/10)

Από το ισοδύναμο αυτό κύκλωμα θα προκύψει:

$$i_L(t) = \frac{\hat{v}_S \cos \omega t}{R_L} \Rightarrow i_L\left(0^-\right) = 650{,}53 \text{ A} \qquad (2.5)$$

Μετασχηματίζοντας τη σχέση (2.4) κατά Laplace θα έχουμε:

$$\hat{v}_S \cdot \frac{s}{s^2 + \omega^2} = R \cdot I(s) + L\left[s \cdot I(s) - i_L\left(0^-\right)\right] \Rightarrow$$

$$I(s) = \frac{\hat{v}_S}{L} \cdot \frac{s}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s^2 + \omega^2\right)} + i_L\left(0^-\right) \cdot \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \qquad (2.6)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (7/10)

Αναπτύσσουμε τον πρώτο όρο της σχέσης (2.6) σε μερικά κλάσματα και έχουμε:

$$\frac{s}{\left(s+\frac{R}{L}\right)\left(s^2+\omega^2\right)}=\frac{A}{s+\frac{R}{L}}+\frac{Bs+\Gamma}{s^2+\omega^2}=\frac{s^2(A+B)+s\left(B\frac{R}{L}+\Gamma\right)+\left(A\omega^2+\Gamma\frac{R}{L}\right)}{\left(s+\frac{R}{L}\right)\left(s^2+\omega^2\right)} \quad (2.7)$$

Εξισώνοντας όρους αντίστοιχης τάξης θα έχουμε:

$$\begin{aligned} s^2 &: \quad A+B=0 \\ s^1 &: \quad B\frac{R}{L}+\Gamma=1 \\ s^0 &: \quad A\omega^2+\Gamma\cdot\frac{R}{L} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \Gamma &= 0{,}47 \\ A &= -1{,}588\cdot 10^{-3} \\ B &= 1{,}588\cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (8/10)

Τελικά θα έχουμε:

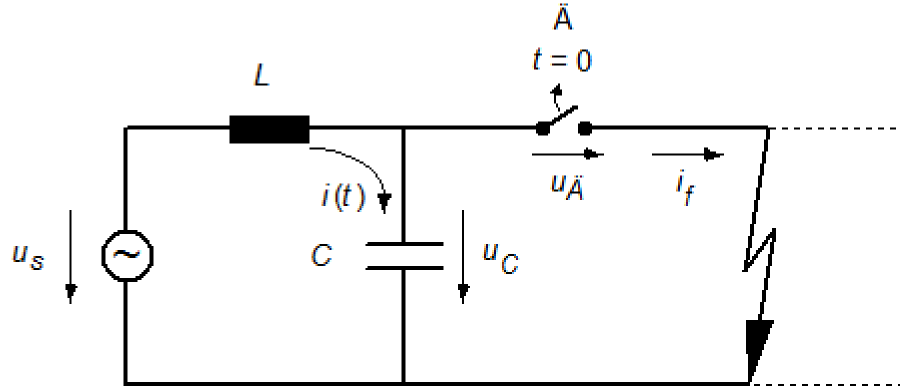
$$I(s)=\frac{\hat{v}_S}{L}\cdot\frac{-1{,}588\cdot 10^{-3}}{s+\frac{R}{L}}+\frac{\hat{v}_S}{L}\cdot\frac{1{,}588\cdot 10^{-3}s+0{,}47}{s^2+\omega^2}+i_L\left(0^-\right)\cdot\frac{1}{s+\frac{R}{L}} \qquad (2.9)$$

Και με αντίστροφο μετασχηματισμό θα πάρουμε το ρεύμα ως συνάρτηση του χρόνου:

$$i(t)=-17{,}22\cdot 10^6 e^{-333{,}\bar{3}t}+16{,}22\cdot 10^6\sin\omega t+17{,}22\cdot 10^6\cos\omega t,\quad t\geq 0 \qquad (2.10)$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (9/10)

- β)



- Η ΔΕ (για t > 0) που περιγράφει το πρόβλημα θα είναι:
- $$\left.\begin{matrix} u_s = L\dfrac{di}{dt} + u_C \\ i = C\dfrac{du_C}{dt} \end{matrix}\right\} => \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_e{}^2\hat{u}_S cos\omega t$$
- Και οι ΑΣ:
- $$u_s = L\frac{di}{dt} + u_C(0) = 0$$
$$\left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = 0$$

Άσκηση 1η
Επίλυση (10/10)

- Λύνοντας τις παραπάνω διαφορικές εξισώσεις, προκύπτει η τάση του πυκνωτή, και άρα η τάση του διακόπτη:

- $u_C(t) = \frac{\hat{u}_S}{\lambda} cos\omega t - \frac{\hat{u}_S}{\lambda} cos\omega_e t =$
$$= \frac{\hat{u}_S}{\lambda}(cos\omega t - cos\omega_e t)$$

- Με:

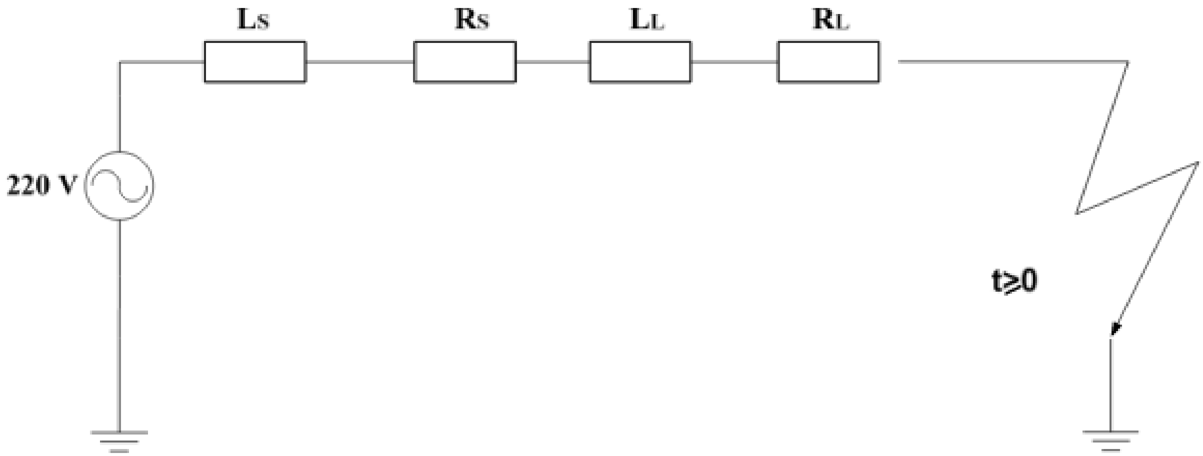
- $\lambda = 1 - \frac{\omega^2}{{\omega_e}^2}$

Άσκηση 2η
Εκφώνηση

Μία μονοφασική γραμμή μήκους 3 km με στοιχεία $L' = 1\,mH/km$ και $R' = 0{,}1\,\Omega/km$ βραχυκυκλώνεται στο άκρο της τη χρονική στιγμή $t = 0$. Το βραχυκύκλωμα γίνεται υπό μηδενική τάση. Στο άλλο άκρο της η γραμμή τροφοδοτείται από πηγή S με $Us = 15/\sqrt{3}\,kV$, $f = 50\,Hz$, $Xs = 0{,}1\,\Omega$ και $Rs = 0{,}1\,\Omega$. Να υπολογιστεί το ρεύμα βραχυκύκλωσης σαν συνάρτηση του χρόνου και να βρεθεί η τιμή του γιά $t = 10\,ms$.

Άσκηση 2η
Επίλυση (1/4)

Το ισοδύναμο κύκλωμα της άσκησης είναι αυτό που εμφανίζεται στο Σχήμα 3.1.



Σχήμα 3.1

όπου:

$$L_S = \frac{X_S}{\omega} = 0{,}318\,\mathrm{mH} \tag{3.1}$$

Άσκηση 2η
Επίλυση (2/4)

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει το παραπάνω κύκλωμα είναι η:

$$v_S = L_{o\lambda} \cdot \frac{di}{dt} + R_{o\lambda} \cdot i(t) \Rightarrow$$

$$\frac{di}{dt} + 120{,}55 \cdot i(t) = 301{,}38 \cdot \hat{v}_S \cdot \sin \omega t \qquad (3.2)$$

όπου $L_{o\lambda} = L_S + L_L$ και $R_{o\lambda} = R_S + R_L$

Για την επίλυση της διαφορικής αυτής εξίσωσης θα χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα αρχικής και τελικής τιμής. Σύμφωνα με αυτό, η λύση είναι της μορφής:

$$i(t) = \left[i(0^+) - i(\infty)\Big|_{t=0^+} \right] \cdot e^{-at} + i(\infty) \qquad (3.3)$$

Άσκηση 2η
Επίλυση (3/4)

όπου:

- $a = \dfrac{R_{\alpha\lambda}}{L_{\alpha\lambda}} = 120{,}55$
- $i\left(0^{-}\right) = 0$, επειδή το αρχικό ρεύμα του κυκλώματος ακριβώς πριν το βραχυκύκλωμα είναι αμελητέο μπροστά στο ρεύμα βραχυκύκλωσης
- $i(\infty)$ το ρεύμα της στάσιμης κατάστασης μετά το βραχυκύκλωμα, όταν ο εκθετικός όρος του μεταβατικού ρεύματος θα έχει αποσβεστεί:

$$i(\infty) = \frac{\widehat{v}_S}{Z} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = 10{,}97 \cdot 10^3 \sin(\omega t - 69°) \qquad (3.4)$$

και:

$$i(\infty)\Big|_{t=0} = -10245{,}5\ \mathrm{A} \qquad (3.5)$$

Άσκηση 2η
Επίλυση (4/4)

Από τη σχέση (3.3) θα προκύψει λοιπόν για το ρεύμα:

$$i(t) = 10245,5 \cdot e^{-120,55t} + 10967 \sin(\omega t - 69°) \tag{3.6}$$

και:

$$i(10\text{msec}) = 13,31\ \text{kA} \tag{3.7}$$

Άσκηση 3η
Εκφώνηση

Μία αυτεπαγωγή 50 MVAr συνδέεται σε ένα σύστημα 132 kV, 50 Hz. Η εγκατάσταση αποτελείται από τρία ξεχωριστά τυλίγματα με γειωμένο ουδέτερο. Η χωρητικότητα των τυλιγμάτων μπορεί να παραληφθεί, αλλά ο μονωτήρας ανάρτησης κάθε φάσης έχει μία χωρητικότητα προς τη γη ίση με 1000 pF. Υπολογίστε την υπέρταση που δημιουργείται στην αυτεπαγωγή, όταν συμβεί σφάλμα στο φορτίο και τεθεί εκτός λειτουργίας από αεριοδιακόπτη που αποκόπτει ένταση 10 A. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα αν συνδέσουμε ανά φάση αντίσταση 40 kΩ παράλληλα με τον διακόπτη;

Άσκηση 3η
Επίλυση (1/16)

Παρατηρήσεις:

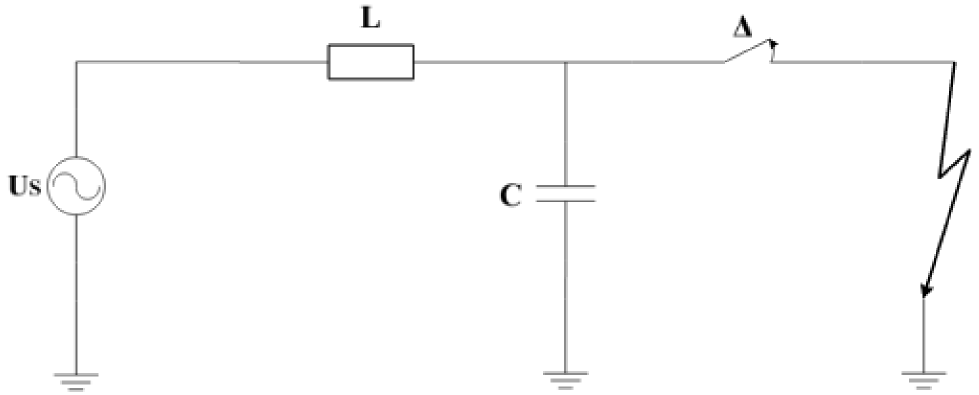
- *Η εγκατάσταση αποτελείται από τρία ξεχωριστά τυλίγματα με γειωμένο ουδέτερο.* Μπορούμε δηλαδή να χρησιμοποιήσουμε ένα μονοφασικό ισοδύναμο. Πολύ μεγάλη προσοχή στα χαρακτηριστικά του: η ισχύς της αυτεπαγωγής που αναφέρεται στην εκφώνηση του προβλήματος είναι τριφασική, θα πρέπει να τη μετατρέψουμε σε μονοφασική.
- *Ο μονωτήρας ανάρτησης κάθε φάσης έχει μια χωρητικότητα προς τη γη ίση με 1000 pF.* Άρα στο ισοδύναμο μονοφασικό κύκλωμα θα πρέπει να υπάρχει μια χωρητικότητα ως προς τη γη.

Άσκηση 3η
Επίλυση (2/16)

α) Καταρχήν θα υπολογίσουμε τη μονοφασική αυτεπαγωγή του ισοδύναμου κυκλώματος. Θα είναι όμως:

$$Q = \frac{U^2}{L\omega} \Rightarrow L = \frac{U^2}{Q\omega} = \frac{\left(132 \cdot 10^3\right)^2}{50 \cdot 10^6 \cdot 100\pi} = 1{,}1\ \mathrm{H/ph} \qquad (1.1)$$

Το μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα που θα χρησιμοποιήσουμε εμφανίζεται στο Σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1

Άσκηση 3η
Επίλυση (3/16)

Θεωρούμε ότι το ρεύμα που περνά από τη χωρητικότητα κατά τη διάρκεια του βραχυκυκλώματος είναι αμελητέο σε σχέση με αυτό που περνά από το βραχυκύκλωμα. Κατά τη διάρκεια του σφάλματος θα έχουμε λοιπόν:

$$i(t) = \frac{\hat{v}_S}{L\omega} \sin \omega t \tag{1.2}$$

όπου $\hat{v}_S$ το μέγιστο στιγμιαίο πλάτος της τάσης της πηγής:

$$\hat{v}_S = \sqrt{2} \cdot \frac{132}{\sqrt{3}} = 107{,}8\,\mathrm{kV} \tag{1.3}$$

Ο διακόπτης θα ανοίξει όταν $i(t) = 10$ A, οπότε και θα είναι:

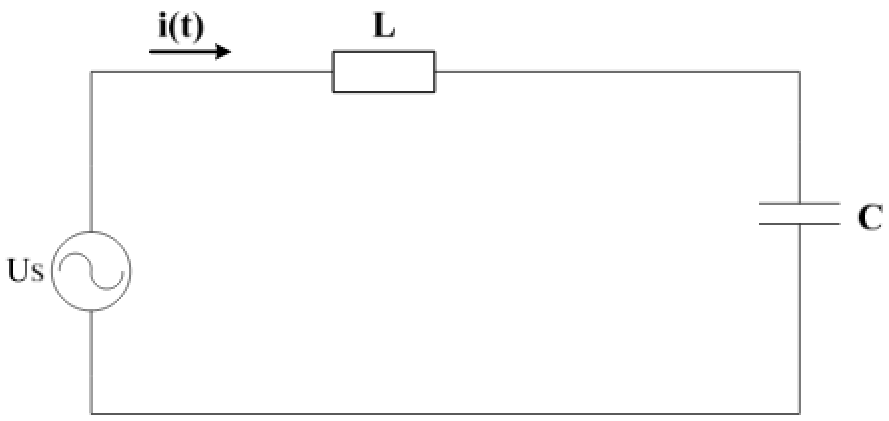
$$i(t) = \frac{107{,}8 \cdot 10^3}{1{,}1 \cdot 100\pi} \sin \omega t = 10 \Rightarrow \omega t = 1{,}837° \tag{1.4}$$

Άσκηση $3^η$
Επίλυση (4/16)

Εφόσον πρόκειται για ένα καθαρά επαγωγικό κύκλωμα η τάση θα προηγείται του ρεύματος κατά $\frac{\pi}{2}$, άρα λοιπόν η στιγμιαία τάση θα είναι όταν θα ανοίξει ο διακόπτης:

$$v_S(t) = 107{,}8 \cdot 10^3 \cos(1{,}837°) = 107{,}74 \text{ kV} \approx \hat{v}_S \tag{1.5}$$

Μετά το άνοιγμα του διακόπτη θα ισχύει το ισοδύναμο κύκλωμα που εμφανίζεται στο Σχήμα 1.2.



Σχήμα 1.2

Άσκηση 3η
Επίλυση (5/16)

Η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος θα είναι:

$$f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 4798{,}7 \text{ Hz} \tag{1.6}$$

και είναι πολύ μεγαλύτερη της συχνότητας του δικτύου, άρα κατά τη διάρκεια του μεταβατικού φαινομένου μπορούμε να θεωρήσουμε τη στιγμιαία τάση της πηγής σταθερή και ίση με την τιμή που είχε όταν άνοιξε ο διακόπτης.

Για τη διαφορική εξίσωση του κυκλώματος θα έχουμε:

$$\hat{v}_S = L\frac{di}{dt} + v_C \tag{1.7}$$

και

$$i = C\frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C\frac{d^2v_C}{dt^2} \tag{1.8}$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (6/16)

οπότε συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.7) και (1.8) θα πάρουμε τελικά:

$$\hat{v}_S = LC\frac{d^2 v_C}{dt^2} + v_C \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}v_C = \frac{1}{LC}\hat{v}_S \qquad (1.9)$$

Οι αρχικές συνθήκες της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης θα είναι οι:

- $v_C(0^-) = v_C(0^+) = 0$ (λόγω του βραχυκυκλώματος)
- $i_C(0^+) = i_L(0^+) = i_L(0^-) = 10\ \text{A} = C\frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \left.\frac{dv_C}{dt}\right|_{t=0^+} = \frac{10}{C}$

Άσκηση 3η
Επίλυση (7/16)

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1.9) $\omega_e = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ θα έχουμε:

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \omega_e^2 v_C = \omega_e^2 \hat{v}_S \qquad (1.10)$$

και μετασχηματίζοντας κατά Laplace θα πάρουμε:

$$s^2 V_C(s) - s v_C(0^+) - \left.\frac{dv_C}{dt}\right|_{t=0^+} + \omega_e^2 V_C(s) = \omega_e^2 \frac{\hat{v}_S}{s} \Rightarrow$$

$$s^2 V_C(s) - \frac{10}{C} + \omega_e^2 V_C(s) = \omega_e^2 \frac{\hat{v}_S}{s} \Rightarrow$$

$$V_C(s) = \frac{10}{C \cdot \omega_e} \cdot \frac{\omega_e}{s^2 + \omega_e^2} + \hat{v}_S \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + \omega_e^2} \right) \qquad (1.11)$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (8/16)

Με αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace θα πάρουμε τελικά για την τάση στα άκρα της χωρητικότητας:

$$v_C(t) = \frac{10}{C \cdot \omega_\varepsilon} \sin \omega_\varepsilon t + \hat{v}_C (1 - \cos \omega_\varepsilon t) \Rightarrow$$

$$v_C(t) = 331{,}7 \sin \omega_\varepsilon t + 107{,}8 (1 - \cos \omega_\varepsilon t)\,\mathrm{kV} \qquad (1.12)$$

Για την τάση στα άκρα της αυτεπαγωγής ισχύει:

$$v_L = \hat{v}_S - v_C \qquad (1.13)$$

οπότε θα είναι:

$$|v_{L\max}| = |\hat{v}_S - v_{C\max}| \qquad (1.14)$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (9/16)

Πρέπει λοιπόν να υπολογίσουμε τα ακρότατα της v_C. Παραγωγίζοντας τη σχέση (1.12) θα έχουμε:

$$\frac{dv_C}{dt} = 0 \Rightarrow 331{,}7\cos\omega_e t + 107{,}8\sin\omega_e t = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{107{,}8\sin\omega_e t}{331{,}7\cos\omega_e t} = -1 \Rightarrow \tan\omega_e t = -3{,}08 \Rightarrow \omega_e t = -72^\circ \qquad (1.15)$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (10/16)

Η εφαπτομένη είναι μια περιοδική συνάρτηση, η οποία ξεκινώντας από την τιμή που υπολογίσαμε μαθηματικά (και η οποία δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην πράξη, αφού αντιστοιχεί σε χρόνο πρωτύτερο του βραχυκυκλώματος) θα μας δίνει ανά 180° ένα μέγιστο ή ελάχιστο αντίστοιχα της v_C. Αυτά θα είναι:

$$v_{C\min} = -241\ \text{kV} \tag{1.16}$$

και

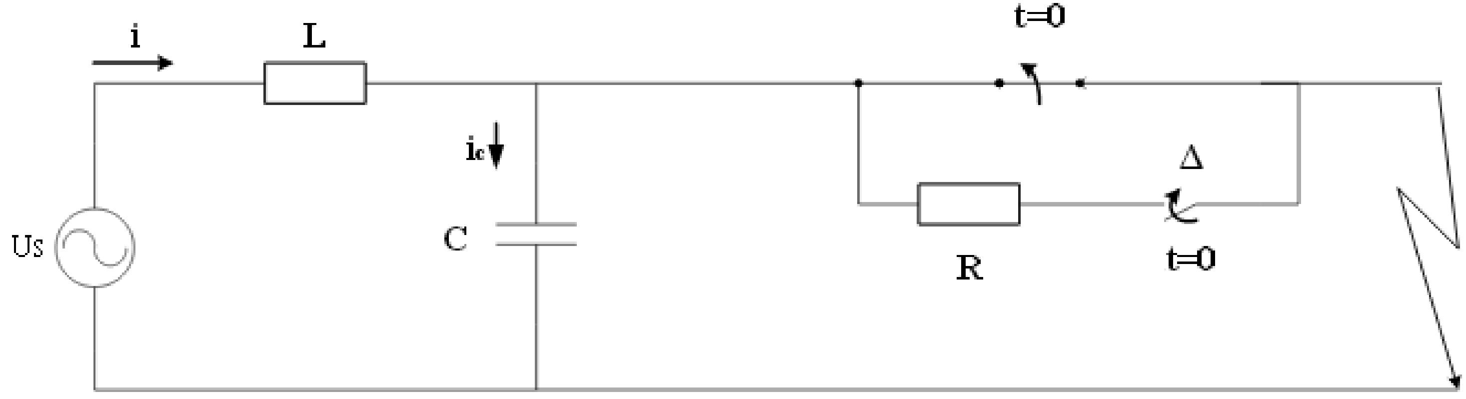
$$v_{C\max} = 456{,}6\ \text{kV} \tag{1.17}$$

Και για τις δύο παραπάνω τιμές θα προκύψει τελικά:

$$\left|v_{L\max}\right| = \left|\hat{v}_S - v_{C\max}\right| = 348{,}8\ \text{kV} \tag{1.18}$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (11/16)

β) Το ισοδύναμο κύκλωμα με την εισαγωγή της αντίστασης θα έχει ως εξής:



Σχήμα 1.3

Θεωρούμε πάλι ότι κατά τη διάρκεια του μεταβατικού φαινομένου η τάση της πηγής είναι σταθερή και ίση με $\hat{v}_S$, οπότε θα είναι:

$$\hat{v}_S = L\frac{di}{dt} + v_C \tag{1.19}$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (12/16)

Τώρα όμως είναι:

$$i = i_C + i_R = C\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{R}\frac{dv_C}{dt} \qquad (1.20)$$

οπότε η σχέση (1.19) θα γίνει:

$$\hat{v}_S = LC\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{dv_C}{dt} + v_C \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC}v_C = \frac{\hat{v}_S}{LC}, \quad t \geq 0 \qquad (1.21)$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση της αντίστοιχης ομογενούς διαφορικής εξίσωσης θα είναι η:

$$m^2 + \frac{1}{RC}m + \frac{1}{LC} = 0 \qquad (1.22)$$

με ρίζες τις:

$$m_{1/2} = -\frac{1}{2RC} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2 4}} \qquad (1.23)$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (13/16)

Θέτουμε:

$$\omega_p = \frac{1}{RC} \tag{1.24}$$

$$n = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \tag{1.25}$$

$$\omega_g = \frac{\omega_p}{2}\sqrt{4n^2 - 1} \tag{1.26}$$

και αντικαθιστώντας στη σχέση 1.23 θα έχουμε:

$$m_{1/2} = -\frac{\omega_p}{2} \pm j\omega_g \tag{1.27}$$

Η λύση της ομογενούς διαφορικής εξίσωσης θα έχει τη μορφή:

$$v_C(t) = e^{-\frac{\omega_p}{2}t}\left(c_1 \cos\omega_g t + c_2 \sin\omega_g t\right) \tag{1.28}$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (14/16)

Για να υπολογίσουμε μέσω αυτής τη λύση της διαφορικής εξίσωσης της σχέσης (1.21) χρειαζόμαστε και μια μερική λύση της τελευταίας. Επειδή ο όρος στο δεύτερο μέρος της είναι σταθερός, το ίδιο θα είναι και η μερική αυτή λύση.

Έστω ότι αυτή η μερική λύση είναι η:

$$v_C(t) = A \qquad (1.29)$$

με

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{d^2 v_C}{dt^2} = 0 \qquad (1.30)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1.21) θα προκύψει τελικά:

$$A = \hat{v}_S \qquad (1.31)$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (15/16)

Η λύση της (1.21) θα είναι λοιπόν η:

$$v_C(t) = e^{-\frac{\omega_p}{2}t}\left(c_1 \cos \omega_g t + c_2 \sin \omega_g t\right) + \hat{v}_S \quad (1.32)$$

όπου οι σταθερές c_1 και c_2 μπορούν να υπολογιστούν με τη βοήθεια των αρχικών συνθηκών:

$$v_C\left(0^+\right) = 0 \Rightarrow c_1 = -\hat{v}_S \quad (1.33)$$

$$\left.\frac{dv_C}{dt}\right|_{t=0+} = \frac{10}{C} \Rightarrow c_2 = \frac{10}{C\omega_g} - \frac{\hat{v}_S \omega_p}{2\omega_g} \quad (1.34)$$

Η τελική λύση της (1.21) θα είναι η:

$$v_C(t) = e^{-12{,}5 \cdot 10^3 t}\left(314{,}1 \sin \omega_g t - 107{,}8 \cos \omega_g t\right) + 107{,}8\ \mathrm{kV} \quad (1.35)$$

Άσκηση 3η
Επίλυση (16/16)

Με παραγώγιση αντίστοιχα με το πρώτο μέρος της άσκησης θα προκύψει:

$$\tan \omega_g t = 10{,}46 \Rightarrow \omega_g t = 84{,}54° \tag{1.36}$$

Για αυτήν την τιμή θα έχουμε:

$$v_{C\max} = 262{,}6 \text{ kV} \tag{1.37}$$

Οπότε τελικά:

$$\left|v_{L\max}\right| = \left|\hat{v}_S - v_{C\max}\right| = 154{,}8 \text{ kV} \tag{1.38}$$

Άσκηση 4η
Εκφώνηση (1/2)

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ένα βραχυκύκλωμα συμβαίνει στο σημείο Α της γραμμής μεταφοράς του σχήματος. Το σημείο Α είναι πολύ κοντά στο διακόπτη ισχύος Δ. Ο διακόπτης Δ ανοίγει για την αποκατάσταση του σφάλματος.

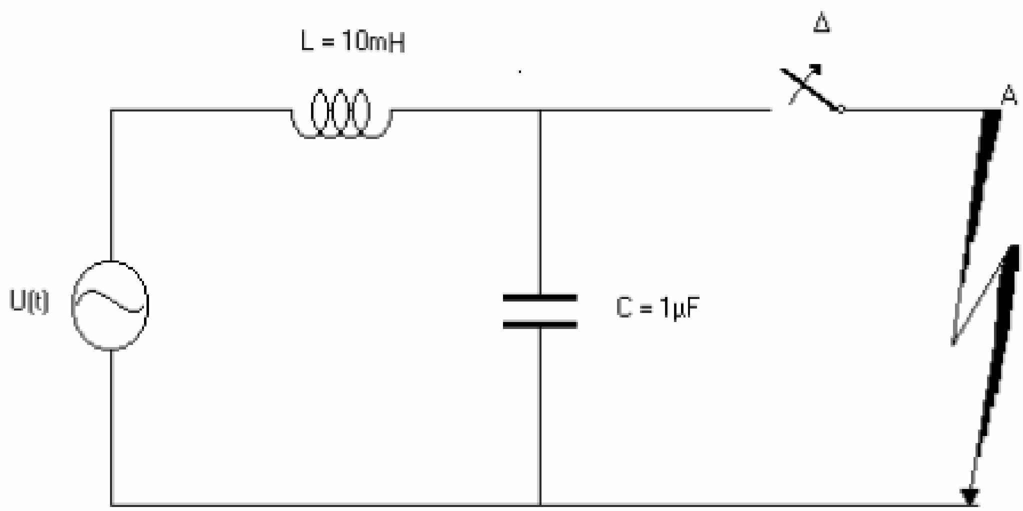
α) Να βρεθεί η τάση στα άκρα του διακόπτη μετά την αποσύνδεση.

β) Πόσες και ποιες συχνότητες περιέχει η κυματομορφή της τάσης.

γ) Ποια είναι η μέγιστη τιμή της τάσης στο διακόπτη μετά την αποσύνδεση.

δ) Για τη μείωση της μέγιστης επανερχόμενης τάσης ο διακόπτης Δ εισάγει μία αντίσταση R. Να βρεθεί η τιμή της αντίστασης, ώστε να έχουμε κρίσιμη απόσβεση της επανερχόμενης τάσης στο διακόπτη.

Άσκηση 4η
Εκφώνηση (2/2)



όπου $U(t) = \hat{U}\cos\omega t, \quad \hat{U} = \sqrt{2}\cdot 220\ \mathrm{kV}, \quad f = 50\mathrm{Hz}$

Άσκηση 4η
Επίλυση (1/3)

α) Η ζητούμενη τάση δίνεται από τη σχέση 3.56α του βιβλίου:

$$v_\Delta = v_C(t) = \frac{\hat{v}_S}{\lambda}\left(\cos\omega t - \cos\omega_e t\right), \quad t \geq 0 \tag{2.1}$$

όπου:

$$\lambda = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} \approx 1 \tag{2.2}$$

οπότε στην περίπτωσή μας θα έχουμε:

$$v_\Delta = 311{,}43\left(\cos 100\pi t - \cos 10^4 t\right)\mathrm{kV}, \quad t \geq 0 \tag{2.3}$$

Άσκηση 4η
Επίλυση (2/3)

β) Στην τάση υπεισέρχονται δύο συχνότητες, η συχνότητα του δικτύου ($f = 50$ Hz) και η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος ($f_\varepsilon = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1{,}59$ kHz).

γ) Στον διακόπτη εμφανίζονται ουσιαστικά δύο τάσεις με ίδιο πλάτος και διαφορετικές συχνότητες (με τη μία μάλιστα να είναι πολύ μεγαλύτερη της άλλης). Η μέγιστη τάση θα εμφανιστεί λοιπόν στα άκρα του διακόπτη όταν συμπέσουν τα μέγιστα των δύο αυτών τάσεων, και θα είναι ίση με το άθροισμά τους:

$$v_{\Delta\,\max} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 220 = 622{,}86 \text{ kV} \tag{2.4}$$

Άσκηση 4η
Επίλυση (3/3)

δ) Η τιμή της αντίστασης για κρίσιμη απόσβεση δίνεται από τη σχέση 3.65β του βιβλίου και είναι:

$$R = \sqrt{\frac{L}{4C}} = 50\ \Omega \tag{2.5}$$

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λαμπρίδης Δημήτρης, Κατσανού Βάνα. «ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΙΙΙ, Μάθημα ασκήσεων 4». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015 Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σβάρνα Κωνσταντίνα
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2014-2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.