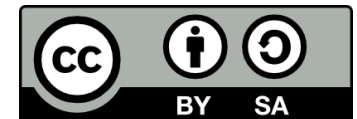




Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 2: Τα Μαθηματικά στην αρχαία Ελλάδα.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών





Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 2.3: Τα περίφημα γεωμετρικά προβλήματα της αρχαιότητας.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Άδειες Χρήσης



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- ☞ Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- ☞ Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- ☞ Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Περιεχόμενα Ενότητας



- ☞ Τι είναι απόδειξη?
- ☞ Πυθαγόρας, Πλατωνικά Στερεά, άρρητα μεγέθη, παράδοξα του Ζήνωνα.
- ☞ Τα περίφημα γεωμετρικά προβλήματα της αρχαιότητας.
- ☞ Εύδοξος, Τομές του Dedekind.
- ☞ Ευκλείδης και τα Στοιχεία.
- ☞ Το πέμπτο αίτημα και οι μη Ευκλείδειες γεωμετρίες, το πρόγραμμα του Hilbert.



Σκοποί Ενότητας



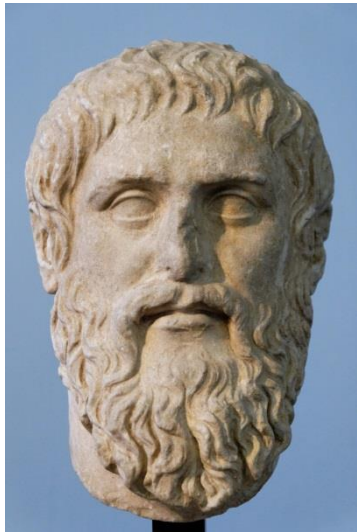
Στην ενότητα αυτή δίνεται περιγράφεται η ανάπτυξη των Μαθηματικών στην αρχαία Ελλάδα σε αντιδιαστολή με τα Μαθηματικά των Αιγυπτίων και Βαβυλωνίων, περιγράφεται η συμβολή των «Στοιχείων» του Ευκλείδη στην εξέλιξη των μαθηματικών, γίνεται η σύνδεση του πέμπτου αιτήματος των «Στοιχείων» με την ανακάλυψη των μη Ευκλείδιων γεωμετριών, και γίνεται μία εισαγωγή στην ιδέα της πλήρους αξιωματοποίησης της Ευκλείδιας γεωμετρίας.



Πλάτων (427-347) Αθήνα



“Ουδείς αγεωμέτητος εισί”
Ακαδημία (387 π.Χ. -529 μ.Χ.)
Αθήνα



Εικόνα 1

Έντονες πυθαγόρειες επιδράσεις.

Η Γεωμετρία και τα Μαθηματικά έχουν μια ξεχωριστή θέση.

Στον κόσμο των ιδεών τα μαθηματικά αντικείμενα έχουν την τέλεια μορφή.

Στον κόσμο των αισθήσεων τα αντικείμενα προσπαθούν να μοιάσουν την τέλεια μορφή τους.

Τι είναι λοιπόν απόδειξη?



Δήλιο πρόβλημα



Ο χρησμός που δόθηκε στους Δηλίους κατά τη διάρκεια λοιμού, περίπου το 430 π.Χ. συμβούλευε να κατασκευάσουν ένα κυβικό βωμό διπλάσιου μεγέθους από αυτόν που ήδη υπήρχε.

Ερμηνεία του Πλάτωνα: οι θεοί θέλουν οι Έλληνες να ασχοληθούν περισσότερο με τη γεωμετρία και τα μαθηματικά.



Τα περίφημα Άλυτα Γεωμετρικά Προβλήματα της Αρχαιότητας (1)



- ∞ Ο Διπλασιασμός του κύβου: να κατασκευαστεί με κανόνα και διαβήτη κύβος όγκου διπλασίου του όγκου δοθέντος κύβου.
- ∞ Ο Τετραγωνισμός του κύκλου: να κατασκευασθεί με κανόνα και διαβήτη τετράγωνο εμβαδού ίσου με το εμβαδόν δοθέντος κύκλου.
- ∞ Η τριχοτόμηση γωνίας: να χωριστεί με κανόνα και διαβήτη δοθείσα γωνία σε τρία ίσα μέρη.



Τα περίφημα Άλυτα Γεωμετρικά Προβλήματα της Αρχαιότητας (2)



- Τα προβλήματα ήταν ευρέως γνωστά: γίνεται ήδη αναφορά από τον 5^ο αιώνα π.Χ. σε θεατρικά έργα της εποχής (βλ. Ευριπίδη (485 π.Χ.-407 π.Χ), Αριστοφάνη (452-385 π.Χ.)
- Διπλασιασμός κύβου = «κατασκευή» της $\sqrt[3]{2}$.
- Τετραγωνισμός κύκλου = «κατασκευή» $\sqrt{\pi}$.
- Τριχοτόμηση γωνίας $\theta \rightarrow$ κατασκευή τμήματος μήκους $\cos\theta$.



Τα περίφημα Άλυτα Γεωμετρικά Προβλήματα της Αρχαιότητας (3)



Οι Έλληνες βρήκαν λύσεις για αυτά προβλήματα που όμως χρησιμοποιούσαν και άλλα εργαλεία.

Για παράδειγμα:

- Εύδοξος ο Κνίδιος(408-355π.Χ.) χρησιμοποίησε μία πολυωνυμική καμπύλη τετάρτου βαθμού για τον διπλασιασμό του κύβου.
- Αρχιμήδης (287-212 π.Χ.) χρησιμοποίησε την έλικα για να τετραγωνίσει τον κύκλο.
- Ο Ιππίας (4^{ος} αιώνας π.Χ.) για την τριχοτόμηση γωνίας χρησιμοποίησε μία μη αλγεβρική καμπύλη.



Ποιοι πραγματικοί είναι τελικά «κατασκευάσιμοι» με κανόνα και διαβήτη;



Η απάντηση βασίζεται στην άλγεβρα (!)

Για να είναι a κατασκευάσιμος, είναι αναγκαίο ο a να είναι αλγεβρικός, δηλαδή να είναι ρίζα κάποιου πολυωνύμου με συντελεστές στο Q . Και το ελαχίστου βαθμού πολυώνυμο που έχει τον a ως ρίζα πρέπει να έχει βαθμό κάποια δύναμη του 2.



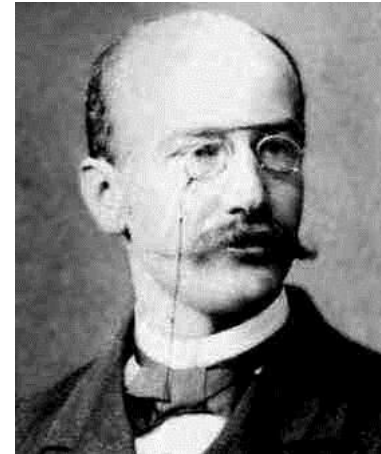
Προβλήματα



- Διπλασιασμός του κύβου αδύνατον αφού το ελάχιστο πολυώνυμο της κυβικής ρίζας του 2 έχει βαθμό 3...
- Ο τετραγωνισμός του κύκλου είναι αδύνατον αφού το π δεν είναι καν αλγεβρικός αριθμός.

Lindemann (1882)

- Η τριχοτόμηση της γωνίας δε μπορεί να γίνει για γωνία 60 μοιρών.



Εικόνα 2



Βιβλιογραφία



- ☞ Carl B. Boyer; Uta C. Merzbach, *Η ιστορία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός Γ. Α., 1997.
- ☞ Dirk Struik, *Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών*, Εκδόσεις ΔΑΙΔΑΛΟΣ, 2008.
- ☞ Katz V., *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)



Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- ☞ **Εικόνα 1: "Plato Silanion Musei Capitolini MC1377"** by English: Copy of Silanion - Marie-Lan Nguyen (User:Jastrow) 2009. Licensed under Creative Commons Attribution 2.5 via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Plato_Silanion_Musei_Capitolini_MC1377.jpg#mediaviewer/File:Plato_Silanion_Musei_Capitolini_MC1377.jpg
- ☞ **Εικόνα 2: "Carl Louis Ferdinand von Lindemann"** by Unknown - <http://www.math.uha.fr/Pi/trans.html>. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carl_Louis_Ferdinand_von_Lindemann.jpg#mediaviewer/File:Carl_Louis_Ferdinand_von_Lindemann.jpg



Σημείωμα Αναφοράς



Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χαρά
Χαραλάμπους. «Ιστορία των Μαθηματικών. Ενότητα 2: Τα Μαθηματικά
στην αρχαία Ελλάδα. Ενότητα 2.3: Τα περίφημα γεωμετρικά
προβλήματα της αρχαιότητας». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

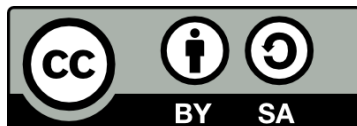
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS249/>



Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>



Διατήρηση Σημειωμάτων



Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

