



Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Γενικά Μαθηματικά II **Ασκήσεις 11^{ης} Ενότητας**

Λουκάς Βλάχος
Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ενότητα 11η: Μέγιστα και Ελάχιστα

1. Να υπολογισθεί η ελάχιστη απόσταση μεταξύ της αρχής και ενός σημείου στην τομή των επιφανειών $z = 3/2 - x^2 - y^2$ και $x + 2y = 1$.
2. Θέλουμε να εγκράψουμε ένα τρίγωνο στην έλλειψη $x^2/4 + y^2 = 1$, με μία κορυφή του τριγώνου στο σημείο $A(-2,0)$ και την απέναντι στο σημείο A πλευρά του κάθετη στον άξονα Ox . Να βρεθεί η μέγιστη επιφάνεια του τριγώνου.

3. Να βρεθεί το μέγιστο και ελάχιστο της συνάρτησης

$$f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}(2x^2 + 3y^2)$$

στο εσωτερικό και την περιφέρεια του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 2.

4. Το εμβαδόν τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R προσδιορίζεται από τη σχέση $E = 2R^2 \sin A \sin B \sin \Gamma$, όπου A, B και Γ είναι οι γωνίες του τριγώνου. Από τα εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο τρίγωνα, να βρεθεί αυτό με το μεγαλύτερο εμβαδόν.

5. Να βρεθεί η μέγιστη και ελαχίστη τιμή της συνάρτησης

$$f(x, y) = xy$$

6. Να δειχτεί ότι για κάθε βαθμωτή συνάρτηση $\phi(x, y, z)$ και για κάθε διανυσματική συνάρτηση $\vec{F}(x, y, z)$ ισχύει

$$\nabla \cdot \left(\frac{\vec{F}}{\phi} \right) = \frac{\phi \nabla \cdot \vec{F} - (\nabla \phi) \cdot \vec{F}}{\phi^2}$$