ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Στατιστική για Πολιτικούς Μηχανικούς

Ενότητα **3**: Εκτίμηση παραμέτρων (μέρος 2ο)

Κουγιουμτζής Δημήτριος
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Περιεχόμενα ενότητας

1. Εκτίμηση διαστήματος εμπιστοσύνης
   i. Διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς $\mu_1 - \mu_2$
   ii. Διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς $p_1 - p_2$

Διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς $\mu_1 - \mu_2$

τ.μ. X_1 με μέση τιμή μ_1 τ.μ. X_2 με μέση τιμή μ_2

Διαφορά $\mu_1 - \mu_2$; [X_1 και X_2 ανεξάρτητες]

Δείγμα $\{x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{1n_1}\} \quad \to \quad \bar{x}_1$

Δείγμα $\{x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2n_2}\} \quad \to \quad \bar{x}_2$

Εκτιμήτρια της $\mu_1 - \mu_2$: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$

Κατανομή της $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$; [όπως για $\bar{x}$]

Γνωστές διασπορές σ_1^2 και σ_2^2

Υποθέτουμε

$$\left(X_1 \sim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2) \wedge X_2 \sim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma_2^2)\right) \vee (n_1 > 30 \wedge n_2 > 30)$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \sim \mathrm{N}\left(\mu_1 - \mu_2, \ \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

Αν $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ (ομοσκεδαστικές κατανομές)

διασπορά: $\sigma^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})$

Δ.ε. της $\mu_1 - \mu_2$, γνωστά σ_1^2 και σ_2^2

Η διαδικασία είναι όπως για δ.ε. της μ:

	μ	$\longrightarrow$	$\mu_1 - \mu_2$
εκτιμήτρια	$\bar{x}$	$\longrightarrow$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
μέση τιμή της	μ	$\longrightarrow$	$\mu_1 - \mu_2$
διασπορά της	$\frac{\sigma^2}{n}$	$\longrightarrow$	$\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$
δ.ε.	$\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\longrightarrow$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

Διαδικασία εκτίμησης δ.ε. της $\mu_1 - \mu_2$

1. Επιλογή του $1-\alpha$, σ_1, σ_2 γνωστά, $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ από το δείγμα.
2. Εύρεση κρίσιμης τιμής $z_{1-\alpha/2}$ από τον πίνακα για τυπική κανονική κατανομή.
3. Αντικατάσταση στον τύπο

$$\left[\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$$

Παράδειγμα: Αντοχή θραύσης σκυροδέματος

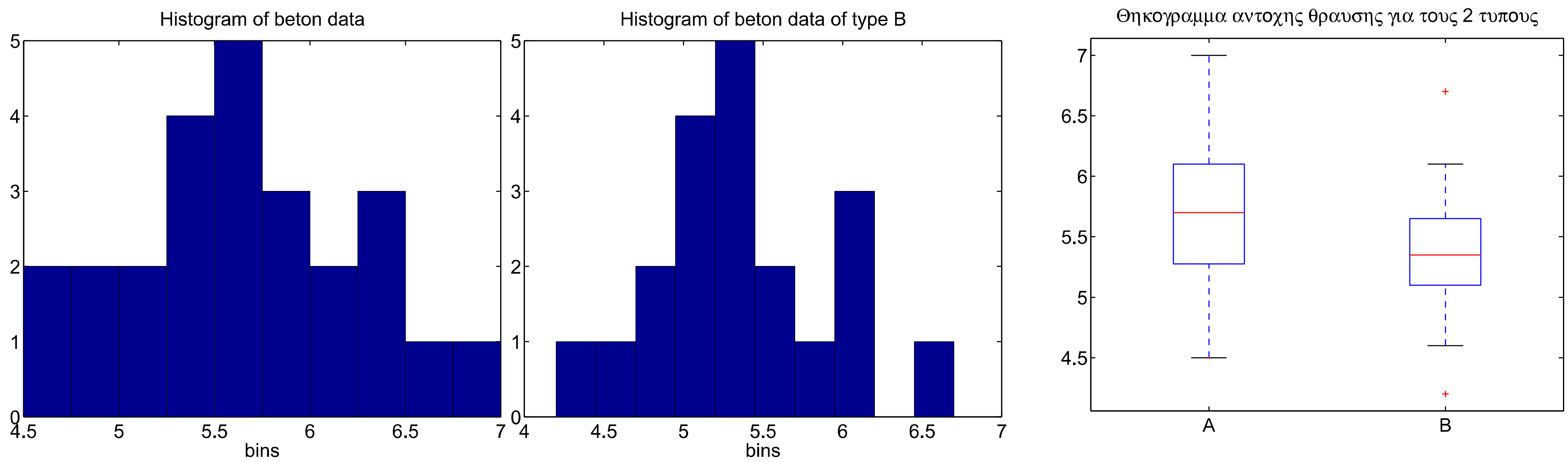
	τύπος Α		τύπος Β	
Α/Α	x_{1i} (ksi)	x_{1i}^2	x_{2i} (ksi)	x_{2i}^2
1	5.3	28.1	5.0	25.0
2	4.5	20.2	4.2	17.6
3	5.7	32.5	5.4	29.2
4	5.8	33.6	5.5	30.2
5	4.8	23.0	4.6	21.2
6	6.4	41.0	6.1	37.2
7	6.4	41.0	6.1	37.2
8	5.6	31.4	5.3	28.1
9	5.8	33.6	5.5	30.2
10	5.7	32.5	5.4	29.2
11	5.5	30.2	5.2	27.0
12	6.1	37.2	5.8	33.6
13	5.2	27.0	4.9	24.0
14	7.0	49.0	6.7	44.9
15	5.5	30.2	5.2	27.0
16	5.7	32.5	5.4	29.2
17	6.3	39.7	6.0	36.0
18	5.6	31.4	5.3	28.1
19	5.5	30.2	5.2	27.0
20	5.0	25.0	4.8	23.0
21	5.8	33.6		
22	4.7	22.1		
23	6.1	37.2		
24	6.7	44.9		
25	5.1	26.0		
Σύνολο	141.8	813.3	107.6	585.08

Παράδειγμα (συνέχεια)

Δίνεται ότι η διασπορά είναι κοινή και γνωστή $\sigma^2 = 0.38\,(\text{ksi})^2$

Ζητάμε δ.ε. για $\mu_1 - \mu_2$ Κατανομή της $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$;

- n_1 και n_2 είναι μικρά



$$\Downarrow$$

$$X_1 \sim \mathrm{N}(\mu_1, 0.38) \quad \text{και} \quad X_2 \sim \mathrm{N}(\mu_2, 0.38)$$

Παράδειγμα (συνέχεια)

$$\bar{x}_1 = 5.67, \quad \bar{x}_2 = 5.38 \quad \to \quad \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0.29$$

Διαδικασία εκτίμησης του δ.ε. της $\mu_1 - \mu_2$

1. $1 - \alpha = 0.95, \quad \sigma = \sqrt{0.38}, \quad \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0.29.$
2. Κρίσιμη τιμή: $z_{0.975} = \Phi^{-1}(0.975) = 1.96.$
3. $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} =$
   $0.29 \pm 1.96\sqrt{0.38 \cdot \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{20}\right)} \to [-0.073, 0.653]$

Συμπεράσματα

• Σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% **δε** μπορούμε να πούμε πως οι δύο τύποι σκυροδέματος διαφέρουν σημαντικά ως προς τη μέση αντοχή θραύσης.

• Το διάστημα $[-0.073, 0.653]$ είναι σχεδόν θετικό αλλά δε δίνει στατιστικά σημαντική διαφορά $\Longrightarrow$ αύξηση των n_1, n_2.

Άγνωστες διασπορές σ_1^2 και σ_2^2

Περίπτωση 1: μεγάλα δείγματα $(n_1, n_2 > 30)$

$s_1^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_1^2 \qquad$ και $\qquad s_2^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_2^2$:

$$\left[\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}},\ \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}\right]$$

Άγνωστες διασπορές σ_1^2 και σ_2^2 (συνέχεια)

Περίπτωση 2: μικρά δείγματα (n_1 ή $n_2 < 30$) **και**
$X_1 \sim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma^2) \;\wedge\; X_2 \sim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma^2)$ **και**
ομοσκεδαστικές κατανομές: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

Υπολογίζουμε πρώτα την εκτίμηση της κοινής διασποράς

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

s^2 είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια της κοινής διασποράς σ^2
Εκτιμήτρια διασποράς της $\mu_1 - \mu_2$: $s^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)$

$$\Downarrow$$

$$t \equiv \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim \mathrm{t}_{n_1+n_2-2}$$

$$\Downarrow$$

$$(1-\alpha)\% \text{ δ.ε.: } (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n_1+n_2-2, 1-\alpha/2}\, s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Άγνωστες διασπορές σ_1^2 και σ_2^2 (συνέχεια)

Διαδικασία εκτίμησης δ.ε. της $\mu_1 - \mu_2$

1. Επιλογή του $1-\alpha$, s και $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ από το δείγμα.
2. Εύρεση κρίσιμης τιμής $t_{n_1+n_2-2,\,1-\alpha/2}$ από τον πίνακα για κατανομή student.
3. Αντικατάσταση στον τύπο
   $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n_1+n_2-2,1-\alpha/2}\, s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

Θέμα 11

Διάστημα εμπιστοσύνης για διαφορά μέσων τιμών σε μικρά δείγματα από κανονικές κατανομές με άγνωστες και άνισες διασπορές. Παράδειγμα και διαφορά από το διάστημα εμπιστοσύνης με ίσες διασπορές.

Περίπτωση 3: μικρά δείγματα (n_1 ή $n_2 < 30$) **και** $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ **και** $(X_1 \nsim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma^2) \vee X_2 \nsim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma^2))$

Μη-παραμετρική μέθοδος

Περίπτωση 4: μικρά δείγματα (n_1 ή $n_2 < 30$) **και** $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Δεν υπάρχει γνωστή μέθοδος εκτίμησης δ.ε. (χρησιμοποιούνται τεχνικές επαναδειγματοληψίας)

Θέμα 12

Διάστημα εμπιστοσύνης για διαφορά μέσων τιμών σε μικρά δείγματα από μη-κανονικές κατανομές. Παράδειγμα.

Παράδειγμα: αντοχή θραύσης σκυροδέματος, δύο τύποι

Διασπορές αντοχής θραύσης σκυροδέματος A και B άγνωστες
Μικρά δείγματα ($n_1 = 25$, $n_2 = 20$) **και**
κατανομές των X_1, X_2 κανονικές [ιστογράμματα, θηκογράμματα]
$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0.29 \qquad s_1^2 = 0.375 \qquad s_2^2 = 0.326$
$s_1^2 \simeq s_2^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$$s^2 = \frac{24 \cdot 0.375 + 19 \cdot 0.326}{43} = 0.353 \qquad s = 0.594$$

Διαδικασία εκτίμησης του δ.ε. της $\mu_1 - \mu_2$

1. $1 - \alpha = 0.95, \quad \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0.29, \quad s = 0.594.$
2. Κρίσιμη τιμή: $t_{43,0.975} = 2.02$
3. $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n_1+n_2-2,1-\alpha/2}\, s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} =$
   $0.29 \pm 2.02 \cdot 0.594\sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{20}} \quad \rightarrow \quad [-0.07, 0.65]$

Οι μέσες αντοχές θραύσης για A και B δε διαφέρουν σημαντικά

Εκτίμηση διαστήματος εμπιστοσύνης της $\mu_1 - \mu_2$

διασπορές των X_1, X_2	κατανομή των X_1, X_2	n_1, n_2	κατανομή της $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	διάστημα εμπιστοσύνης
γνωστές	κανονική		$z \equiv \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
γνωστές	μη κανονική	μεγάλα	$z \equiv \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
γνωστές	μη κανονική	μικρά	—	—
άγνωστες άνισες/ίσες		μεγάλα	$z \equiv \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$
άγνωστες ίσες	κανονική	μικρά	$t \equiv \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n_1+n_2-2,1-\alpha/2}\, s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$
άγνωστες ίσες	μη κανονική	μικρά	—	—
άγνωστες άνισες		μικρά	—	—

Διάστημα εμπιστοσύνης της διαφοράς $p_1 - p_2$

p_1: Αναλογία στοιχείων με μια ιδιότητα στον ένα πληθυσμό
p_2: Αναλογία στοιχείων με μια ιδιότητα στον άλλο πληθυσμό
Διαφορά $p_1 - p_2$;
Δείγμα 1: μέγεθος n_1 και m_1 'επιτυχίες' $\quad \hat{p}_1 = \frac{m_1}{n_1}$
Δείγμα 2: μέγεθος n_2 και m_2 'επιτυχίες' $\quad \hat{p}_2 = \frac{m_2}{n_2}$

Εκτιμήτρια της $p_1 - p_2$: $\quad \hat{p}_1 - \hat{p}_2$
Δίνεται ότι για μεγάλα n_1 και n_2

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \sim \mathrm{N}\left(p_1 - p_2,\ \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$z \equiv \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

και αντικαθιστούμε $p_1 \to \hat{p}_1 \qquad p_2 \to \hat{p}_2$

Διάστημα εμπιστοσύνης της $p_1 - p_2$ (συνέχεια)

$(1-\alpha)\%$ δ.ε. της $p_1 - p_2$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}.$$

Εναλλακτικά με χρήση κοινής αναλογίας $\hat{p} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n_1+n_2}$:

$$\sigma^2_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right) \to (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$$

Διαδικασία εκτίμησης δ.ε. της $p_1 - p_2$

1. Επιλογή του $1-\alpha$, $\hat{p}_1$, $\hat{p}_2$ από το δείγμα.
2. Εύρεση κρίσιμης τιμής $z_{1-\alpha/2}$ από τον πίνακα για τυπική κανονική κατανομή.
3. Αντικατάσταση στον τύπο
$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

Παράδειγμα

Διαφορά στο ποσοστό σκουριασμένων ραβδών χάλυβα σε δύο αποθήκες;
Αποθήκη A: $m_1 = 12$ στις $n_1 = 100$ είναι σκουριασμένες
Αποθήκη B: $m_2 = 26$ στις $n_2 = 120$ είναι σκουριασμένες
$\hat{p}_1 = \frac{12}{100} = 0.12 \qquad \hat{p}_2 = \frac{26}{120} = 0.217$

Διαδικασία εκτίμησης του δ.ε. της $p_1 - p_2$

1. $1 - \alpha = 0.95, \quad \hat{p}_1 - \hat{p}_2 = 0.12 - 0.217 = -0.097.$
2. Κρίσιμη τιμή: $z_{0.975} = 1.96$
3. $(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} =$
   $-0.097 \pm 1.96\sqrt{\frac{0.12 \cdot 0.88}{100} + \frac{0.217 \cdot 0.783}{120}} \quad \rightarrow \quad [-0.198, 0.004]$

Αν και η διαφορά του ποσοστού σκουριασμένων ραβδών στο εργοστάσιο B είναι κατά περίπου 10% μεγαλύτερη, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Άσκηση

Έγιναν μετρήσεις της συγκέντρωσης διαλυμένου οξυγόνου (Δ.Ο.) σε δύο ποτάμια (σε mg/l)

1.8	2.0	2.1	1.7	1.2	2.3	2.5	2.9	1.6	2.2	2.3	1.8	2.4	1.6	1.9
2.3	2.1	1.9	2.6	2.9	1.5	3.1	2.1	2.7	2.3	2.6	2.5			

1. Βρείτε 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων συγκεντρώσεων Δ.Ο. στα δύο ποτάμια υποθέτοντας πρώτα ότι η διασπορά είναι γνωστή ($0.1\,(mg/l)^2$) και ίδια για τα δύο δείγματα και μετά χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις των διασπορών από τα δείγματα. Μπορούμε να πούμε πως η μέση συγκέντρωση Δ.Ο. είναι ίδια στα δύο ποτάμια (στην κάθε περίπτωση);
2. Για το ίδιο πρόβλημα, σε 200 μετρήσεις στο πρώτο ποτάμι βρέθηκαν 26 τιμές κάτω από την κρίσιμη τιμή $1.6\,mg/l$ και σε 200 μετρήσεις στο δεύτερο ποτάμι βρέθηκαν 18 τιμές κάτω από την κρίσιμη τιμή. Μπορούμε να πούμε σε επίπεδο 95% ότι η συγκέντρωση Δ.Ο. βρίσκεται σε μη επιθυμητά επίπεδα πιό συχνά στο πρώτο ποτάμι από ότι στο δεύτερο;

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Κουγιουμτζής Δημήτριος. «Στατιστική για Πολιτικούς Μηχανικούς. Εκτίμηση παραμέτρων (μέρος 2ο)». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://opencourses.auth.gr/courses/OCRS253/.

Σημείωμα Αδειοδότησης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Τέλος ενότητας

Θεσσαλονίκη, Μάρτιος 2014

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.