



# ΦΥΣΙΚΗ

## Ενότητα 4: Κινητική ενέργεια-Έργο-Ισχύς- Δυναμική ενέργεια

**Παπαζάχος Κωνσταντίνος**

Καθηγητής Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής

**Τσόκας Γρηγόρης**

Καθηγητής Εφαρμοσμένης Γεωφυσικής, Τομέας Γεωφυσικής  
Τμήμα Γεωλογίας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

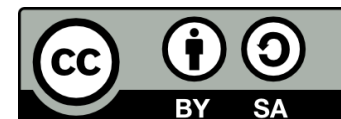


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



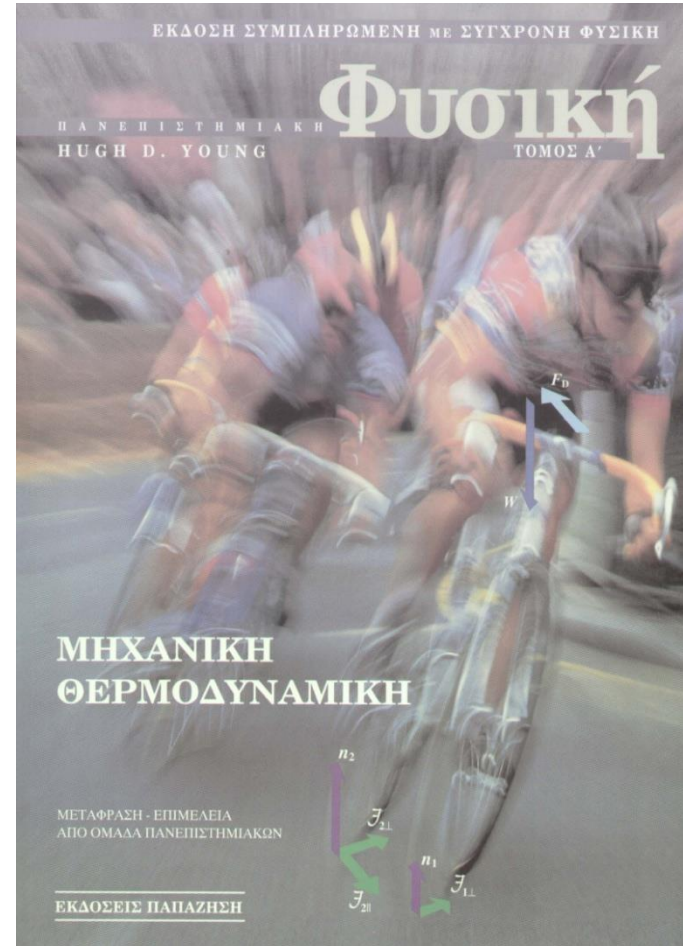
# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Ενημέρωση

- Η διδασκαλία του μαθήματος, πολλά από τα σχήματα και όλες οι ασκήσεις προέρχονται από το βιβλίο:
- «Πανεπιστημιακή Φυσική» του Hugh Young των Εκδόσεων Παπαζήση, οι οποίες μας επέτρεψαν τη χρήση των σχετικών σχημάτων και ασκήσεων.

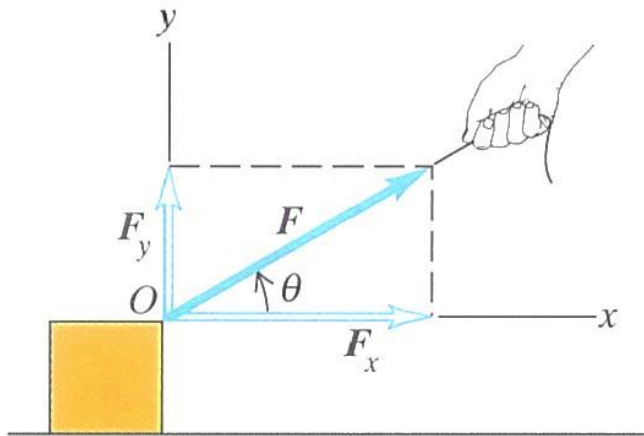


# ΣΥΝΟΨΗ 3<sup>ου</sup> Μαθήματος-1

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Ανάλυση και επαλληλία δυνάμεων;

Όπως όλα τα διανύσματα!



$$\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \dots + \vec{\mathbf{F}}_n$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny}$$

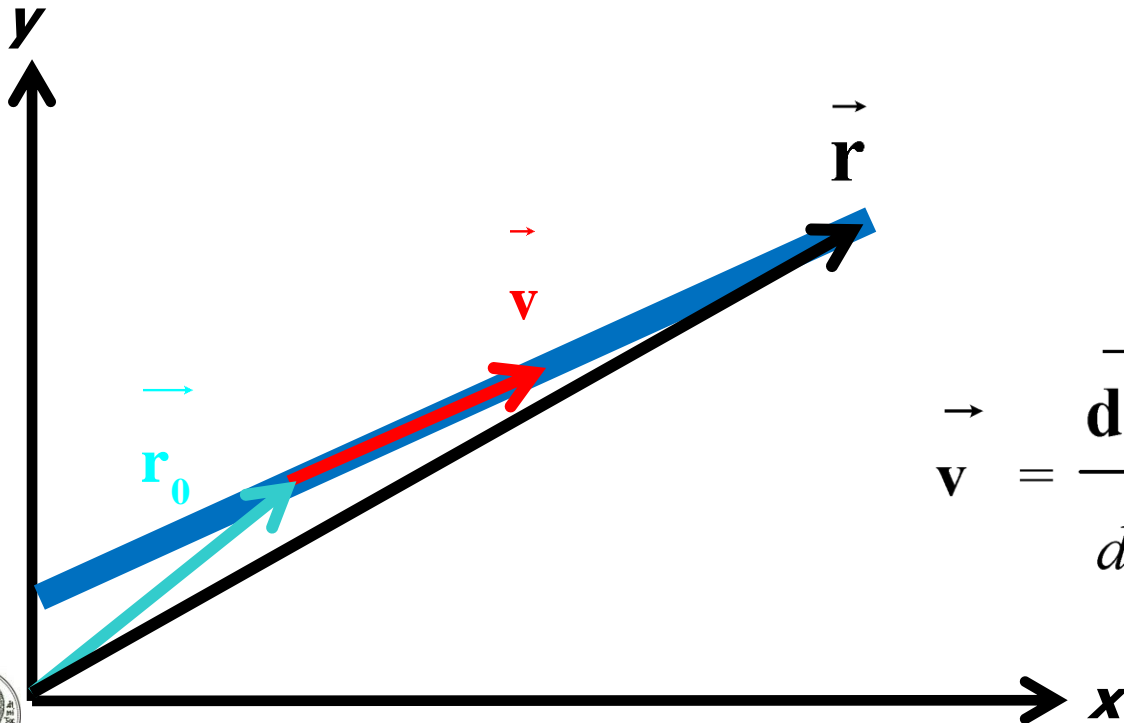
**Οι δυνάμεις μπορούν να αντικατασταθούν από τις συνιστώσες τους**



# ΣΥΝΟΨΗ 3<sup>ου</sup> Μαθήματος-2

## 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

Κάθε σώμα πάνω στο οποίο η συνολική δύναμη είναι μηδενική κινείται με σταθερή διανυσματική ταχύτητα (η οποία μπορεί να είναι και μηδενική) και με μηδενική επιτάχυνση



$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{c} \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$



# ΣΥΝΟΨΗ 3<sup>ου</sup> Μαθήματος-3

## 2<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

Αν η συνολική δύναμη δεν είναι μηδενική, το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση ανάλογη με τη δύναμη και η αναλογία αυτή είναι σταθερή για κάθε σώμα.

$$F / a = \text{σταθ.}$$

Η σταθερή αναλογία ονομάζεται μάζα αδράνειας,  $m$

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Sigma F_x = ma_x \quad \Sigma F_y = ma_y \quad \Sigma F_z = ma_z$$



# ΣΥΝΟΨΗ 3<sup>ου</sup> Μαθήματος-4

## 1<sup>ος</sup> - 2<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

### 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

*Μόνο στα συστήματα αναφοράς που ισχύει η σχέση...*

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \overrightarrow{\text{σταθ.}}$$

### 2<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

*...ισχύει και η σχέση:*

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

*Τα συστήματα που ισχύει ο 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα λέγονται  
αδρανειακά συστήματα αναφοράς*





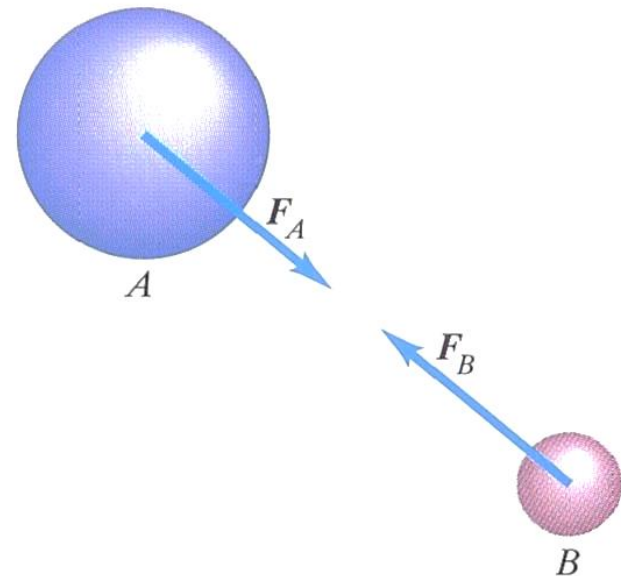
# ΣΥΝΟΨΗ 3<sup>ου</sup> Μαθήματος-5

## 3<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

Αν ένα σώμα A ασκεί σε ένα σώμα B μία δύναμη, τότε το σώμα B ασκεί στο σώμα A δύναμη (ίδιου τύπου) ίση σε μέτρο και με αντίθετη κατεύθυνση.

$$\vec{F}_{A \text{ (από B)}} = -\vec{F}_{B \text{ (από A)}}$$

*Αρχή διατήρησης δυνάμεων*



**ΠΡΟΣΟΧΗ!!!**

**Οι δυνάμεις ασκούνται σε  
ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ**



# ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ & ΕΡΓΟ

**Τι είναι *Ενέργεια* ;**

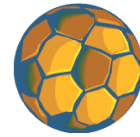
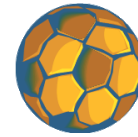
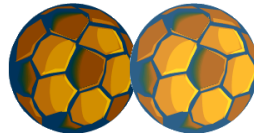
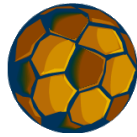
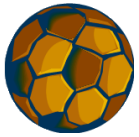
- ✓ **Εξαιρετικά δύσκολο να οριστεί!!!**
- ✓ **Βασική έννοια ενός θεμελιώδη νόμου (Διατήρησης της Ενέργειας), που (όπως όλοι οι νόμοι διατήρησης) βεβαιώνει ότι το σύνολό της είναι σταθερό π.χ. αντίστοιχος με το νόμο διατήρησης της μάζας**



# ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Διατήρηση Ενέργειας

- ✓ Ελαστική σύγκρουση



- ✓ Διατήρηση της ποσότητας  $\frac{1}{2}mu^2$  (Κινητική ενέργεια)



# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

- ✓ Μη ελαστική σύγκρουση



- ✓ Μη Διατήρηση της ποσότητας  $\frac{1}{2}mv^2$  (Κινητική ενέργεια)-Γιατί;
- ✓ Ένα άλλο είδος ενέργειας (Εσωτερική ενέργεια!) συμμετέχει, ώστε να διατηρείται η συνολική ενέργεια.
- ✓ Σε κάθε περίπτωση που θεωρήθηκε ότι η αρχή αυτή δεν ισχύει, οδηγηθήκαμε σε ανακάλυψη μίας νέας μορφής ενέργειας.



# ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ & ΕΡΓΟ-1

## Έργο

- ✓ Συνδεδεμένο με τη δράση δύναμης σε ένα σώμα
- ✓ Μεταβάλλει την Κινητική Ενέργεια  $\frac{1}{2}mu^2$

Έργο στην ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή δύναμη με την ίδια διεύθυνση



$$W = F s$$

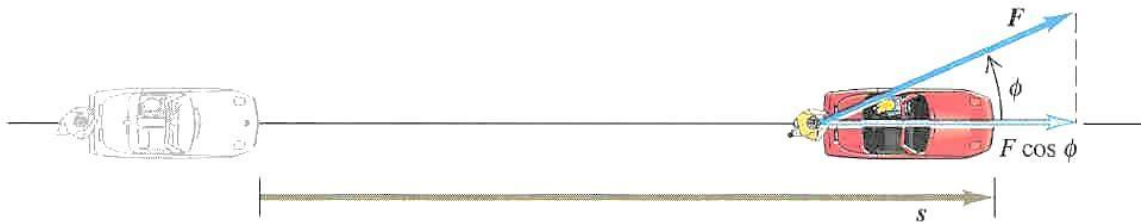


# ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ & ΕΡΓΟ-2

## Έργο

✓ Μονάδα  $1N \cdot m = 1Joule$

Έργο στην ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή δύναμη που σχηματίζει γωνία  $\phi$  με τη μετατόπιση



$$W = F s \cos \phi$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

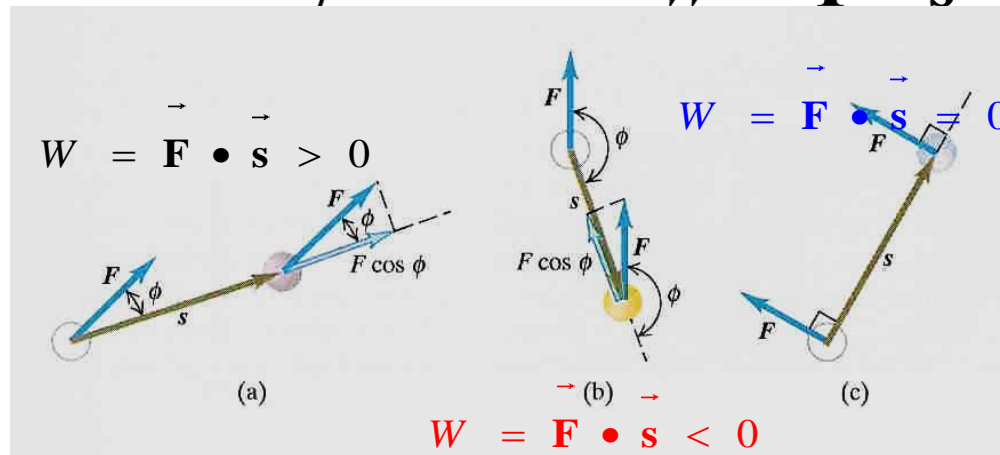


# ΕΡΓΟ-1

## Ευθύγραμμη κίνηση

$$W = F s \cos \phi$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$



**Όταν υπάρχουν πολλές δυνάμεις:**

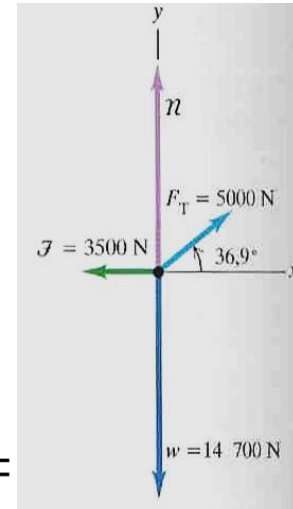
- ✓ Υπολογίζουμε τη συνολική δύναμη και μετά βρίσκουμε το έργο της ή
- ✓ Υπολογίζουμε το έργο κάθε δύναμης και αθροίζουμε τα έργα.



# ΕΡΓΟ-2

## Παράδειγμα 6-2

Ένα τρακτέρ σέρνει καυσόξυλα σε απόσταση 20m. Το συνολικό βάρος του τρακτέρ και των ξύλων είναι 14700N και το τρακτέρ ασκεί δύναμη 5000N υπό γωνία  $\phi=36.9^\circ$  στα ξύλα, στα οποία ασκείται και τριβή 3500N. Τι έργο παράγει η κάθε δύναμη;



$$W_{F_T} = \vec{F}_T \cdot \vec{s} =$$

$$5000 * \cos(36.9) * 20 = 80000J$$

$$W_T = \vec{T} \cdot \vec{s} =$$

$$3500 * \cos(180) * 20 = -70000J$$

$$W = W_{F_T} + W_T = 10000J$$





# ΕΡΓΟ-3

## Παράδειγμα 6-3

Ηλεκτρόνιο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $8 \cdot 10^7 \text{ m/sec}$ . Πάνω του ασκούνται ηλεκτρικές, μαγνητικές και βαρυτικές δυνάμεις. Ποιο το έργο που παράγεται όταν μετακινηθεί κατά 1m;

## 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα

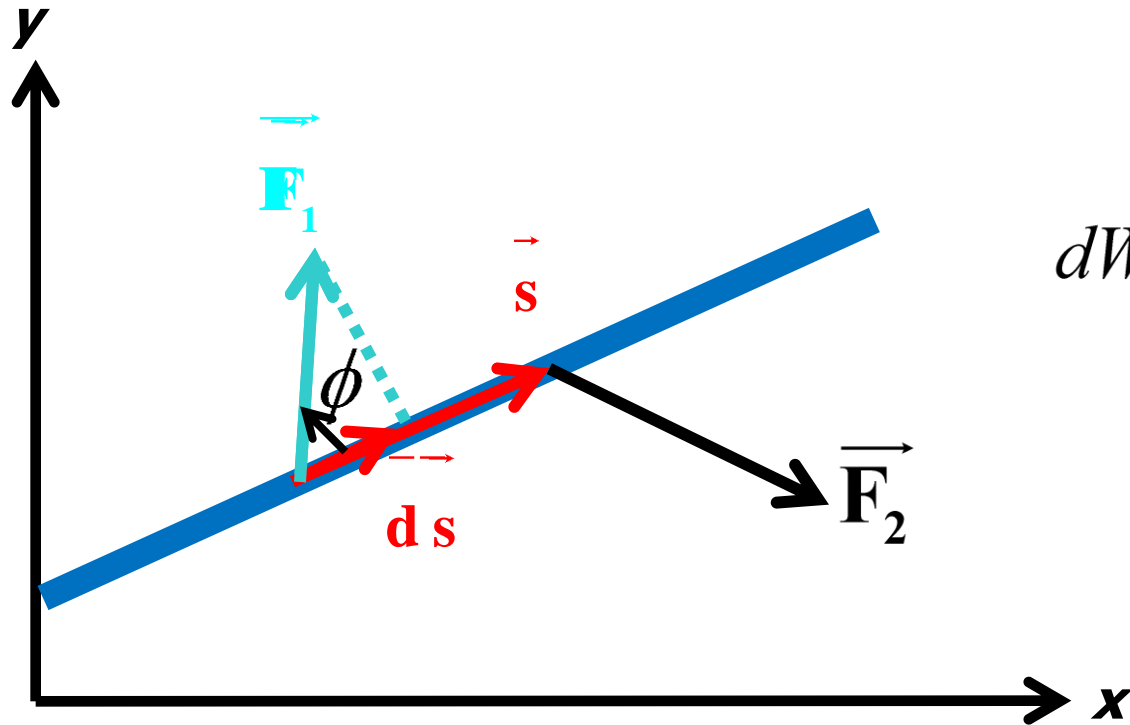
$$\vec{v} = \overrightarrow{\text{σταθ}} \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0$$

$$W = \vec{F} \bullet \vec{s} = 0$$



# ΕΡΓΟ-4

## Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση



$$dW = F ds \cos \phi$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

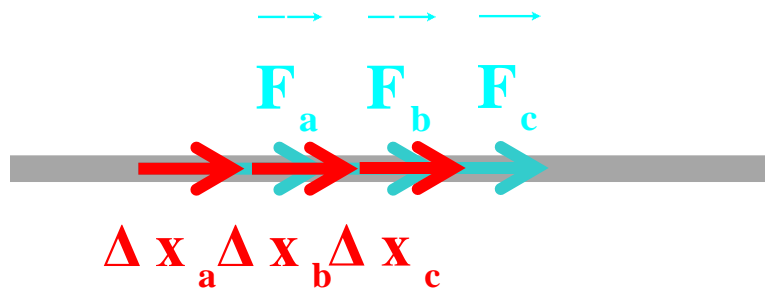


# ΕΡΓΟ-5

## Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση

Αν θεωρήσουμε ότι η κίνηση γίνεται (για λόγους απλότητας) στον άξονα  $x$  και ότι η δύναμη είναι παράλληλη με τον  $x$  τότε:

$$\Delta W_a = F_a \Delta x_a \quad \Delta W_b = F_b \Delta x_b \quad \Delta W_c = F_c \Delta x_c$$

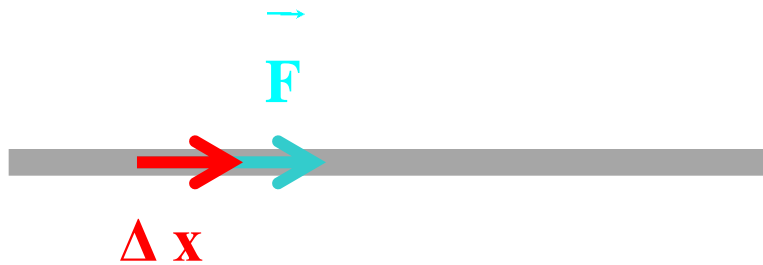


$$W = \Delta W_a + \Delta W_b + \dots$$



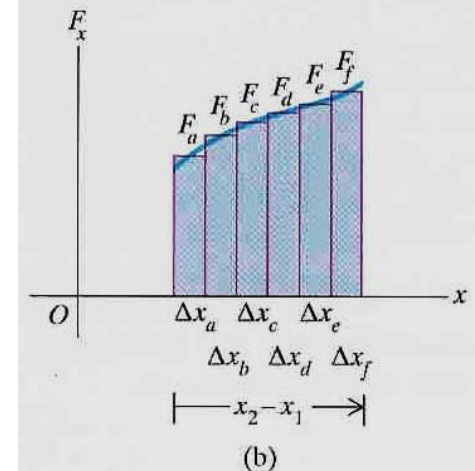
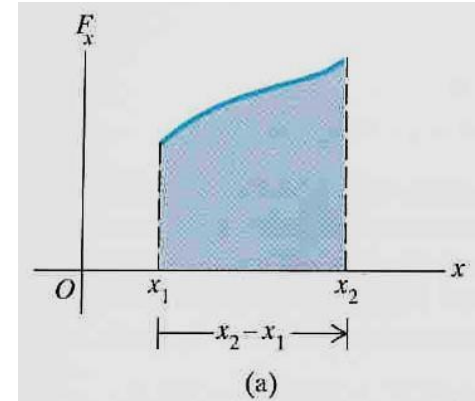
# ΕΡΓΟ-6

## Μεταβαλλόμενη δύναμη στην ευθύγραμμη κίνηση



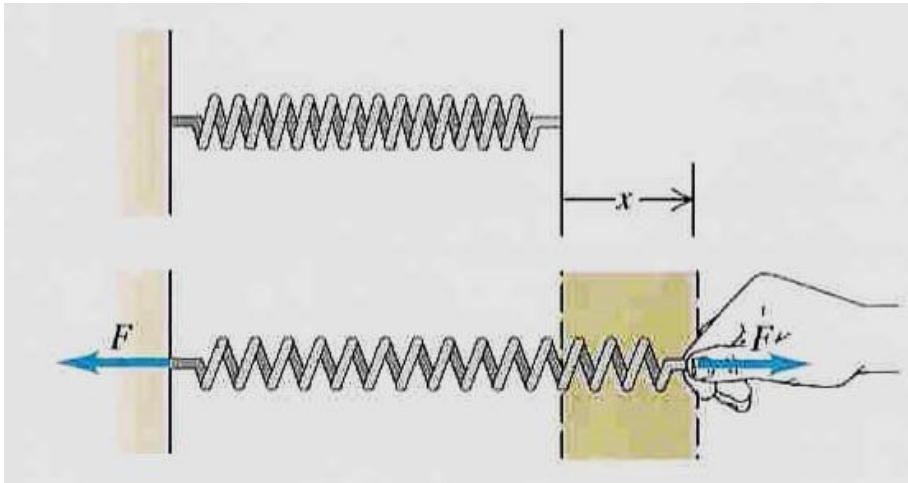
$$W = \Delta W_a + \Delta W_b + \dots$$

$$W = \int dW = \int F dx$$



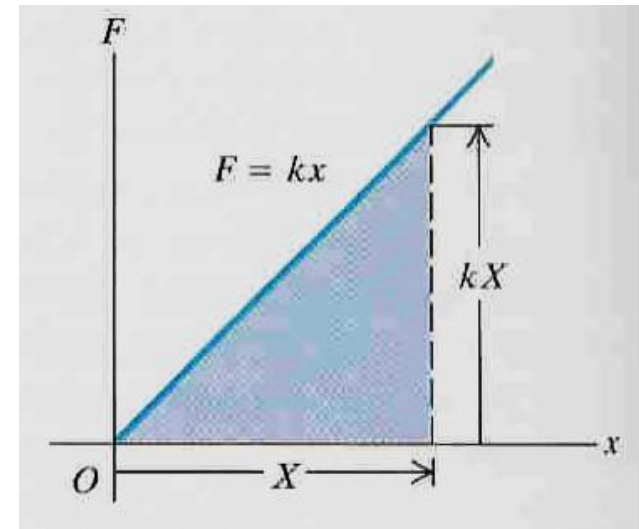
# ΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ-1

Παράδειγμα: Ελατήριο



$$F = kx$$

**Νόμος Hooke**



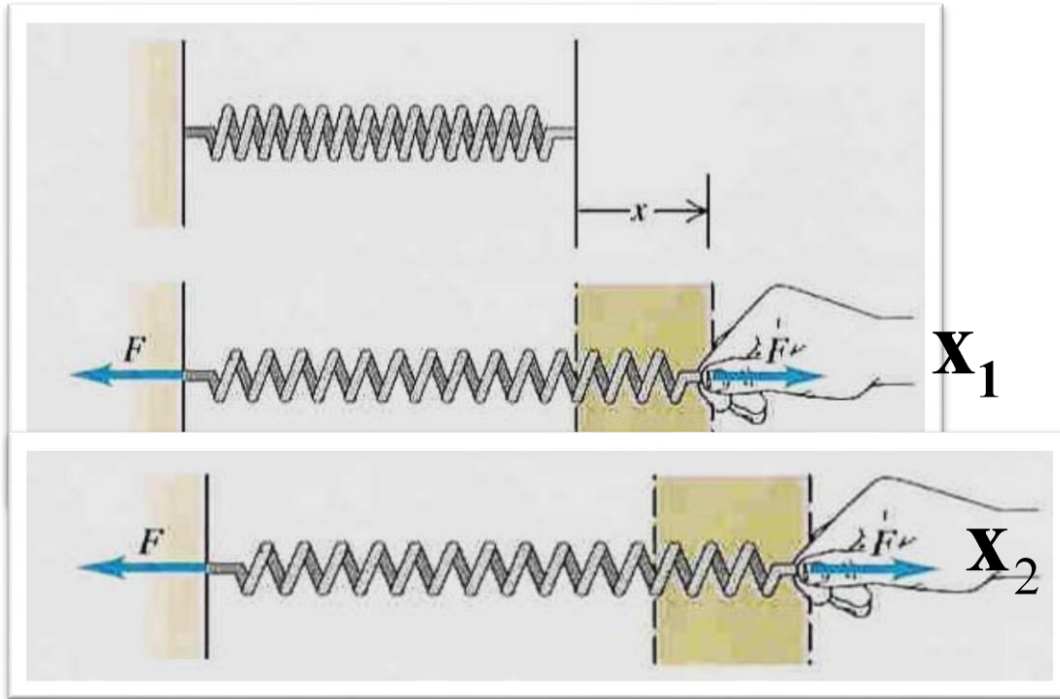
$$W = \int dW = \int F dx = \int kx dx$$

$$W = \frac{1}{2} kx^2$$



# ΕΡΓΟ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ-2

Παράδειγμα: Ελατήριο



$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} kx dx$$

$$W = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$



# ΕΡΓΟ & ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-1

Παράδειγμα: Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση

$$a = \text{σταθ.} \quad v = v_0 + at \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

**Απαλείφοντας το  $t$ :**

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2as \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

$$F = ma \Rightarrow F = m \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

$$W = Fs = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$



# ΕΡΓΟ & ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-2

Παράδειγμα: Κίνηση με σταθερή Επιτάχυνση

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad K = \frac{1}{2}mv^2$$

**Κινητική Ενέργεια!!!**

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Το έργο που παράγεται από τη συνισταμένη εξωτερική δύναμη επί ενός σωματίου είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του





# ΕΡΓΟ & ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-3

$$W_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \Delta K$$

**1N\*m = 1 Joule = 1Kgr\*m<sup>2</sup>/sec<sup>2</sup>**

Γενική μορφή κίνησης

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt} \frac{dv}{dx} = v \frac{dv}{dx}$$
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} ma dx$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} m v \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = K_2 - K_1$$



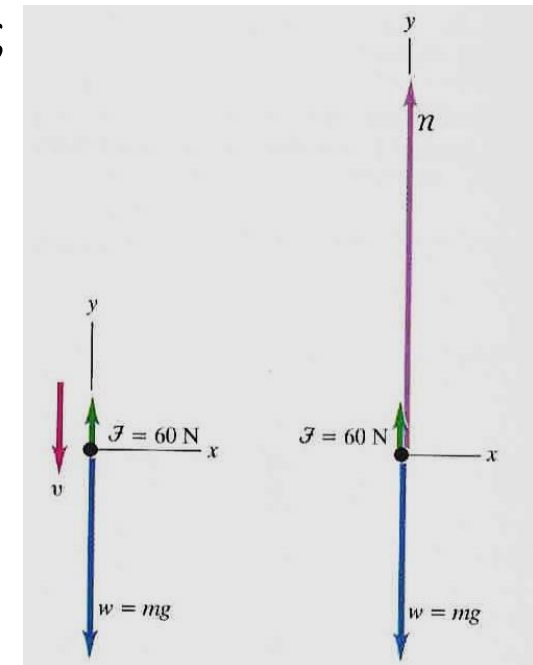
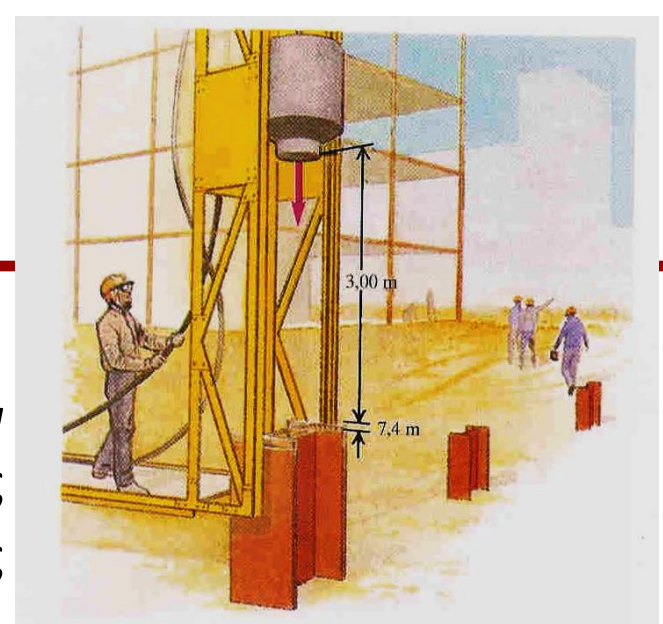
# ΕΡΓΟ-1

## Παράδειγμα 6-7

Σε ένα σύστημα πάκτωσης δοκών μία σφύρα **200kg** πέφτει με τη βοήθεια μεταλλικών οδηγών από ύψος **3m** σε δοκό διατομής **I**, βυθίζοντάς την σε βάθος **7.4cm**. Οι κατακόρυφοι οδηγοί ασκούν δύναμη τριβής **60N** στην σφύρα. Βρείτε: α) την ταχύτητα της σφύρας πριν την πρόσκρουση στη δοκό και, β) τη μέση δύναμη που ασκεί η σφύρα στη δοκό διατομής **I**

$$w = mg = 200 * 9.8 = 1960 N$$

$$W = F * s = (1960 - 60) * 3 = 5700 J$$



# ΕΡΓΟ-2

$$W = F * s = (1960 - 60) * 3 = 5700 J$$

$$W = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} mv^2 - 0 \Rightarrow$$

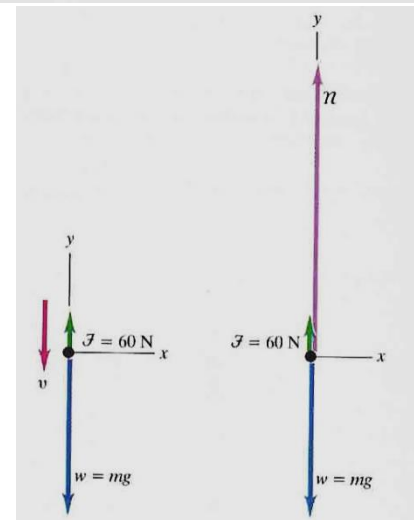
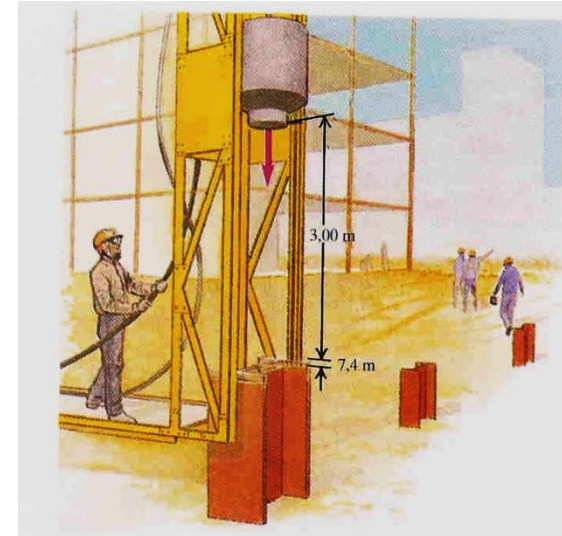
$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 7.55 m / s$$

Μετά την πρόσκρουση

$$W = K_2 - K_1 = 0 - \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow$$

$$(1960 - 60 - n) * 0.074 = -5700 \Rightarrow$$

$$n = 79000 N$$



# ΕΡΓΟ και ΙΣΧΥΣ-1

Μέση Ισχύς

Μέση ενέργεια  
ανά μονάδα χρόνου

$$P_{av} = \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Στιγμιαία Ισχύς

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Μονάδα  $1 \text{Joule/sec} = 1 \text{Watt}$

✓Λάμπα  $100 \text{W}$

✓Κατανάλωση  $1 \text{KWh} = 1000 \text{W} * 3600 \text{s} = 3.6 * 10^6 \text{J} = 3.6 \text{MJ}$



# ΕΡΓΟ και ΙΣΧΥΣ-2

## Ενέργεια - Ισχύς

Η ενέργεια ενώ δεν μπορεί να οριστεί (όπως π.χ έστω και προσεγγιστικά η δύναμη) είναι το βασικό εμπορεύσιμο προϊόν

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{ds}}}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{ds}}}{dt}$$

$$\Rightarrow P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$$

$$P_{av} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}_{av}$$



# ΕΡΓΟ και ΙΣΧΥΣ-3

## Παράδειγμα 6-9

Μία μαραθωνοδρόμος με μάζα  $50\text{Kg}$  ανεβαίνει (με τις σκάλες) ουρανοξύστη ύψους  $443\text{m}$  σε  $15$  λεπτά. Ποια η μέση ισχύς της αθλήτριας σε  $\text{Watt}$

Α' Τρόπος

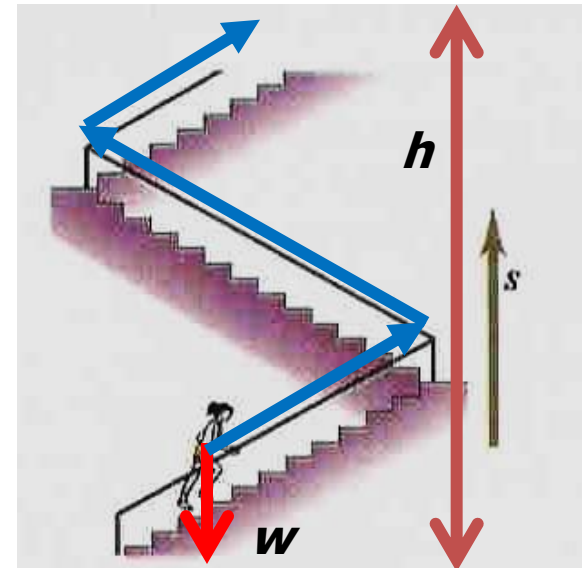
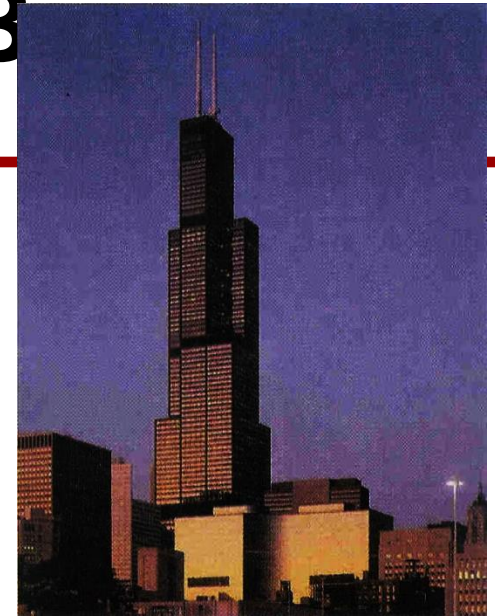
$$W = mgh = 50 * 9.8 * 443 = 2.17 * 10^5 \text{ J}$$

$$P_{av} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{2.17 * 10^5}{515 * 60} = 241\text{W}$$

Β' Τρόπος

$$P_{av} = Fv_{av} = (mg)v_{av} \Rightarrow$$

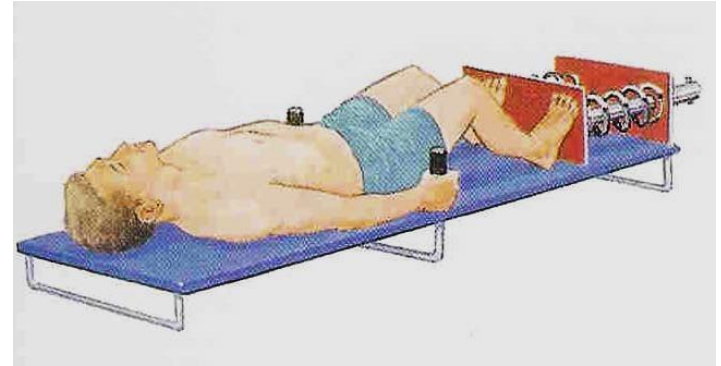
$$P_{av} = 50 * 9.8 * 443 / 900 = 241\text{W}$$



# ΕΡΓΟ-3

## Άσκηση 6-10

Σε ένα μηχάνημα εκγύμνασης (ποδοπρέσα) ένας άνθρωπος παράγει έργο  $40J$  όταν μετακινεί τα ελατήρια  $0.2m$ . Πόσο πρόσθετο έργο πρέπει να παράγει για να πάει τα ελατήρια *ακόμα*  $0.2m$  μακρύτερα;



$$W_1 = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} k0^2 \Rightarrow k = 2W_1 / x_1^2 = 2000 N / m$$

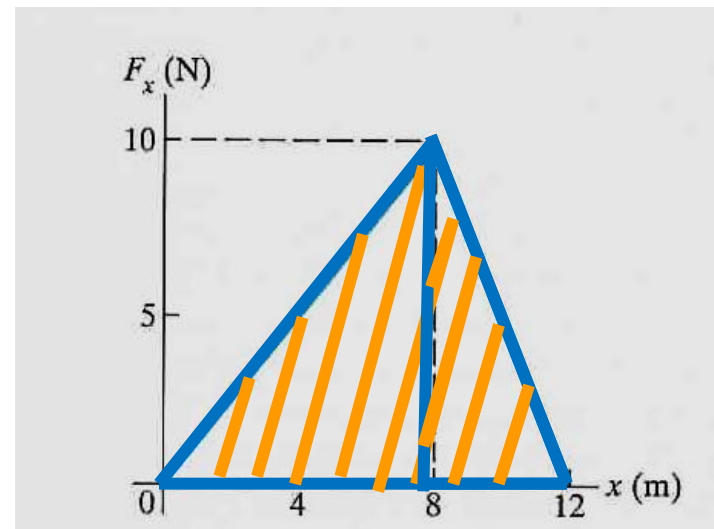
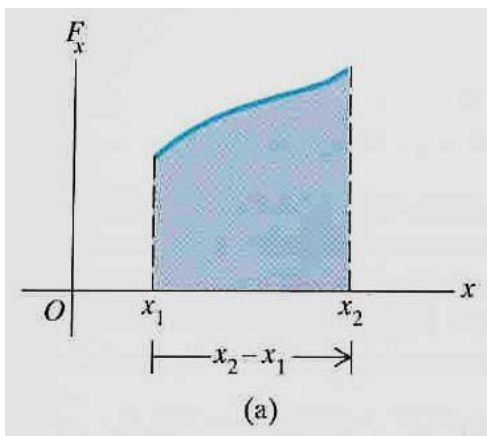
$$W_2 = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2 \Rightarrow W_2 = 160 - 40J = 120J$$



# ΕΡΓΟ-4

## Άσκηση 6-11

Μία δύναμη παράλληλη με τον  $x$  άξονα ασκείται σε ένα σώμα. Η δύναμη μεταβάλλεται με το χρόνο όπως δείχνει το διάγραμμα. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη  $F$  όταν το σώμα μετακινείται: α) από τη θέση  $x=0$  στη θέση  $x=12m$ , β) από τη θέση  $x=12m$  στη θέση  $x=8m$



$$W = \int dW = \int F dx$$

$$W_a = \frac{1}{2} 12 * 10 = 60 J$$

$$W_\beta = -\frac{1}{2} 4 * 10 = -20 J$$

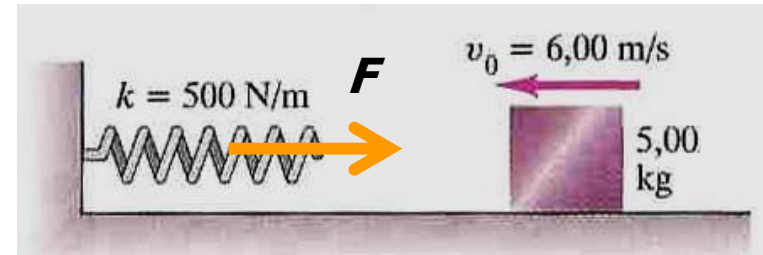




# ΕΡΓΟ-5

## Άσκηση 6-50

Κύβος μάζας  $5\text{Kg}$  κινείται με ταχύτητα  $6\text{m/s}$  κατά μήκος μίας οριζοντίου επιφάνειας χωρίς τριβή και προσκρούει σε ελατήριο σταθεράς  $k=500\text{N/m}$  που είναι στερεωμένο σε τοίχο. Ποιο το μέγιστο μήκος που θα συμπιεστεί το ελατήριο;



$$W = K_2 - K_1 \Rightarrow -\frac{1}{2}kx^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow$$

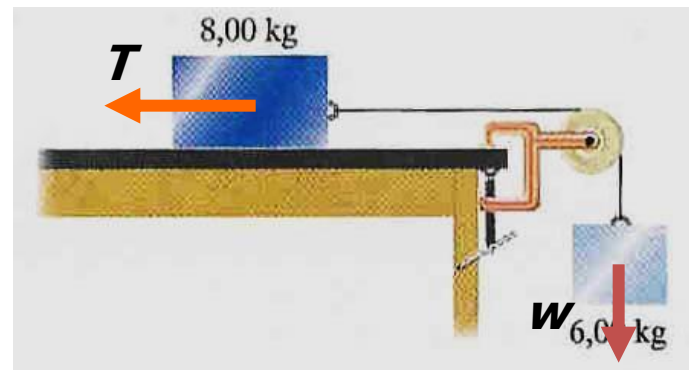
$$x = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow x = 6 \sqrt{\frac{5}{500}} = 0.6\text{m}$$



# ΕΡΓΟ-6

## Άσκηση 6-52

Στο σύστημα του σχήματος ο συντ. τριβής του σώματος  $8\text{Kg}$  με το τραπέζι είναι  $\mu_k=0.3$ . Θεωρείστε ότι το σχοινί και η τροχαλία δεν έχουν μάζα. Με ενεργειακή μέθοδο υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος  $6\text{Kg}$  μετά από  $1.5\text{m}$ , αν ξεκινάει από ηρεμία



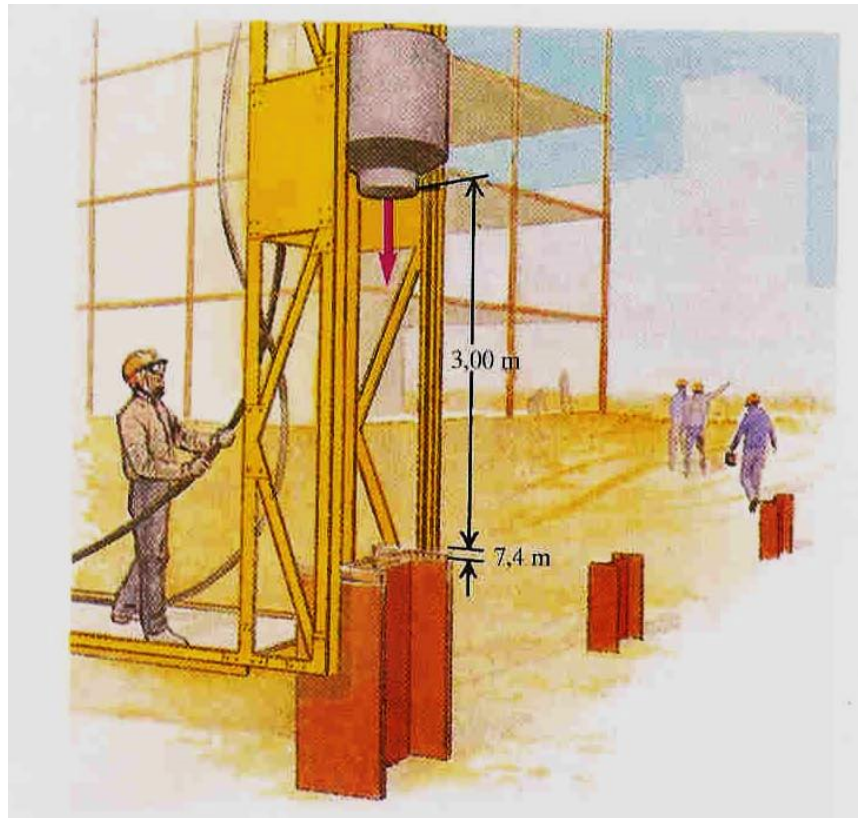
$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow (w - T)x = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

$$(6 * 9.8 - 8 * 9.8 * 0.3)1.5 = \frac{1}{2}(8 + 6)v^2 \Rightarrow$$

$$v = 2.1\text{m} / \text{sec}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-1



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-2

Τι είναι *Δυναμική ενέργεια* ;

- ✓ Εξαιρετικά δύσκολο να οριστεί!!!
- ✓ Ενέργεια που συνδέεται με τη θέση και όχι με την κίνηση.
- ✓ Οι σχετικές δυνάμεις λέγονται διατηρητικές δυνάμεις.
- ✓ Η ολική μηχανική ενέργεια είναι η κινητική και η δυναμική.
- ✓ Όταν η ολική ενέργεια είναι σταθερή, το σύστημα λέγεται διατηρητικό.



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-3

## Παράδειγμα

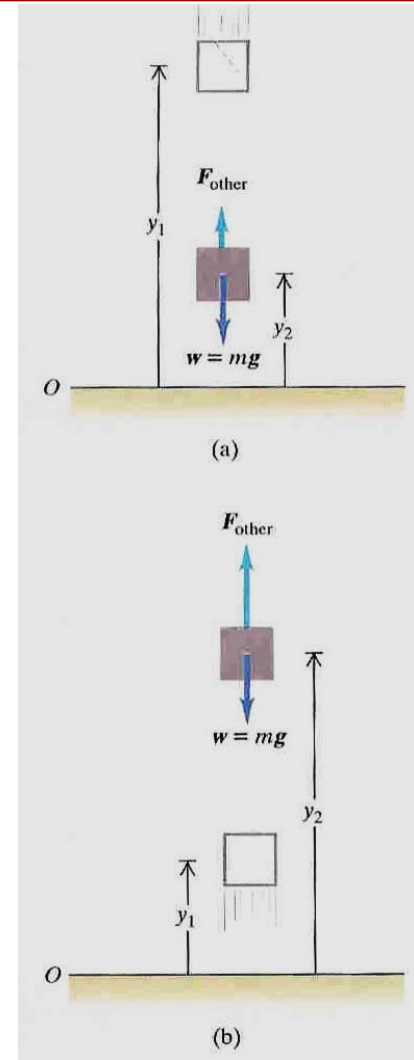
### Βαρυτική Δυναμική ενέργεια

✓Άμεσα συνδεδεμένη με τη θέση ενός σώματος σε σχέση με τη Γη

$$W_{grav} = Fs = w(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2$$

✓Η ποσότητα  $U = mgy$  ( $w * y$ ) ονομάζεται βαρυτική ενέργεια

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = \textcircled{-\Delta U}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-4

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

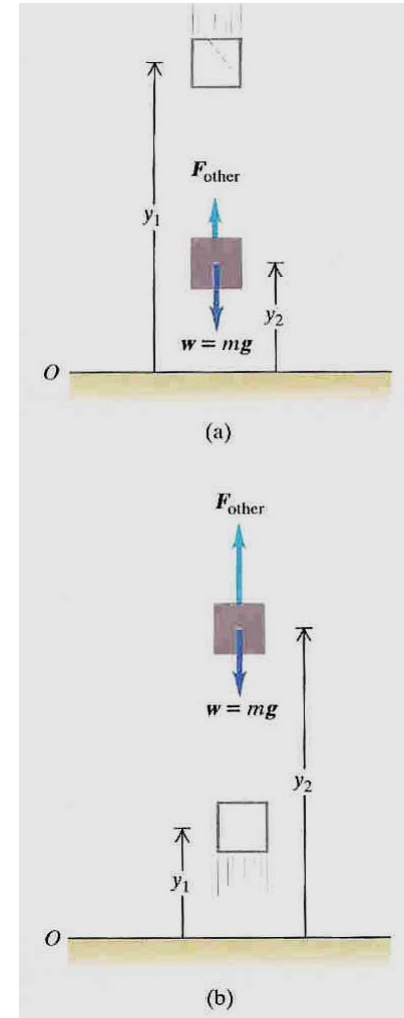
$$\text{Έστω } \vec{F}_{\text{other}} = 0$$

$$W_{tot} = W_{grav} = U_1 - U_2$$

$$W_{tot} = K_2 - K_1 \Rightarrow U_1 - U_2 = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

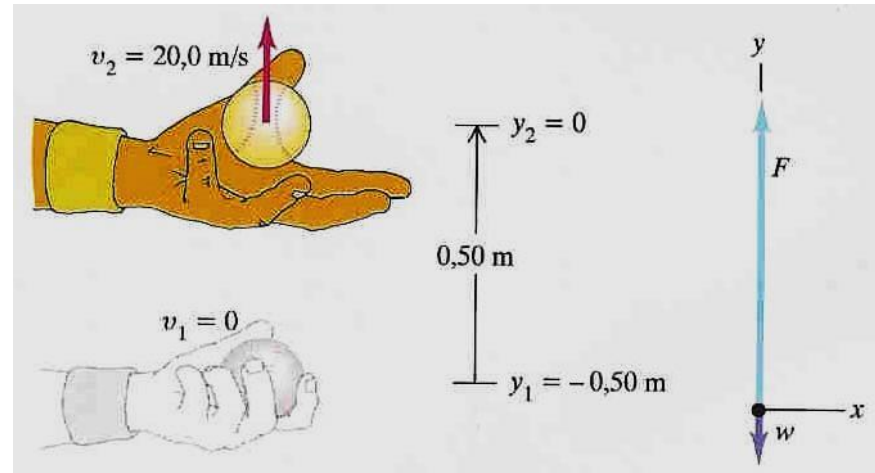
**Ολική μηχανική ενέργεια**



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-5

## Παράδειγμα 7-1

Μία μπάλα μπέιζμπολ μάζας  $0.15\text{Kg}$  ρίχνεται προς τα πάνω, δίνοντας μία αρχική ταχύτητα  $20\text{m/s}$ . Με ενεργειακά κριτήρια βρείτε σε τι ύψος θα φτάσει η μπάλα (θεωρείστε μηδενική αντίσταση αέρα).



$$mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow$$
$$y_2 = y_1 + \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_2^2) = 20\text{m}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-6

$$W_{grav} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

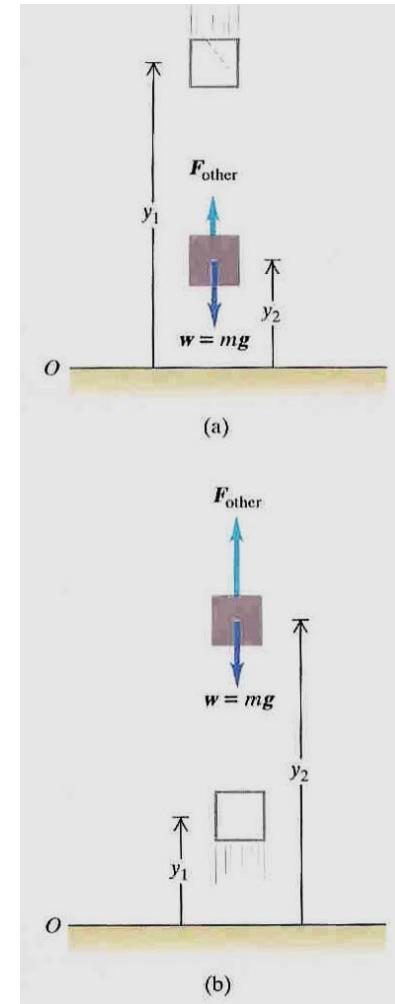
$$\text{Αν } \vec{F}_{other} \neq 0$$

$$W_{tot} = W_{grav} + W_{other} = K_2 - K_1$$

$$U_1 - U_2 + W_{other} = K_2 - K_1 \Rightarrow$$

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

**Το έργο που παράγεται από όλες τις δυνάμεις (εκτός από τη βαρυτική) ισούται με τη μεταβολή της ολικής μηχανική ενέργειας.**





# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-7

## Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

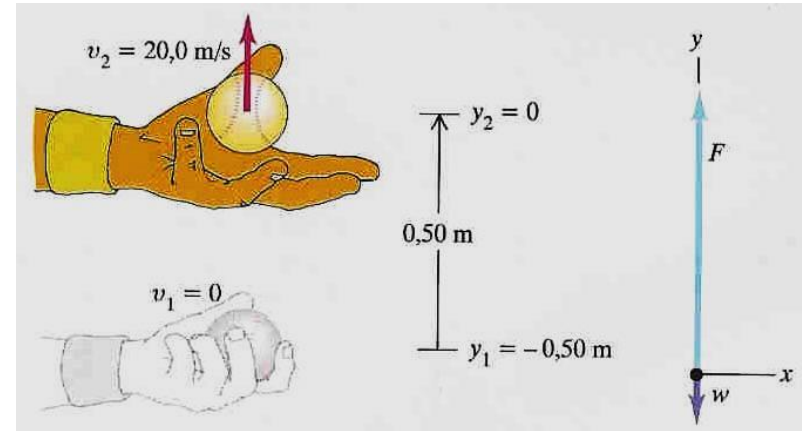
- ✓ Καθορισμός αρχικής (1) και τελικής (2) κατάστασης
- ✓ Καθορισμός του συστήματος συντεταγμένων (το  $y$  προς τα πάνω για τη σχέση  $U=mgy$ )
- ✓ Καταγραφή τιμών ενέργειας ( $K_1, K_2, U_1, U_2$ )
- ✓ Υπολογισμός έργου άλλων δυνάμεων  $W_{other}$
- ✓ Χρήση σχέσης:  $U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$
- ✓ Προσοχή: Η βαρύτητα στο  $\Delta U$ , άλλες δυνάμεις στο  $W_{other}$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-8

## Παράδειγμα 7-2

Μία μπάλα μπέϊζμπολ μάζας  $0.15\text{Kg}$  ρίχνεται προς τα πάνω, δίνοντας μία αρχική ταχύτητα  $20\text{m/s}$ . Για να γίνει αυτό, ασκήθηκε στη μπάλα σταθερή δύναμη για μήκος  $0.5\text{m}$ . Με ενεργειακά κριτήρια βρείτε: α) Τι δύναμη ασκήθηκε; β) Τι ταχύτητα θα έχει  $15\text{m}$  πάνω από το σημείο που έφυγε από το χέρι;



Όσο ακουμπάει τη μπάλα το χέρι:

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$
$$mgy_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + Fs = mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow$$

$$0.15 * 9.8 * (-0.5) + 0 + F * 0.5 = 0 + \frac{1}{2} * 0.15 * 20^2 \Rightarrow$$

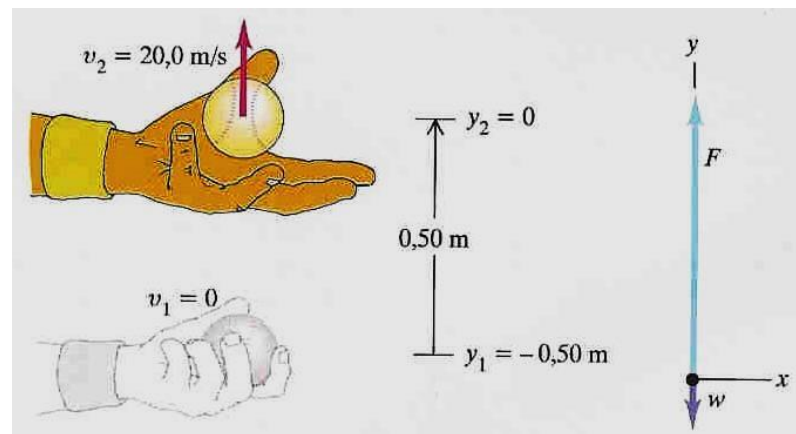
$$F = 62\text{N}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-9

## Παράδειγμα 7-2

Μία μπάλα μπέιζμπολ μάζας 0.15Kg ρίχνεται προς τα πάνω, δίνοντας μία αρχική ταχύτητα 20m/s. Για να γίνει αυτό, ασκήθηκε στη μπάλα σταθερή δύναμη για μήκος 0.5m. Με ενεργειακά κριτήρια βρείτε: α) Τι δύναμη ασκήθηκε; β) Τι ταχύτητα θα έχει 15m πάνω από το σημείο που έφυγε από το χέρι;



Όταν δέν ακουμπάει τη μπάλα το χέρι:

$$U_3 + K_3 = U_2 + K_2$$

$$mgy_3 + \frac{1}{2}mv_3^2 = mgy_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow$$

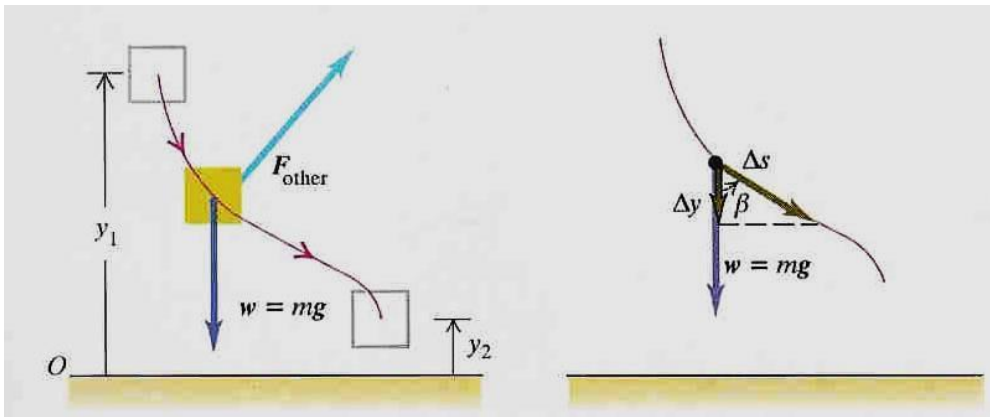
$$0.15 * 9.8 * 15 + \frac{1}{2} * 0.15 * v_3^2 = 0 + \frac{1}{2} * 0.15 * 20^2 \Rightarrow$$

$$v_3^2 = 100 \Rightarrow v_3 = \pm 10 \text{ m/s}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-10

Τι συμβαίνει με τη Δυναμική ενέργεια όταν το σώμα κινείται σε καμπύλη τροχιά;

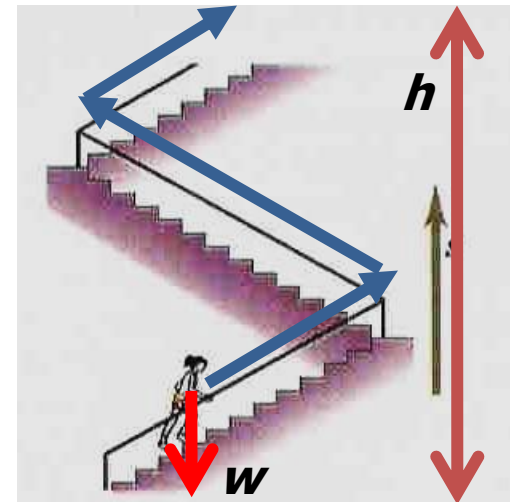


$$\Delta W = w * \Delta s * \cos \beta \Rightarrow$$

$$\Delta W = m * g * \Delta y$$

## Παράδειγμα 6-9

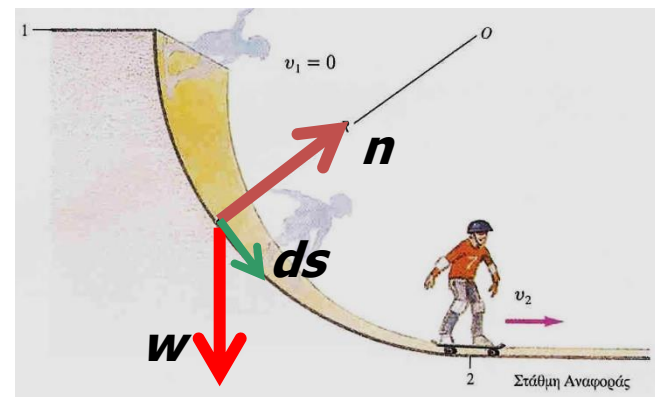
Το έργο (και η αντίστοιχη ισχύς) της μαραθωνοδρόμου ήταν ανεξάρτητο από το «σχήμα» που είχαν οι σκάλες!!!



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-11

## Παράδειγμα 7-3

Ένας φίλος σας κάνει πατίνι κατά μήκος μίας πίστας κυκλικού σχήματος (τεταρτημόριο ακτίνας  $R$ ). Αν η συνολική μάζα του φίλου σας (με το πατίνι) είναι  $25\text{Kg}$  και δεν υπάρχει τριβή, με τι ταχύτητα «βγαίνει» από την πίστα;



Η μη ενεργειακή επίλυση είναι εξαιρετικά δύσκολη!!!

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2 \quad W_{other} = \int \vec{n} \cdot \vec{ds} = 0$$

$$mgR + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$v_2 = \sqrt{2gR} = 7.67\text{ m/s}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-12

## Παράδειγμα 7-4

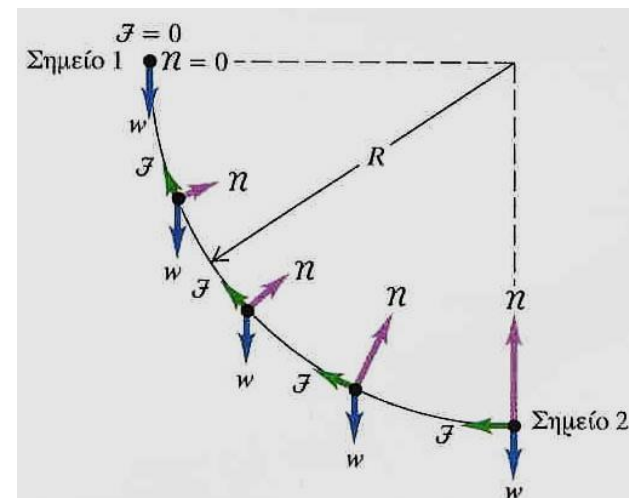
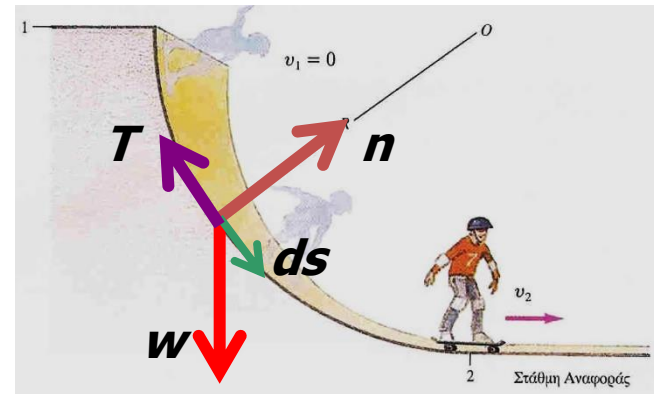
Αν στο παράδειγμα 7-3 υπάρχουν τριβές και ο φίλος σας «βγαίνει» από την πίστα με ταχύτητα  $7\text{m/s}$ , τι έργο παρήγαγε η τριβή;

$$U_1 + K_1 + W_{\text{other}} = U_2 + K_2$$

$$mgR + 0 + W_T = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 \Rightarrow$$

$$W_T = -122\text{J}$$

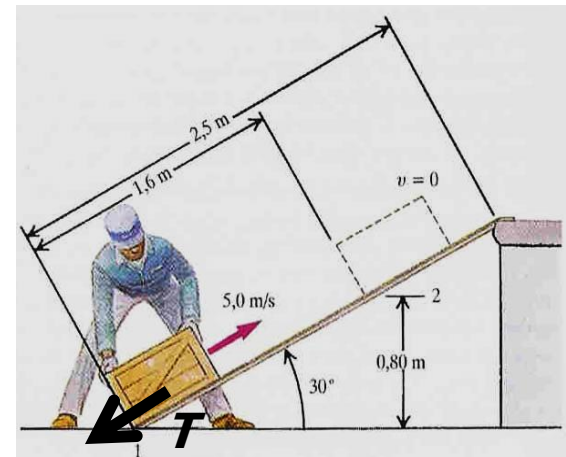
Η μη ενεργειακή επίλυση είναι εξαιρετικά δύσκολη!!!



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-13

## Παράδειγμα 7-7

Κιβώτιο μάζας  $80\text{Kg}$  πρέπει να μεταφορτωθεί με ολίσθηση κατά μήκος μίας ράμπας μήκους  $2.5\text{m}$  και κλίσης  $30^\circ$ . Ο εργάτης εκτίμησε ότι αν το κινήσει με ταχύτητα  $5\text{m/s}$  από το κατώτατο σημείο θα φορτωθεί κανονικά. Όμως λόγω τριβής το φορτίο προχώρησε  $1.6\text{m}$  και επέστρεψε. Βρείτε: α) Ποια η τριβή; β) Με τι ταχύτητα επιστρέφει στο κάτω μέρος της ράμπας



$$W_{\text{other}} = W_T = -Ts$$

$$U_1 + K_1 + W_T = U_2 + K_2$$

$$0 + \frac{1}{2} 80 * 5^2 + W_T = 0 + 80 * 9.8 * 1.6 * \sin 30^\circ$$

$$W_T = -373\text{J} \Rightarrow T = \frac{373}{1.6} = 233\text{N}$$



# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ-14

## Παράδειγμα 7-7

$$U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_3$$

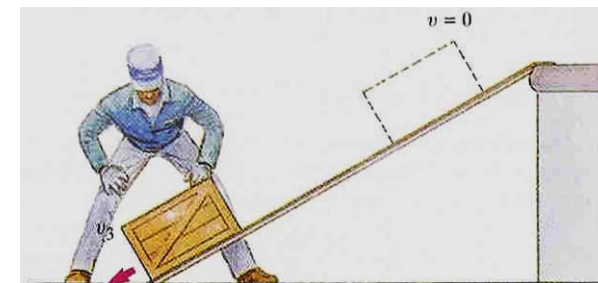
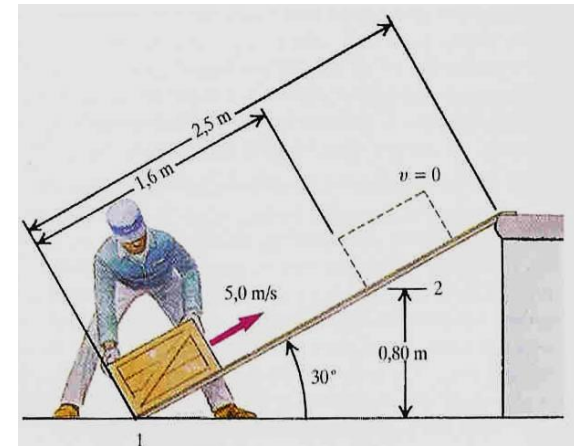
$$U_1 = U_3$$

$$K_1 + W_{other} = K_3$$

$$W_{other} = W_T = -T(2s) = -746J$$

$$\frac{1}{2} 80 * 5^2 - 746 = \frac{1}{2} 80 * v_3^2 \Rightarrow$$

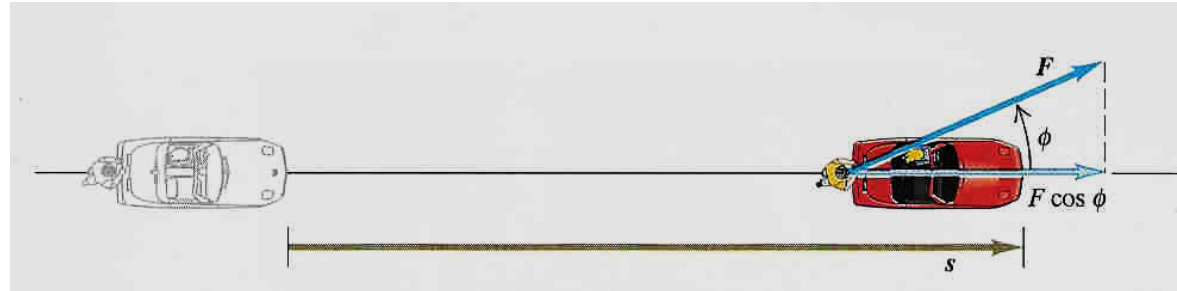
$$v_3 = 2.5m / s$$





# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος-1

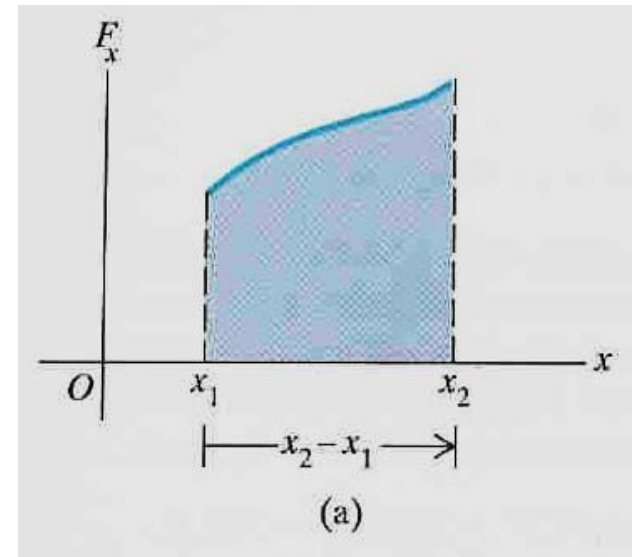
Έργο



$$W = F s \cos \phi \Rightarrow W = \vec{\mathbf{F}} \bullet \vec{\mathbf{s}}$$

Μεταβαλλόμενη δύναμη στην  
ευθύγραμμη κίνηση

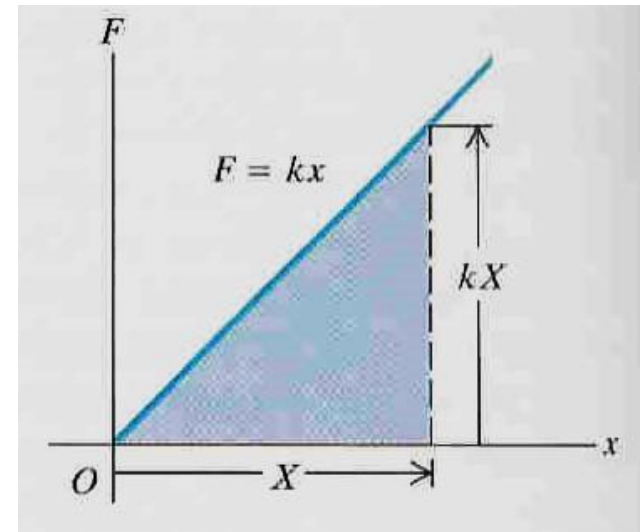
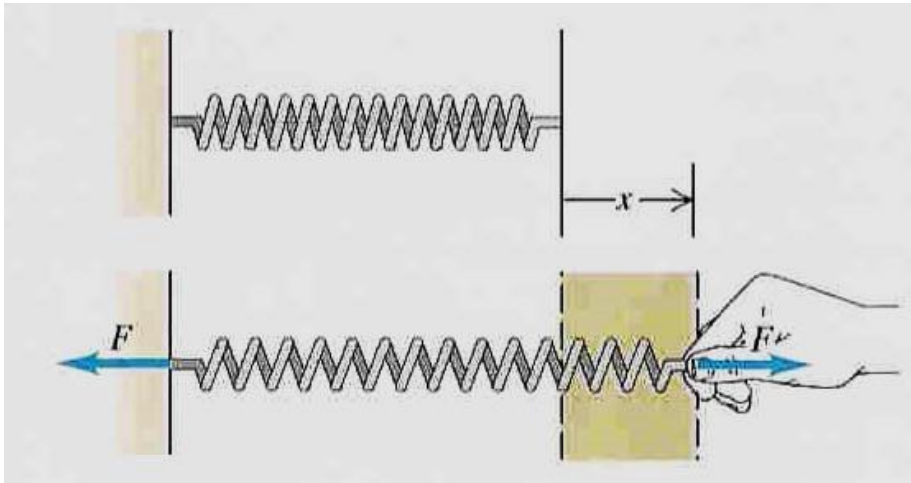
$$W = \int dW = \int F dx$$



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος-2

Έργο  $W = \int dW = \int F dx$

$$F = kx$$



$$W = \frac{1}{2} kx^2$$



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος-3

**Μέση Ισχύς**

**Μέση ενέργεια  
ανά μονάδα χρόνου**

$$P_{av} = \frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

**Στιγμιαία Ισχύς**

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος-4

$$W = Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad K = \frac{1}{2}mv^2$$

**Κινητική Ενέργεια!!!**

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Το έργο που παράγεται από τη συνισταμένη εξωτερική δύναμη επί ενός σωματίου είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος-5

## Βαρυτική Δυναμική ενέργεια

$$W_{grav} = mgy_1 - mgy_2 = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

## Ολική μηχανική ενέργεια

$$\vec{F}_{other} = 0 \quad U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\vec{F}_{other} \neq 0 \quad U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$$

Το έργο που παράγεται από όλες τις δυνάμεις (εκτός από τη βαρυτική) ισούται με τη μεταβολή της ολικής μηχανικής ενέργειας



# ΣΥΝΟΨΗ 4<sup>ου</sup> Μαθήματος-6

## Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

- ✓ Καθορισμός αρχικής (1) και τελικής (2) κατάστασης
- ✓ Καθορισμός του συστήματος συντεταγμένων (το  $y$  προς τα πάνω για τη σχέση  $U=mgy$ )
- ✓ Καταγραφή τιμών ενέργειας ( $K_1, K_2, U_1, U_2$ )
- ✓ Υπολογισμός έργου άλλων δυνάμεων  $W_{other}$
- ✓ Χρήση σχέσης:  $U_1 + K_1 + W_{other} = U_2 + K_2$
- ✓ Προσοχή: Η βαρύτητα στο  $\Delta U$ , άλλες δυνάμεις στο  $W_{other}$



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Παπαζάχος Κωνσταντίνος, Τσόκας Γρηγόριος. «Φυσική. Κινητική ενέργεια-Έργο-Ισχύς-Δυναμική ενέργεια». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS266/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>







# Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Βεντούζη Χρυσάνθη  
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό Εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

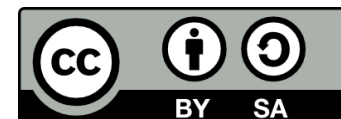


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

