



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ  
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



# Στατιστική για Πολιτικούς Μηχανικούς

Ενότητα 1: Εισαγωγή, Περιγραφική στατιστική

Κουγιουμτζής Δημήτριος  
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

---

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Περιεχόμενα ενότητας

---

1. Εισαγωγή
2. Περιγραφική Στατιστική
  - i. Περιγραφή στατιστικών δεδομένων
  - ii. Περιγραφικά μέτρα στατιστικών δεδομένων

# Περιεχόμενα

- Περιγραφική στατιστική (Σημειώσεις: Κεφ. 1)
- Εκτίμηση παραμέτρων (Σημειώσεις: Κεφ. 2)
- Στατιστικοί έλεγχοι (Σημειώσεις: Κεφ. 3)
- Συσχέτιση, Παλινδρόμηση (Σημειώσεις: Κεφ. 4)

Ιστοσελίδα μαθήματος:

<http://users.auth.gr/dkugiu/Teaching/CivilEngineer/>

<http://blackboard.lib.auth.gr/>

κωδικός μαθήματος 10U001

# Εισαγωγικά

## Βεβαιότητα

**βέβαια** φαινόμενα → χρήση **καθοριστικών** μεθόδων / μοντέλων

- Πόση ώρα κάνει ένας ποδηλάτης από το ένα στο άλλο άκρο της Νέας Παραλίας Θεσσαλονίκης (3km), όταν πηγαίνει με σταθερή ταχύτητα 20km/h;
- Ποια θα είναι η θέση της γης ως προς τον ήλιο την πρωτοχρονιά 2013;

## Αβεβαιότητα / τυχαιότητα

**αβέβαια ή τυχαία** φαινόμενα → χρήση **στατιστικών** μεθόδων / μοντέλων

- Πόση ώρα κάνει κάποιος τη διαδρομή xxxxxx – Πολυτεχνείο με ποδήλατο / αυτοκίνητο;
- Είναι ακριβές το δρομολόγιο του ΟΣΕ για Αθήνα – Θεσσαλονίκη; (π.χ. InterCity 12.18 – 17.41)

# Παραδείγματα

- Ποια είναι η αντοχή θραύσης ενός τύπου σκυροδέματος;
- Ποια είναι η μέση ροή κίνησης σε μια οδική αρτηρία το μεσημέρι; Είναι μεγαλύτερη από 1000 οχήματα την ώρα;
- Πόσοι χώροι πάρκινγκ ανά διαμέρισμα έχει κατά μέσο όρο μια πολυκατοικία στην Τούμπα; Στην Καλαμαριά; Υπάρχει διαφορά στις δύο συνοικίες;
- Πως μεταβάλλεται η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας με το μέγεθος του διαμερίσματος; Μπορούμε να προβλέψουμε για κάποιο διαμέρισμα γνωστού μεγέθους την κατανάλωση ενέργειας;

Πως θα απαντήσουμε;  $\implies$  **Στατιστική**

# Διαδικασία Στατιστικής

- 1 **Δειγματοληψία** (συλλογή δεδομένων)
- 2 **Περιγραφική Στατιστική** (περιγραφή / παρουσίαση δεδομένων και συνοπτικών μέτρων)
- 3 **Στατιστική Συμπερασματολογία** ή **Στατιστική** (ανάλυση στατιστικών δεδομένων και ερμηνεία αποτελεσμάτων)

## Παράδειγμα: Χώροι πάρκιγκ

- 1 Συλλέγουμε δεδομένα από 20 πολυκατοικίες στην Τούμπα και 19 στην Καλαμαριά.
- 2 'Βλέπουμε' τις παρατηρήσεις (πίνακες, γραφήματα) και υπολογίζουμε κάποια μέτρα (π.χ. μέσο όρο).
- 3 Εφαρμόζουμε στατιστικές μεθόδους για να εκτιμήσουμε το μέσο χώρο πάρκιγκ στις δύο συνοικίες και για να ελέγξουμε αν υπάρχει σημαντική διαφορά.



# Χρήσιμοι όροι Στατιστικής

- **τυχαία μεταβλητή (τ.μ.):** οποιοδήποτε χαρακτηριστικό του οποίου η τιμή αλλάζει στα διάφορα στοιχεία του πληθυσμού, π.χ. η αντοχή θραύσης σκυροδέματος.
- **δεδομένα:** ένα σύνολο τιμών μιας τ.μ. που έχουμε στη διάθεση μας, π.χ. μετρήσεις αντοχής θραύσης σκυροδέματος.
- **πληθυσμός:** μια ομάδα ή μια κατηγορία στην οποία αναφέρεται η τ.μ., π.χ. σκυρόδεμα γενικά, ή ένας τύπος σκυροδέματος.
- **δείγμα:** ένα υποσύνολο του πληθυσμού που μελετάμε, π.χ. 25 δοκίμια σκυροδέματος γενικά ή ενός τύπου.
- **παράμετρος:** ένα μέγεθος που συνοψίζει με κάποιο τρόπο τις τιμές της τ.μ. στον πληθυσμό, π.χ. η μέση τιμή αντοχής θραύσης σκυροδέματος.
- **στατιστικό:** ένα μέγεθος που συνοψίζει με κάποιο τρόπο τις τιμές της τ.μ. στο δείγμα, π.χ. ο μέσος όρος αντοχής θραύσης από τα 25 δοκίμια σκυροδέματος που μετρήσαμε.

# Πιθανότητες

## Πιθανοθεωρία

- Τυχαία μεταβλητή τ.μ.  $X$
- Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ή συνάρτηση μάζας πιθανότητας  $f_X(x)$
- Αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $F_X(x)$
- Κύριες παράμετροι κατανομής:
  - Μέση (προσδοκώμενη) τιμή:  $E(X) = \mu$
  - Διασπορά (διακύμανση):  $\text{Var}(X) = \sigma^2$

## Σκοπός Πιθανοθεωρίας

γνωρίζουμε κατανομή (παραμέτρους)  $\longrightarrow$  μελετάμε την τ.μ.

## Σκοπός Στατιστικής

γνωρίζουμε τιμές της τ.μ.  $\longrightarrow$  συμπεράσματα για την τ.μ.

Με βάση τα δεδομένα θέλουμε να βγάλουμε συμπεράσματα:  
από δείγμα  $\longrightarrow$  για πληθυσμό  
από στατιστικό  $\longrightarrow$  για παράμετρο

*Παράμετρος*: σταθερή κι άγνωστη

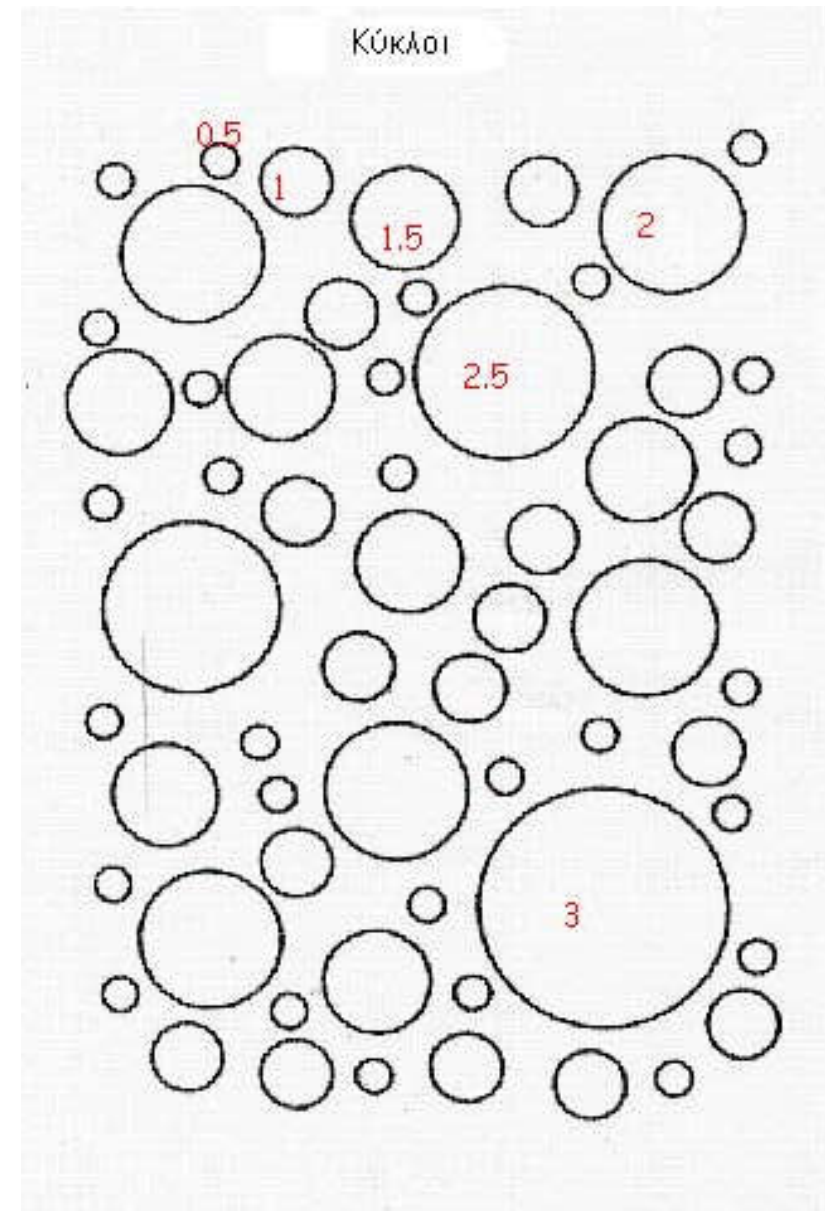
*Στατιστικό*: μεταβλητό και γνωστό

*Δείγμα*: τυχαίο και αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού

## Πείραμα: 'τυχαίο και αντιπροσωπευτικό δείγμα';

- 1 Πάρε ένα χαρτάκι με την εικόνα στο διπλανό σχήμα.
- 2 Διάλεξε τυχαίο και αντιπροσωπευτικό δείγμα πέντε κύκλων από τους 60 του πληθυσμού.
- 3 Υπολόγισε το μέσο όρο των ακτίνων των 5 κύκλων και γράψε το στο πίσω μέρος, π.χ.

$$\frac{1 + 0.5 + 1.5 + 1 + 2.5}{5} = 1.3$$



## ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

## Περιγραφή Στατιστικών δεδομένων

1. Διακεκριμένες τιμές ( $k$  κατηγορίες ή λίγες αριθμητικές τιμές  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , δείγμα μεγέθους  $n$ )

## Συχνότητες

- συχνότητα εμφάνισης της τιμής  $x_i$ ,  $f_i$
- σχετική συχνότητα / ποσοστό,  $p_i = \frac{f_i}{n}$
- αθροιστική συχνότητα  $F_i = \sum_{j=1}^i f_j$  όπου  $x_j \leq x_i$
- αθροιστική σχετική συχνότητα  $P_i = \sum_{j=1}^i p_j$  όπου  $x_j \leq x_i$

Παρουσίαση συχνοτήτων για τα  $x_i$ :

- **πίνακα συχνοτήτων**: μια γραμμή για κάθε τιμή, κάθε στήλη είναι ένας τύπος συχνότητας
- **ραβδόγραμμα**: μια ράβδος για τη συχνότητα κάθε τιμής
- κυκλικό διάγραμμα ('πίτα'), ...

## Παράδειγμα: αριθμός δωματίων διαμερίσματος

Δίνεται ο αριθμός δωματίων σε ένα δείγμα 120 διαμερισμάτων μιας συνοικίας της πόλης.

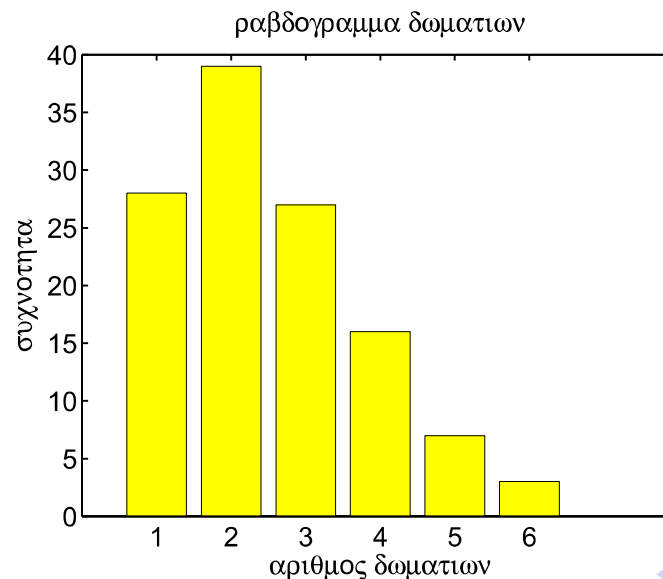
1	4	2	2	2	3	4	3	1	1	3	3
1	2	1	2	1	1	2	3	3	5	1	2
2	3	2	1	1	4	3	4	1	1	6	2
1	3	2	1	2	2	3	2	4	3	3	5
1	3	5	3	1	2	2	3	1	2	6	4
1	2	5	4	3	1	2	4	2	1	3	4
2	2	2	3	2	1	3	3	4	2	1	5
2	2	3	3	2	4	6	3	2	3	1	3
2	1	5	1	1	4	4	2	5	4	2	2
4	2	1	2	2	2	3	2	3	2	1	4

## Παράδειγμα (συνέχεια)

Πίνακας συχνοτήτων

$x_i$	$f_i$	$p_i$	$F_i$	$P_i$
1	28	0.23	28	0.23
2	39	0.33	67	0.56
3	27	0.23	94	0.78
4	16	0.13	110	0.92
5	7	0.06	117	0.97
6	3	0.03	120	1.00
Άθροισμα	120	1.00		

Ραβδόγραμμα



## 2. Αριθμητικές τιμές (πολλές διακεκριμένες τιμές, τιμές σε διάστημα)

### Ομαδοποίηση

Χωρίζουμε τα δεδομένα σε  $k$  ομάδες  $\longrightarrow$  πίνακες / γραφήματα όπως πριν για τις  $k$  τιμές (ομάδες)

Χωρισμός σε ομάδες: (ίδιο εύρος τιμών  $r$  σε κάθε ομάδα)

Εύρος δεδομένων:  $R = x_{\max} - x_{\min}$

$$R/k \simeq r$$

Το πρώτο διάστημα πρέπει να περιέχει το  $x_{\min}$

Το τελευταίο διάστημα πρέπει να περιέχει το  $x_{\max}$

Ραβδόγραμμα (ενώνοντας τις πλευρές)  $\longrightarrow$  **ιστόγραμμα**

Άλλα γραφήματα: φυλλογράφημα, σημειογράφημα, ...



## Θέμα 1

Προσδιορισμός αριθμού ομάδων ή εύρος διαστήματος ιστογράμματος (number of bins or bin width): Μέθοδοι και περιορισμοί.

## Θέμα 2

Φυλλογράφημα (stem and leaf plot): Παρουσίαση, πλεονεκτήματα και παράδειγμα.

## Παράδειγμα: αντοχή θραύσης σκυροδέματος

Μετρήθηκε η αντοχή θραύσης σκυροδέματος σε δύο δείγματα από δύο τύπους σκυροδέματος Α και Β.

A/A	τύπος Α	τύπος Β
1	5.3	5.0
2	4.5	4.2
3	5.7	5.4
4	5.8	5.5
5	4.8	4.6
6	6.4	6.1
7	6.4	6.1
8	5.6	5.3
9	5.8	5.5
10	5.7	5.4
11	5.5	5.2
12	6.1	5.8
13	5.2	4.9
14	7.0	6.7
15	5.5	5.2
16	5.7	5.4
17	6.3	6.0
18	5.6	5.3
19	5.5	5.2
20	5.0	4.8
21	5.8	
22	4.7	
23	6.1	
24	6.7	
25	5.1	
Σύνολο	141.8	107.6

## Παράδειγμα (συνέχεια)

$X$  αντοχή θραύσης του σκυροδέματος τύπου A (σε ksi)

*Χωρισμός σε ομάδες*

$$x_{\min} = 4.5 \text{ ksi} \quad x_{\max} = 7.0 \text{ ksi}$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 7.0 - 4.5 = 2.5 \text{ ksi.}$$

Διαλέγουμε να χωρίσουμε τα δεδομένα σε 10 ομάδες ( $k = 10$ )

$$r = \frac{R}{k} = \frac{2.5}{10} = 0.25 \text{ ksi,}$$

Διαλέγουμε η πρώτη ομάδα (διάστημα) να αρχίζει από την τιμή 4.5 ksi

ομάδα 1: 4.50 – 4.75

ομάδα 2: 4.75 – 5.00

...

ομάδα 10: 6.75 – 7.00

Η τελευταία ομάδα περιλαμβάνει το  $x_{\max} = 7.0 \text{ ksi}$

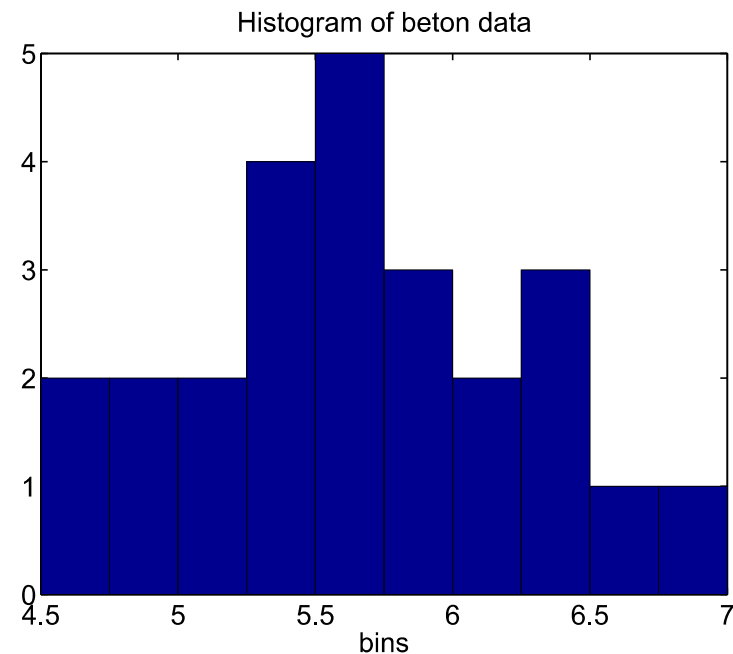
## Παράδειγμα (συνέχεια)

Πίνακας συχνοτήτων

Διάστημα τιμών	$f_i$	$p_i$	$F_i$	$P_i$
4.50 – 4.75	2	0.08	2	0.08
4.75 – 5.00	2	0.08	4	0.16
5.00 – 5.25	2	0.08	6	0.24
5.25 – 5.50	4	0.16	10	0.40
5.50 – 5.75	5	0.20	15	0.60
5.75 – 6.00	3	0.12	18	0.72
6.00 – 6.25	2	0.08	20	0.80
6.25 – 6.50	3	0.12	23	0.92
6.50 – 6.75	1	0.04	24	0.96
6.75 – 7.00	1	0.04	25	1.00
Άθροισμα	25	1.00		

## Παράδειγμα (συνέχεια)

## Ιστόγραμμα



Μπορούμε να δεχτούμε ότι η  $X$  ακολουθεί κάποια γνωστή κατανομή;

Είναι σημαντικό για την στατιστική ανάλυση να είναι η κατανομή **κανονική**

# Περιγραφικά Μέτρα Στατιστικών Δεδομένων

- **μέτρα θέσης:** προσδιορίζουν χαρακτηριστικές θέσεις μέσα στο εύρος των δεδομένων
- **μέτρα μεταβλητότητας:** δίνουν περιληπτικά τη διασκόρπιση και μεταβλητότητα των δεδομένων

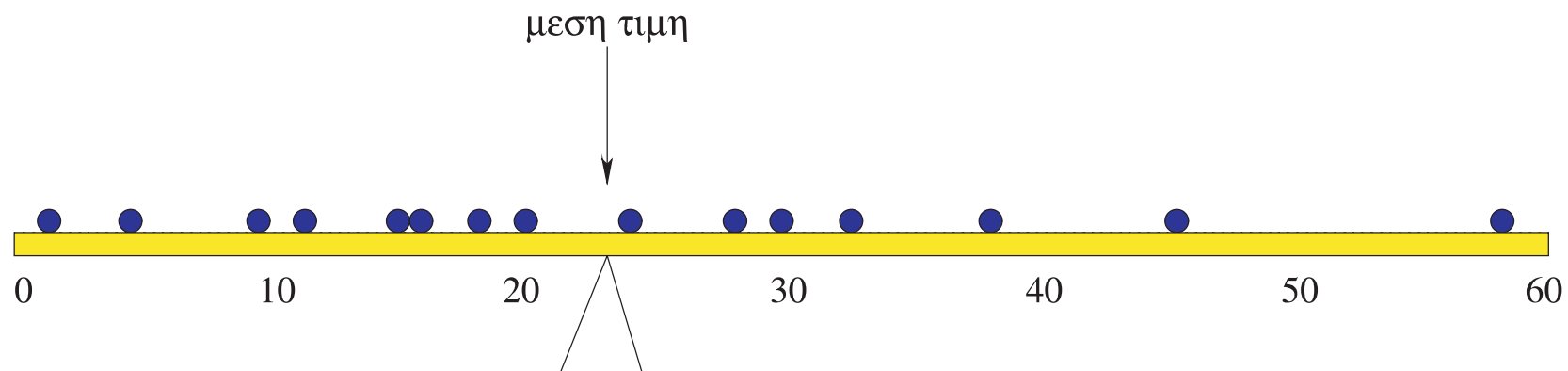
$x_1, x_2, \dots, x_n$ : παρατηρήσεις του δείγματος

## Μέτρα θέσης

δειγματική μέση τιμή ή αριθμητικός μέσος ή μέσος όρος

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Η μέση τιμή είναι το 'κέντρο ισορροπίας' των δεδομένων



# Μέτρα θέσης

## δειγματική διάμεσος

Είναι η κεντρική τιμή όταν διατάξουμε τα δεδομένα σε αύξουσα σειρά

$$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(n+1)/2} & n = 2k + 1 \\ \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2} & n = 2k \end{cases}$$

π.χ. δείγμα  $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \longrightarrow \tilde{x} = x_2$

π.χ. δείγμα  $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \longrightarrow \tilde{x} = \frac{x_2 + x_3}{2}$

## δειγματική επικρατούσα τιμή

Είναι η τιμή που εμφανίζεται με τη μεγαλύτερη συχνότητα



# Μέτρα θέσης

## Παρατηρήσεις:

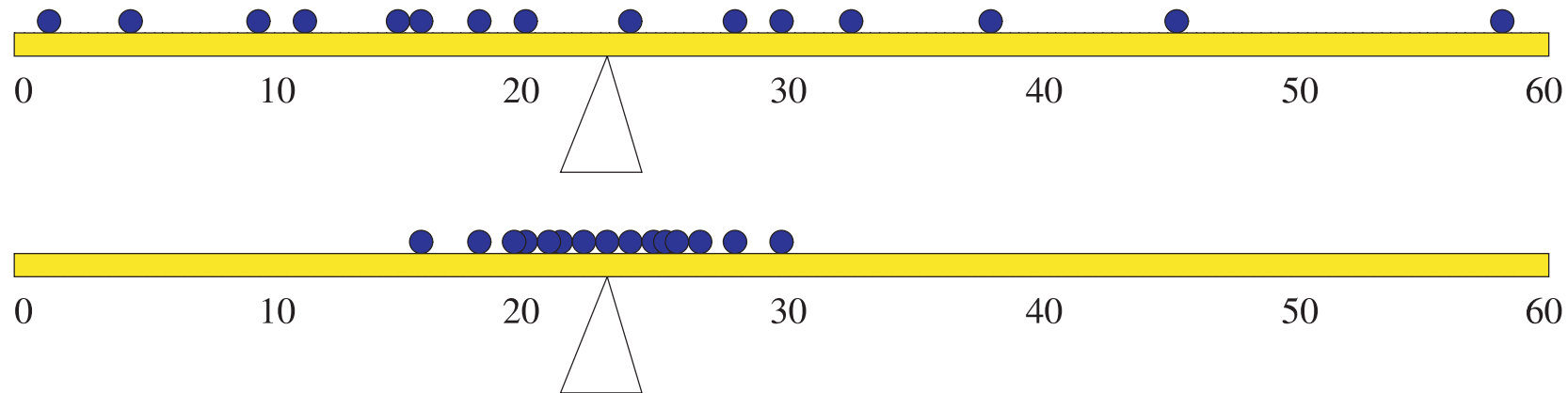
- $\bar{x}$  είναι το πιο σημαντικό μέτρο και αποτελεί εκτίμηση του  $\mu$
- για τον υπολογισμό του  $\bar{x}$  χρησιμοποιούνται όλες οι παρατηρήσεις, για τη διάμεσο μόνο η τάξη τους
- το  $\bar{x}$  επηρεάζεται από μακρινές τιμές, η διάμεσος όχι

## Θέμα 3

Το συνοπτικό μέτρο του περικομμένου μέσου (trimmed mean):  
Παρουσίαση, ιδιότητες και παράδειγμα.

# Μέτρα μεταβλητότητας

Η μεταβλητότητα ή διασπορά των παρατηρήσεων είναι ένα δεύτερο σημαντικό χαρακτηριστικό του δείγματος



Τα κυριότερα μέτρα διασποράς είναι:

## δειγματικό εύρος $R$

Δεν είναι ανθεκτικό μέτρο και υπολογίζεται μόνο από τις δύο ακραίες τιμές

# Μέτρα μεταβλητότητας

## δειγματική διασπορά ή δειγματική διακύμανση $s^2$

Μετράει τη μεταβλητότητα των παρατηρήσεων γύρω από τη μέση τιμή.

Απόκλιση μιας  $x_i$  από τη μέση τιμή :  $x_i - \bar{x}$

Το άθροισμα όλων των αποκλίσεων είναι 0!

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

Γι αυτό χρησιμοποιούμε τα τετράγωνα των αποκλίσεων

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad \boxed{\times}$$

ισοδύναμα

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \quad \boxed{\vee}$$

# Μέτρα μεταβλητότητας

Δύσκολο να ερμηνεύσουμε τη δειγματική διασπορά  $s^2$

## δειγματική τυπική απόκλιση $s$

Η δειγματική τυπική απόκλιση  $s$  είναι πιο κατάλληλο μέτρο γιατί επιδέχεται φυσική ερμηνεία

# Μέτρα μεταβλητότητας

Δύσκολο να ερμηνεύσουμε τη δειγματική διασπορά  $s^2$

## δειγματική τυπική απόκλιση $s$

Η δειγματική τυπική απόκλιση  $s$  είναι πιο κατάλληλο μέτρο γιατί επιδέχεται φυσική ερμηνεία

## Θέμα 4

Το συνοπτικό μέτρο της διάμεσης απόλυτης απόκλισης (median absolute deviation, MAD): Παρουσίαση, ιδιότητες και παράδειγμα.

## **$p$ -εκατοστιαία σημεία**

*$p$ -εκατοστιαίο σημείο*: ποσοστό παρατηρήσεων το πολύ  $p\%$  είναι μικρότερες απ' αυτήν την παρατήρηση ( $0 \leq p < 1$ )

Η διάμεσος είναι το 50-εκατοστιαίο σημείο

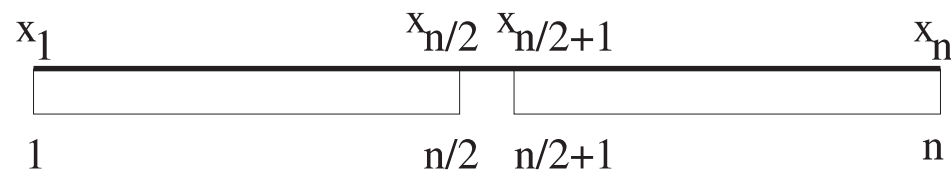
# Μέτρα μεταβλητότητας

Χαρακτηριστικά εκατοστιαία σημεία είναι τα *τεταρτομόρια*

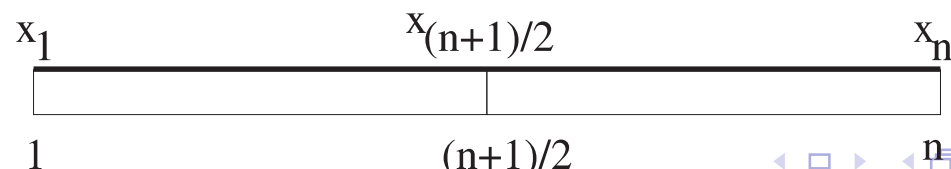
- **πρώτο ή κατώτερο τεταρτομόριο**  $Q_1$ : το 25-εκατοστιαίο σημείο
- **τρίτο ή ανώτερο τεταρτομόριο**  $Q_3$ : το 75-εκατοστιαίο σημείο

$Q_1$  και  $Q_3$  ορίζονται όπως η διάμεσος αλλά περιορίζοντας το σύνολο των δεδομένων στα αντίστοιχα υποσύνολα (κατώτερο ή ανώτερο μισό).

$$n=2k$$



$$n=2k+1$$

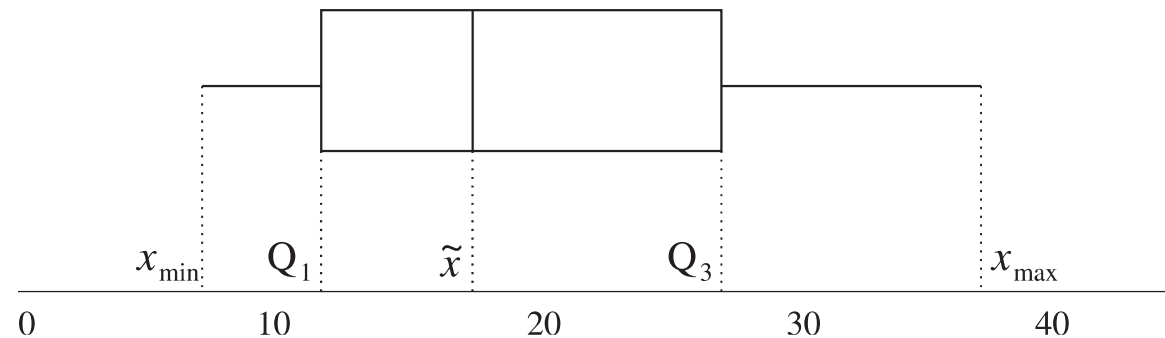


# Μέτρα μεταβλητότητας

## ενδοτεταρτομοριακό εύρος /

$I = Q_3 - Q_1$  είναι το εύρος που καλύπτουν τα μισά από τα δεδομένα που είναι πιο κοντά διάμεσο

## σύνοψη των 5 αριθμών - θηκόγραμμα



## Συνθήκες για αποδοχή κανονικής κατανομής από θηκόγραμμα

- $\tilde{x}$  όχι κοντά στο  $Q_1$  ή στο  $Q_3$
- το εύρος των τιμών στα δύο ακραία τεταρτομόρια να μη διαφέρει σημαντικά
- να μην υπάρχουν ακραίες τιμές

# Παράδειγμα: περιεκτικότητα σε ραδιενέργεια του χάλυβα

Δίνεται η περιεκτικότητα σε ραδιενέργεια του χάλυβα σε 10 δοκίμια από ένα εργοστάσιο Α

A/A	εργοστάσιο Α	εργοστάσιο Β
1	0.40	0.11
2	0.51	0.13
3	0.51	0.26
4	0.54	0.27
5	0.55	0.33
6	0.59	0.37
7	0.63	0.52
8	0.67	0.65
9	0.75	
10	2.10	
Σύνολο	7.25	2.64



# Παράδειγμα (συνέχεια)

δειγματική μέση τιμή:

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{7.25}{10} = 0.725$$

δειγματική διάμεσος:

$$\tilde{x} = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{0.55 + 0.59}{2} = 0.57$$

εύρος τιμών δείγματος:

$$x_{\min} = 0.40 \quad x_{\max} = 2.10 \quad \longrightarrow \quad R = 1.70$$

δειγματική διασπορά (Πρώτα το άθροισμα τετραγώνων)

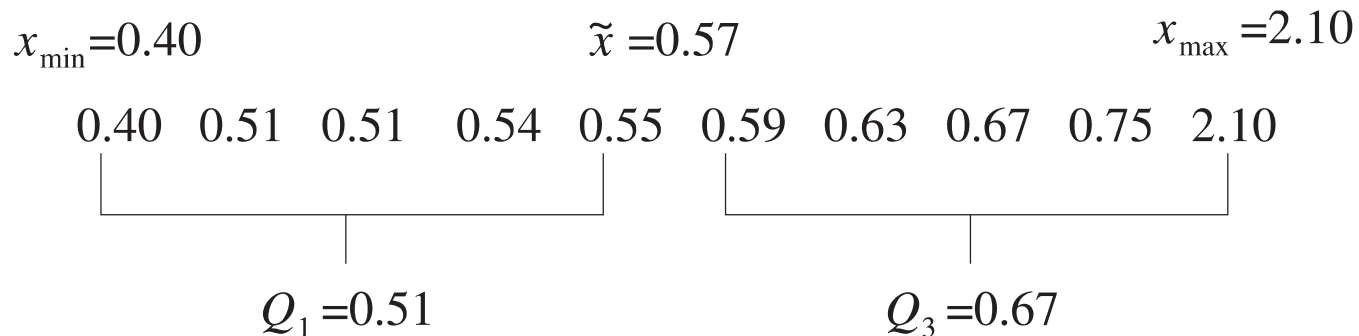
$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0.40^2 + 0.51^2 + \dots + 0.75^2 + 2.10^2 = 7.44$$

$$s^2 = \frac{1}{9} \left( \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 10\bar{x}^2 \right) = \frac{1}{9} (7.44 - 10 \cdot 0.725^2) = 0.243$$

## Παράδειγμα (συνέχεια)

$$\text{δειγματική τυπική απόκλιση } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.243} = 0.493$$

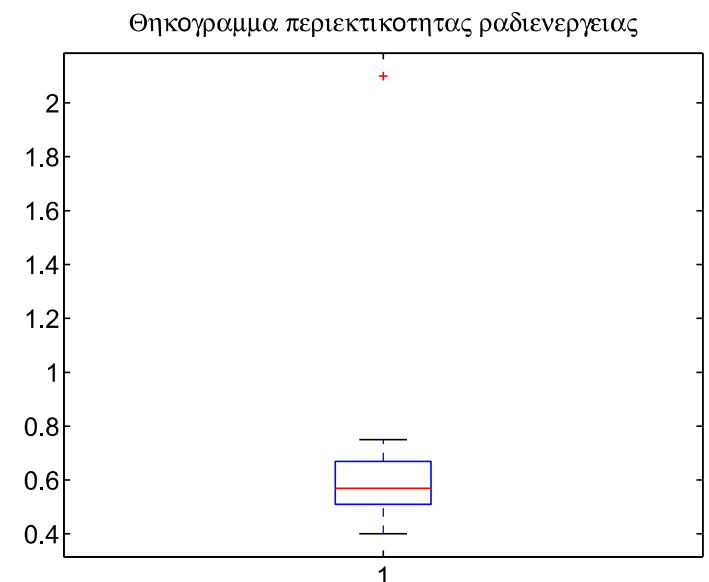
τεταρτομόρια



ενδοτεταρτομοριακό εύρος

$$I = Q_3 - Q_1 = 0.67 - 0.51 = 0.16$$

Θηκόγραμμα



## Παράδειγμα (συνέχεια)

Έστω ότι η ακραία τιμή οφείλεται σε σφάλμα μέτρησης (δεν είναι πραγματική)

Απαλοιφή ακραίας τιμής ( $\rightarrow$  9 παρατηρήσεις)

δειγματική μέση τιμή

$$\bar{x} = \frac{5.15}{9} = 0.572$$

δειγματική διάμεσος

$$\tilde{x} = x_{(n+1)/2} = x_5 = 0.55$$

Διασπορά

$$s^2 = \frac{1}{8} (5.15 - 9 \cdot 0.572^2) = 0.010$$

Τυπική απόκλιση

$$s = \sqrt{0.010} = 0.10$$

Ελάχιστη τιμή

$$x_{\min} = 0.40$$

Μέγιστη τιμή

$$x_{\max} = 0.75$$

Εύρος

$$R = 0.75 - 0.40 = 0.35$$

Πρώτο τεταρτομόριο

$$\text{(διάμεσος των } \{x_1, \dots, x_5\}) \quad Q_1 = x_3 = 0.51$$

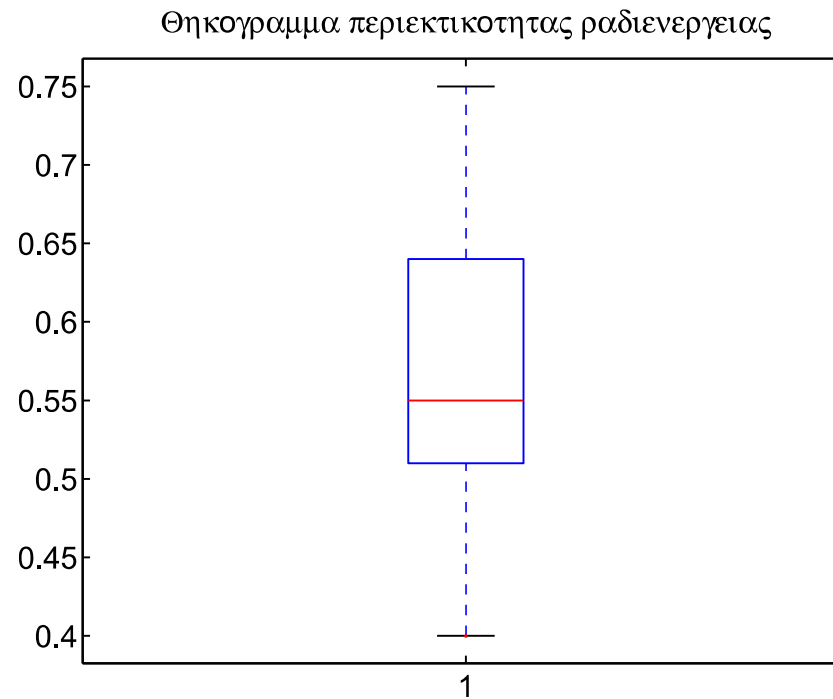
Τρίτο τεταρτομόριο

$$\text{(διάμεσος των } \{x_5, \dots, x_9\}) \quad Q_3 = x_7 = 0.63$$

Ενδοτεταρτομοριακό εύρος

$$I = 0.63 - 0.51 = 0.12$$

# Παράδειγμα (συνέχεια)



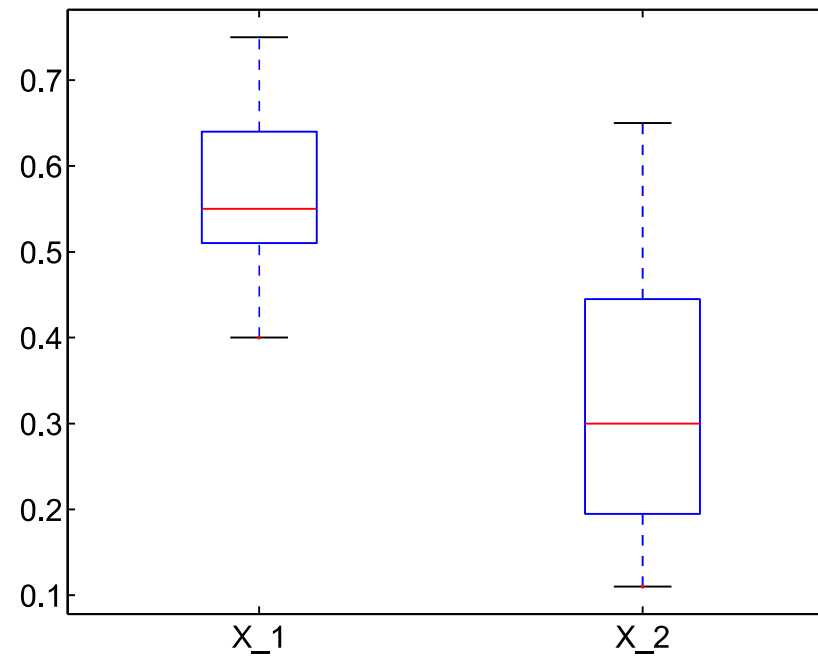
## Παράδειγμα (συνέχεια)

Σύγκριση περιεκτικότητας ραδιενέργειας σε χάλυβα από δύο εργοστάσια

Μέτρο	$X_1$	$X_2$
Μέση τιμή	$\bar{x}_1 = 0.572$	$\bar{x}_2 = 0.33$
Διάμεσος	$\tilde{x}_1 = 0.55$	$\tilde{x}_2 = 0.30$
Διασπορά	$s_1^2 = 0.010$	$s_2^2 = 0.034$
Τυπική απόκλιση	$s_1 = 0.10$	$s_2 = 0.18$
Ελάχιστη τιμή	$x_{1,\min} = 0.40$	$x_{2,\min} = 0.11$
Μέγιστη τιμή	$x_{1,\max} = 0.75$	$x_{1,\max} = 0.65$
Εύρος	$R_1 = 0.35$	$R_2 = 0.54$
Πρώτο τεταρτομόριο	$Q_{1,1} = 0.51$	$Q_{2,1} = 0.195$
Τρίτο τεταρτομόριο	$Q_{1,3} = 0.63$	$Q_{2,3} = 0.445$
Ενδοτεταρ. εύρος	$I_1 = 0.12$	$I_2 = 0.250$

## Παράδειγμα (συνέχεια)

Θηκογράμμο περιεκτικότητας ραδιενέργειας, A και B



- Είναι η κατανομή ίδια;
- Είναι η διασπορά ίδια;
- Είναι το κέντρο ίδιο;

# Άσκηση

Έγιναν 15 μετρήσεις της συγκέντρωσης διαλυμένου οξυγόνου (Δ.Ο.) σ' ένα ποτάμι (σε  $mg/l$ )

1.8	2.0	2.1	1.7	1.2	2.3	2.5	2.9	1.6	2.2	2.3	1.8	2.4	1.6	1.9
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 1 Υπολογίστε τα μέτρα θέσης και μεταβλητότητας για τα δεδομένα του δείγματος και σχηματίστε το κατάλληλο θηκόγραμμα.
- 2 Σχολιάστε αν φαίνεται η συγκέντρωση Δ.Ο. στο νερό του ποταμού να ακολουθεί κανονική κατανομή.

# Σημείωμα Αναφοράς

---

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Κουγιουμτζής Δημήτριος. «Στατιστική για Πολιτικούς Μηχανικούς. Εισαγωγή, Περιγραφική στατιστική». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://opencourses.auth.gr/courses/OCRS253/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

---

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ  
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



# Τέλος ενότητας

Θεσσαλονίκη, Μάρτιος 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

---

# Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

---

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

---

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.