



Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Γενικά Μαθηματικά II **Ασκήσεις 10^{ης} Ενότητας**

Λουκάς Βλάχος

Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ενότητα 10η: Εφαρμογές Διανυσματικών Συναρτησεων

1. Έστω οι επιφάνειες με εξισώσεις : $f_1 = x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$ και $f_2 = x^2 + y^2 - z^{-3} = 0$.
- α) Να υπολογισθεί η γωνία που σχηματίζει η τομή τους στο σημείο $P(2, -1, 2)$
- β) Να υπολογισθεί η παράγωγος της συνάρτησης $f_3 = x^2 + y^2$ κατά την κατεύθυνση της εφαπτομένης της καμπύλης C που σχηματίζει η τομή των δύο επιφανειών στο σημείο P .
2. (α) Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης
- $$f(x, y) = (2x^2 + y^2)^{1/2}, \quad x > 0, y > 0, \quad (1)$$
- στο σημείο $P(0, 1)$ κατά την κατεύθυνση της κλίσης του.
- (β) Να βρεθεί αν υπάρχουν κατευθύνσεις όπου η παράγωγος κατά κατεύθυνση της συνάρτησης 1 στο σημείο $P(0, 1)$ παίρνει τις τιμές 1, -1, 2.
3. Αν $w = f(x, y, z)$ και τα (x, y, z) επαληθεύουν τη συνάρτηση $g(x, y, z) = 3$ Ενώ στο σημείο $P(0, 0, 0)$ έχουμε $\nabla f = (1, 2, 2)$ και $\nabla g = (2, -1, -1)$. Υπολογίστε τις τιμές των παραγώγων (α) $\partial z / \partial x$, (β) $\partial w / \partial x$, στο σημείο P .
- (β) Να προσεγγισθεί η επιφάνεια αυτή, κοντά στο σημείο P με μία δευτεροβάθμια επιφάνεια.