



---

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

## **Γενικά Μαθηματικά II** **Απαντήσεις 6<sup>ης</sup> Ενότητας**

Λουκάς Βλάχος  
Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

## Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



**Ενότητα 6η: Μερική Παράγωγος II**

$$1. H = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) = \frac{1}{2} \left[ \left( \cos\theta \frac{dr}{dt} - r \sin\theta \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \left( \sin\theta \frac{dr}{dt} + r \cos\theta \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} r^2 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + r \right]$$

$$2. z_u = \frac{\partial z}{\partial u} = (k-1)\cos(uk+k-u)$$

$$z_k = \frac{\partial z}{\partial k} = (u+1)\cos(uk+k-u)$$

$$z_{uu} = \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} = -(k-1)^2 \sin(uk+k-u)$$

$$z_{kk} = \frac{\partial^2 z}{\partial k^2} = -(u+1)^2 \sin(uk+k-u)$$

$$z_{uk} = \frac{\partial^2 z}{\partial k^2} = \cos(uk+k-u) - (k-1)\sin(uk+k-u)$$

$$3. \left( \frac{\partial^2 R}{\partial R_1^2} \right) \left( \frac{\partial^2 R}{\partial R_2^2} \right) = \frac{-2R_2^2}{(R_1+R_2)^2} \frac{-2R_1^2}{(R_1+R_2)^2} = \frac{4R_2^2 R_1^2}{(R_1+R_2)^6} = \frac{4 \left( \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} \right)^2}{(R_1+R_2)^4} \Rightarrow \left( \frac{\partial^2 R}{\partial R_1^2} \right) \left( \frac{\partial^2 R}{\partial R_2^2} \right) = \frac{4R^2}{(R_1+R_2)^4}$$

$$4. \nabla^2 f = \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) = \frac{6u}{v^2}$$

5. Ανάμεσα στα  $f(27.001, 15.98)$  και  $f(27, 16)$  έχουμε ένα  $\Delta x = 0.001$  και  $\Delta y = 0.02$

Ισχύει ότι :

$$\Delta f = f(27.001, 15.98) - f(27, 16) \Rightarrow f(27.001, 15.98) = \sqrt[3]{27} \sqrt[4]{16} + \Delta f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(27.001, 15.98) = 3 \cdot 2 + \Delta f \Rightarrow f(27.001, 15.98) = 6 + \Delta f$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{4}} \text{ και } \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{4} x^{\frac{1}{3}} y^{-\frac{3}{4}}$$

$$\Delta f \simeq \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{(27,16)} \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{(27,16)} \Delta y = \frac{1}{3} 27^{-\frac{2}{3}} 16^{\frac{1}{4}} 0.001 - \frac{1}{4} 27^{\frac{1}{3}} 16^{-\frac{3}{4}} 0.02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta f = -\frac{0.394}{216}$$

$$\text{Οπότε } f(27.001, 15.98) \simeq 6 - \frac{0.394}{216} \simeq 5.9982$$