



# Αυτόματος Έλεγχος

Ενότητα 12<sup>η</sup>: Συστήματα ελέγχου πολλαπλών  
βρόχων ανάδρασης

Παναγιώτης Σεφερλής



Εργαστήριο Δυναμικής Μηχανών  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



## Στόχοι της ενότητας

- Μελέτη και ανάλυση συστημάτων πολλαπλών βρόχων ανάδρασης.
- Σχεδιασμός συστημάτων ελέγχου πολλαπλών βρόχων ανάδρασης.



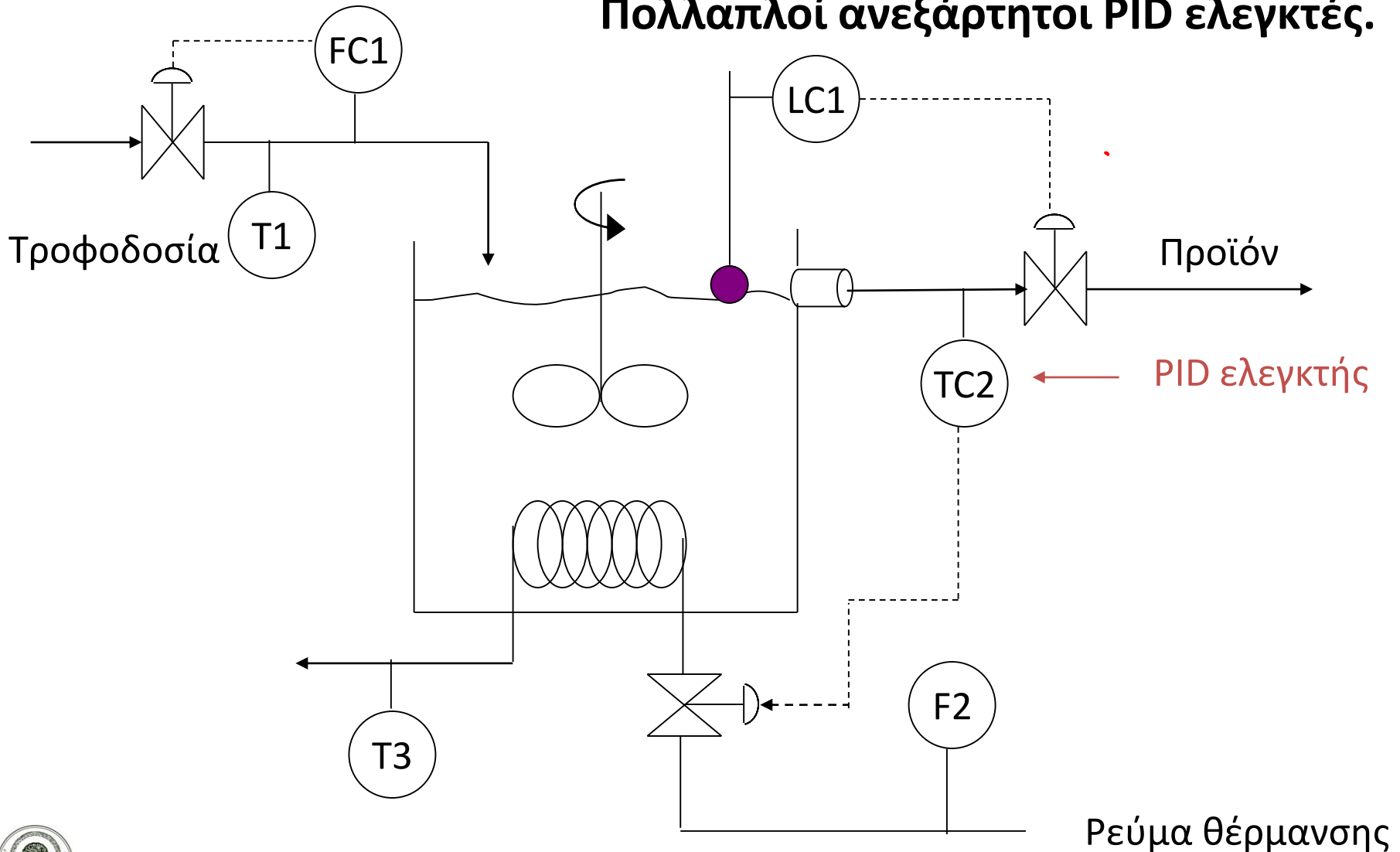
## Περίληψη της ενότητας

- Χαρακτηριστικά συστημάτων ελέγχου πολλαπλών βρόχων ανάδρασης.
- Αλληλεπίδραση πολλαπλών βρόχων ανάδρασης.
- Ρυθμισιμότητα συστημάτων πολλαπλών μεταβλητών.
- Επιλογή ρυθμιζόμενων και χειραγωγούμενων μεταβλητών.
- Επιλογή βρόχων – ζευγάρισμα μεταβλητών.
- Σχεδίαση ελεγκτών πολλαπλών βρόχων ανάδρασης.

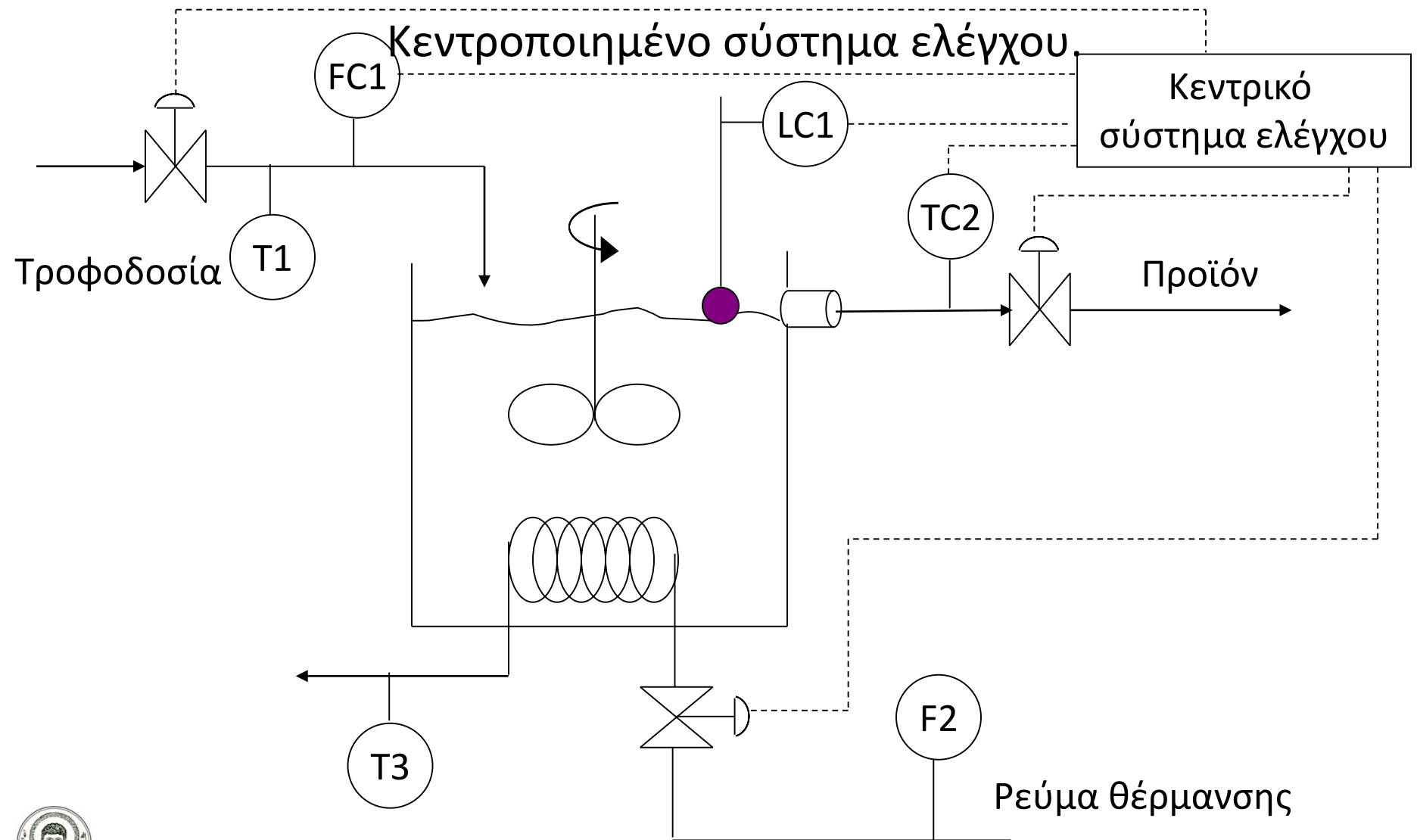


# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Πολλαπλοί ανεξάρτητοι PID ελεγκτές.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Βασικές ερωτήσεις για τη σχεδίαση συστημάτων ελέγχου πολλαπλών βρόχων ανάδρασης.

1. Υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου-εξόδου;

- Αν δεν υπάρχει αλληλεπίδραση → Τότε έχουμε προβλήματα απλών βρόχων.

2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;

- Μπορούμε να ρυθμίσουμε τις συγκεκριμένες ρυθμιζόμενες μεταβλητές (PM) με τις διαθέσιμες χειραγωγούμενες μεταβλητές (XM);

3. Ποια είναι η στατική και δυναμική συμπεριφορά του συστήματος;

- Για ποιο εύρος διαταραχών μπορούμε να διατηρήσουμε τις PM κοντά στο σημείο αναφοράς τους;





# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Ποια είναι η διαφορά όταν έχουμε πολλαπλές ΡΜ και ΧΜ;

Αλληλεπίδραση μεταξύ μεταβλητών εισόδου και μεταβλητών εξόδου.

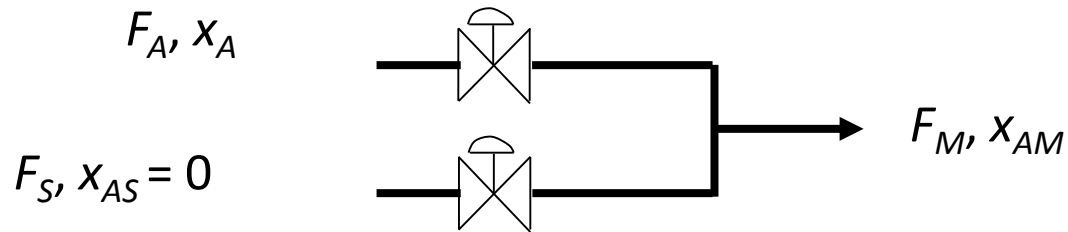
Ορισμός: Μια διεργασία πολλαπλών μεταβλητών έχει αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών όταν μια μεταβλητή εισόδου (χειραγωγούμενη) επηρεάζει περισσότερες από μία μεταβλητές εξόδου (ρυθμιζόμενες).



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Πώς μπορεί να προσδιοριστεί πόση αλληλεπίδραση υπάρχει;

Πρώτος τρόπος – Θεμελιώδης προτυποποίηση.



Μη γραμμικό πρότυπο

$$\begin{aligned} F_A + F_S &= F_M \\ F_A x_A + \cancel{F_S x_{AS}} &= F_M x_{AM} \end{aligned}$$

Γραμμικοποιημένο πρότυπο

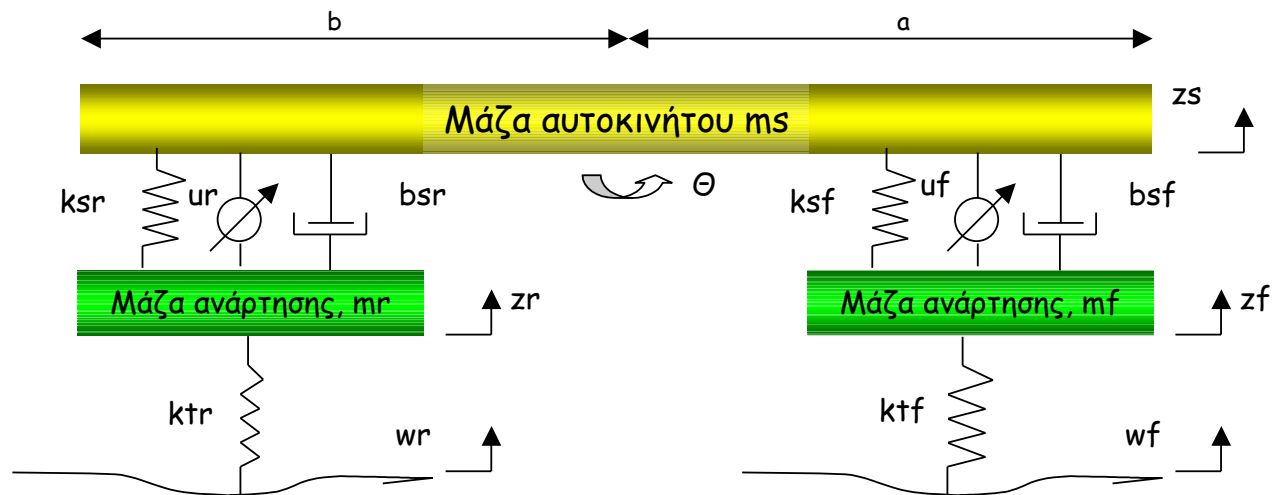
$$\begin{aligned} F'_M &= F'_A + F'_S \\ x'_{AM} &= \left[ \frac{F_S}{(F_S + F_A)^2} \right]_{SS} F'_A + \left[ \frac{-F_A}{(F_S + F_A)^2} \right]_{SS} F'_S \end{aligned}$$



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Πώς μπορεί να προσδιοριστεί πόση αλληλεπίδραση υπάρχει;

**Δεύτερος τρόπος – Εμπειρική προτυποποίηση.**



Βηματική ή αρμονική μεταβολή στις χειραγωγούμενες δυνάμεις  $u_r$  και  $u_f$ .

Καταγραφή της δυναμικής απόκρισης των μεταβλητών εξόδου (μετατοπίσεις, επιταχύνσεις).



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Πώς μπορεί να προσδιοριστεί πόσο ισχυρή αλληλεπίδραση υφίσταται;

Αν το στατικό μοντέλο έχει διαγώνια μορφή τότε δεν υφίσταται αλληλεπίδραση.

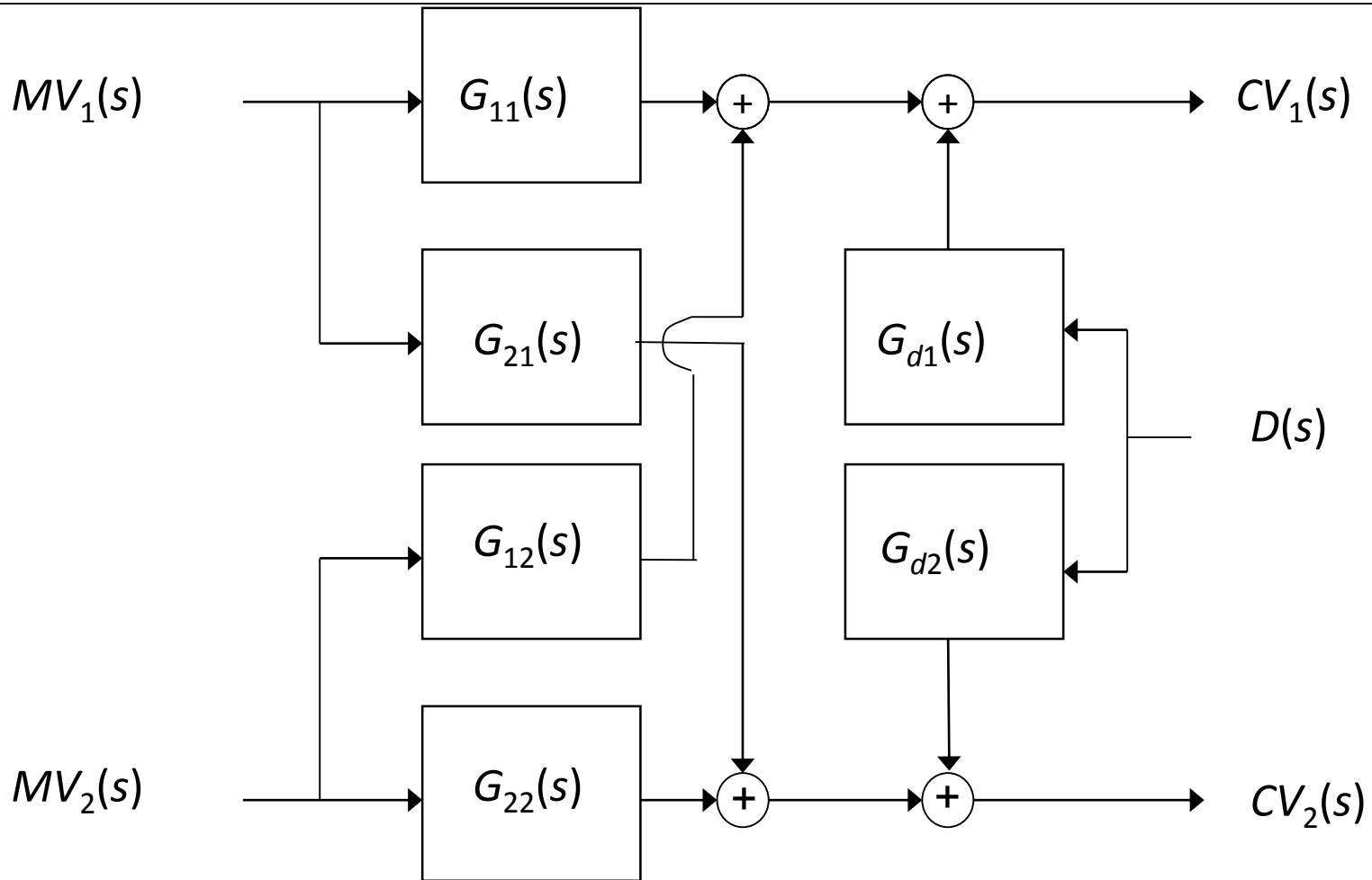
$$\begin{bmatrix} CV_1 \\ CV_2 \\ CV_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1 \\ MV_2 \\ MV_3 \end{bmatrix}$$

Αν κάποιο μη διαγώνιο στοιχείο (κέρδος) είναι μη μηδενικό τότε υφίσταται αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου-εξόδου.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Διάγραμμα βαθμίδων για την αναπαράσταση μιας δυναμικής διεργασίας 2x2.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Συναρτήσεις μεταφοράς σε σύστημα 2x2.

$$\begin{bmatrix} CV_1(s) \\ CV_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1(s) \\ MV_2(s) \end{bmatrix}$$

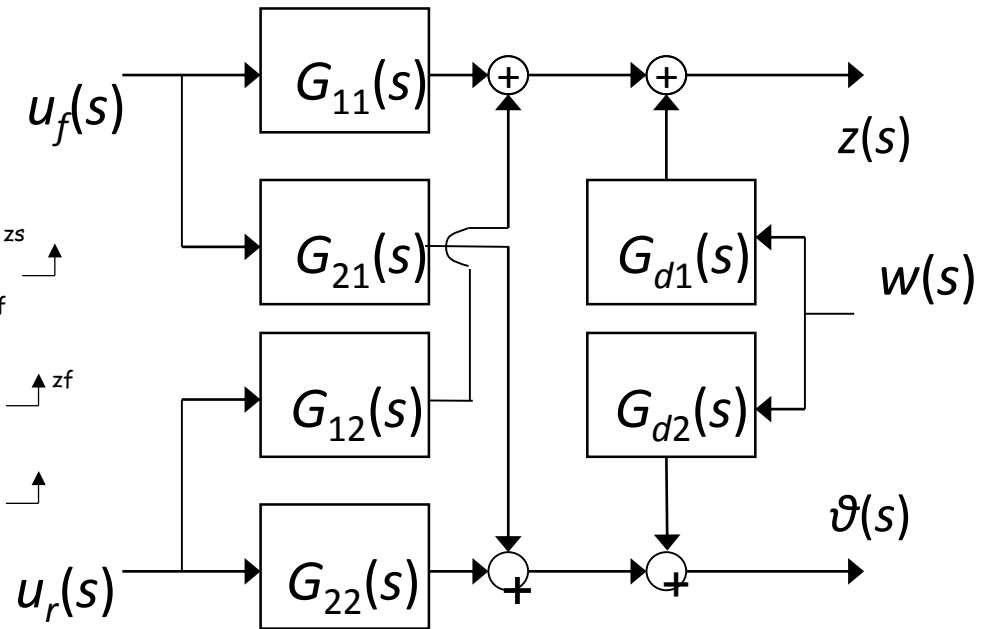
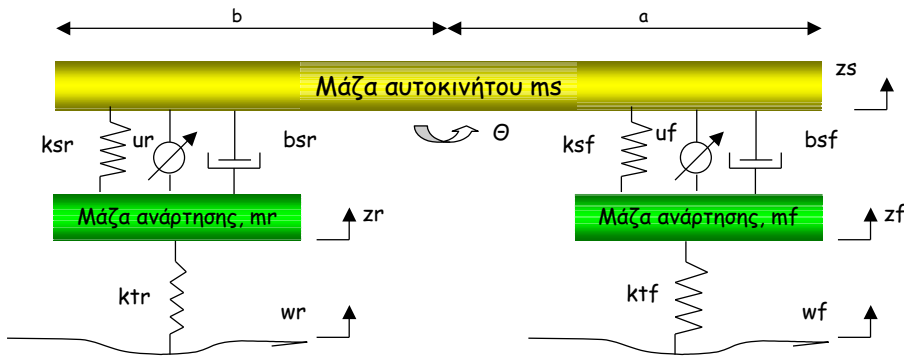
Σε μόνιμη κατάσταση ( $K$  στατικά κέρδη).

$$\begin{bmatrix} CV_{1,ss} \\ CV_{2,ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_{1,ss} \\ MV_{2,ss} \end{bmatrix}$$



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Διάγραμμα βαθμίδων πολλαπλών μεταβλητών



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Βασικές ερωτήσεις για τη σχεδίαση συστημάτων ελέγχου πολλαπλών βρόχων

1. Υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου-εξόδου;

- Αν δεν υπάρχει αλληλεπίδραση → Τότε έχουμε προβλήματα απλών βρόχων.

2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;

- Μπορούμε να ρυθμίσουμε τις συγκεκριμένες ρυθμιζόμενες μεταβλητές (PM) με τις διαθέσιμες χειραγωγούμενες μεταβλητές ΧΜ;

3. Ποια είναι η στατική και δυναμική συμπεριφορά του συστήματος;

- Για ποιο εύρος διαταραχών μπορούμε να διατηρήσουμε τις PM κοντά στο σημείο αναφοράς τους;





# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Βαθμοί ελευθερίας

Πώς μπορεί να προσδιοριστεί ο μέγιστος αριθμός ρυθμιζόμενων μεταβλητών που μπορούν να ελεγχθούν στη διεργασία;

Προϋπόθεση για μια πετυχημένη σχεδίαση συστήματος ελέγχου είναι:

**Αριθμός ανεξάρτητων ενεργοποιητών  $\geq$  Αριθμός των ρυθμιζόμενων μεταβλητών**

Ωστόσο αυτό δεν εγγυάται τον έλεγχο των PM, καθώς πρέπει κάθε PM να επηρεάζεται από τουλάχιστον μια XM.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Ελεγχιμότητα

Ένα σύστημα είναι ελέγξιμο, αν οι ρυθμιζόμενες μεταβλητές μπορούν να διατηρηθούν στο σημείο αναφοράς τους σε μόνιμη κατάσταση παρόλη την επίδραση διαταραχών στο σύστημα.

Μοντέλο  
συστήματος  
2x2

$$\begin{bmatrix} CV_1 \\ CV_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1 \\ MV_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{d1} \\ K_{d2} \end{bmatrix} D$$

Ένα σύστημα είναι ελέγξιμο όταν το μητρώο κέρδους της διεργασίας,  $K$ , είναι αντιστρέψιμο (η ορίζουσα του είναι  $\neq 0$ ).



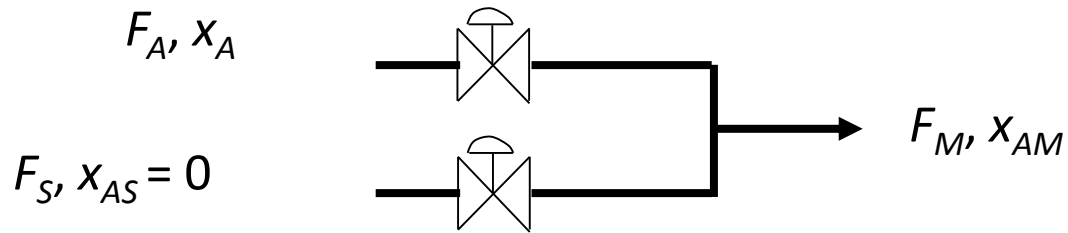
# Αλληλεπίδραση - Ελεγχιμότητα

Μητρώο στατικού κέρδους συστήματος 2x2	Είναι το σύστημα ελέγξιμο; Αντίστροφος $\mathbf{K}$	Ποια είναι η θέση των $MV_1$ και $MV_2$ όταν: $CV_1=1, CV_2=1$	$CV_1=1, CV_2=0$	$CV_1=1, CV_2=0, K_{11}=0.98$
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$MV_1 = 1$ $MV_2 = 1$	$MV_1 = 1$ $MV_2 = 0$	$MV_1 = 1.02$ $MV_2 = 0$
$\begin{bmatrix} 1 & 0.75 \\ 0.75 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2.2857 & -1.7143 \\ -1.7143 & 2.2857 \end{bmatrix}$	$MV_1 = 0.57$ $MV_2 = 0.57$	$MV_1 = 2.29$ $MV_2 = -1.71$	$MV_1 = 2.4$ $MV_2 = -1.8$
$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.2632 & -4.7368 \\ -4.7368 & 5.2632 \end{bmatrix}$	$MV_1 = 0.53$ $MV_2 = 0.53$	$MV_1 = 5.26$ $MV_2 = -4.74$	$MV_1 = 5.88$ $MV_2 = -5.39$
$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	<b>Δεν υπάρχει αντίστροφος. Σύστημα μη ελέγξιμο.</b>			
$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$MV_1 = 0$ $MV_2 = 1$	$MV_1 = 1$ $MV_2 = 0$	$MV_1 = 1.02$ $MV_2 = 0$

# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Παράδειγμα: Διεργασία ανάμιξης

- Είναι οι ρυθμιζόμενες μεταβλητές ανεξάρτητα ελέγξιμες;
- Υφίσταται αλληλεπίδραση;



$$F'_M = F'_A + F'_S$$
$$x'_{AM} = \left[ \frac{F_S}{(F_S + F_A)^2} \right]_{SS} F'_A + \left[ \frac{-F_A}{(F_S + F_A)^2} \right]_{SS} F'_S$$

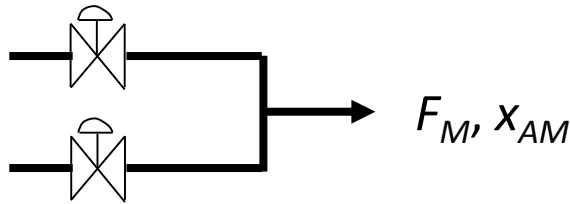


# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Παράδειγμα: Διεργασία ανάμιξης

- Είναι οι ρυθμιζόμενες μεταβλητές ανεξάρτητα ελέγξιμες;
- Υφίσταται αλληλεπίδραση;

$$F_A, x_A$$
$$F_S, x_{AS} = 0$$



$$F'_M = F'_A + F'_S$$
$$x'_{AM} = \left[ \frac{F_S}{(F_S + F_A)^2} \right]_{SS} F'_A + \left[ \frac{-F_A}{(F_S + F_A)^2} \right]_{SS} F'_S$$

$$\det(K) = \frac{-F_A^2}{(F_A + F_S)^2} - \frac{F_S^2}{(F_A + F_S)^2} \neq 0$$

Το σύστημα είναι ρυθμίσιμο!



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Ελεγχιμότητα

Συμπεράσματα σχετικά με τη ελεγχιμότητα.

Έλλειψη ρυθμισιμότητας όταν:

1. Μια ΡΜ δεν επηρεάζεται από κάποια ΧΜ.
2. Μια ΧΜ δεν επηρεάζει κάποια από τις ΡΜ.
3. Έλλειψη ανεξάρτητων επιδράσεων.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Βασικές ερωτήσεις για τη σχεδίαση συστημάτων ελέγχου πολλαπλών βρόχων

1. Υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών εισόδου-εξόδου;

- Αν δεν υπάρχει αλληλεπίδραση → Τότε έχουμε προβλήματα απλών βρόχων.

2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;

- Μπορούμε να ρυθμίσουμε τις συγκεκριμένες ρυθμιζόμενες μεταβλητές (PM) με τις διαθέσιμες χειραγωγούμενες μεταβλητές ΧΜ;

3. Ποια είναι η στατική και δυναμική συμπεριφορά του συστήματος;

- Για ποιο εύρος διαταραχών μπορούμε να διατηρήσουμε τις PM κοντά στο σημείο αναφοράς τους;

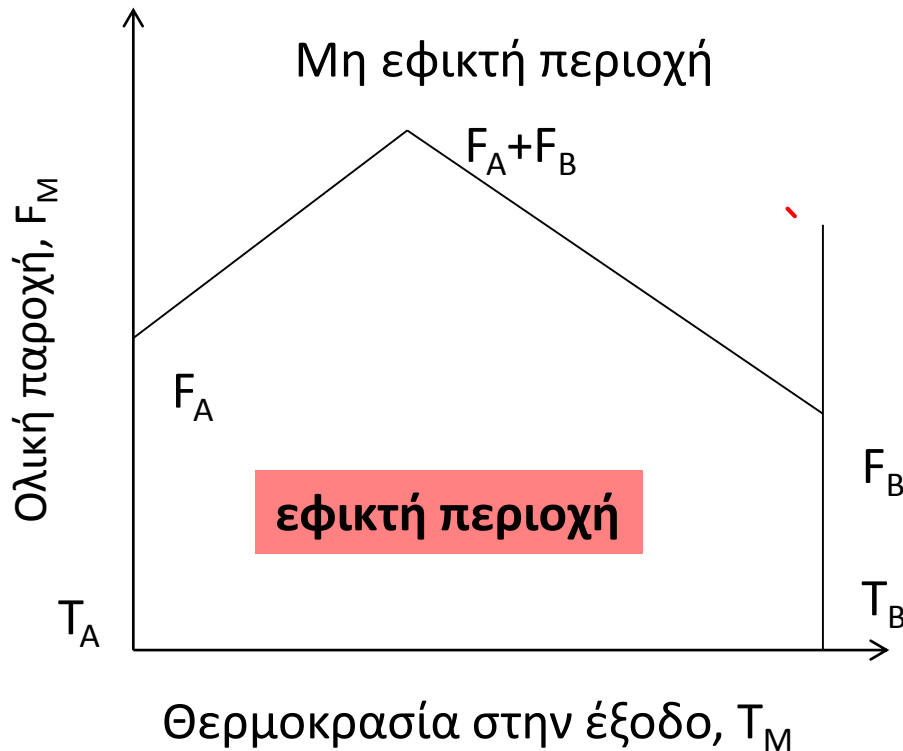
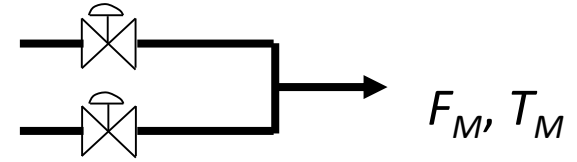


# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Πώς επηρεάζει η αλληλεπίδραση τη συμπεριφορά της διεργασίας ανάμιξης σε μόνιμη κατάσταση;

$$F_A, T_A$$

$$F_B = 0, T_B$$



## Σημείωση:

Το διάγραμμα δείχνει το εύρος των σημείων αναφοράς που μπορούν να επιτευχθούν (χωρίς την επίδραση διαταραχών).





## Περιοχή λειτουργίας σε μόνιμη κατάσταση

Συμπεράσματα σχετικά με τη συμπεριφορά σε μόνιμη κατάσταση μιας διεργασίας πολλαπλών μεταβλητών.

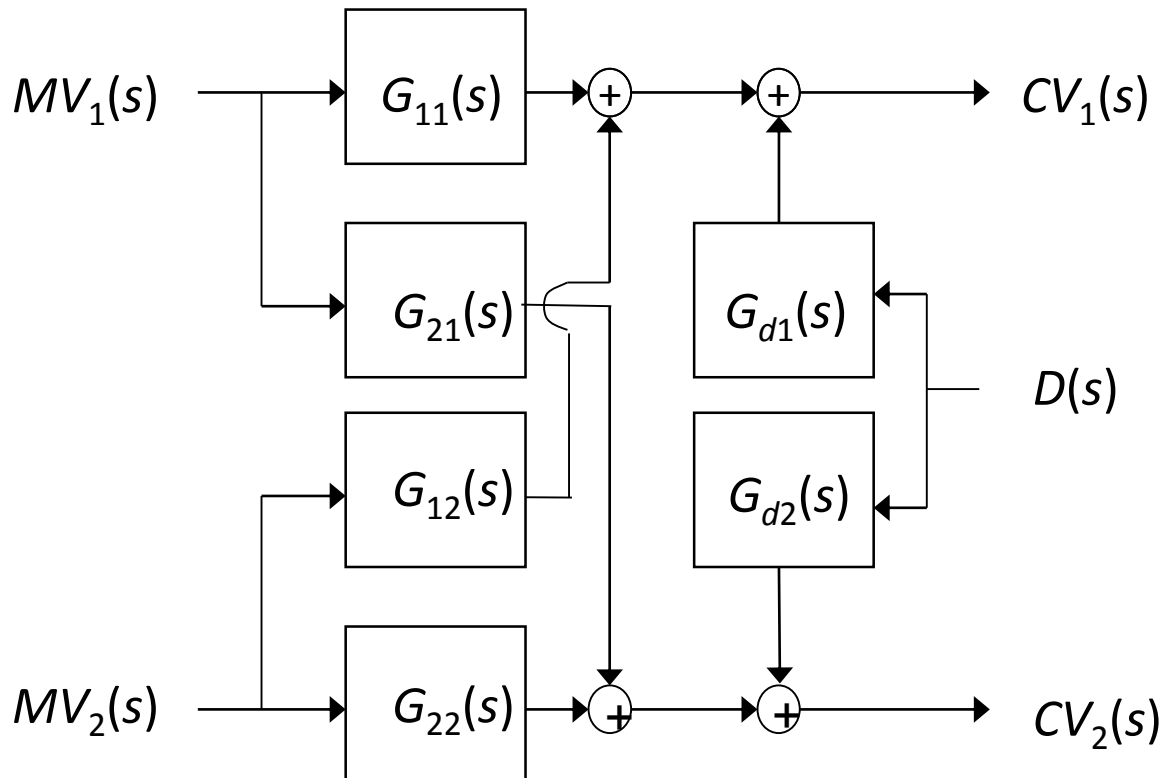
1. Σχήμα της εφικτής περιοχής λειτουργίας.
2. Ποιοι παράγοντες επηρεάζουν το σχήμα της περιοχής εφικτής λειτουργίας;
3. Πώς η εφικτή περιοχή λειτουργίας συνδέεται με την ελεγχσιμότητα;



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

## Δυναμική συμπεριφορά

1. Πόσα πειράματα χρειάζονται για να σχεδιαστούν οι 2 ελεγκτές;
2. Ποιος ελεγκτής πρέπει να εφαρμοστεί πρώτα;



$$\frac{CV_1(s)}{MV_1(s)} = G_{11}(s)$$

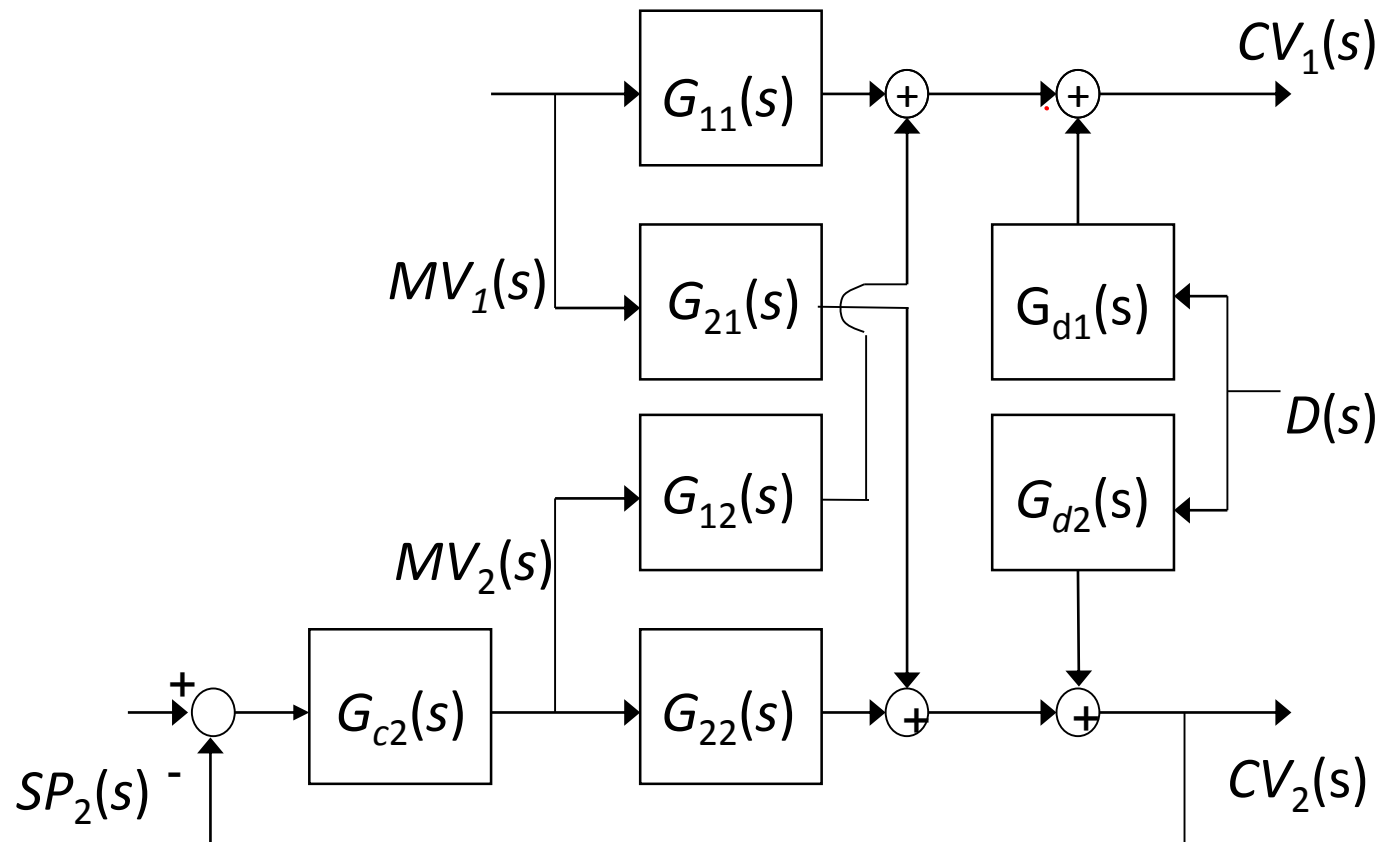
Για να σχεδιαστούν οι ελεγκτές χρειάζεται η γνώση των  $G_{ii}(s)$ .

$$\frac{CV_2(s)}{MV_2(s)} = G_{22}(s)$$



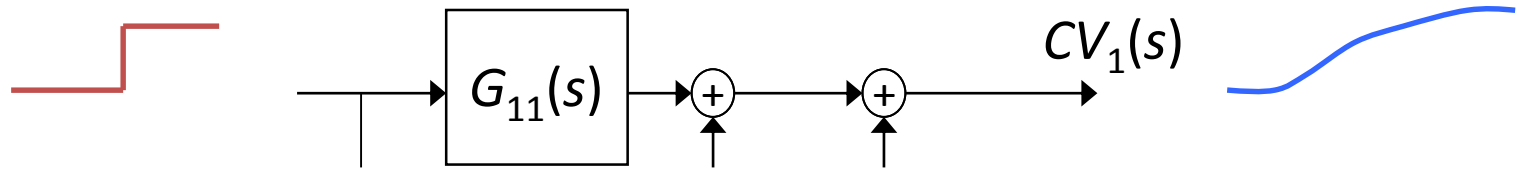
# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

3. Εφαρμογή του πρώτου βρόχου. Ποιο το επόμενο βήμα;



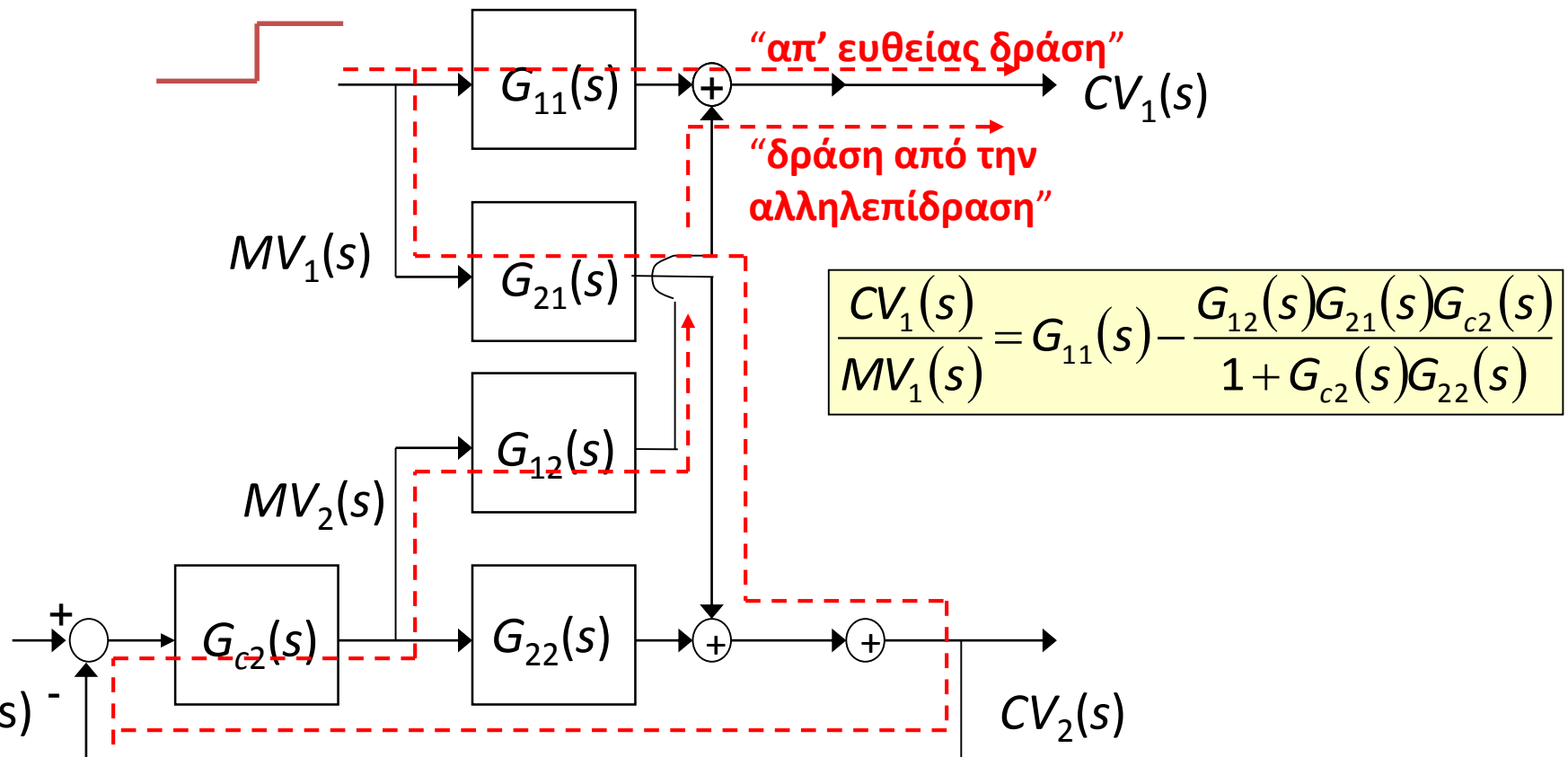
# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

4. Γίνεται ένα ακόμη δυναμικό πείραμα για να προσδιοριστεί η δυναμική ανάμεσα στις  $MV_1$  και  $CV_1$  με τον ελεγκτή #2 σε αυτόματη λειτουργία.



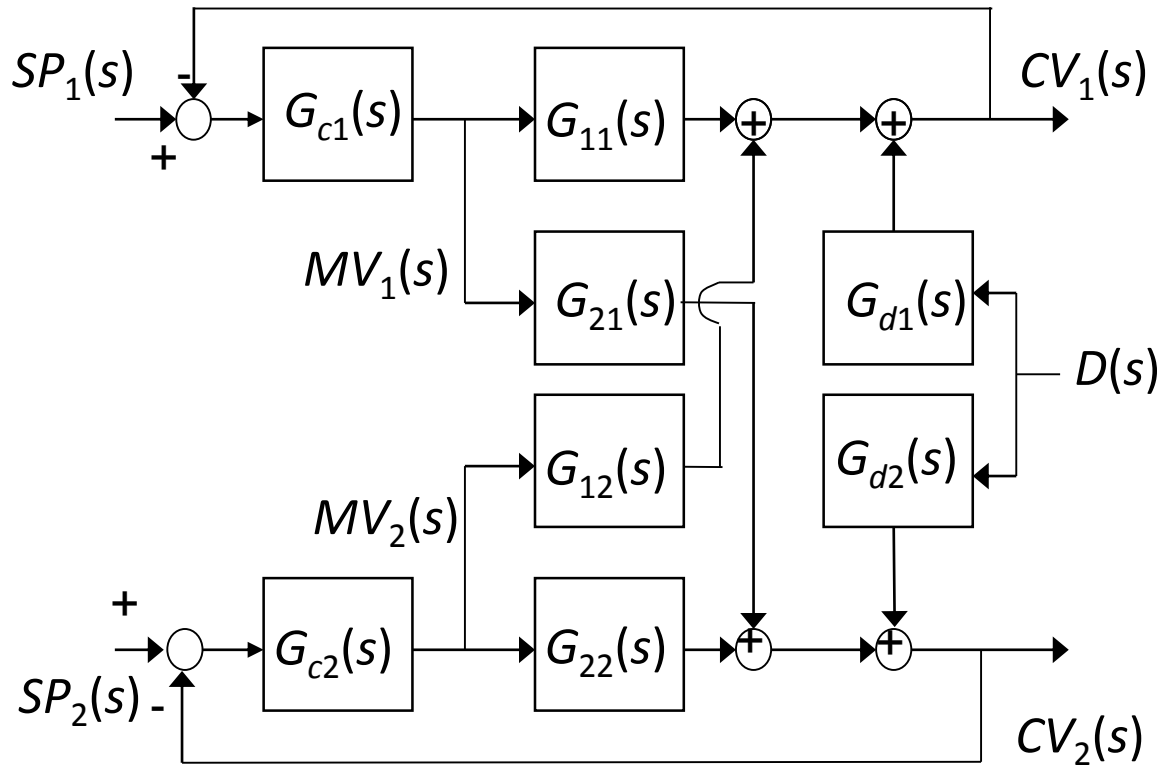
# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

4. Είναι η δυναμική συμπεριφορά διαφορετική από την περίπτωση που έλλειπε ο ελεγκτής ( $G_{c2}$ );



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Γενικά η συμπεριφορά κάθε βρόχου εξαρτάται από την αλληλεπίδραση και τη ρύθμιση των υπόλοιπων βρόχων.



- Η ρύθμιση των βρόχων που οδηγεί σε ευστάθεια για κάθε βρόχο μπορεί να οδηγεί σε αστάθεια όταν και οι δυο βρόχοι είναι σε αυτόματη λειτουργία!
- Πρέπει οι βρόχοι να ρυθμιστούν επαναληπτικά μέχρι να επιτευχθεί καλή απόκριση για όλους τους βρόχους!



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Γενικά η συμπεριφορά κάθε βρόχου εξαρτάται από την αλληλεπίδραση και τη ρύθμιση των υπόλοιπων βρόχων.

Παράδειγμα

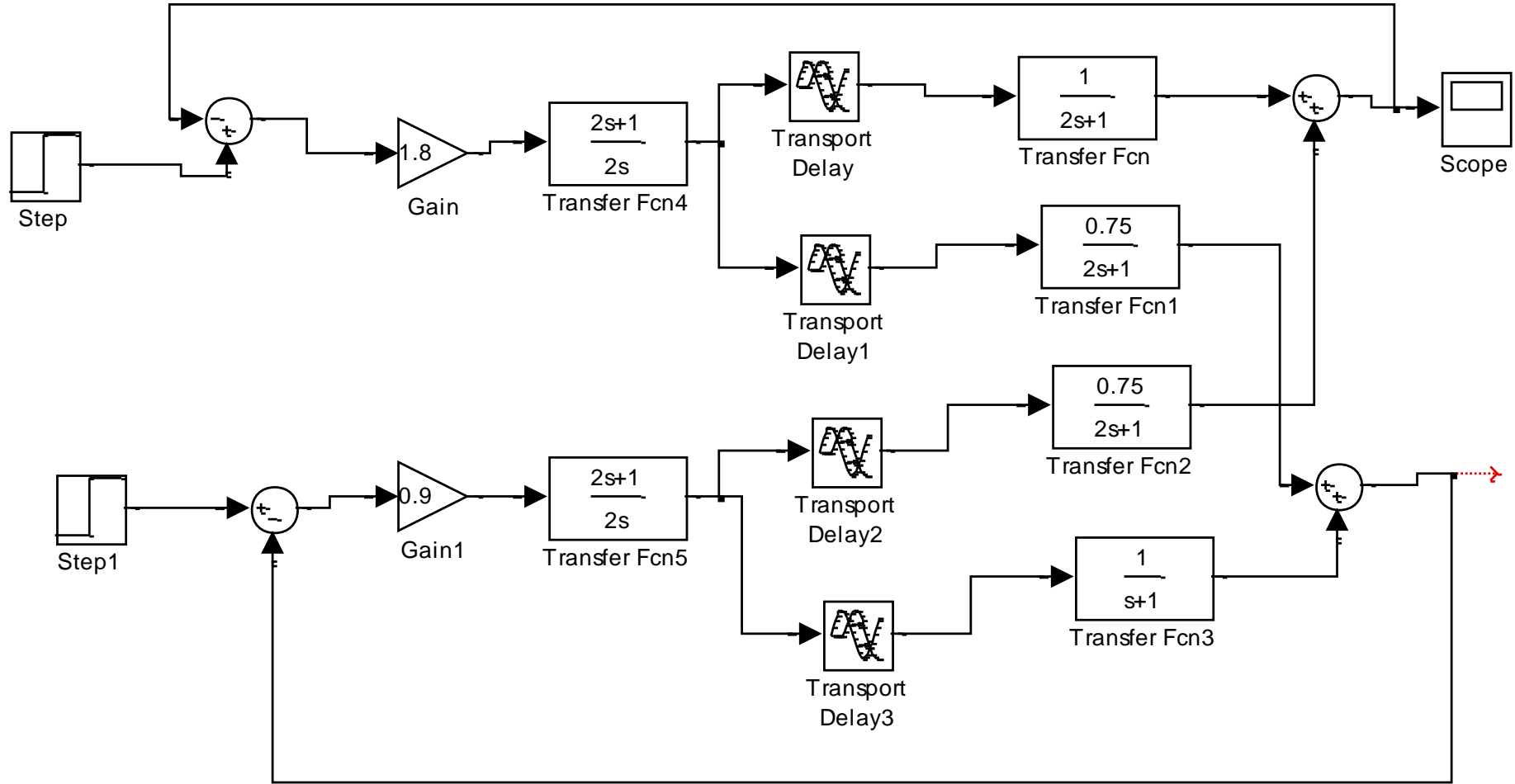
$$\begin{bmatrix} CV_1(s) \\ CV_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1.0e^{-1.0s}}{1+2s} & \frac{0.75e^{-1.0s}}{1+2s} \\ \frac{0.75e^{-1.0s}}{1+2s} & \frac{1.0e^{-1.0s}}{1+2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1(s) \\ MV_2(s) \end{bmatrix}$$

Ας ενώσουμε τους βρόχους στα ισχυρότερα κέρδη.

$$MV_1(s) \leftrightarrow CV_1(s) \quad \text{και} \quad MV_2(s) \leftrightarrow CV_2(s)$$



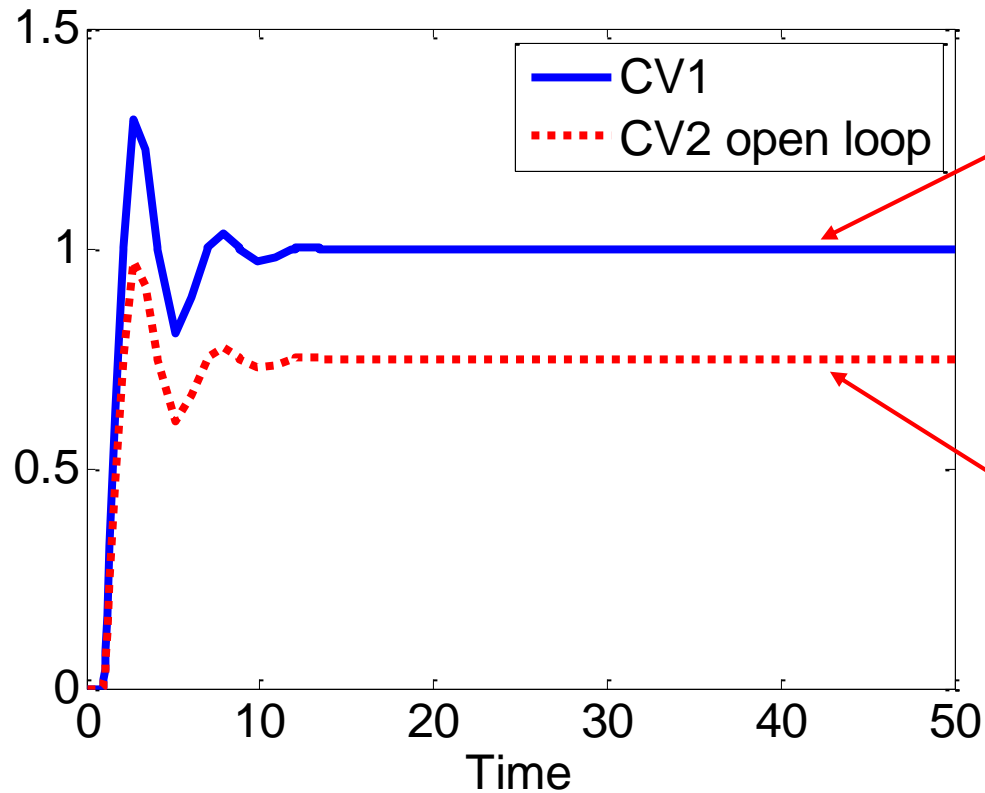
# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης





# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Δυναμική απόκριση με μόνο ένα ελεγκτή σε αυτόματη λειτουργία ( $K_C = 2.0, \tau_I = 3$ ). Το σύστημα είναι ευσταθές και αρκετά ταχύ.



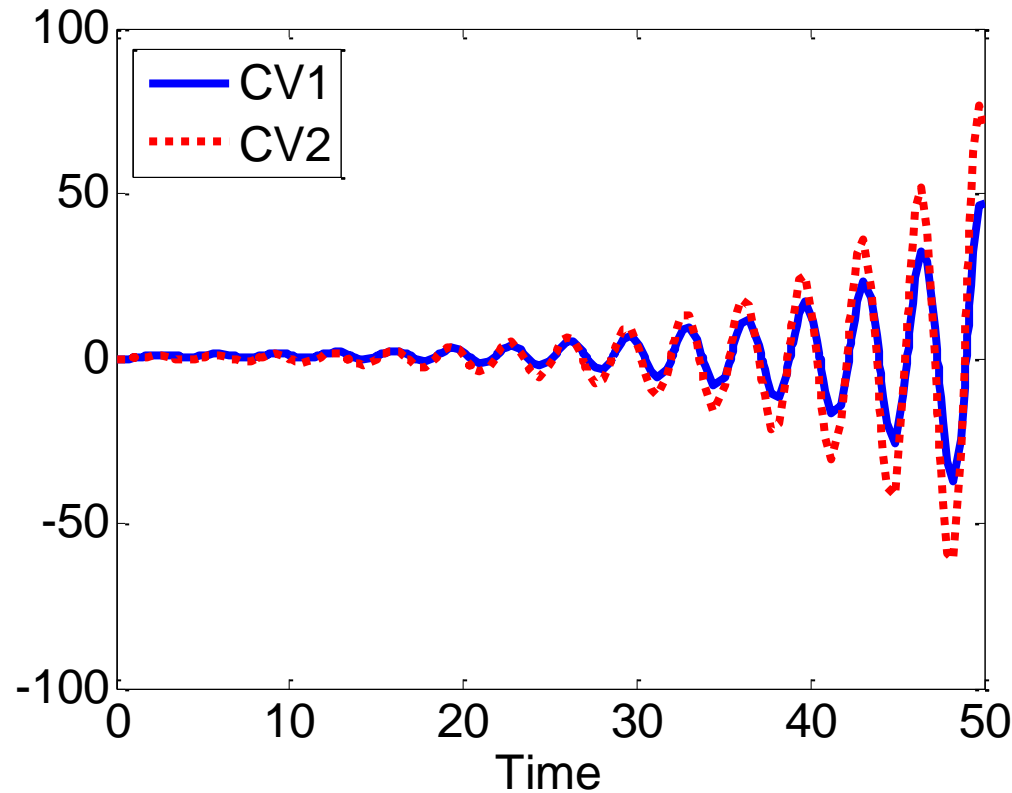
Έλεγχος  
ανάδρασης για  
μεταβολές  $SP$ .

Γιατί υπάρχει  
αλλαγή στη  $CV_2$ ;



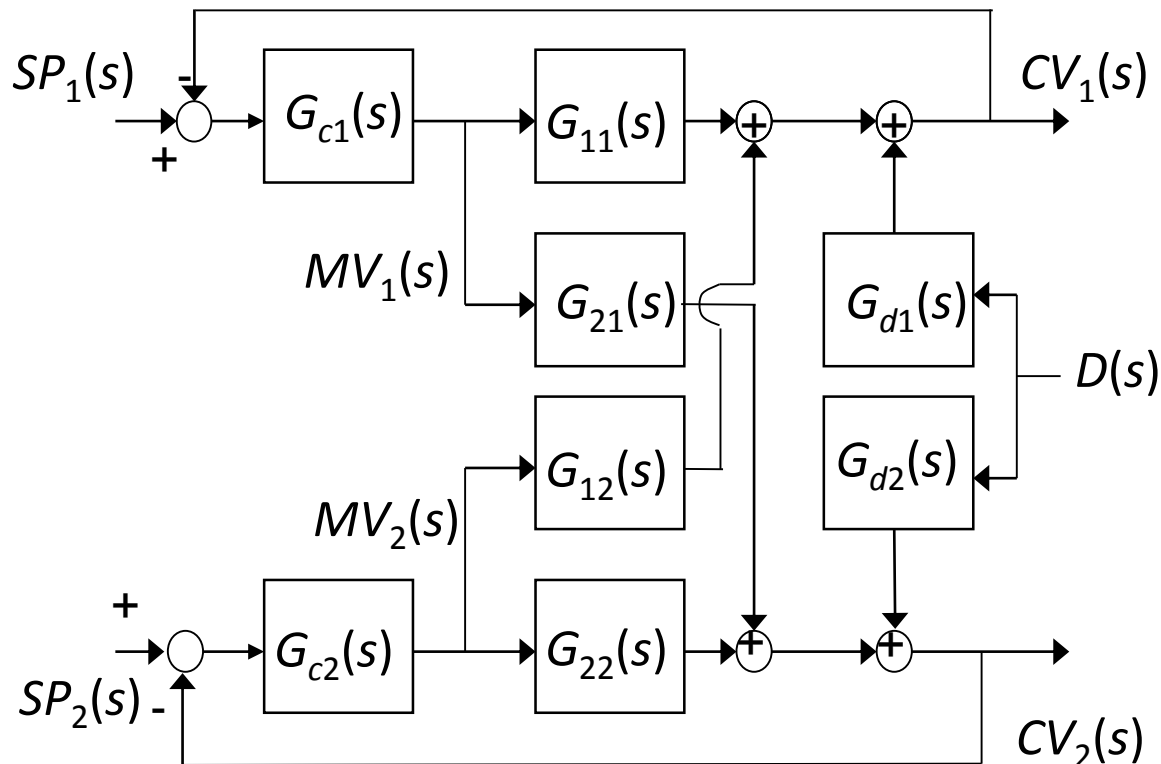
# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Δυναμική απόκριση με τους δυο ελεγκτές σε αυτόματη λειτουργία ( $K_C = 2.0$ ,  $\tau_I = 3$ ). Το σύστημα είναι ασταθές.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

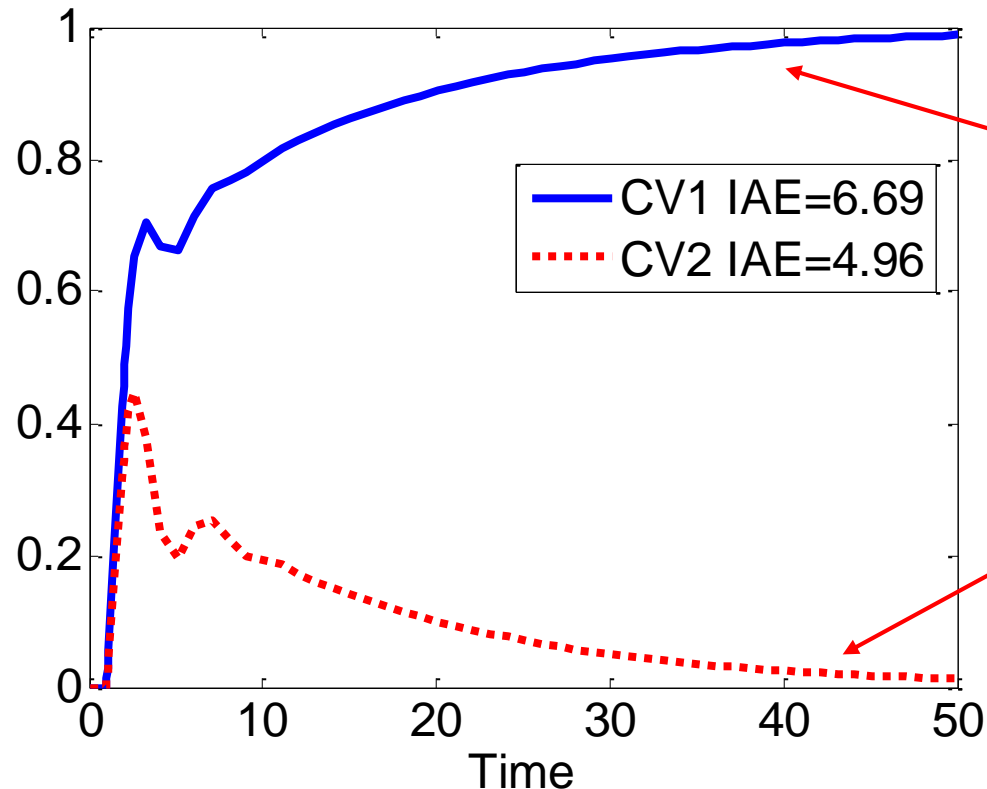
Γενικά η συμπεριφορά κάθε βρόχου εξαρτάται από την αλληλεπίδραση και τη ρύθμιση των υπόλοιπων βρόχων.



$$\frac{CV_1(s)}{SP_1(s)} = \frac{num(s)}{1 + G_{c1}(s)G_{11}(s) + G_{c2}(s)G_{22}(s) + G_{c1}(s)G_{c2}(s)[G_{11}(s)G_{22}(s) - G_{12}(s)G_{21}(s)]}$$

# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Αν και οι δυο ΡΜ είναι εξίσου σημαντικές απορυθμίζονται εξίσου και οι δυο ελεγκτές. ( $K_{c1} = K_{c2} = 1.0$ ;  $\tau_{I1} = \tau_{I2} = 3.0$ ).



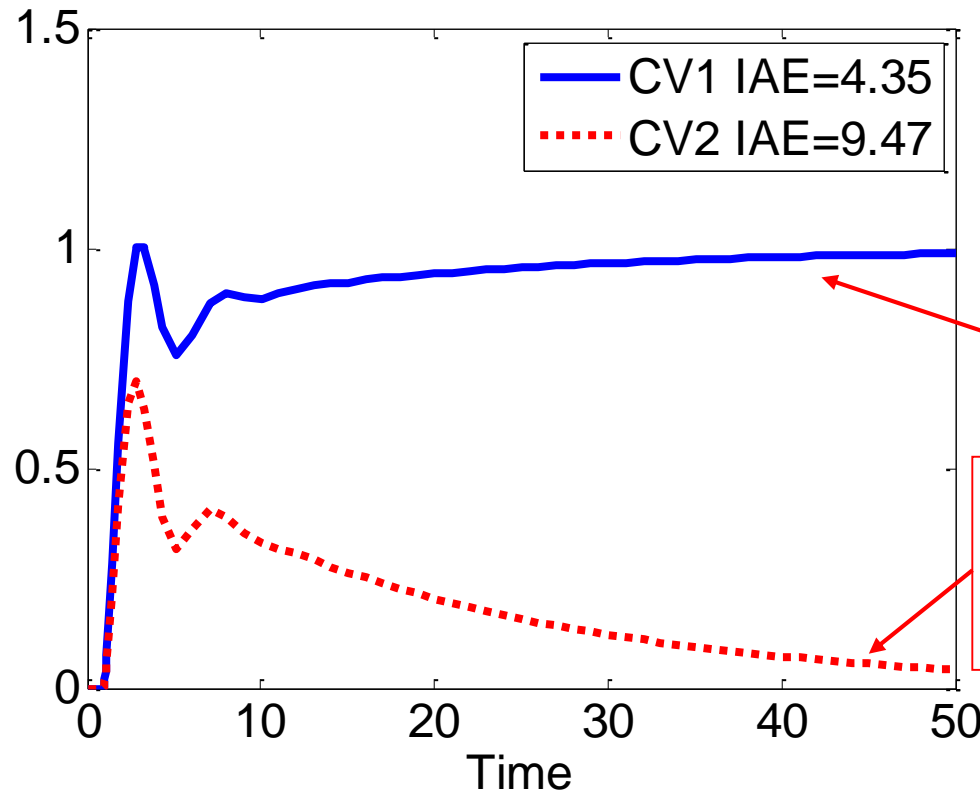
Σχετικά αργή μετάβαση στο  $SP_1$ .

Αλληλεπίδραση επηρεάζει τη  $CV_2$ .



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Αν η  $CV_1$  είναι πιο σημαντική τότε η  $G_{c1}$  επιλέγεται πιο δραστική και απορυθμίζεται η  $G_{c2}$  περισσότερο. ( $K_{c1}=1.40$  and  $K_{c2}=0.50$ ;  $\tau_{I1}=\tau_{I2}=3.0$ ).



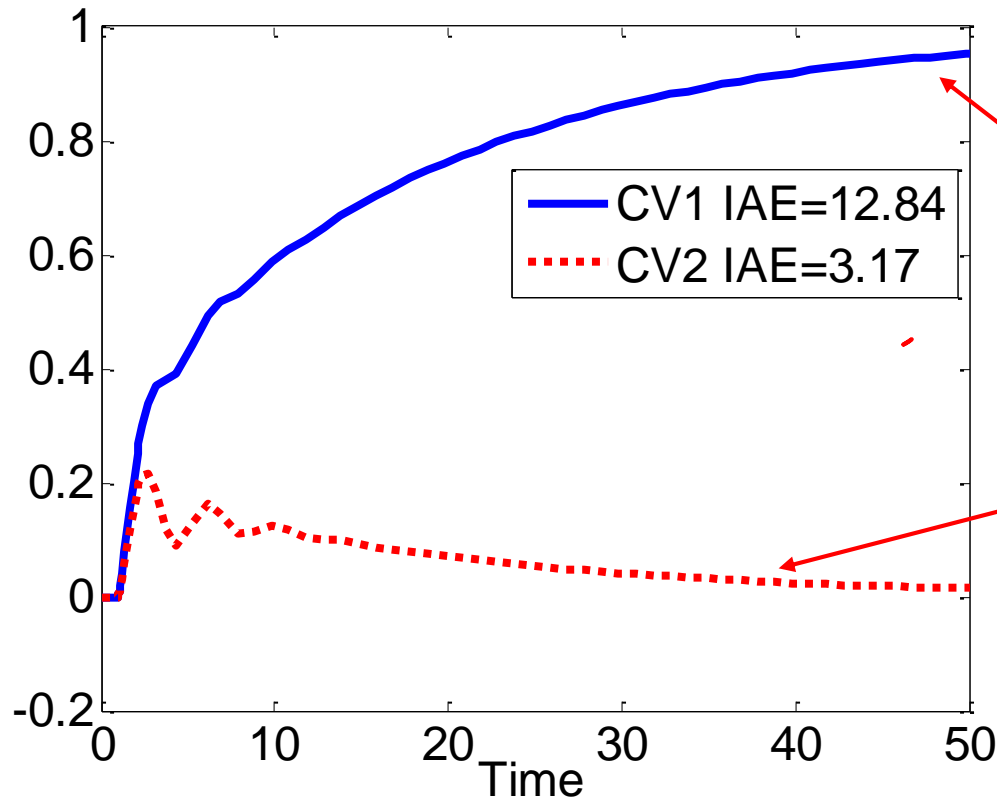
Ταχεία μετάβαση στο  $SP_1$ .

Αυξημένη διαταραχή λόγω αλληλεπίδρασης.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Αν η  $CV_2$  είναι πιο σημαντική, τότε επιλέγεται πιο δραστική η  $G_{c2}$  και απορυθμίζεται η  $G_{c1}$  περισσότερο. ( $K_{c1} = 0.50$ ,  $K_{c2} = 1.50$ ,  $\tau_{i1} = \tau_{i2} = 3.0$ )



Πολύ αργή μετάβαση στο SP1.

Ελαττωμένη διαταραχή λόγω μεγαλύτερου κέρδους.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Γενικά η συμπεριφορά κάθε βρόχου εξαρτάται από την αλληλεπίδραση και τη ρύθμιση των υπόλοιπων βρόχων.

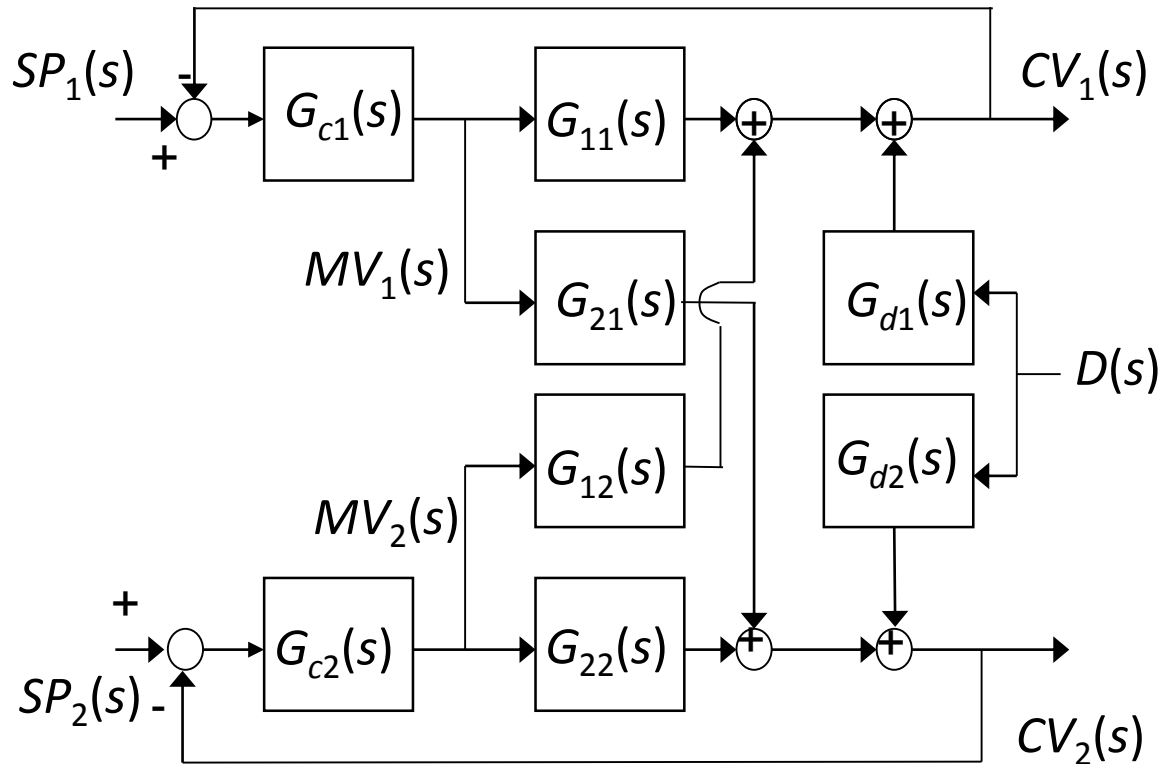
Μερικά συμπεράσματα για τη ρύθμιση ελεγκτών PID σε σύστημα πολλαπλών βρόχων:

1. Γενικά ρυθμίζουμε τους ελεγκτές πολλαπλών βρόχων για πιο ήπια συμπεριφορά από ότι σε απλό βρόχο.
2. Ενδεικτικός κανόνας: Το κέρδος ελεγκτή σε σύστημα πολλαπλών βρόχων με αλληλεπίδραση επιλέγεται περίπου στο μισό του κέρδους σε απλό βρόχο, δηλ.  $(K_c)_{ml} \cong 1/2 (K_c)_{sl}$ .
3. Μπορούμε να ρυθμίσουμε το σημαντικότερο βρόχο πιο απότομα, αν απορυθμίσουμε (κάνουμε πιο ήπιους) την απόκριση στους άλλους βρόχους.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Πώς επιλέγεται το ζευγάρωμα (pairing) των χειραγωγούμενων και των ρυθμιζόμενων μεταβλητών;





# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Γενικά η συμπεριφορά κάθε βρόχου εξαρτάται από την αλληλεπίδραση και τη ρύθμιση των υπόλοιπων βρόχων.

Παράδειγμα

$$\begin{bmatrix} CV_1(s) \\ CV_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1.0e^{-1.0s}}{1+2s} & \frac{0.75e^{-1.0s}}{1+2s} \\ \frac{0.75e^{-1.0s}}{1+2s} & \frac{1.0e^{-1.0s}}{1+2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} MV_1(s) \\ MV_2(s) \end{bmatrix}$$

Ας ενώσουμε τους βρόχους στα ισχυρότερα κέρδη.

$$MV_1(s) \leftrightarrow CV_1(s) \text{ και } MV_2(s) \leftrightarrow CV_2(s)$$



# Μητρώο σχετικού κέρδους

## Μητρώο σχετικού κέρδους, Relative gain array (RGA)

RGA εισάχθηκε ως έννοια από τον Bristol (1966) και εφαρμόζεται έκτοτε ως ο πιο αποτελεσματικός τρόπος σχεδιασμού των βρόχων.

Το μητρώο RGA έχει ως στοιχεία το λόγο των κερδών του ανοικτού βρόχου προς τα κέρδη του κλειστού βρόχου.

$$\lambda_{ij} = \frac{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{MV_k = \text{const}, k \neq j}}{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{CV_k = \text{const}, k \neq j}} = \frac{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{\text{all other loops open}}}{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{\text{all other loops closed}}}$$



# Μητρώο σχετικού κέρδους

Οι ιδιότητες του σχετικού μητρώου κέρδους RGA

1. Το RGA είναι ανεξάρτητο από τις απόλυτες τιμές των μεταβλητών (κανονικοποιημένο σύστημα).
2. Χρειάζονται δεδομένα ανοικτού βρόχου.
3. Οι στήλες και οι γραμμές του μητρώου RGS έχουν άθροισμα τη μονάδα.

$$\lambda_{ij} = \frac{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{MV_k = \text{const}, k \neq j}}{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{CV_k = \text{const}, k \neq j}} = \frac{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{\text{all other loops open}}}{\left( \frac{\partial CV_i}{\partial MV_j} \right)_{\text{all other loops closed}}}$$



# Μητρώο σχετικού κέρδους

Υπολογισμός RGA  $\lambda_{ij} = K_{ij}K_{ji}^T$

Σε σύστημα 2x2

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}}$$

	$MV_1$	$MV_2$
$CV_1$	$\lambda_{11}$	$1 - \lambda_{11}$
$CV_2$	$1 - \lambda_{11}$	$\lambda_{11}$



# Μητρώο σχετικού κέρδους

**Περίπτωση 1.**  $\lambda_{ij} < 0$  : Το κέρδος του βρόχου  $i-j$  με τους άλλους βρόχους ανοικτούς προς το κέρδος του βρόχου με τους άλλους βρόχους κλειστούς έχουν διαφορετικό πρόσημο.

**Επίπτωση:** Πλήρης αλλαγή συμπεριφοράς του συστήματος όταν τεθεί σε συνθήκες κλειστού βρόχου.

**Συμπέρασμα:** Συνήθως ανεπιθύμητη κατάσταση.

**Περίπτωση 2.**  $\lambda_{ij} = 0$  : Το κέρδος του βρόχου  $i-j$  με τους άλλους βρόχους ανοικτούς είναι μηδέν.

**Επίπτωση:** Η χειραγωγούμενη μεταβλητή δεν επηρεάζει τη ρυθμιζόμενη μεταβλητή με την οποία ζευγαρώνεται.

**Συμπέρασμα:** Συνήθως ανεπιθύμητη κατάσταση.



# Μητρώο σχετικού κέρδους

**Περίπτωση 3.**  $0 < \lambda_{ij} < 1$  : Το κέρδος του βρόχου  $i-j$  με τους άλλους βρόχους κλειστούς είναι μεγαλύτερο από το κέρδος με τους άλλους βρόχους ανοικτούς.

**Επίπτωση:** Η αλληλεπίδραση αυξάνει την ικανότητα επίδρασης της χειραγωγούμενης μεταβλητής στη ρυθμιζόμενη.

**Συμπέρασμα:** Ανεκτή κατάσταση.

**Περίπτωση 4.**  $\lambda_{ij} = 1$  : Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση αφού τα κέρδη σε ανοικτό και κλειστό βρόχο είναι ίσα.

**Επίπτωση:** Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση.

**Συμπέρασμα:** Ιδανική κατάσταση.



# Μητρώο σχετικού κέρδους

**Περίπτωση 5.**  $\lambda_{ij} > 1$  : Το κέρδος του βρόχου  $i-j$  με τους άλλους βρόχους κλειστούς είναι μικρότερο από το κέρδος με τους άλλους βρόχους ανοικτούς.

**Επίπτωση:** Η αλληλεπίδραση μειώνει την ικανότητα επίδρασης της χειραγωγούμενης μεταβλητής στη ρυθμιζόμενη.

**Συμπέρασμα:** Ανεκτή κατάσταση.

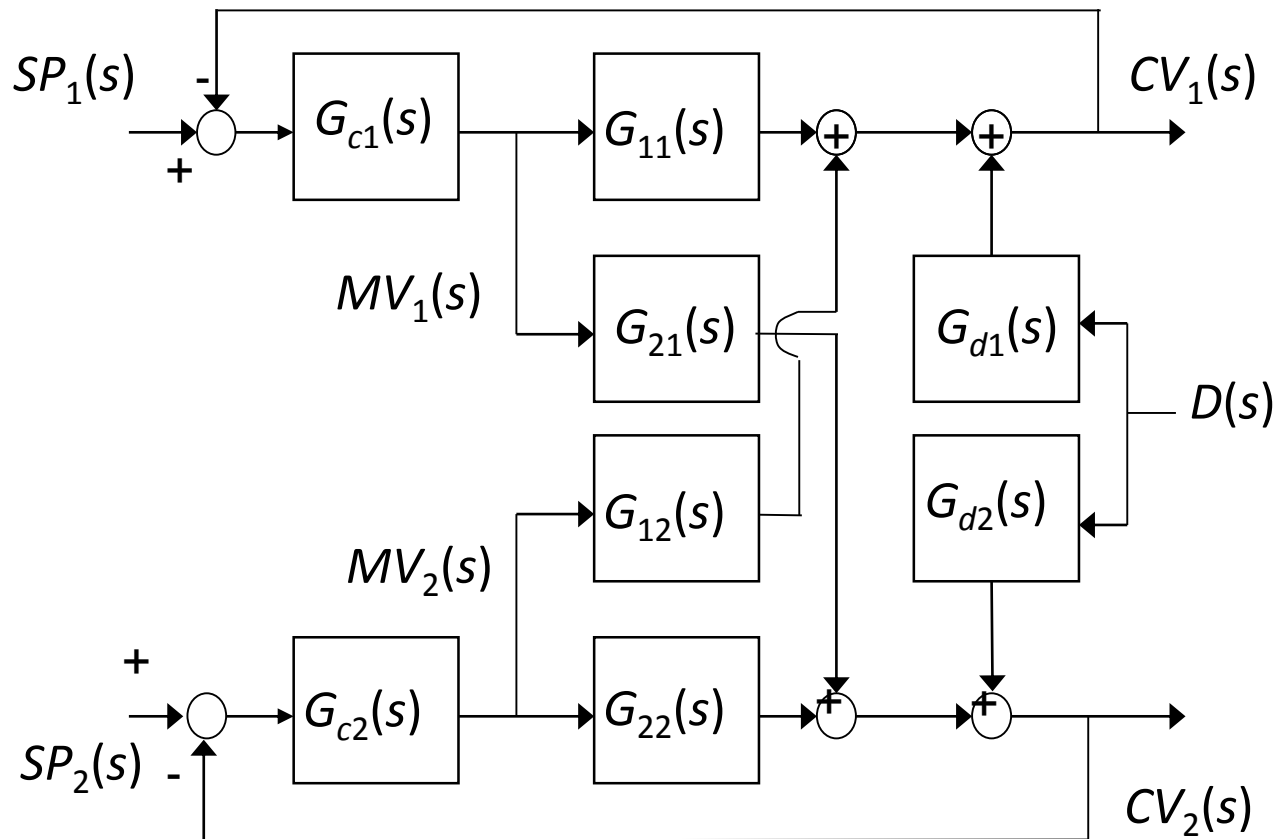
**Περίπτωση 6.**  $\lambda_{ij} \rightarrow \infty$  : Το κέρδος του βρόχου  $i-j$  με τους άλλους βρόχους κλειστούς είναι μηδέν.

**Επίπτωση:** Ο έλεγχος δεν είναι εφικτός.

**Συμπέρασμα:** Κατάσταση προς αποφυγή.



# Αποσύζευξη σε συστήματα πολλαπλών βρόχων



Επιλέγεται  $D_{ij}(s) = -G_{ij}(s)/G_{ii}(s)$  για να επιτευχθεί διαγώνιο μητρώο συναρτήσεων μεταφοράς. Η τεχνική είναι ευαίσθητη σε σφάλματα μοντέλων.





# Αποσύζευξη σε συστήματα πολλαπλών βρόχων

$$D_{ij}(s) = -\frac{G_{ij}(s)}{G_{ii}(s)} = -\frac{K_{ij}}{K_{ii}} \frac{1 + \tau_{ij}s}{1 + \tau_{ij}s} e^{-(\vartheta_{ij} - \vartheta_{ii})s}$$

Πρέπει να ελεγχθεί η δυνατότητα φυσικής πραγματοποίησης του στοιχείου αποσύζευξης. Το στοιχείο αποσύζευξης πρέπει να περιγράφεται από κανονική ευσταθή συνάρτηση μεταφοράς με πραγματοποιήσιμη καθυστέρηση χρόνου.



# Αποσύζευξη σε συστήματα πολλαπλών βρόχων

Η αποσύζευξη των βρόχων ανάδρασης βελτιώνει την επίδοση του συστήματος ελέγχου, μόνο όταν η αλληλεπίδραση είναι δυσμενής.

Η ευστάθεια και η επίδοση του αποσυζευγμένου συστήματος μπορεί να γίνει πολύ ευαίσθητη σε σφάλματα των μοντέλων όταν το σχετικό κέρδος είναι μεγαλύτερο της μονάδας.

Η αποσύζευξη προς μια κατεύθυνση έχει μικρότερη ευαισθησία σε σφάλματα μοντέλων.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Σύνοψη κύριων χαρακτηριστικών για τα συστήματα ελέγχου πολλαπλών βρόχων.

## 1. Υφίσταται αλληλεπίδραση;

- Δεν υφίσταται αλληλεπίδραση → Πρόβλημα απλών βρόχων.
- Χρησιμοποιούμε μοντέλα (θεμελιώδη ή εμπειρικά) για τον προσδιορισμό και χαρακτηρισμό της αλληλεπίδρασης.

## 2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;

## 3. Ποια η επιτεύξιμη στατική (μόνιμη κατάσταση) και δυναμική απόκριση;



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Σύνοψη κύριων χαρακτηριστικών για τα συστήματα ελέγχου πολλαπλών βρόχων.

1. Υφίσταται αλληλεπίδραση;
2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;
  - Βαθμοί ελευθερίας:  $\# \text{ χειραγωγούμενων} \geq \# \text{ ρυθμιζόμενων μετ. (CV)}$ .
  - Ελεγχιμότητα: Υφίσταται ανεξάρτητη επίδραση επί των  $CV$ .
    - Έλεγχος μέσω της ορίζουσας  $\det[\mathbf{K}] \neq 0$
    - Έλεγχος ανεξαρτητης δράσης βανών ( $MV$ ) – Συσχέτιση  $CV$ .
3. Ποια η επιτεύξιμη στατική (μόνιμη κατάσταση) και δυναμική απόκριση;



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Σύνοψη κύριων χαρακτηριστικών για τα συστήματα ελέγχου πολλαπλών βρόχων.

1. Υφίσταται αλληλεπίδραση;
2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;
3. Ποια η επιτεύξιμη **στατική (μόνιμη κατάσταση)** και δυναμική απόκριση;
  - Η εφικτή περιοχή λειτουργίας:
    - Επηρεάζεται ισχυρώς από την αλληλεπίδραση.
    - Επηρεάζεται ισχυρώς από τη πεδίο εφικτής λειτουργίας των υποσυστημάτων.
    - Δεν είναι συμμετρική.



# Συστήματα πολλαπλών βρόχων ανάδρασης

Σύνοψη κύριων χαρακτηριστικών για τα συστήματα ελέγχου πολλαπλών βρόχων.

1. Υφίσταται αλληλεπίδραση;
2. Είναι εφικτός ο έλεγχος;
3. Ποια η επιτεύξιμη στατική (μόνιμη κατάσταση) και δυναμική απόκριση;
  - Η αλληλεπίδραση επηρεάζει την ευστάθεια των βρόχων.
  - Χρειάζεται απορύθμιση για διατήρηση περιθωρίων ευστάθειας
  - Η βελτίωση της απόκρισης σε κάποιους βρόχους επιβάλλει την απορύθμιση και κατ' επέκταση χειροτέρευση κάποιων άλλων βρόχων.



# Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Αναλύει την αλληλεπίδραση σε ένα σύστημα πολλαπλών βρόχων.
- Εξετάζει την ελεγχιμότητα ενός συστήματος πολλαπλών μεταβλητών.
- Υπολογίζει την περιοχή εφικτής λειτουργίας ενός συστήματος πολλαπλών μεταβλητών.



# Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Σχεδιάζει ελεγκτές πολλαπλών βρόχων ανάδρασης για την επίτευξη της επιθυμητής δυναμικής συμπεριφοράς.
- Σχεδιάζει ένα σύστημα αποσύζευξης της αλληλεπίδρασης σε πολλαπλούς βρόχους ελέγχου ανάδρασης.







# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δρ Παπαδόπουλος Αθανάσιος  
Δρ Αγγελική Μονέδα  
Θεσσαλονίκη, Μάιος 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ