



Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 6: Οι αρχές του Απειροστικού Λογισμού.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών





Ιστορία των Μαθηματικών

Ενότητα 6.1: Σκέφτομαι άρα υπάρχω...Αναλυτική Γεωμετρία.

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών



Άδειες Χρήσης



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- ☞ Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση



- ☞ Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- ☞ Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- ☞ Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Περιεχόμενα Ενότητας



- ☞ Σκέφτομαι άρα υπάρχω...Αναλυτική Γεωμετρία
- ☞ Μέθοδοι παραγωγίσης.
- ☞ Τετραγωνισμός και Εμβαδόν.
- ☞ Newton και το θεώρημα του δυωνύμου.
- ☞ Το θεμελιώδες θεώρημα του Λογισμού.
- ☞ Leibniz, Το σκάνδαλο του Λογισμού: Newton και Leibniz.



Σκοποί Ενότητας



∞ Η ενότητα αυτή επιχειρεί να εξιστορήσει τη γέννηση του απειροστικού Λογισμού, από τις μεθόδους παραγωγίσισης και τετραγωνισμού των Descartes, Fermat έως τη διατύπωση του θεμελιώδους Θεωρήματος και το έργο των Newton και Leibniz.



René Descartes (Γαλλία) 1596-1650

φιλόσοφος



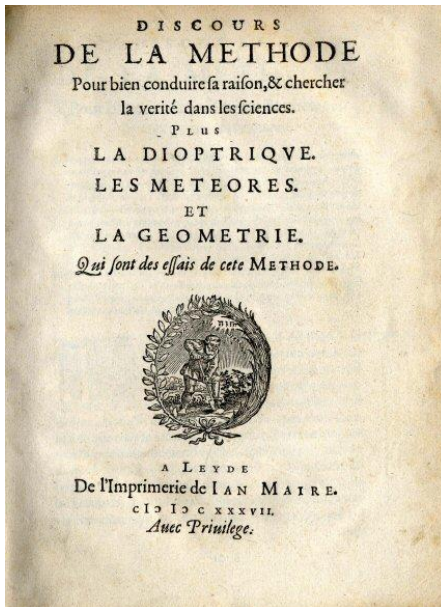
Εικόνα 1

“Cogito ergo sum”

**“Σκέφτομαι άρα
υπάρχω”**



De la Methode



Εικόνα 2
1637

LA GEOMETRIE. LIVRE PREMIER.

*Des problemes qu'on peut construire sans
y employer que des cercles & des
lignes droites.*

Tous les Problemes de Geometrie se
peuvent facilement reduire a tels termes,
qu'il n'est besoin par après que de connoi-
stre la longueur de quelques lignes droites,
pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que
de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la
Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extra-
ction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece
de Diuision: Ainsi n'at'on autre chose a faire en Geo-
metrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les pre-
parer a estre connus, que leur en adiouter d'autres, ou
en offer, Oubien en ayant vne, que se nommeray l'vnité
pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui
peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant
encore deux autres, en trouver vne quatriesme, qui soit
à l'vne de ces deux, comme l'autre est à l'vnité, ce qui est
le mesme que la Multiplication, oubien en trouver vne
quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'vnité

Εικόνα 3



Καρτεσιανή γεωμετρία



Καρτεσιανή γεωμετρία=αναλυτική γεωμετρία

Στόχος του:

«κάθε πρόβλημα της γεωμετρίας μπορεί εύκολα να μετατραπεί έτσι ώστε η γνώση των μηκών ορισμένων ευθύγραμμων τμημάτων να αρκεί για την κατασκευή του.»

Συστηματική χρήση της συμβολικής άλγεβρας: σύγχρονος αλγεβρικός συμβολισμός είναι βασισμένος στον συμβολισμό του Descartes.

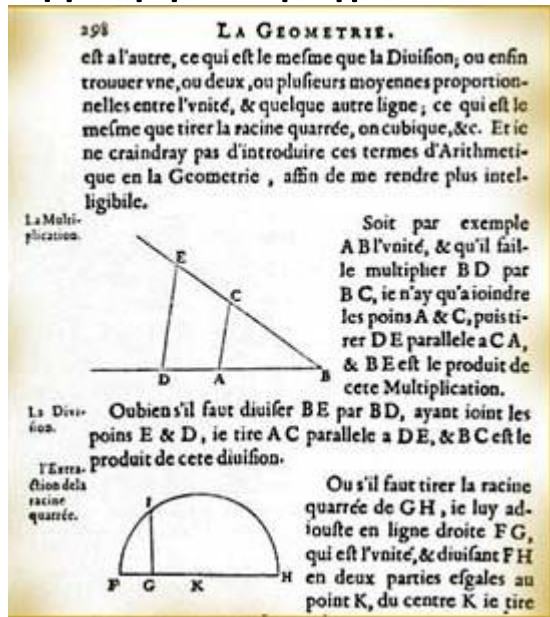
(μετατροπή ενός γεωμετρικού προβλήματος σε αλγεβρικό)



Παραμέτροι και άγνωστοι ευθύγραμμα τμήματα



Descartes θεωρούσε τις παραμέτρους και τους αγνώστους ευθύγραμμα τμήματα.



Εικόνα 4

Για παράδειγμα: x τετράγωνο και x κύβος ερμηνεύονται και αυτά ως ευθύγραμμα τμήματα.

$AB=1$, τότε

$BD \cdot BC = BE$

Μπορεί κανείς να ερμηνεύσει με τον ίδιο τρόπο και ριζικά?



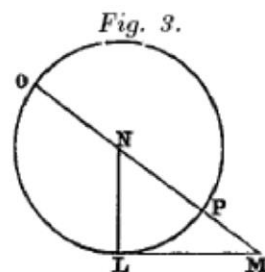
Geometrie



exemple

$$z^2 = az + b^2,$$

je fais le triangle rectangle NLM (fig. 3), dont le côté LM est égal à b , racine carrée de la quantité connue b^2 , et l'autre LN est $\frac{1}{2}a$, la moitié de l'autre



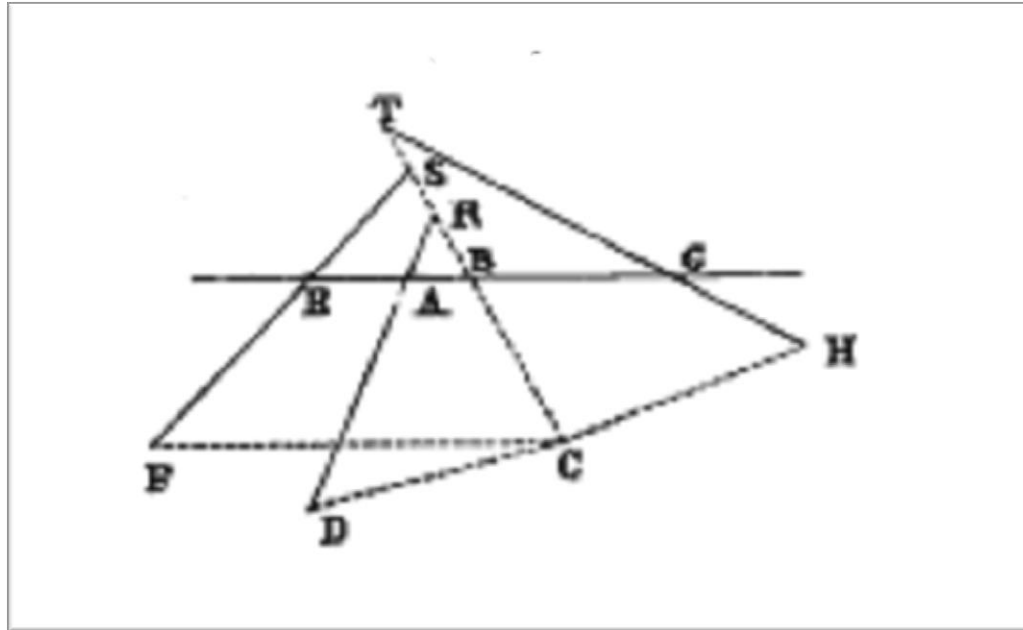
quantité connue qui étoit multipliée par z , que je suppose être la ligne inconnue ; puis prolongeant MN , la base de ce triangle, jusques à O , en sorte que NO soit égale à NL , la toute OM est z , la ligne cherchée ; et elle s'exprime en cette sorte :

Λύση: $LM = b, LN = a/2$ (Geometrie)

$$z = OM$$



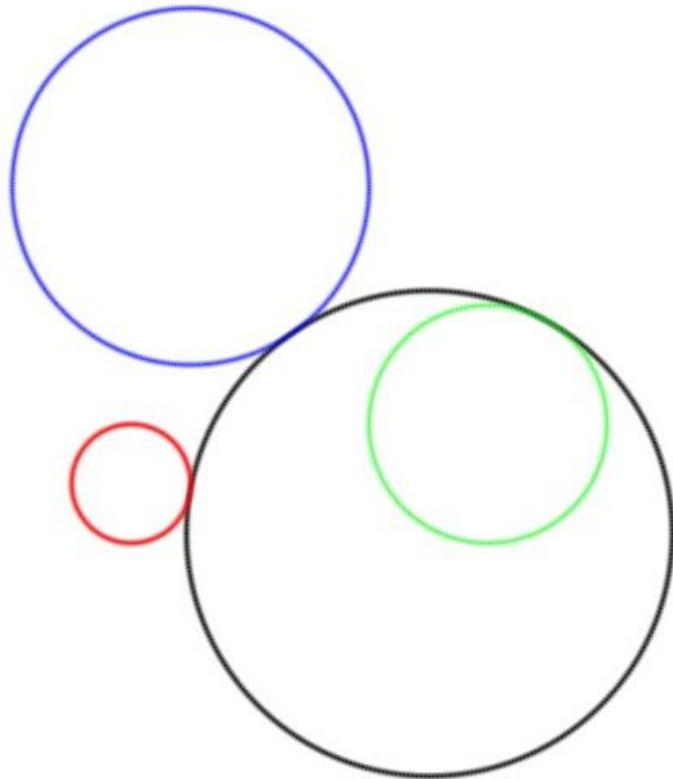
Χρήση συντεταγμένων:



Παράδειγμα: Για τη λύση του προβλήματος του Απολλώνιου:
όλες οι γραμμές δίνονται αναφορικά με δύο: $EG(x)$, $CT(y)$



Απολλώνιο πρόβλημα:



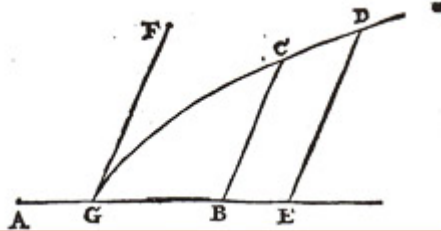
Κατασκευή κύκλων

(με κανόνα και διαβήτη), που είναι εφαπτόμενοι σε τρεις δεδομένους κύκλους στο επίπεδο.

Το πρόβλημα έθεσε ο Απολλώνιος ο Περγαίος (περ. 262 π.Χ. - περ. 190 π.Χ.) στο έργο του «Επαφαί».



Descartes



Theorem IX.

«Ελπίζω ότι το μέλλον θα με κρίνει με ευγενικά όχι μόνο για τα πράγματα που εξήγησα, αλλά και για αυτά που παρέλειψα για να αφήσω σε άλλους τη χαρά της ανακάλυψης.»



Βιβλιογραφία



- Carl B. Boyer; Uta C. Merzbach, *Η ιστορία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Πνευματικός Γ. Α., 1997.
- Dirk Struik, *Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών*, Εκδόσεις ΔΑΙΔΑΛΟΣ, 2008.
- Katz V., *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2013.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)



Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- ☞ **Εικόνα 1: "Frans Hals - Portret van René Descartes"** by After Frans Hals (1582/1583–1666) - André Hatala [e.a.] (1997) De eeuw van Rembrandt, Bruxelles: Crédit communal de Belgique, ISBN 2-908388-32-4.. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Frans_Hals_-_Portret_van_Ren%C3%A9_Descartes.jpg#mediaviewer/File:Frans_Hals_-_Portret_van_Ren%C3%A9_Descartes.jpg
- ☞ **Εικόνα 2: "Descartes Discours de la Methode"**. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons - http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Descartes_Discours_de_la_Methode.jpg#mediaviewer/File:Descartes_Discours_de_la_Methode.jpg



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)



- ☞ **Εικόνα 3:** “La dioptrique”, “Les meteores”, “La geometrie”
"GeometryDescartes" by Original uploader was User:Caton at [1] - Originally from fr.wikipedia; description page is/was here.. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:GeometryDescartes.JPG#mediaviewer/File:GeometryDescartes.JPG>
- ☞ **Εικόνα 4: σελίδα από** “La geometrie” "GeometryDescartes" by Original uploader was User:Caton at [1] - Originally from fr.wikipedia; description page is/was here.. Licensed under Public domain via Wikimedia Commons -
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:GeometryDescartes.JPG#mediaviewer/File:GeometryDescartes.JPG>



Σημείωμα Αναφοράς



Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χαρά
Χαραλάμπους. «Ιστορία των Μαθηματικών. Ενότητα 6: Οι αρχές του
Απειροστικού Λογισμού. Ενότητα 6.1: Σκέφτομαι άρα
υπάρχω...Αναλυτική Γεωμετρία». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

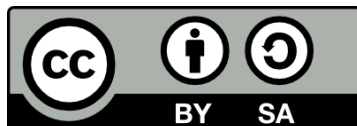
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS249/>



Σημείωμα Αδειοδότησης



Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>



Διατήρηση Σημειωμάτων



Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

