



Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 1: Εισαγωγή. Τα Μαθηματικά των αρχαίων Αιγυπτίων και των Βαβυλωνίων.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 1.1: Εισαγωγή.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

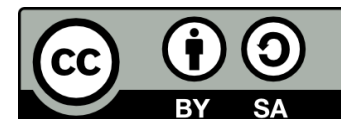


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- ☞ Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- ☞ Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- ☞ Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Περιεχόμενα Ενότητας



- ↻ Εισαγωγή.
- ↻ Τα Μαθηματικά των αρχαίων Αιγυπτίων.
- ↻ Τα Μαθηματικά των Βαβυλωνίων.



Σκοποί Ενότητας



☞ Παρουσίαση της γενικής εικόνας για το επίπεδο της μαθηματικής γνώσης στους αρχαίους πολιτισμούς της Αιγύπτου και της Μεσοποταμίας.



Εξέλιξη



- ↻ **Γή** → Δημιουργία: πριν από 4.54 δισεκατομμύρια (4.54×10^9) χρόνια.
- ↻ **Ανθρωποειδή** → πριν από 2 εκατομμύρια (2×10^6) χρόνια.
- ↻ **Φωτιά** → ανακαλύφθηκε πριν από 790.000 (7.9×10^5) χρόνια.
- ↻ **Homo sapiens** → υπάρχει εδώ και 200.000 (2×10^5) χρόνια.

Τα πρώτα μαθηματικά, πότε χρονολογούνται;



Τι είναι μαθηματικά (I);



It is impossible to be a mathematician without being a poet in soul.

Sonya Kovalevskaya (1850-1891)

Εικόνα 1



“Mathematics is the study of analogies between analogies. All science is. Scientists want to show that things that don’t look alike are really the same. That is one of their innermost Freudian motivations. In fact, that is what we mean by understanding.”

Gian-Carlo Rota (1933-1999)

Εικόνα 2



Τι είναι μαθηματικά (II);

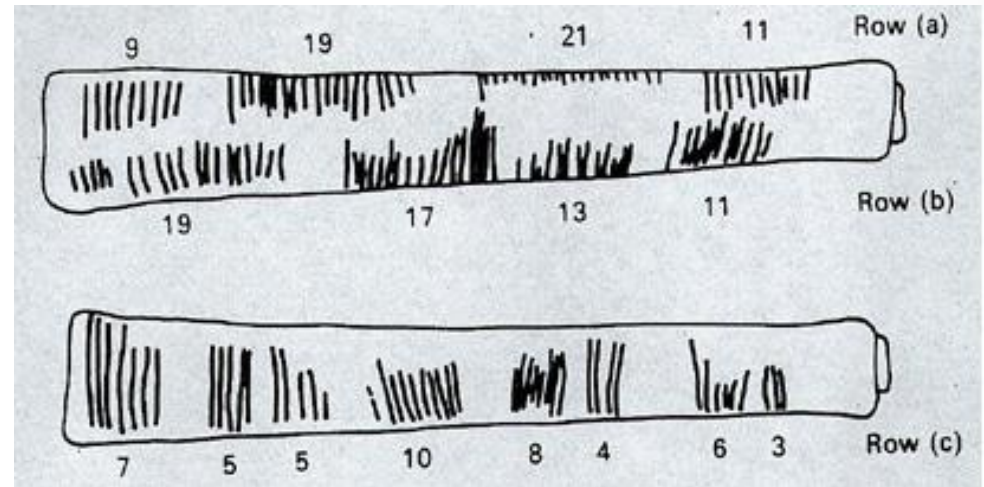


Οι εγκοπές σε κόκκαλα δείχνουν μαθηματική σκέψη;

Κόκκαλο Ishango (Uganda-Congo)
20.000 (2×10^4)



Εικόνα 3



Εικόνα 4



Ο πάπυρος του Rhind



Εικόνα 5

- Στην Αίγυπτο βρέθηκε ο πάπυρος του **Rhind** (~1650 π.Χ.) που περιέχει προβλήματα μαθηματικής φύσης (με τις λύσεις τους).
- Αγοράσθηκε από τον Σκωτσέζο **Rhind** το 1858.



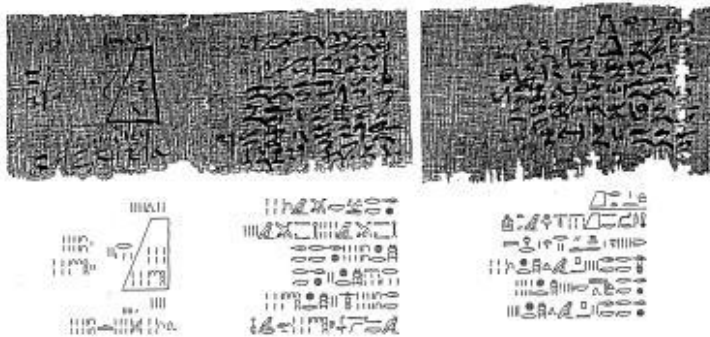
Ο πάπυρος της Μόσχας



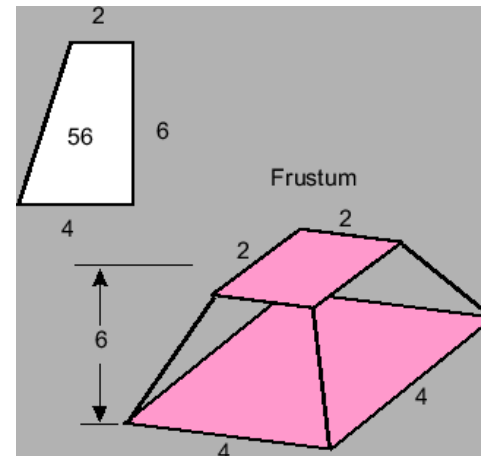
Στην Αίγυπτο επίσης βρέθηκε ο πάπυρος της Μόσχας (~1600π.Χ.)
Βρίσκεται στο Μουσείο Καλών Τεχνών της Μόσχας από το 1893 μ.Χ.

Ο όγκος της αποκομμένης
Πυραμίδας:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6(2^2 + 4^2 + 2 \cdot 4) = 56$$



Εικόνα 6



Σφηνοειδής γραφή (1)



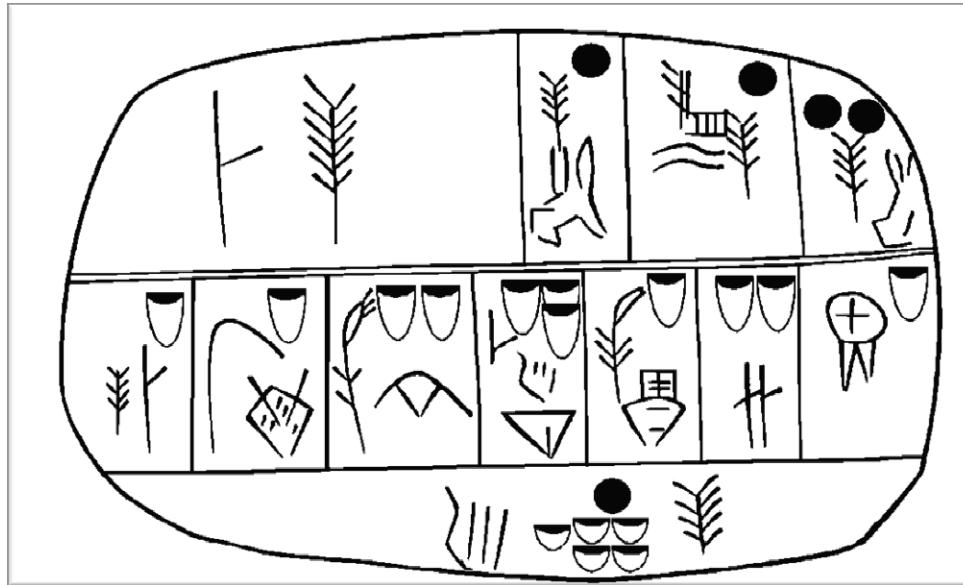
Copyright: Yale Babylonian Collection

3000 π.Χ. NBC5828 (Εικόνα 7)

Την ίδια εποχή και ίσως και νωρίτερα στη Μεσοποταμία κατέγραφαν μαθηματικά σε Πήλινες πλάκες με τη Σφηνοειδή γραφή.



Σφηνοειδής γραφή (2)



Εικόνα 8



Η πλάκα του Plimpton



Εικόνα 9

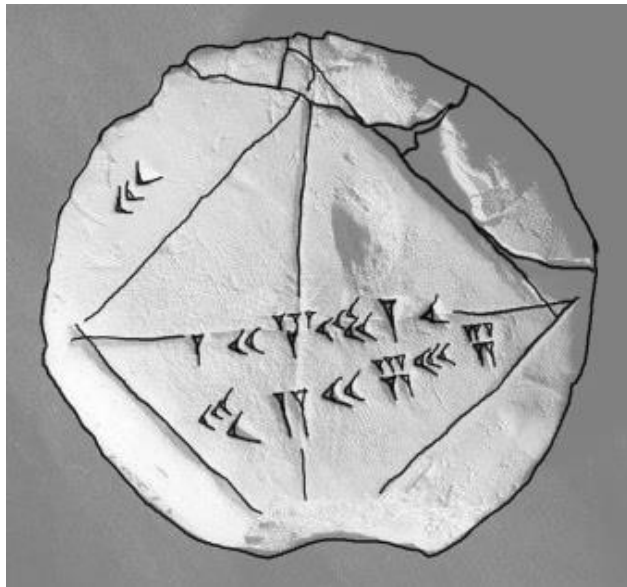
Στη Μεσοποταμία βρέθηκε και η πλάκα του Plimpton (1700 π.Χ.).
Οι στήλες δίνουν τριάδες του Πυθαγόρα (πολύ πριν τον Πυθαγόρα!)



Μεσοποταμία

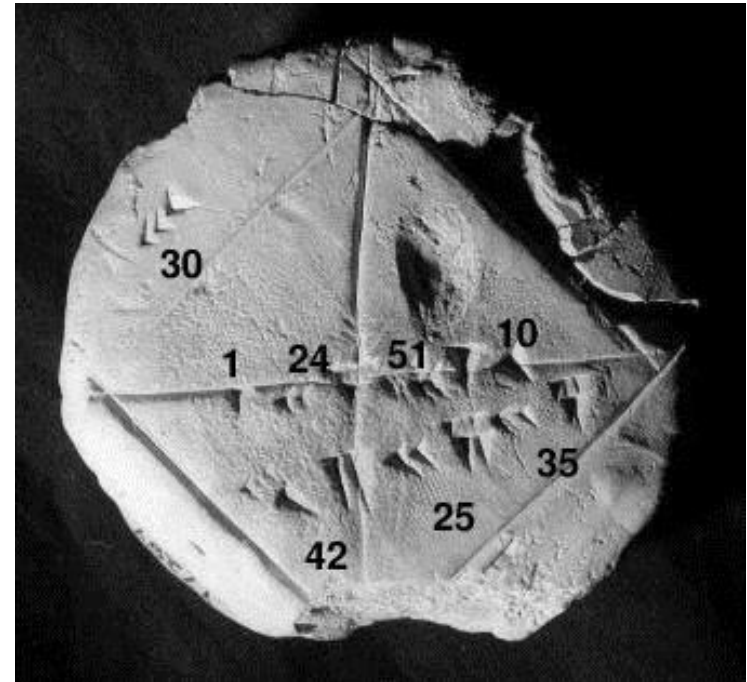


Yale Babylonian collection 1800 π.Χ.



Εικόνα 10

Εικόνα 11



Αρχαίοι Μαθηματικοί



- ☞ Πως παρίσταναν τους αριθμούς οι αρχαίοι Μαθηματικοί;
- ☞ Με τι είδους προβλήματα ασχολούνταν οι αρχαίοι Μαθηματικοί;
- ☞ Τι είδους γνώσεις είχαν; Τι αποδείξεις είχαν;
- ☞ Πως έγραφαν μαθηματικούς όρους και τύπους οι αρχαίοι Μαθηματικοί;
- ☞ Χρονολογίες για αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά;



Ιερατική γραφή Αιγυπτίων



Egyptian hieratic numerals (mathematical papyrus, c. 1600 BC)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
units	∟	∟∟	∟∟∟	∟∟∟∟	∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟	∟∟∟∟∟∟∟∟∟
tens	∧	∧∧	∧∧∧	∧∧∧∧	∧∧∧∧∧	∧∧∧∧∧∧	∧∧∧∧∧∧∧	∧∧∧∧∧∧∧∧	∧∧∧∧∧∧∧∧∧
hundreds	∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩∩
thousands	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
tens of thousands	∩∩∩								
hundreds of thousands	∩∩∩∩								

© 2003 Encyclopædia Britannica, Inc.

Τα νούμερα στην ιερατική γραφή των αρχαίων Αιγυπτίων.

Εικόνα 12



Αριθμοί στη Βαβυλωνία (1)



1 (και 60)



8



10



30



11



70 ή 1,10



Αριθμοί στη Βαβυλωνία (2)



𐎶 1	𐎠𐎺 11	𐎠𐎶 21	𐎠𐎺𐎶 31	𐎠𐎶𐎶 41	𐎠𐎶𐎶𐎶 51
𐎶𐎶 2	𐎠𐎶𐎶 12	𐎠𐎶𐎶 22	𐎠𐎶𐎶𐎶 32	𐎠𐎶𐎶𐎶 42	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 52
𐎶𐎶𐎶 3	𐎠𐎶𐎶𐎶 13	𐎠𐎶𐎶𐎶 23	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 33	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 43	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 53
𐎶𐎶𐎶𐎶 4	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 14	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 24	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 34	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 44	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 54
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 5	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 15	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 25	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 35	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 45	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 55
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 6	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 16	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 26	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 36	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 46	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 56
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 7	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 17	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 27	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 37	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 47	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 57
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 8	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 18	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 28	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 38	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 48	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 58
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 9	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 19	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 29	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 39	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 49	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 59
𐎶𐎶𐎶 10	𐎠𐎶𐎶𐎶 20	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶 30	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 40	𐎠𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 50	

Εικόνα 13



Ιωνική (αρχαία Ελληνική) αρίθμηση



α	alpha	1	ι	iota	10	ρ	rho	100
β	beta	2	κ	kappa	20	σ	sigma	200
γ	gamma	3	λ	lambda	30	τ	tau	300
δ	delta	4	μ	mu	40	υ	upsilon	400
ε	epsilon	5	ν	nu	50	φ	phi	500
ς	stigma	6	ξ	xi	60	χ	chi	600
ζ	zeta	7	ο	omicron	70	ψ	psi	700
η	eta	8	π	pi	80	ω	omega	800
θ	theta	9	Ϟ	koppa	90	Ϸ	sampi	900

Εικόνα 14



Τι είδους μαθηματικά υπήρχαν στην Αίγυπτο και Μεσοποταμία;



Οι αρχαίοι μαθηματικοί στην Αίγυπτο και Μεσοποταμία μπορούσαν να χειριστούν με άνεση μαθηματικές ποσότητες. Είχαν σίγουρα σημαντικές γνώσεις βασικής γεωμετρίας (βλ. κατασκευή πυραμίδων στη αρχαία Αίγυπτο, προβλήματα παπύρων, πυθαγόρειες τριάδες στις πλάκες των μεσοποταμίων κ.λ.π.).

Για παράδειγμα είχαν αντιληφθεί ότι το εμβαδόν και η περιφέρεια του κύκλου εξαρτώνται από την ακτίνα του κύκλου μέσα από μία βασική σχέση και έδωσαν προσεγγίσεις για την ακτίνα του κύκλου!



Τι είναι εμβαδόν;



- ☞ Τι είναι εμβαδόν (σύμφωνα με τους αρχαίους Αιγυπτίους) Είχαν ορισμό για αυτήν την έννοια;
- ☞ Πως αποδεικνύεται ότι το εμβαδόν του κύκλου είναι ίσο με μία σταθερά (π) επί το τετράγωνο της ακτίνας, ή ότι η ίδια σταθερά εμφανίζεται και στον τύπο για την περιφέρεια του κύκλου;
- ☞ Ακόμη πιο απλά πως αποδεικνύεται ότι το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι ίσο με το τετράγωνο της πλευράς του;



Βιβλιογραφία



- Carl B. Boyer; Uta C. Merzbach, *Η ιστορία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός Γ. Α., 1997.
- Dirk Struik, *Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών*, Εκδόσεις ΔΑΙΔΑΛΟΣ, 2008.
- Katz V., *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/5)



Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- ☞ **Εικόνα 1:** "Sofja Wassiljewna Kowalewskaja 1" by Unknown - <http://www.goettingertageblatt.de/newsroom/wissen/dezentral/wissenlokal/art4263,603649>. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sofja_Wassiljewna_Kowalewskaja_1.jpg#mediaviewer/File:Sofja_Wassiljewna_Kowalewskaja_1.jpg
- ☞ **Εικόνα 2:** "Gian-Carlo Rota blackboard Nizza 1970" by Konrad Jacobs - <http://owpdb.mfo.de/detail?photoID=3590>. Licensed under Creative Commons Attribution-Share Alike 2.0-de via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:GianCarlo_Rota_blackboard_Nizza_1970.jpg#mediaviewer/File:Gian-Carlo_Rota_blackboard_Nizza_1970.jpg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/5)



- ☞ **Εικόνα 3: "Os d'Ishango IRSNB"** by Ben2 - Own work. Licensed under Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 via Wikimedia Commons http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Os_d%27Ishango_IRSNB.JPG#mediaviewer/File:Os_d%27Ishango_IRSNB.JPG
- ☞ **Εικόνα 4:** <http://www.math.buffalo.edu/mad/Ancient-Africa/ishango.html>
- ☞ **Εικόνα 5: "Rhind Mathematical Papyrus"** by Paul James Cowie (Pjamescowie) - http://www.archaeowiki.org/Image:Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg#mediaviewer/File:Rhind_Mathematical_Papyrus.jpg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (3/5)



- ☞ **Εικόνα 6: "Moskou-papyrus"** by Unknown - Struve, Vasilij Vasil'evič, and Boris Turaev. 1930. Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der Schönen Künste in Moskau. Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik; Abteilung A: Quellen 1. Berlin: J. Springer. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moskou-papyrus.jpg#mediaviewer/File:Moskou-papyrus.jpg>
- ☞ **Εικόνα 7:** <http://it.stlawu.edu/~dmelvill/mesomath/tablets/NBC5828.html>
- ☞ **Εικόνα 8:** <http://it.stlawu.edu/~dmelvill/mesomath/tablets/NBC5828.html>
- ☞ **Εικόνα 9:**
<http://isaw.nyu.edu/exhibitions/before-pythagoras/items/plimpton-322/>
- ☞ **Εικόνα 10: "Ybc7289-b2-traced"** by Ybc7289-bw.jpg: Bill Casselmanderivative work: Pmur002 (talk) - Ybc7289-bw.jpg. Licensed under Creative Commons Attribution 3.0 via Wikimedia Commons -



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (4/5)



<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ybc7289-b2-traced.png#mediaviewer/File:Ybc7289-b2-traced.png>

☞ **Εικόνα 11: "Ybc7289-bw"**. Licensed under Creative Commons Attribution 2.5 via Wikimedia Commons -

<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ybc7289bw.jpg#mediaviewer/File:Ybc7289-bw.jpg>

☞ **Εικόνα 12:** <http://www.britannica.com/EBchecked/media/95242/Egyptian-hieratic-numerals>

☞ **Εικόνα 13: "Babylonian numerals"** by Josell7 - File: Babylonian_numerals.jpg. Licensed under Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0-2.5-2.0-1.0 via Wikimedia Commons

http://commons.wikimedia.org/wiki/File: Babylonian_numerals.svg#mediaviewer/File: Babylonian_numerals.svg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (5/5)



☞ **Εικόνα 14:** <http://www.lib.umich.edu/papyrology-collection/numbers>

Copyright

Except where otherwise noted, this work is subject to a [Creative Commons Attribution 4.0 license](#). For details and exceptions, see the [Library Copyright Statement](#).

©2014, [Regents of the University of Michigan](#)



Σημείωμα Αναφοράς



Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χαρά
Χαραλάμπους. «Ιστορία των Μαθηματικών. Ενότητα 1: Εισαγωγή. Τα
Μαθηματικά των αρχαίων Αιγυπτίων και των Βαβυλωνίων. Ενότητα 1.1:
Εισαγωγή». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

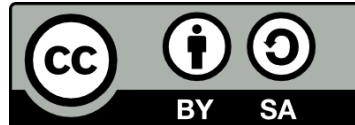
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS249/>



Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>



Διατήρηση Σημειωμάτων



Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

