ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Αυτόματος Έλεγχος

Ενότητα 3η: Δυναμικά Χαρακτηριστικά Τυπικών Συστημάτων – Ευστάθεια Δυναμικών Συστημάτων

Παναγιώτης Σεφερλής

Εργαστήριο Δυναμικής Μηχανών

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Δυναμικά χαρακτηριστικά τυπικών συστημάτων
Ευστάθεια δυναμικών συστημάτων

Στόχοι του κεφαλαίου

- Χαρακτηριστικά μεγέθη απόκρισης δυναμικών συστημάτων 1ης, 2ης και ανώτερης τάξης, με καθυστέρηση χρόνου και με θετικά μηδενικά.
- Εμπειρική αναγνώριση συστημάτων.
- Προσδιορισμός και κατανόηση ευστάθειας δυναμικών γραμμικών συστημάτων.
- Εκτίμηση ευστάθειας δυναμικών συστημάτων.

Περίληψη του κεφαλαίου

- Προσεγγιστικός υπολογισμός τυπικών μεγεθών συστημάτων.
- Προσδιορισμός μοντέλων από δυναμικά δεδομένα.
- Ορισμός ευστάθειας δυναμικών συστημάτων.
- Κριτήριο ευστάθειας Routh-Hurwitz.
- Ευστάθεια σε σύστημα κλειστού βρόχου.

Δυναμικά χαρακτηριστικά συστημάτων

Γενικευμένη μορφή συνάρτησης μεταφοράς.

Μηδενικά συστήματος.

$$G(s)=\frac{K(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

Πόλοι (ρίζες) *συστήματος*.

Με το σύστημα αυτόματου *ελέγχου* επιδιώκεται η μεταβολή των πόλων του συστήματος ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή δυναμική συμπεριφορά.

Ποιοτική ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς

Χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα μερικών κλασμάτων η συνάρτηση μεταφοράς φέρεται στην ακόλουθη μορφή.

$$Y(s)=G(s)X(s)=\left[q(s)/p(s)\right]X(s)=C_1/(s-\alpha_1)+C_2/(s-\alpha_2)+...$$

Έστω a_i οι ρίζες του παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς, $p(s) = 0$.

$$Y(t)=\boxed{A_0+A_1e^{\alpha_1 t}+A_2e^{\alpha_2 t}+...}+\boxed{\left(B_0+B_1t+B_2t^2+...\right)e^{\alpha_p t}+}$$

$$...+\boxed{\left[C_1\cos(\omega t)+C_2\sin(\omega t)\right]e^{\alpha_q t}+...}$$

Πραγματικά, διακριτά a_i

Μιγαδικά a_i
a_q είναι Re{a_i}

Πραγματικά, επαναλαμβανόμενα a_p

Ποιοτική ανάλυση δυναμικής συμπεριφοράς

$$Y(t) = A_0 + A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + \ldots + \left(B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + \ldots\right) e^{\alpha_p t} +$$

$$\ldots + \left[C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)\right] e^{\alpha_q t} + \ldots$$

1. Αν όλοι οι πόλοι a_i έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος, τότε όλοι οι εκθετικοί όροι τείνουν στο μηδέν με το χρόνο και η $Y(t)$ συγκλίνει σε πεπερασμένη τιμή.

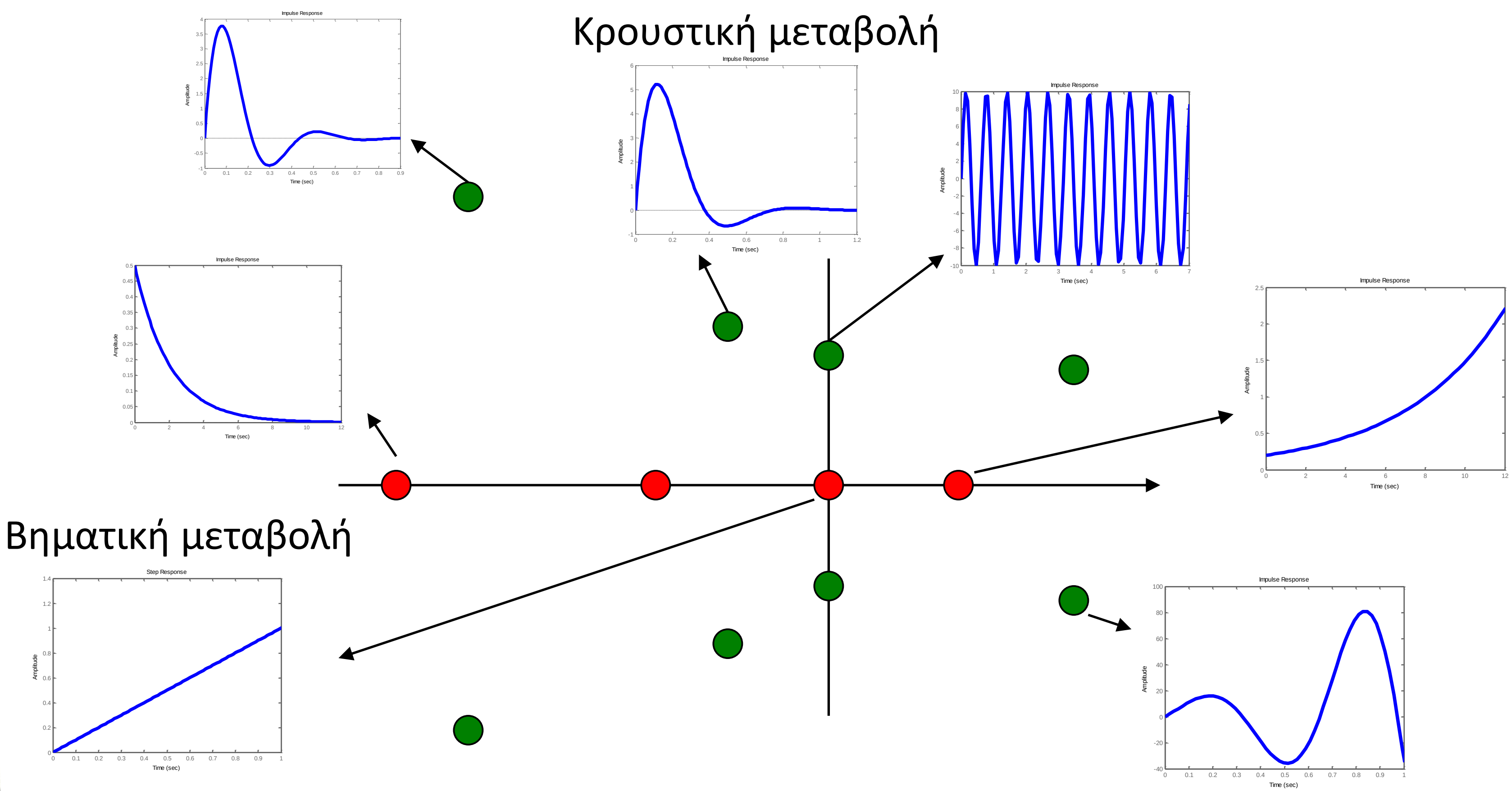
   Αν έστω ένας πόλος a_i που έχει θετικό πραγματικό μέρος, τότε ο αντίστοιχος όρος απειρίζεται με το χρόνο και συνεπώς και η $Y(t)$.

2. Αν όλοι οι πόλοι a_i είναι πραγματικοί, τότε η $Y(t)$ δεν ταλαντώνεται.

   Αν έστω υπάρχει ένα ζεύγος πόλων a_i που είναι μιγαδικοί, τότε η $Y(t)$ ταλαντώνεται περιοδικά.

Χαρακτηριστικά συστημάτων

Οι πόλοι της χαρακτηριστικής εξίσωσης καθορίζουν τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος.



Ευστάθεια γραμμικών συστημάτων

Ορισμός ευσταθούς συστήματος.

Για φραγμένη (πεπερασμένη) είσοδο → Η έξοδος είναι φραγμένη

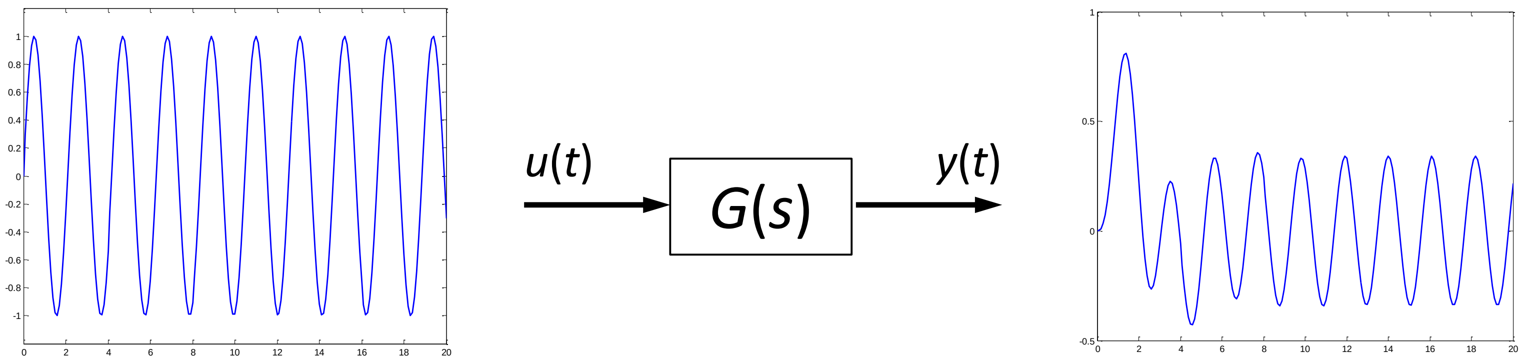
- Ένα σύστημα είναι ευσταθές όταν όλοι οι πόλοι του έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη (οι πόλοι βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο).

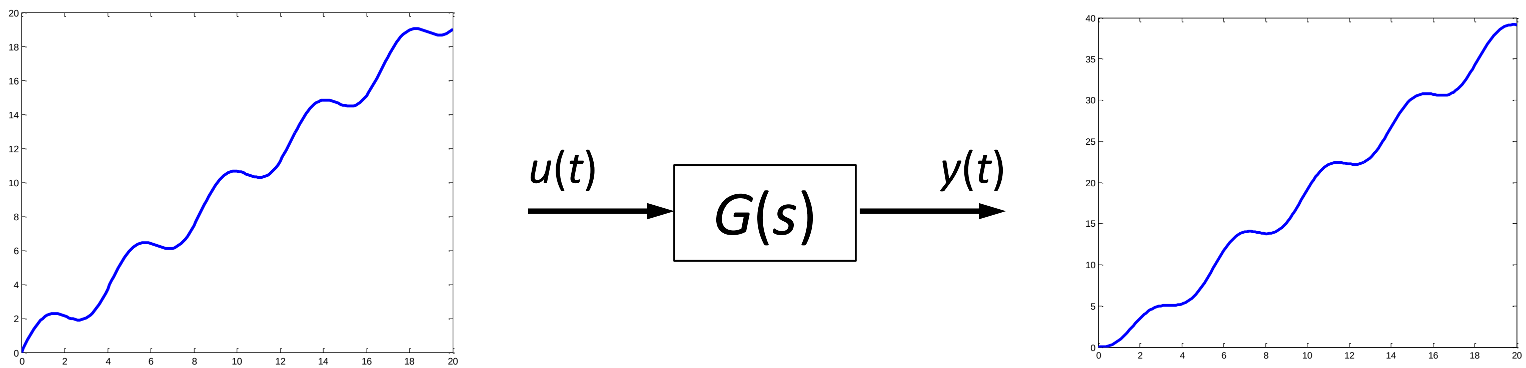
- Αν έστω κι ένας πόλος έχει θετικό πραγματικό μέρος τότε το σύστημα είναι ασταθές.

- Συστήματα με πόλο στο μιγαδικό άξονα χαρακτηρίζονται ως οριακά ευσταθή.

Ευστάθεια δυναμικών συστημάτων

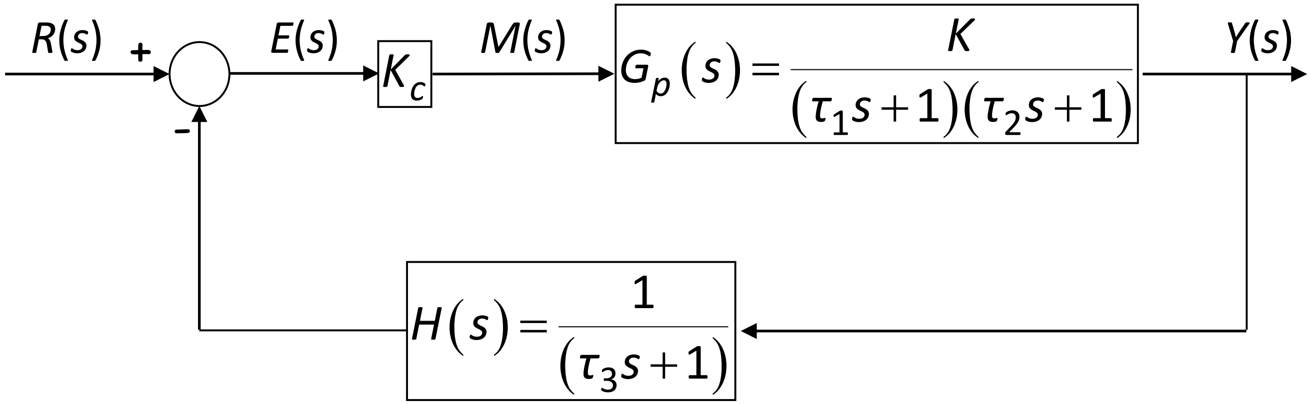
Να προσδιοριστεί η ευστάθεια των ακόλουθων συστημάτων.





$$G_3(s) = \frac{(s-2)}{(s+7)(s+5)\left(s^2 - s + 1.4\right)}$$

Σχεδιασμός ελεγκτή για ευστάθεια



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c G_p(s)}{1 + K_c G_p(s) H(s)} = \frac{K_c K(\tau_3 s + 1)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1) + K_c K}$$

Η ευστάθεια του κλειστού βρόχου ορίζεται αποκλειστικά από τις ρίζες της χαρακτηριστικής εξίσωσης. Αυτές επηρεάζονται από την τιμή της παραμέτρου του ελεγκτή K_c. Ζητείται λοιπόν το εύρος τιμών της K_c για τις οποίες το σύστημα καθίσταται ευσταθές.

Κριτήριο ευστάθειας Routh-Hurwitz

Ένα σύστημα είναι ευσταθές όταν και μόνο όταν όλα τα στοιχεία της πρώτης στήλης του πίνακα Routh είναι θετικά.

$$f(s) = s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} \ldots + a_{n-1} s + a_n$$

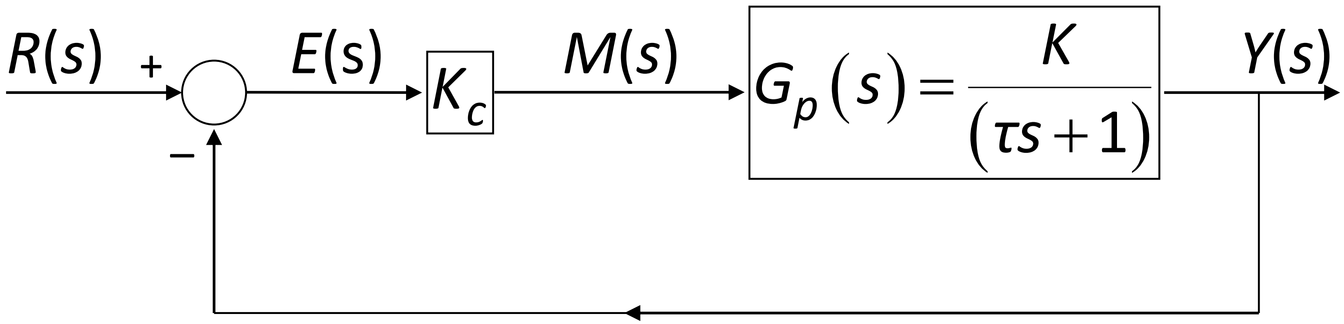
s^n	1	a_2	a_4	a_6
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	
:				
1	y_1	y_2		
0	z_1	0	0	0

$$b_1 = -\frac{det\begin{bmatrix} 1 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{bmatrix}}{a_1} \qquad c_1 = -\frac{det\begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}}{b_1}$$

$$b_2 = -\frac{det\begin{bmatrix} 1 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{bmatrix}}{a_1} \qquad c_2 = -\frac{det\begin{bmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_3 \end{bmatrix}}{b_1}$$

$$b_3 = -\frac{det\begin{bmatrix} 1 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{bmatrix}}{a_1} \qquad c_3 = -\frac{det\begin{bmatrix} a_1 & a_7 \\ b_1 & b_4 \end{bmatrix}}{b_1}$$

Χαρακτηριστικά συστήματος 1ης τάξης



Ανοικτός βρόχος

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)} \qquad \text{πόλος} \quad s = -1/\tau$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{K_c K}{\tau s + 1 + K K_c} \qquad \text{πόλος} \quad s = -(1 + K K_c)/\tau$$

Κλειστός βρόχος

Υπάρχει μετακίνηση του πόλου προς τα αριστερά στο μιγαδικό επίπεδο για K_c>0. Επομένως η ταχύτητα απόκρισης του συστήματος κλειστού βρόχου αυξάνεται.

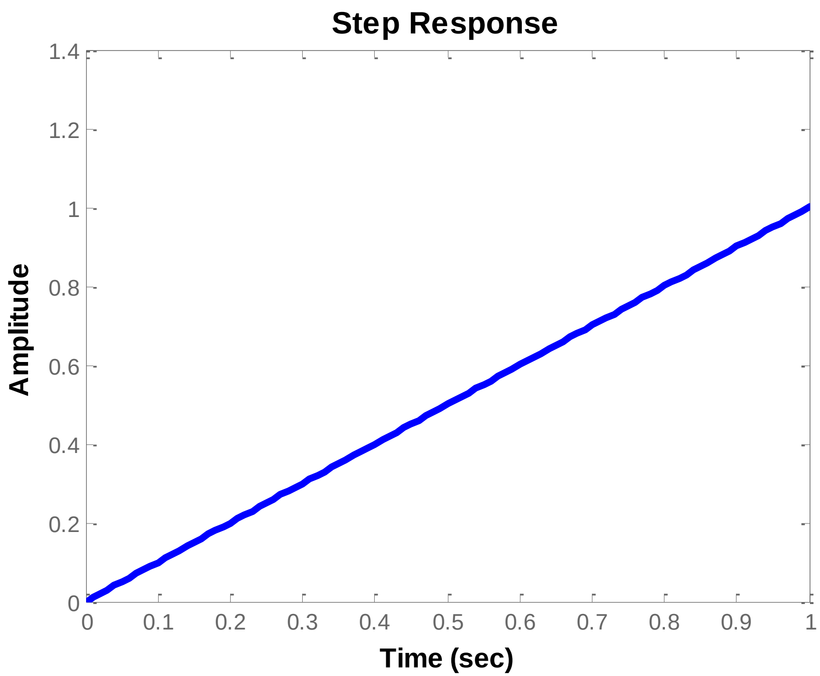
Χαρακτηριστικά ολοκληρωτή

Ο ολοκληρωτής υποδηλώνει συσσώρευση μάζας, φορτίου ή ενέργειας.

$$G(s)=\frac{1}{s}$$

Τάση, *v*, στα άκρα πυκνωτή που διαρρέεται από ρεύμα έντασης, *i*.

$$v=\frac{1}{C}\int i dt \quad V(s)=\frac{1}{Cs}I(s)$$



Πόλος στην αρχή των αξόνων.
Μονότονα αύξουσα συμπεριφορά σε βηματική μεταβολή.

Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης

$$G(s)=\frac{\omega_n^2}{\left(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2\right)}$$

Ρίζες χαρακτηριστικού πολυωνύμου ζ<1:

$$s=-\zeta\omega_n \pm i\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\sigma=-\zeta\omega_n, \quad \omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Εξαναγκασμένη δυναμική απόκριση σε βηματική μεταβολή:

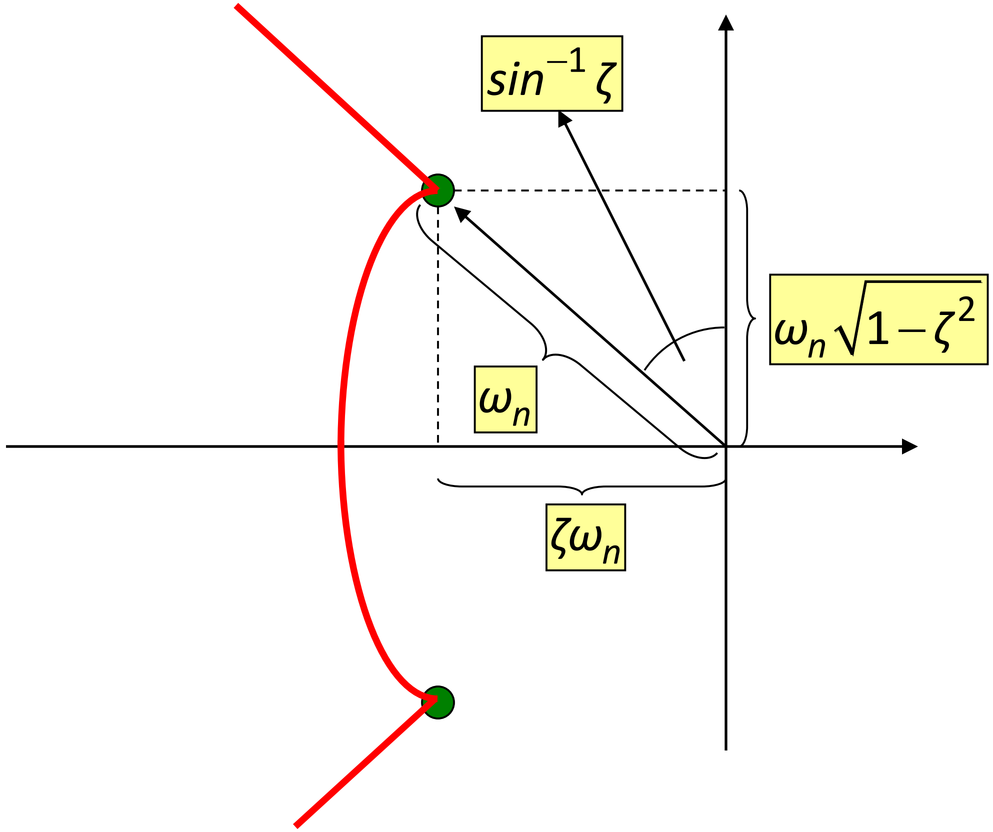
$$x(t)=\left[1-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}cos\left(\omega_d t-\vartheta\right)\right]$$

$$\vartheta=tan^{-1}\left(\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)=sin^{-1}\zeta$$

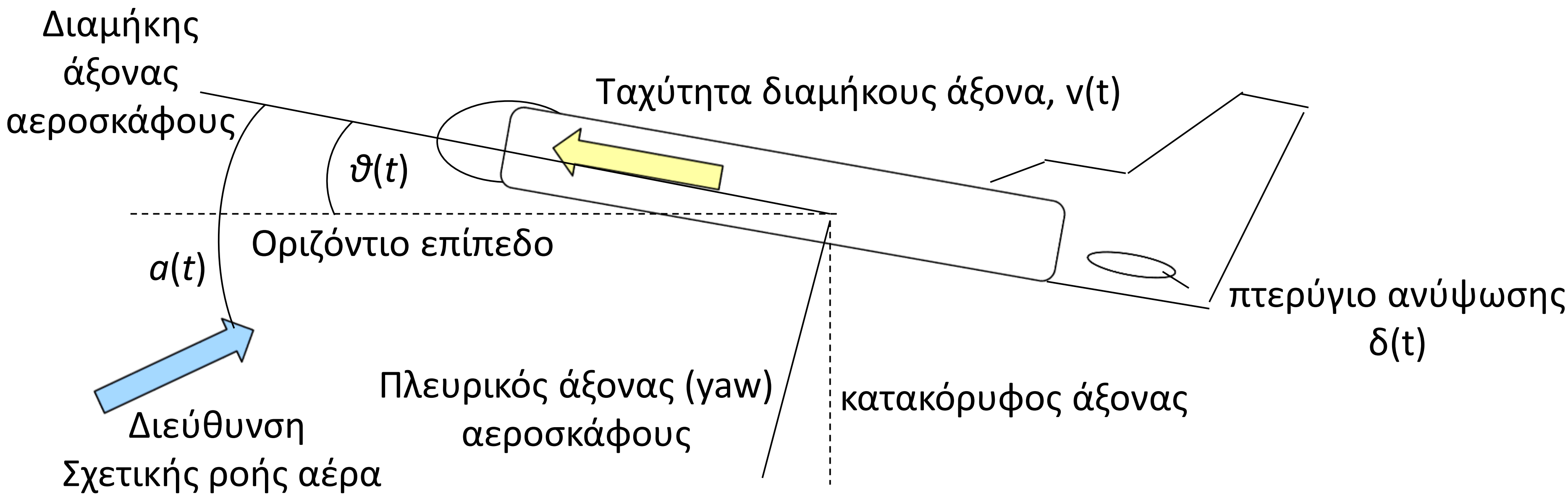
Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης

Πόλοι συστήματος 2ης τάξης.

Για ζ=0 ο πόλος κείται στο μιγαδικό άξονα (ταλαντώσεις χωρίς απόσβεση). Για ζ=1 ο πόλος κείται στον πραγματικό άξονα.



Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης



a: γωνία προσβολής, *v*: ταχύτητα διαμήκους άξονα,
ϑ: γωνία πρόνευσης (pitch) *δ*: γωνία πτερυγίου ανύψωσης.

$$v(s)/\delta(s) = -0.0005(s-70)(s+0.5)\Big/\left[\left(s^2+0.005s+0.006\right)\left(s^2+s+1.4\right)\right]$$

$$a(s)/\delta(s) = -0.02(s+80)\left(s^2+0.0065s+0.006\right)\Big/\left[\left(s^2+0.005s+0.006\right)\left(s^2+s+1.4\right)\right]$$

$$\vartheta(s)/\delta(s) = -1.4(s+0.02)(s+0.4)\Big/\underbrace{\left(s^2+0.005s+0.006\right)\left(s^2+s+1.4\right)}_{\text{Δυο υποσυστήματα } 2^{\text{ης}} \text{ τάξης}}$$

Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης

(s^2+0.005s+0.006)

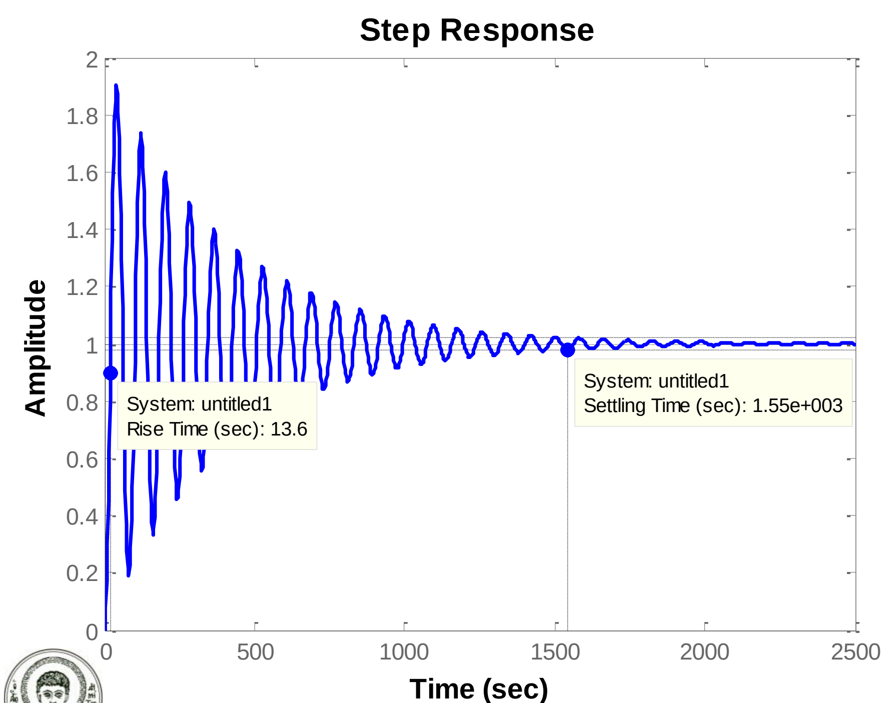
αργά δυναμικά χαρακτηριστικά – χαμηλή απόσβεση

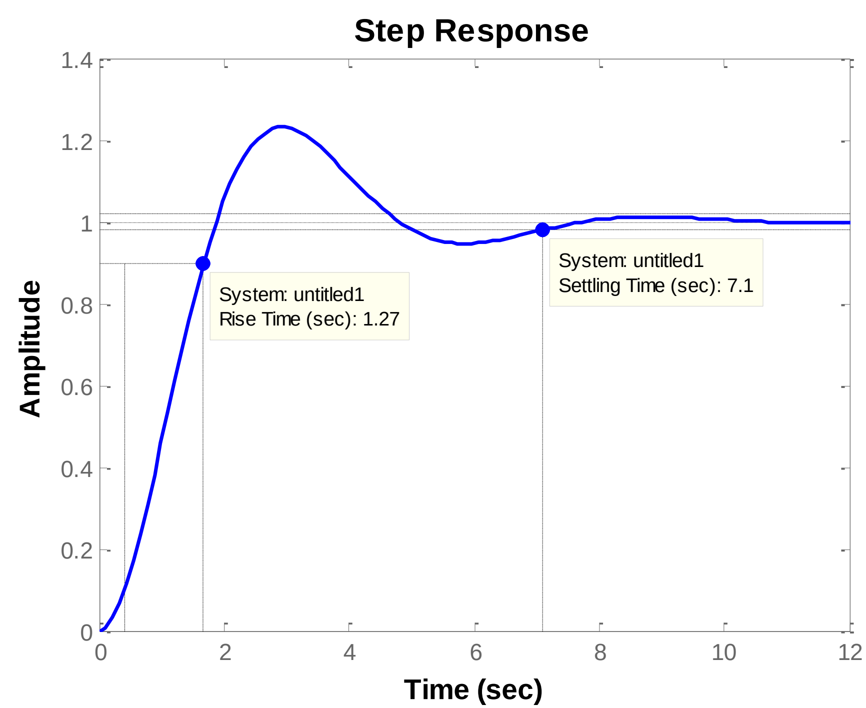
Ιδιοτιμές	ζ	ω_n (rad/s)
-2.50e-03 + 0.0774i	0.0323	0.0775
-2.50e-03 – 0.0774i	0.0323	0.0775

(s^2+s+1.4)

γρήγορα δυναμικά – μεσαία απόσβεση

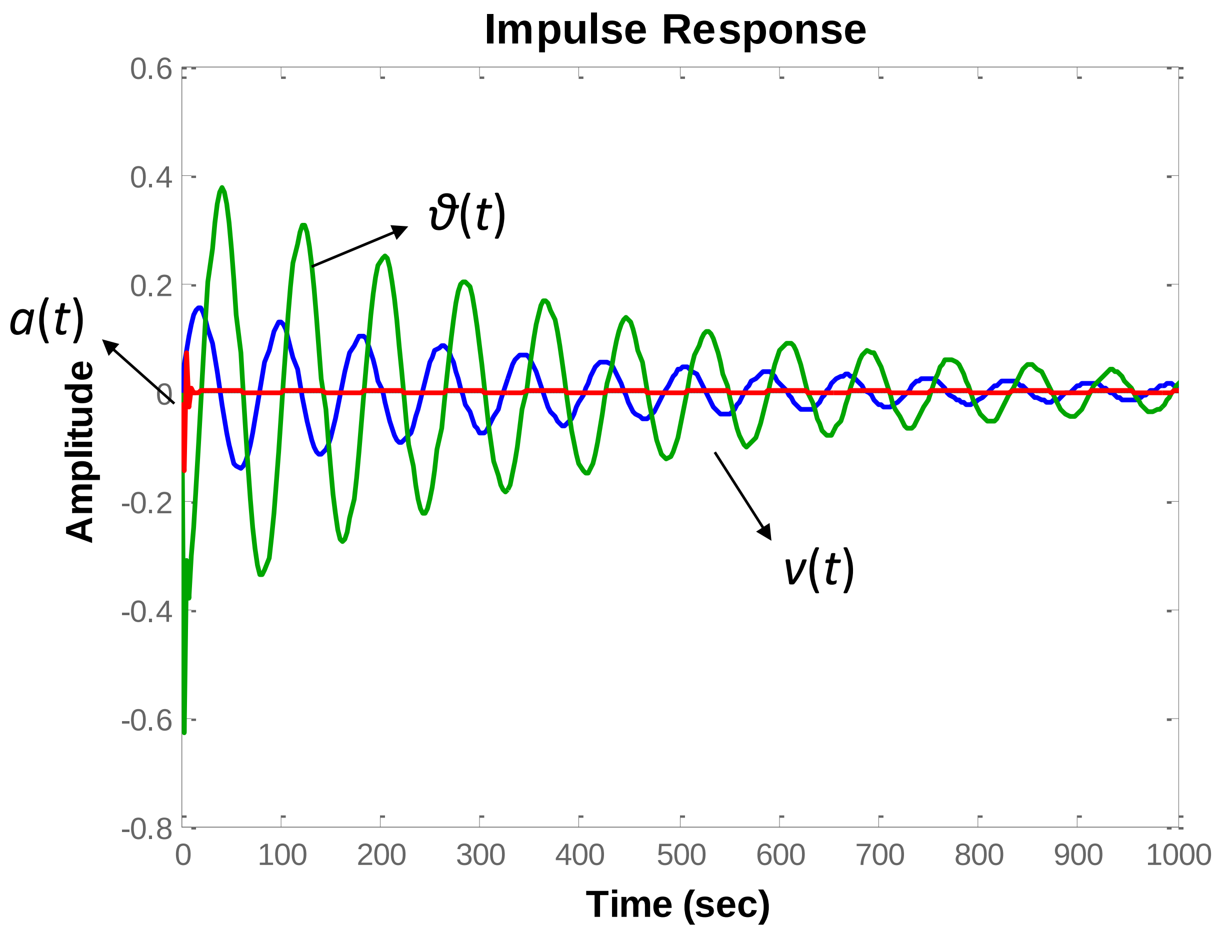
Ιδιοτιμές	ζ	ω_n
-0.5 + 1.07i	0.4226	1.1832
-0.5 - 1.07i	0.4226	1.1832





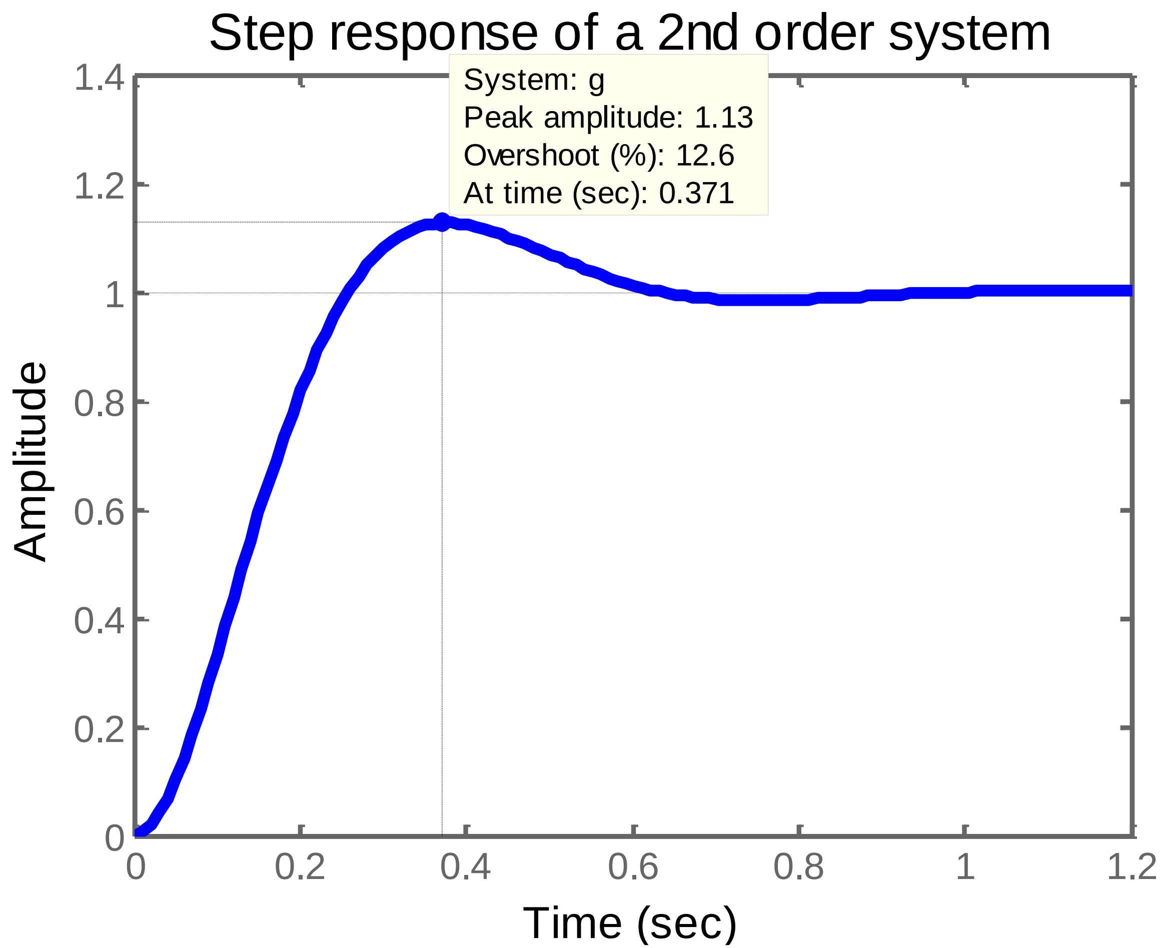
Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης

Στην απόκριση του συστήματος **κυριαρχούν** τα αργά δυναμικά χαρακτηριστικά.



a: γωνία προσβολής, v: ταχύτητα διαμήκους άξονα, ϑ: γωνία πρόνευσης, δ: γωνία πτερυγίου ανύψωσης.

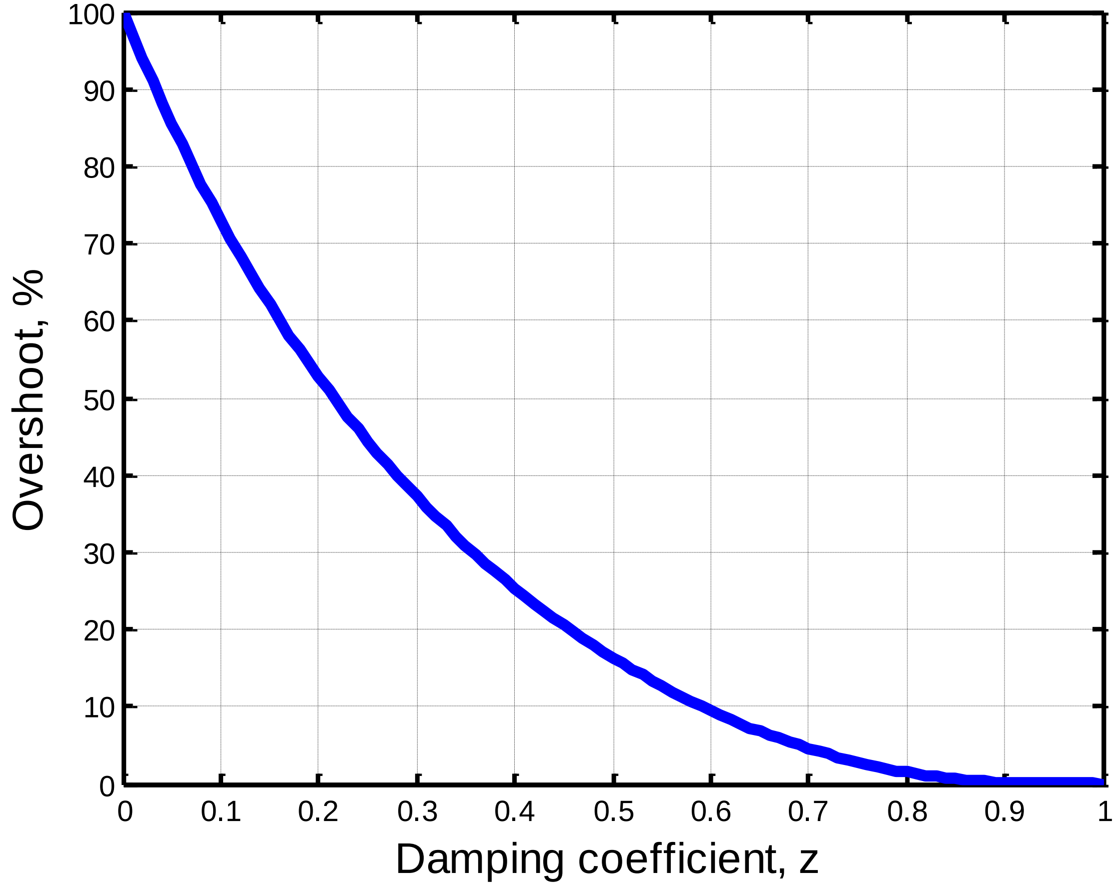
Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης



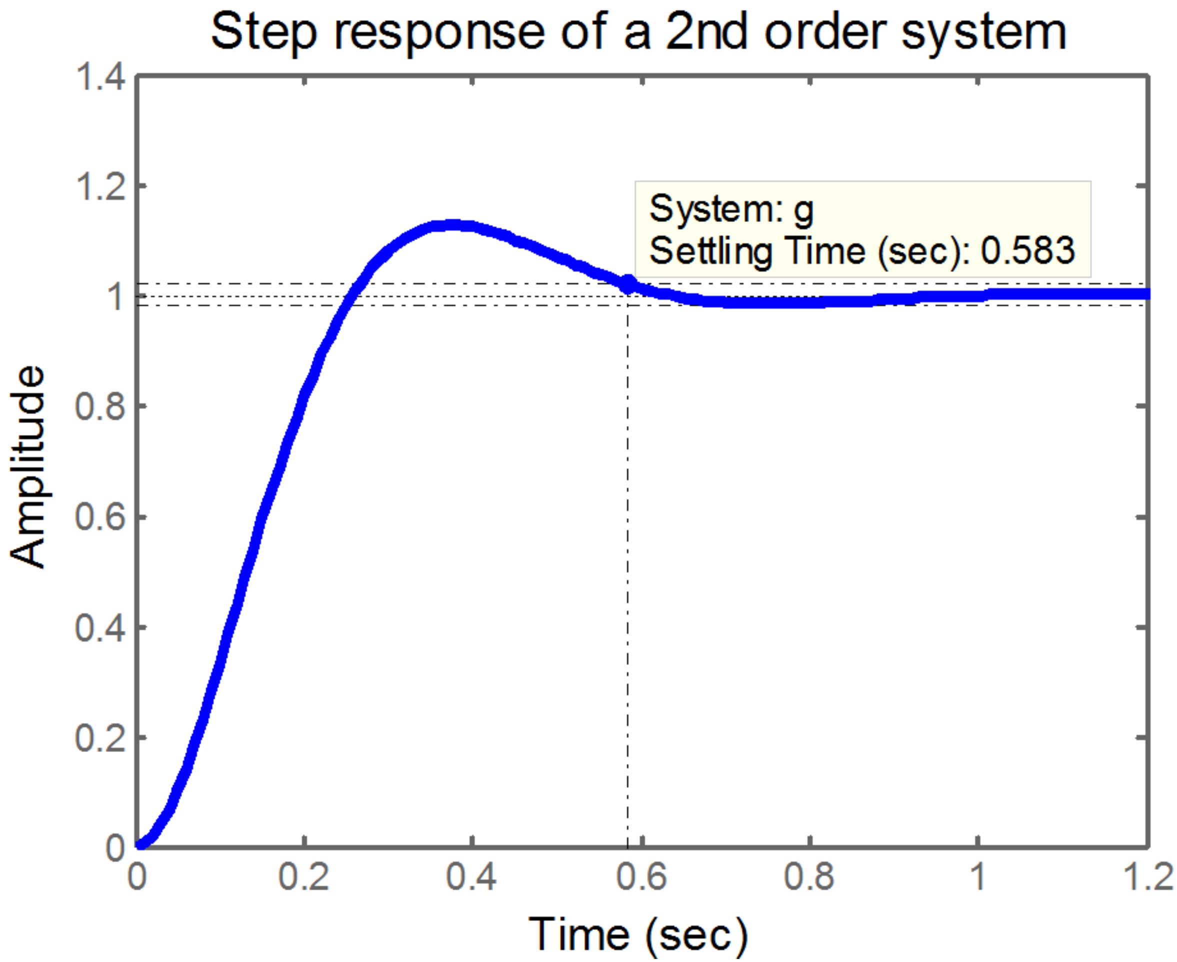
Ποσοστό υπερύψωσης (percentage overshoot): $PO = 100 e^{-\zeta\pi / \sqrt{(1-\zeta^2)}}$

Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης

Μεταβολή μέγιστου ποσοστού υπερύψωσης για συστήματα 2ης τάξης σε σχέση με το συντελεστή απόσβεσης.

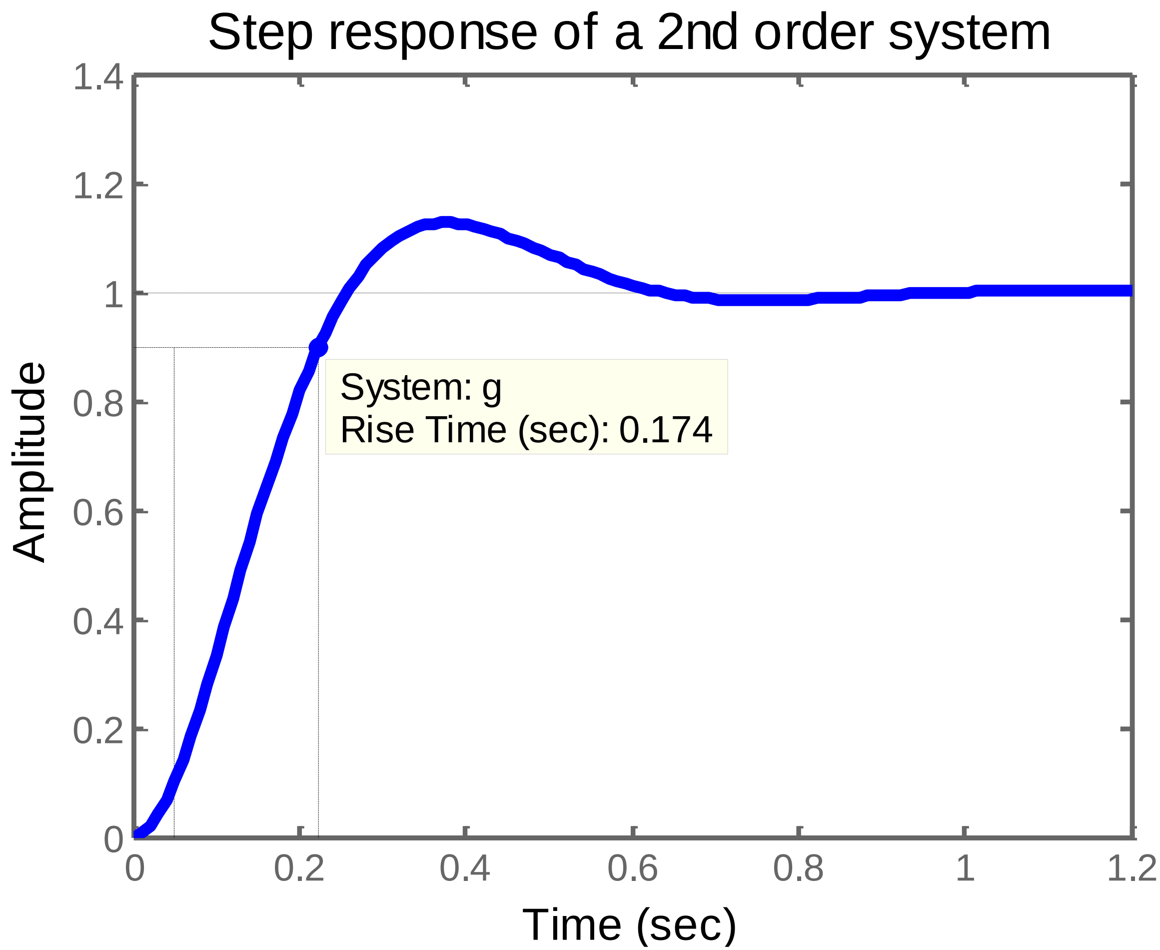


Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης



Χρόνος αποκατάστασης (<2% τελικής τιμής): t_s=4/($\zeta\omega_n$).

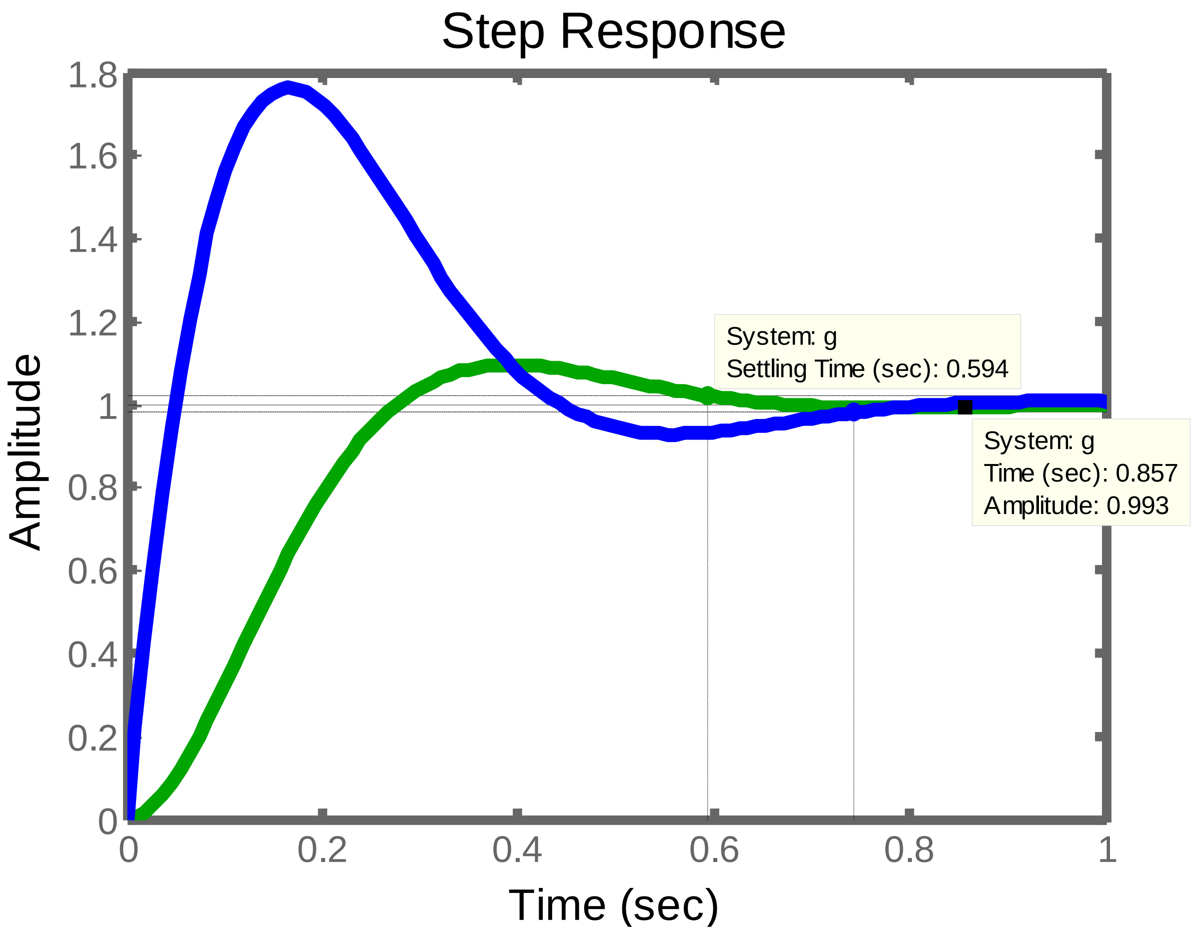
Χαρακτηριστικά συστήματος 2ης τάξης



Χρόνος ανόδου (10%→90%): $t_r=(2.16\zeta+0.6)/\omega_n$

για $\zeta=0.5$ $t_r=1.8/\omega_n$.

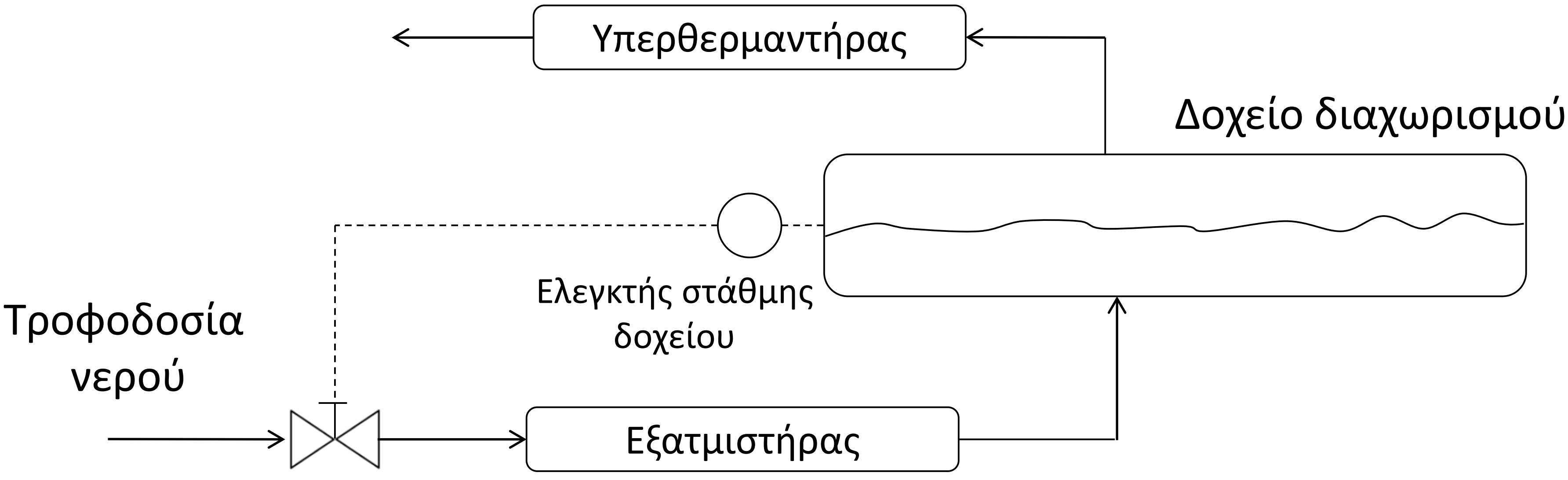
Επίδραση μηδενικού στη δυναμική απόκριση



$$G(s)=\frac{25s+100}{s^2+12s+100}$$

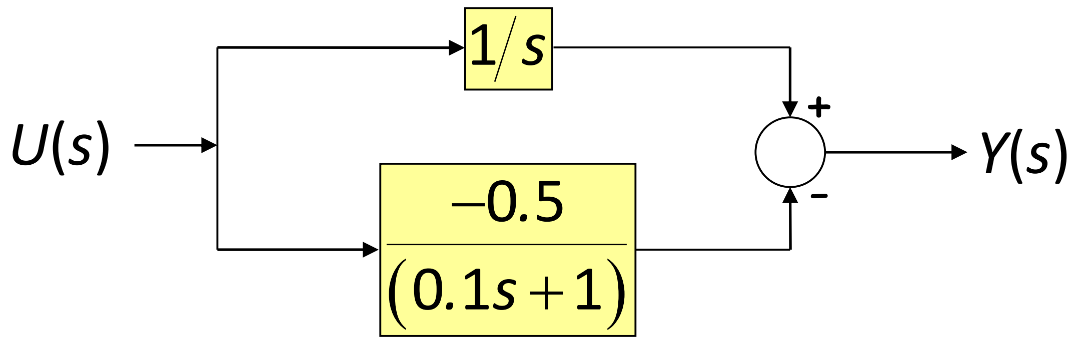
$$G(s)=\frac{100}{s^2+12s+100}$$

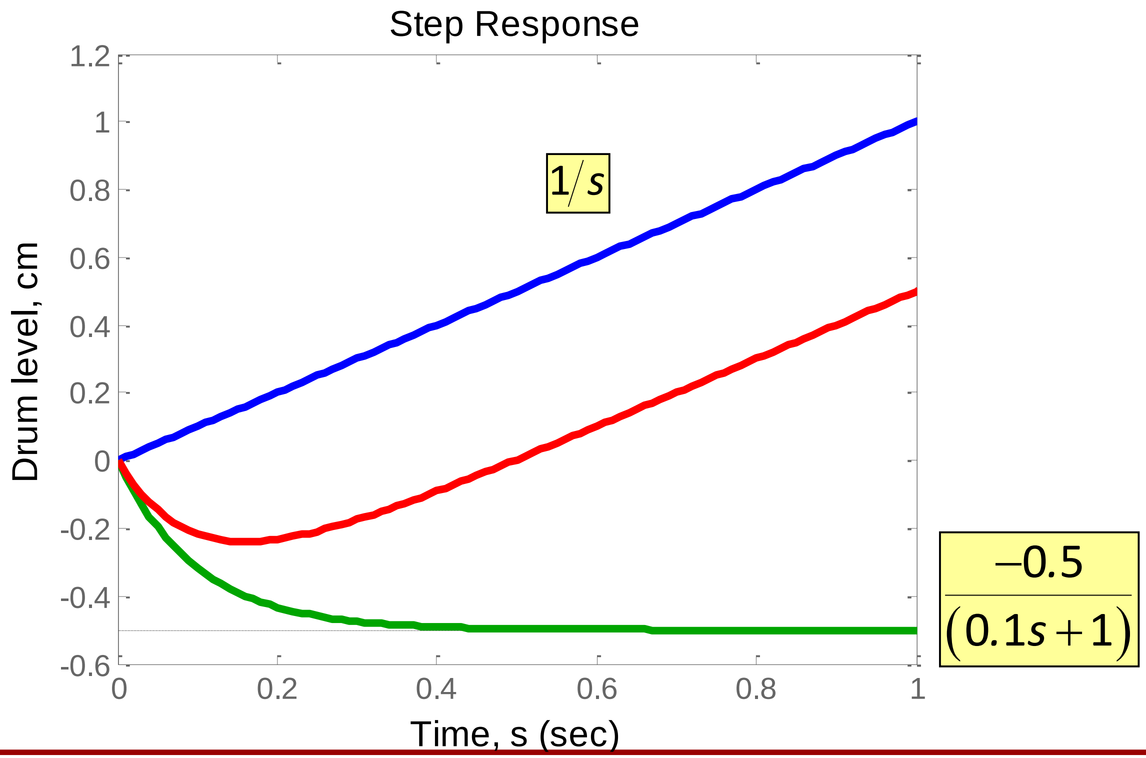
Αντίστροφη απόκριση



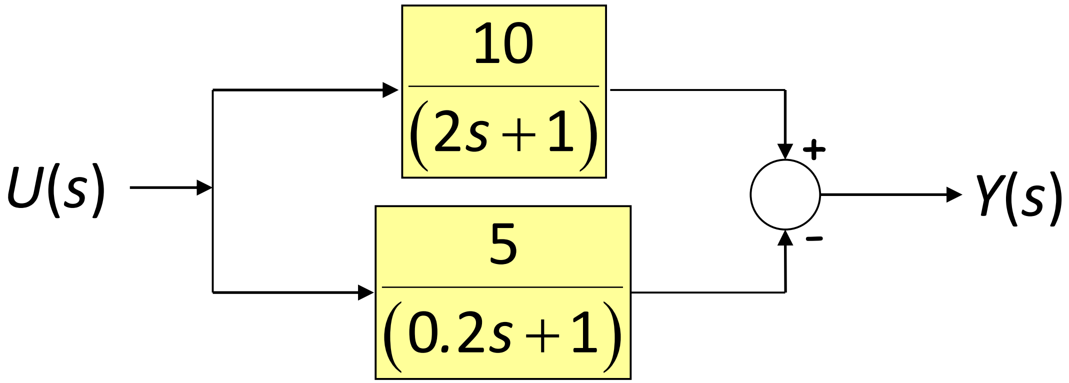
Αύξηση της τροφοδοσίας νερού προκαλεί προσωρινά μείωση της στάθμης του δοχείου λόγω πτώσης της θερμοκρασίας του ατμού (μειώνεται η θερμοκρασία του νερού και συνεπώς αυξάνεται η πυκνότητά του με αποτέλεσμα να μειωθεί ο όγκος του νερού στο δοχείο διαστολής) προτού η στάθμη ανέβει πέρα από το σημείο εκείνο προ της επιβολής της διαταραχής.

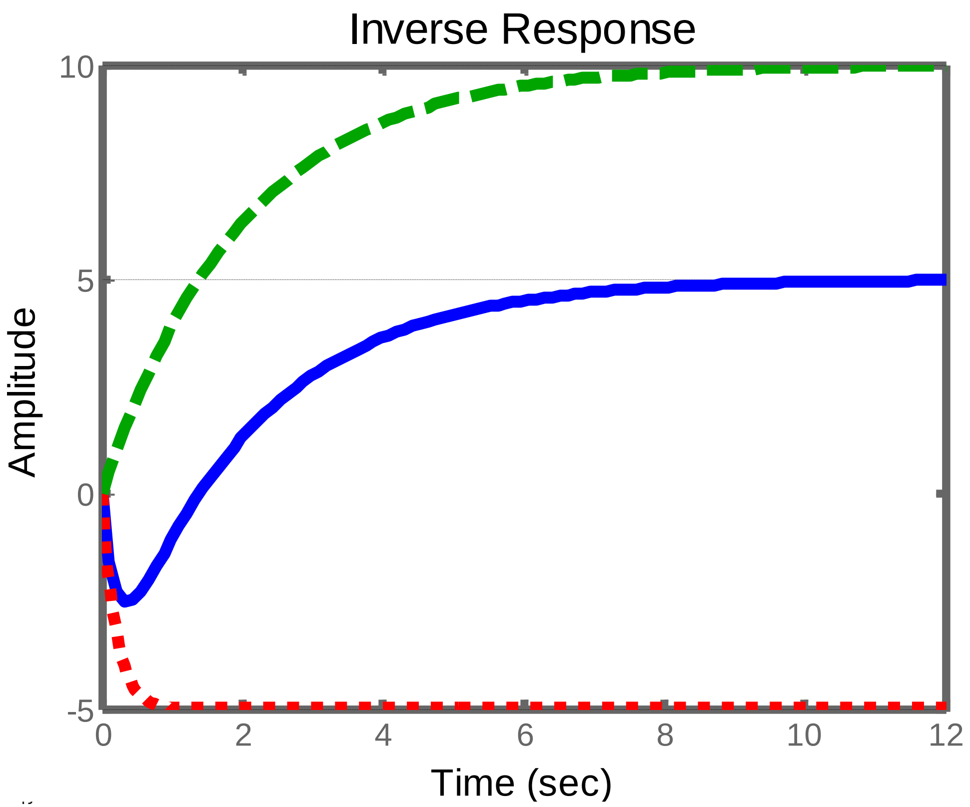
Αντίστροφη απόκριση





Αντίστροφη απόκριση





$$G(s)=\frac{-8s+5}{(0.2s+1)(2s+1)}$$

Μηδενικό με θετικό πραγματικό μέρος.

Να εξηγηθεί πώς αυτή η δυναμική συμπεριφορά μπορεί να επιφέρει σημαντικές δυσκολίες σε ένα σύστημα ελέγχου ανάδρασης.

Συστήματα με καθυστέρηση χρόνου

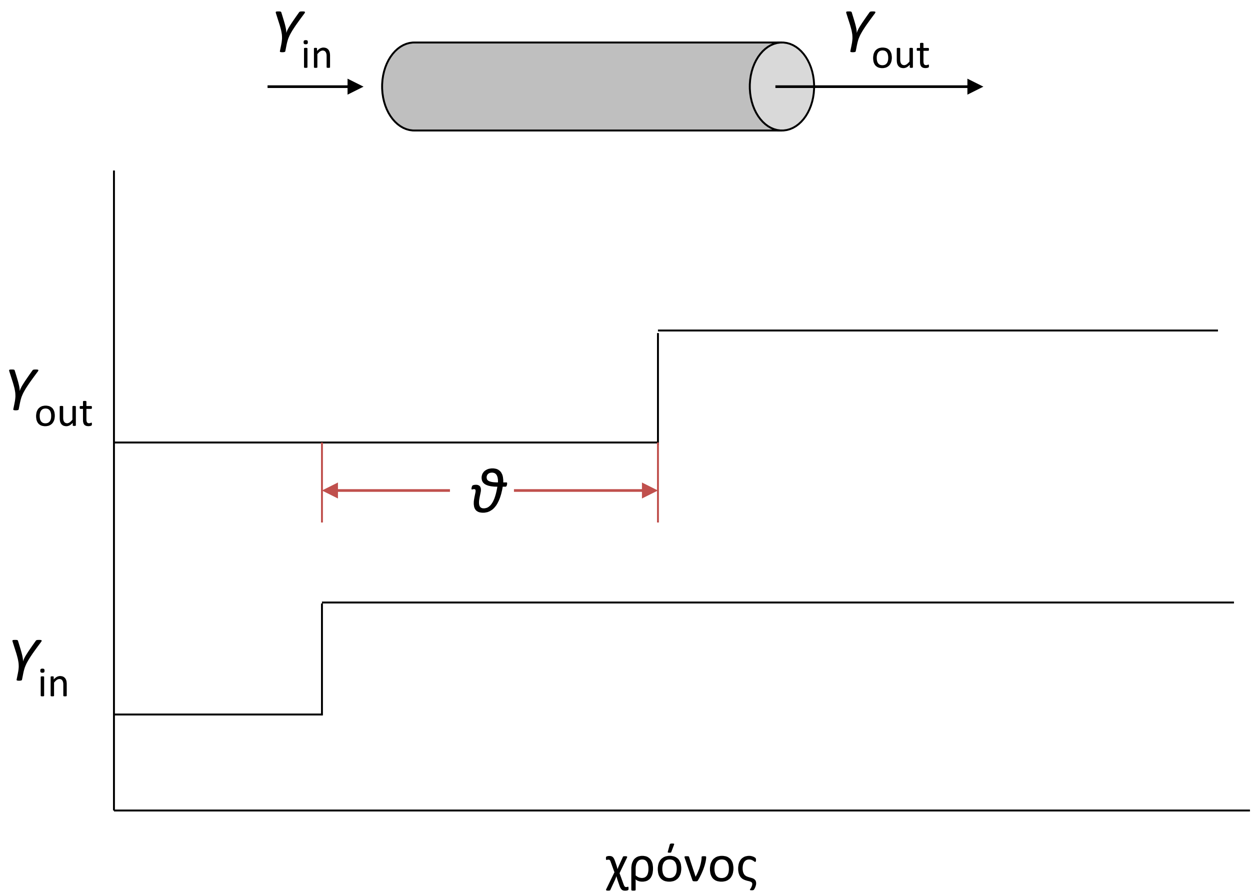
Έννοια καθυστέρησης χρόνου

Ας θεωρήσουμε εμβολική ροή (plug flow) μέσα σε σωλήνα.

Θεωρείται ότι δεν υπάρχει ανάμειξη κατά μήκος του οριζόντιου άξονα του σωλήνα.

Ποια είναι η δυναμική απόκριση της ιδιότητας του ρευστού στην έξοδο (π.χ. συγκέντρωση, θερμοκρασία) σε μια βηματική μεταβολή της ιδιότητας του ρευστού στην είσοδο;

Συστήματα με καθυστέρηση χρόνου



ϑ: καθυστέρηση χρόνου ή νεκρός χρόνος.

Συστήματα με καθυστέρηση χρόνου

Σημαντικό στοιχείο
σε διεργασίες με κυκλοφορία
ρευστών, διάδοση σήματος σε
μεγάλη απόσταση και σε
κυκλοφοριακά μοντέλα οχημάτων.

Το δυναμικό μοντέλο του νεκρού χρόνου είναι:

$$Y_{out}(t) = Y_{in}(t - \vartheta)$$

Ο μετασχηματισμός Laplace για μια μεταβλητή με καθυστέρηση χρόνου είναι:

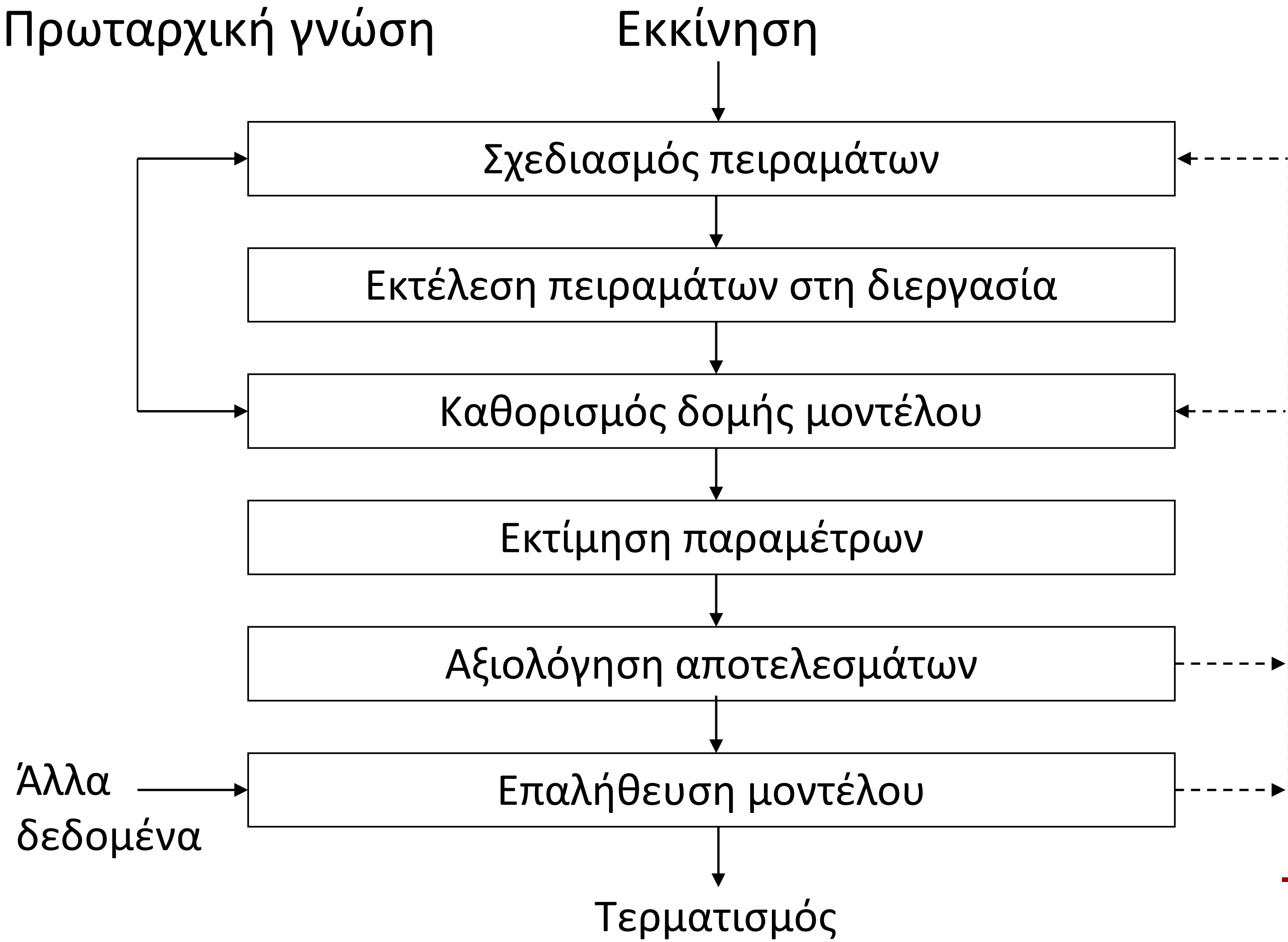
$$L_{?}\left\{Y_{out}(t)\right\} = L\left\{Y_{in}(t - J)\right\} = e^{Js}Y_{in}(s)$$

Αναγνώριση δυναμικών συστημάτων

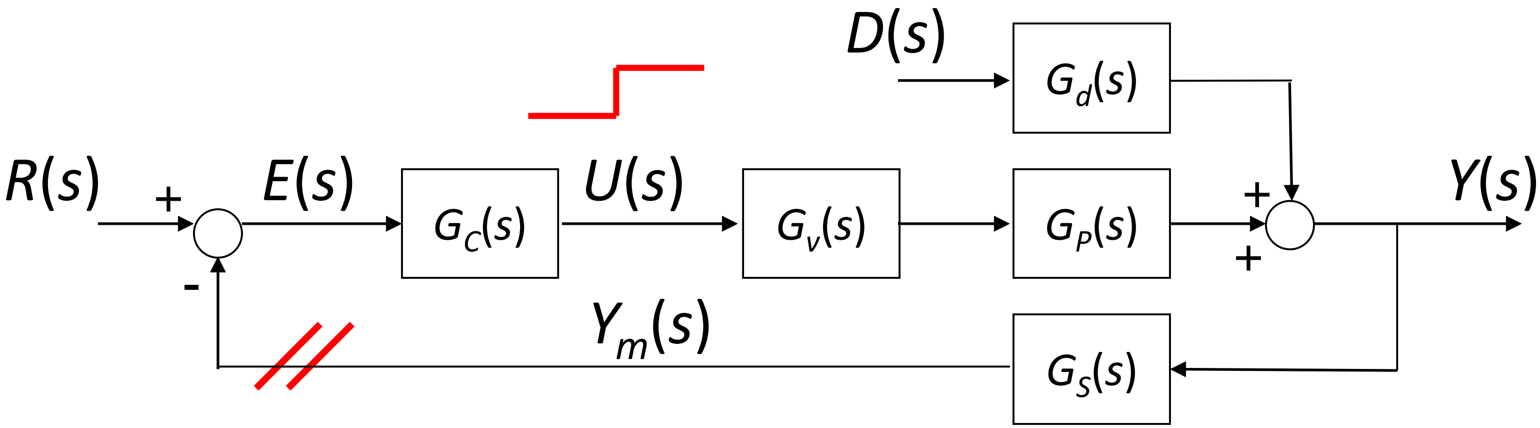
Η αναγνώριση των δυναμικών χαρακτηριστικών των συστημάτων γίνεται με την επιβολή μιας εξαναγκασμένης διέγερσης του συστήματος (π.χ. βηματική μεταβολή, παλμός στις μεταβλητές εισόδου, τυχαία διέγερση) με ταυτόχρονη καταγραφή της συμπεριφοράς των μεταβλητών εξόδου.

Εμπειρική αναγνώριση μοντέλων συστημάτων

Διαδικασία αναγνώρισης προτύπων



Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης



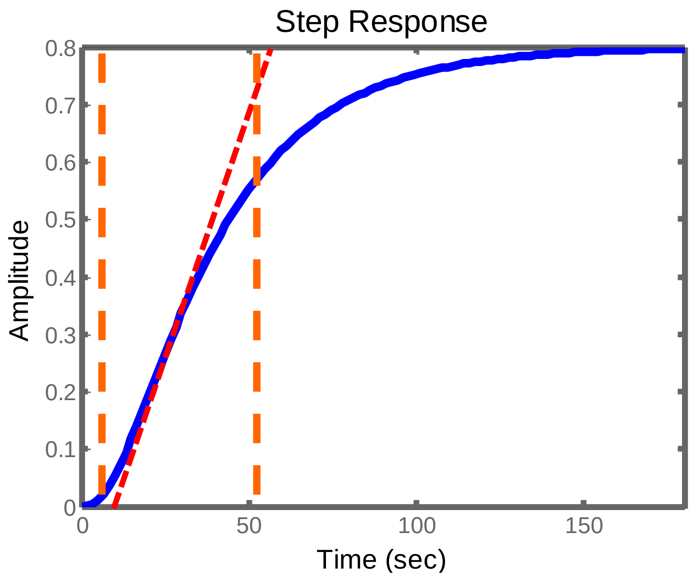
- Τίθεται το σύστημα σε χειροκίνητο έλεγχο (ανοικτός βρόχος).
- Εφαρμόζεται μια βηματική μεταβολή στο σήμα του ενεργοποιητή, αρκετά μεγάλη ώστε να γίνει αισθητή στην έξοδο του συστήματος, αλλά όχι να προκαλέσει την εμφάνιση μη γραμμικών φαινομένων.
- Καταγράφεται η καμπύλη απόκρισης της μεταβλητής εξόδου.
- Προσεγγίζεται η καμπύλη απόκρισης, αν ομοιάζει με σιγμοειδή καμπύλη, με συνάρτηση μεταφοράς 1ης τάξης με νεκρό χρόνο.

Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

$$G(s) = \frac{1}{(10s+1)} \frac{50}{(30s+1)} \frac{0.016}{(3s+1)} \approx \frac{Ke^{-\vartheta s}}{(\tau s+1)}$$

$$G_A(s) \approx \frac{0.8e^{-7.2s}}{(54.3s+1)}$$

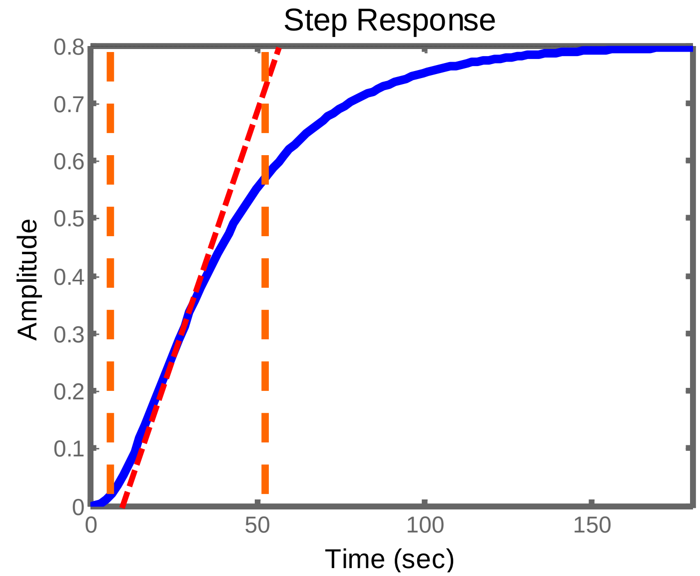
$$G_B(s) \approx \frac{0.8e^{-7.2s}}{(37.1s+1)}$$



- Φέρουμε την εφαπτόμενη από το σημείο μέγιστης κλίσης της σιγμοειδούς καμπύλης απόκρισης.
- Η τομή της εφαπτομένης με τον άξονα του χρόνου προσδιορίζει προσεγγιστικά το νεκρό χρόνο, ϑ.
- Η ασύμπτωτος στην καμπύλη απόκρισης για $t \to \infty$ χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του κέρδους $K = \Delta Y_m / \Delta U$.
- Προσεγγίζουμε τη σταθερά χρόνου από το χρόνο που η απόκριση χρειάζεται για να φθάσει το 63.2% της τελικής τιμής (αφαιρούμε την καθυστέρηση χρόνου).
- Εναλλακτικά υπολογίζεται από το σημείο τομής της καθέτου από το σημείο τομής της εφαπτομένης με την τελική τιμή της διεργασίας με τον οριζόντιο άξονα.

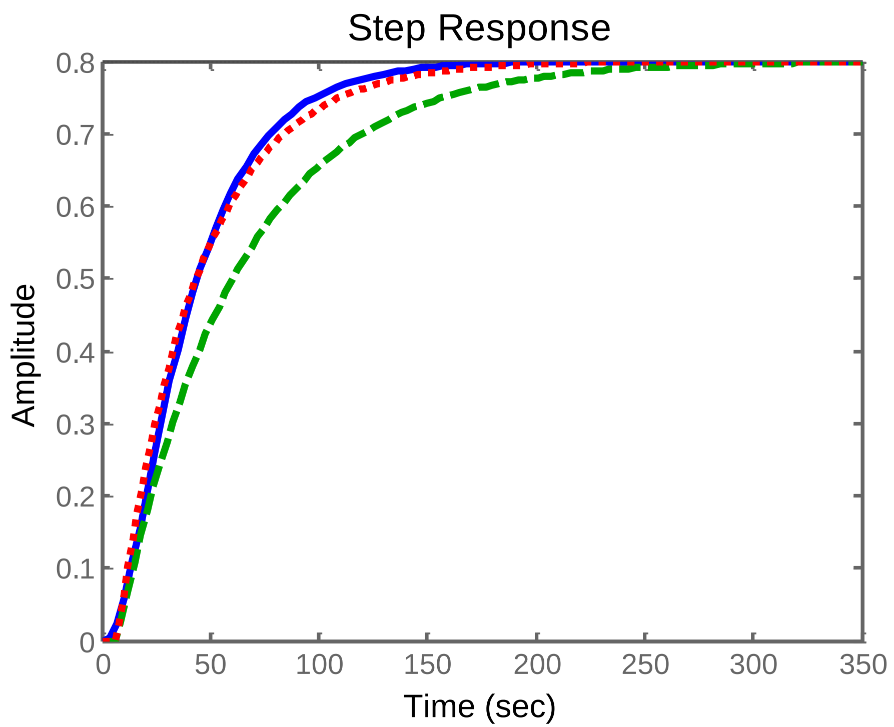
Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

$$G(s)=\frac{1}{(10s+1)}\frac{50}{(30s+1)}\frac{0.016}{(3s+1)}\approx\frac{Ke^{-\vartheta s}}{(\tau s+1)}$$



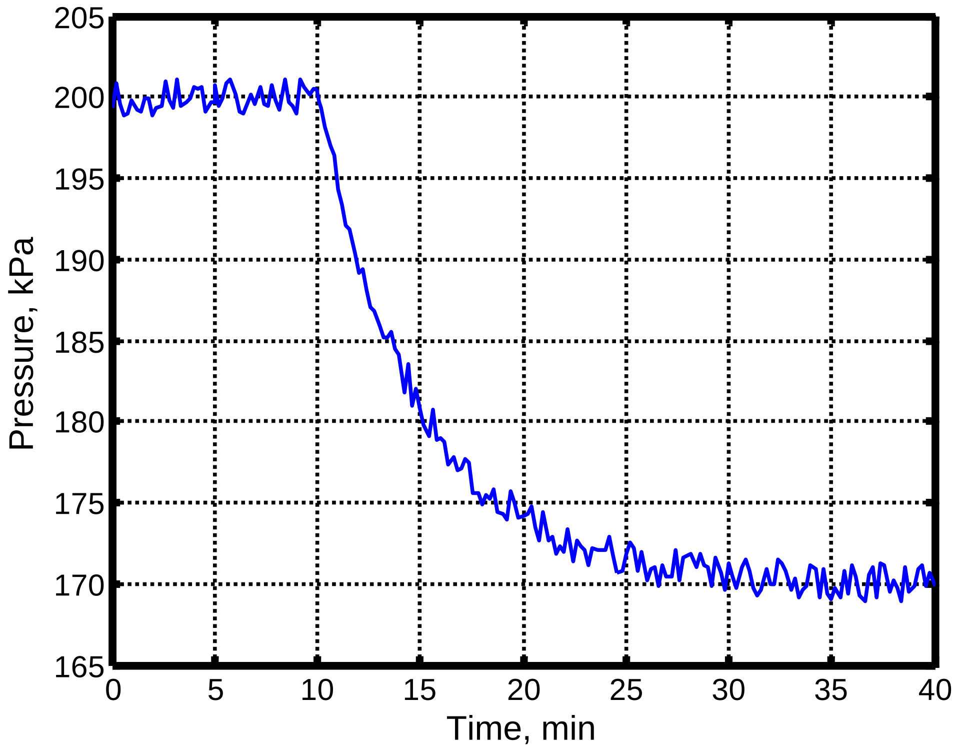
$$G_A(s)\approx\frac{0.8e^{-7.2s}}{(54.3s+1)}$$

$$G_B(s)\approx\frac{0.8e^{-7.2s}}{(37.1s+1)}$$



Παράδειγμα

Δυναμική απόκριση της πίεσης σε ένα δοχείο που υπόκειται σε βηματική μεταβολή της θέσης της βάνας διαφυγής κατά 5% τη χρονική στιγμή 5 min.



Να προσδιορισθούν το κέρδος, η σταθερά χρόνου και η πιθανή καθυστέρηση χρόνου του δυναμικού συστήματος.

Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Εξαγάγει τα πλήρη χαρακτηριστικά της δυναμικής απόκρισης ενός συστήματος 1ης, 2ης και ανώτερης τάξης χωρίς επίλυση στο πεδίο του χρόνου.
- Εκτιμά τα χαρακτηριστικά της δυναμικής απόκρισης συστημάτων με καθυστέρηση χρόνου και μηδενικό στο δεξί μιγαδικό ημι-επίπεδο (μηδενικό με θετικό πραγματικό μέρος).
- Εκτιμά την ευστάθεια ενός δυναμικού συστήματος.

Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Υπολογίζει το εύρος τιμών παραμέτρων του συστήματος για την εξασφάλιση ευσταθούς συμπεριφοράς με το κριτήριο Routh-Hurwitz.
- Αναγνωρίζει την τάξη ενός συστήματος από πειραματικά δεδομένα.
- Προσεγγίζει τη δυναμική συμπεριφορά ενός συστήματος με μοντέλο 1ης τάξης με καθυστέρηση χρόνου με χρήση πειραματικών δεδομένων.

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δρ Αθανάσιος Ι. Παπαδόπουλος
Δρ Αγγελική Μονέδα

Θεσσαλονίκη, Μάιος 2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης