ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Πληροφορική

Ενότητα 6: Α. Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων.
Β. Προεκτάσεις, Προγραμματισμός χωρίς δομές

Κωνσταντίνος Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΟΜΑΔΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡ/ΚΗΣ-ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΗΣ ΠΛΗΡ/ΚΗΣ (ISAG)

Revisiting

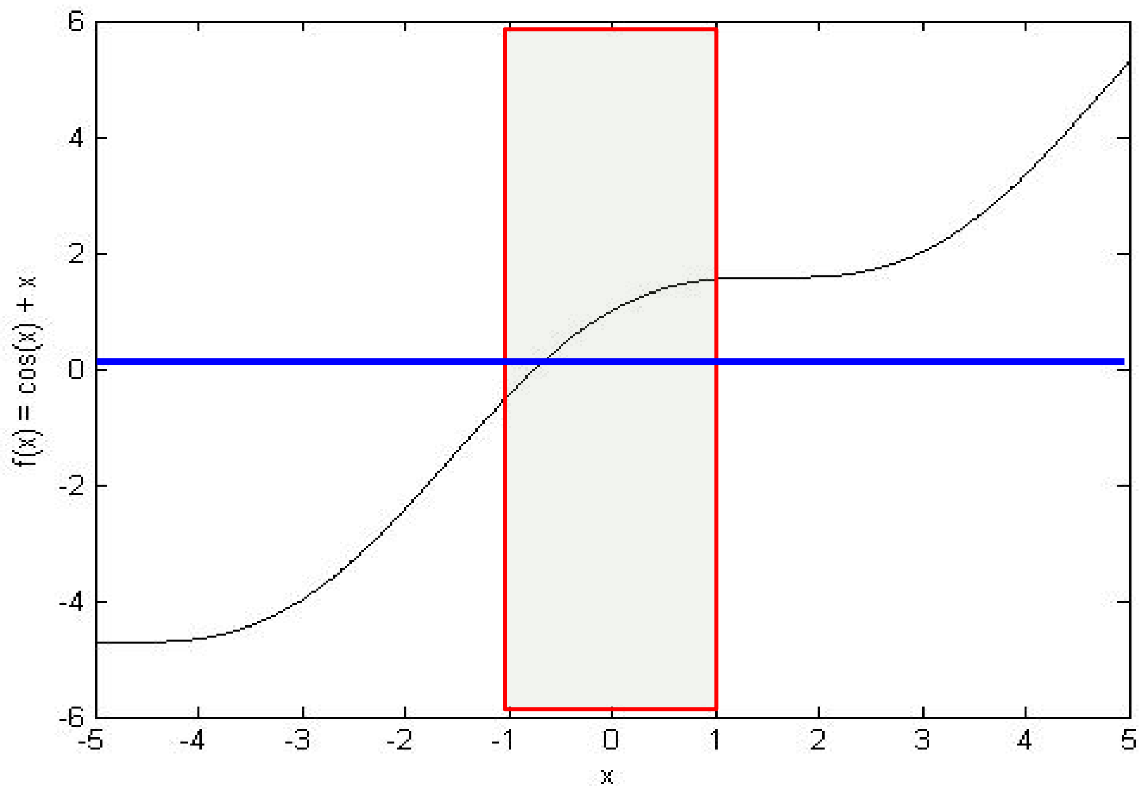
Δ#9: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕς ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

24.03.2015

Κωνσταντίνος Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών ΑΠΘ

Άσκηση εργαστηρίου



- $$f(x) = cos(x) + x$$

Ας το δούμε σαν συνάρτηση

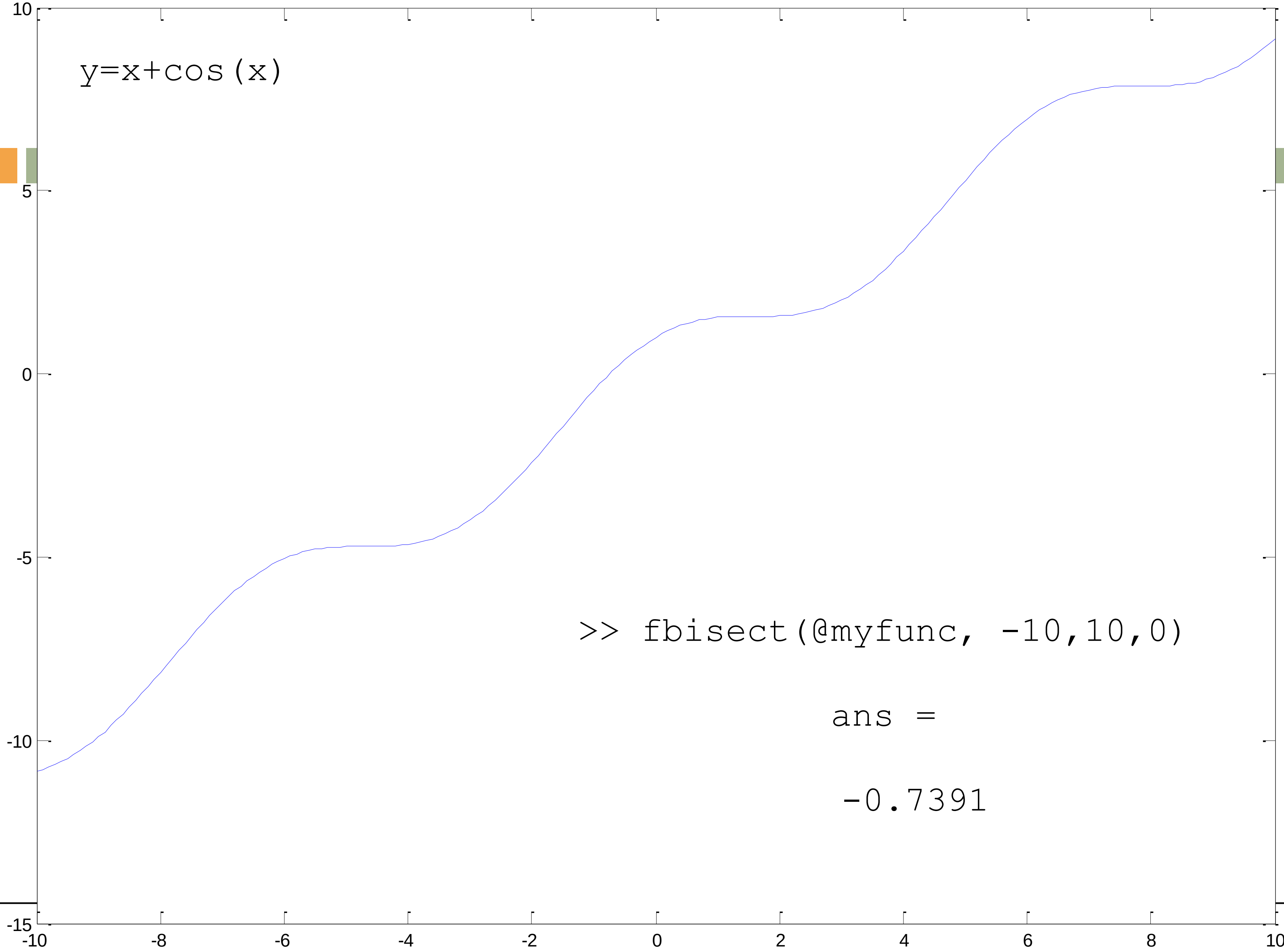
Θέλω

Άκρα διαστήματος : `a, b`

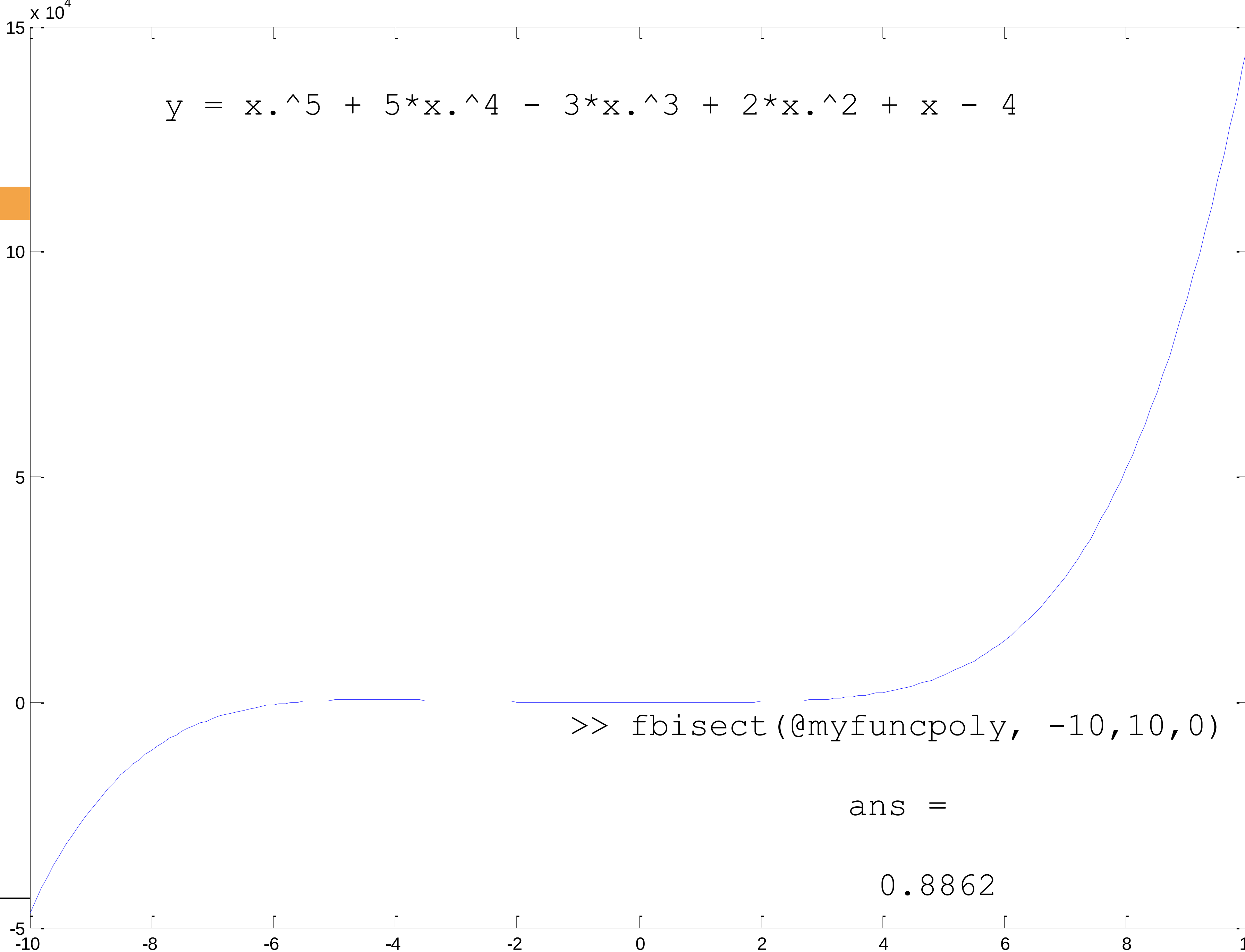
Ανοχή υπολογισμού : `1e-06`

Σφάλμα : `abs(a-b)`

```
function [ riza ] = fbisect( f,a,b,tol )

% while abs(f(a)-f(b))>tol this can be non-monotonic

while abs(a-b)>tol
    riza=(a+b)/2;

    if f(riza)==0
        break  % and buy yourself a lottery ticket!!!!
    elseif f(a)*f(riza)<0
        b=riza;
    else
        a=riza;
    end

end

end
```



y=x+cos(x)
>> fbisect(@myfunc, -10,10,0)
ans =
-0.7391
10
5
0
-5
-10
-15
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10




```
y = x.^5 + 5*x.^4 - 3*x.^3 + 2*x.^2 + x - 4
```

```
>> fbisect(@myfuncpoly, -10,10,0)

ans =

    0.8862
```

`Break`: τι αφορά & πως λειτουργεί

- Αφορά **δομές επανάληψης**
- Μεταφέρει τη συνέχεια της εκτέλεσης του προγράμματος στην 1η γραμμή εντολών μετά τη δομή

Δ.#10 ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ:

ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΧΩΡΙΣ ΔΟΜΕΣ

31.03.2015

Κώστας Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΑΠΘ

Τι θα δούμε εδώ?

- Αλγόριθμοι με δομές
  - Υλοποίηση
    - Με
    - Άνευ!

«Συμβατικός» προγραμματισμός..

Έστω ότι θέλω να να υπολογίσω το άθροισμα των αριθμών 1, 2, 3, …, n

- Αρχικοποιώ τη μεταβλητή του αθροίσματος
- Ξεκινώ να προσθέτω τους αριθμούς της λίστας
- Σε κάθε αποτέλεσμα προσθέτω τον επόμενο αριθμό
- Τελειώνω όταν φτάσω στο πέρας της λίστας

«Συμβατικός» προγραμματισμός..

Έστω ότι θέλω να να υπολογίσω το άθροισμα των αριθμών 1, 2, 3, …, n

```
athrisma=0
for i=1:n
   athrisma=athrisma+i
end
```

Διανυσματικός..

Reloaded!

Έχουμε ήδη δει πως το Matlab παρέχει δυνατότητες που δεν θα είχαμε σε άλλες γλώσσες προγραμματισμού, π.χ. αν θέλω να υπολογίσω το άθροισμα των αριθμών 1, 2, 3, ..., n θα έχουμε:

```
athrisma=0
for i=1:n
  athrisma=athrisma+i
end
```

sum(1:n)

Για x=[1 2 3 4 5] -> sum(x)

Διανυσματικός..

Reloaded!

Και εάν θέλω να υπολογίσω το άθροισμα των αριθμών $1^2+2^2+\dots, n$ θα έχουμε:

```
athrisma=0
for i=1:n
   athrisma=athrisma+i^2
End
```

sum(x.^2)

Όπου x το διάνυσμα των n τιμών

Παράδειγμα: αριθμός ISBN

- Ο αριθμός ISBN είναι 13ψήφιος αριθμός.
- ISBN: **978-960-6706-12-7**
- Δεν είναι τυχαίος. Περιέχει στοιχεία για τον εκδότη, τη χώρα έκδοσης, κ.λπ.. Το τελευταίο ψηφίο (m1) χαρακτηρίζεται ψηφίο ελέγχου και προκύπτει από τα προηγούμενα 12

$$s \leftarrow x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + \cdots + x_{11} + 3x_{12} \qquad [x_1 \ldots x_{13}\ o\ αριθμός\ ISBN]$$

$$m_1 \leftarrow 10 - mod(s, 10)$$

Υπολογίζοντας

Το άθροισμα ***s*** μπορούμε να το υπολογίσουμε με διάφορους τρόπους:

- **x=[9 7 8 9 6 0 6 7 0 6 1 2];**

Το πρώτο πράγμα που σας έρχονταν στο μυαλό:

```
s=x(1)+3*x(2)+x(3)+3*x(4)+x(5)+3*x(6)+
x(7)+3*x(8)+x(9)+3*x(10)+x(11)+3*x(12)
```

Υπολογίζοντας

- *Δουλεύει; Ναι!*
- *Είναι το καλύτερο; Όχι!*
- *Γιατί; Γιατί γράψαμε περισσότερα;*
- *Εν μέρει, Ποιος άλλος μπορεί να είναι ο λόγος;*
- *Παρακολουθείτε Πληροφορική και δεν επιλέγετε μία λύση που θα μπορούσατε να δώσετε από το λύκειο…*

Υπολογίζοντας: πως αλλιώς;

- Περιττοί έχουν συντελεστή 1 και άρτιοι 3
- Πώς το κάνω αυτό;
  - Διανυσματικά, με το κατάλληλο σημείο έναρξης και "βήμα": άθροισμα όλων των περιττών και τριπλασιασμός αθροίσματος άρτιων

```
s = sum(x(1:2:12)) + 3*sum(x(2:2:12))
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;




end
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;

 (Μονά) X (ένα) + (ζυγά) X (3)

end
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;

s=sum(x(1:2:12)+3.*x(2:2:12));



end
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;

s=sum(x(1:2:12)+3.*x(2:2:12));
```

Έλεγχος υπόλοιπου διαίρεσης

```
end
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;

s=sum(x(1:2:12)+3.*x(2:2:12));

if x(13)==10-mod(s,10);
    correct=true;
end
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;

Άλλος τρόπος?



end
```

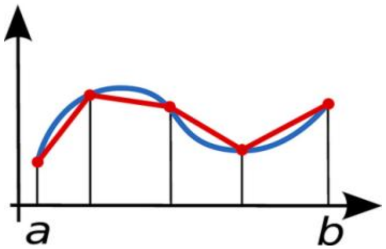
Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;
if x(13)==10-mod(άθροισμα),10);
    correct=true;
end

end
```

Επαλήθευση ISBN

```
function [ correct ] = isbn_vec( x )
correct = false;
if x(13)==10-mod(sum(x(1:2:12)+3.*x(2:2:12)),10);
    correct=true;
end

end
```

2ο παράδειγμα: κανόνας τραπεζίου



$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2n}\left(f(x_0) + 2f(x_1) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right)$$

- Συνάρτηση: $\sin\left(x^3 - 2x^2 + x\right)$

X=[1:0.1:100]

Κανόνας τραπεζίου: εύρεση ολοκληρώματος

Η περιοχή κάτω από την καμπύλη είναι ένα τραπεζοειδές.

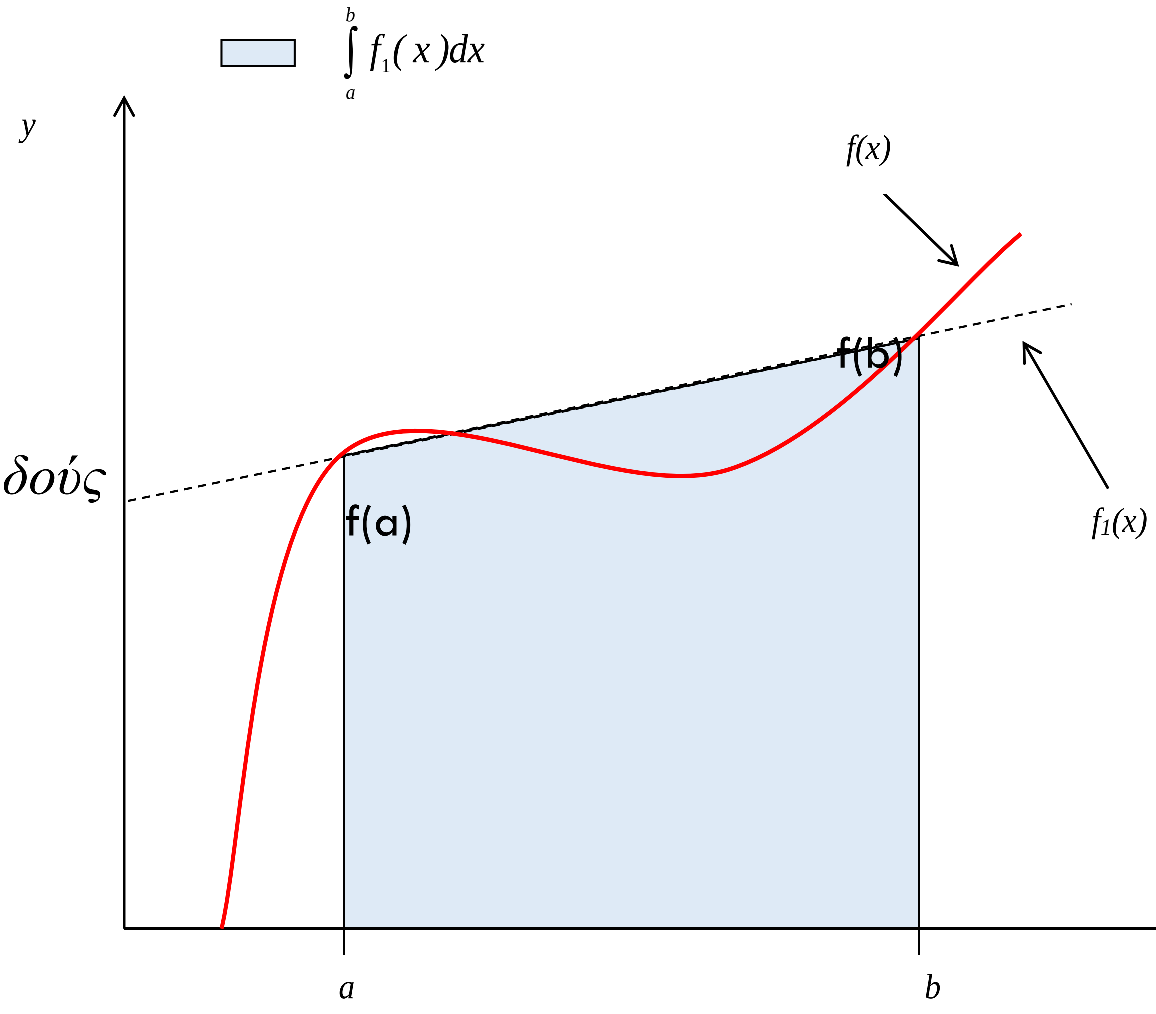
Το ολοκλήρωμα

$$\int_a^b f(x)dx \approx \text{ Επιφάνεια τραπεζοειδούς}$$

$$= \frac{1}{2}(\text{άθροισμα.πλευρών})(\text{ύψος})$$

$$= \frac{1}{2}\left(f(b) + f(a)\right)(b-a)$$

$$= (b-a)\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}\right]$$



Γεωμετρική αναπαράσταση

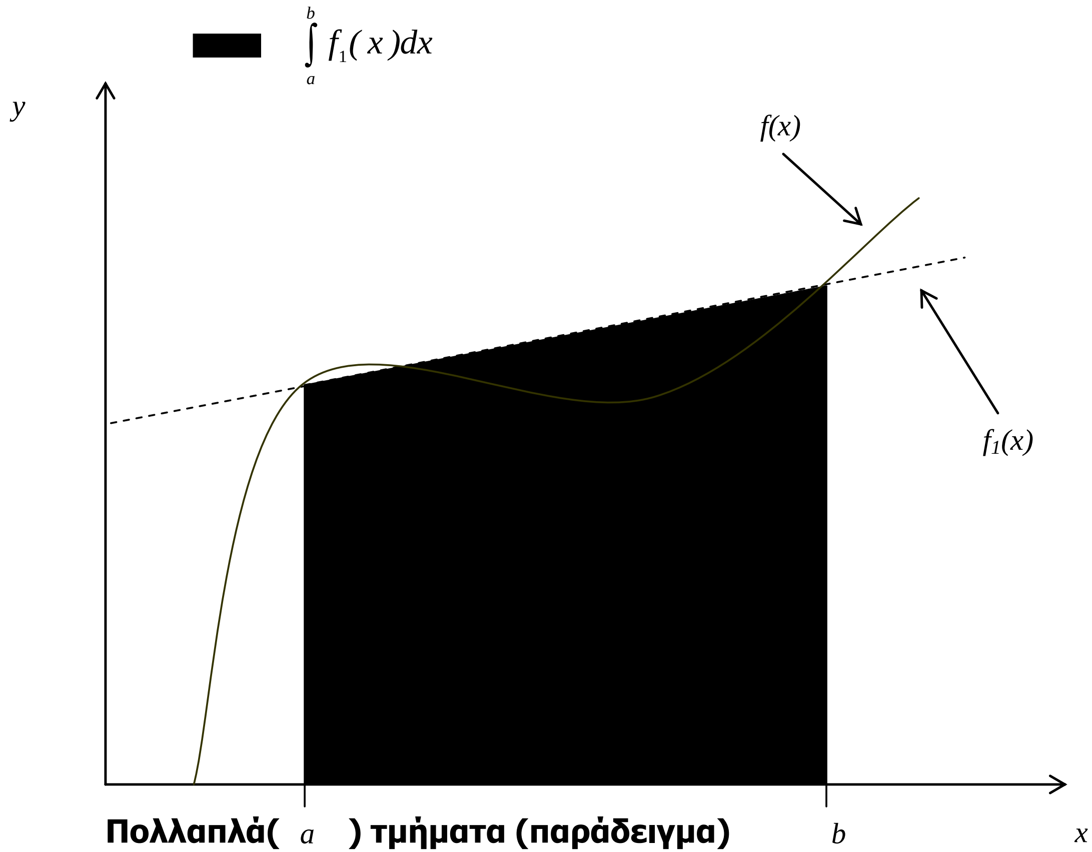
Κανόνας τραπεζίου

Χωρίζουμε σε n ίσα τμήματα.Τό ύψος κάθε τμήματος είναι:

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Το ολοκλήρωμα είναι:

$$I = \int_a^b f(x)dx$$



Γεωμετρική αναπαράσταση

Κανόνας τραπεζίου

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Το ολοκλήρωμα I μπορεί να διαιρεθεί σε h ολοκληρώματα:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{a+h} f(x)dx + \int_{a+h}^{a+2h} f(x)dx + \ldots + \int_{a+(n-2)h}^{a+(n-1)h} f(x)dx + \int_{a+(n-1)h}^{b} f(x)dx$$

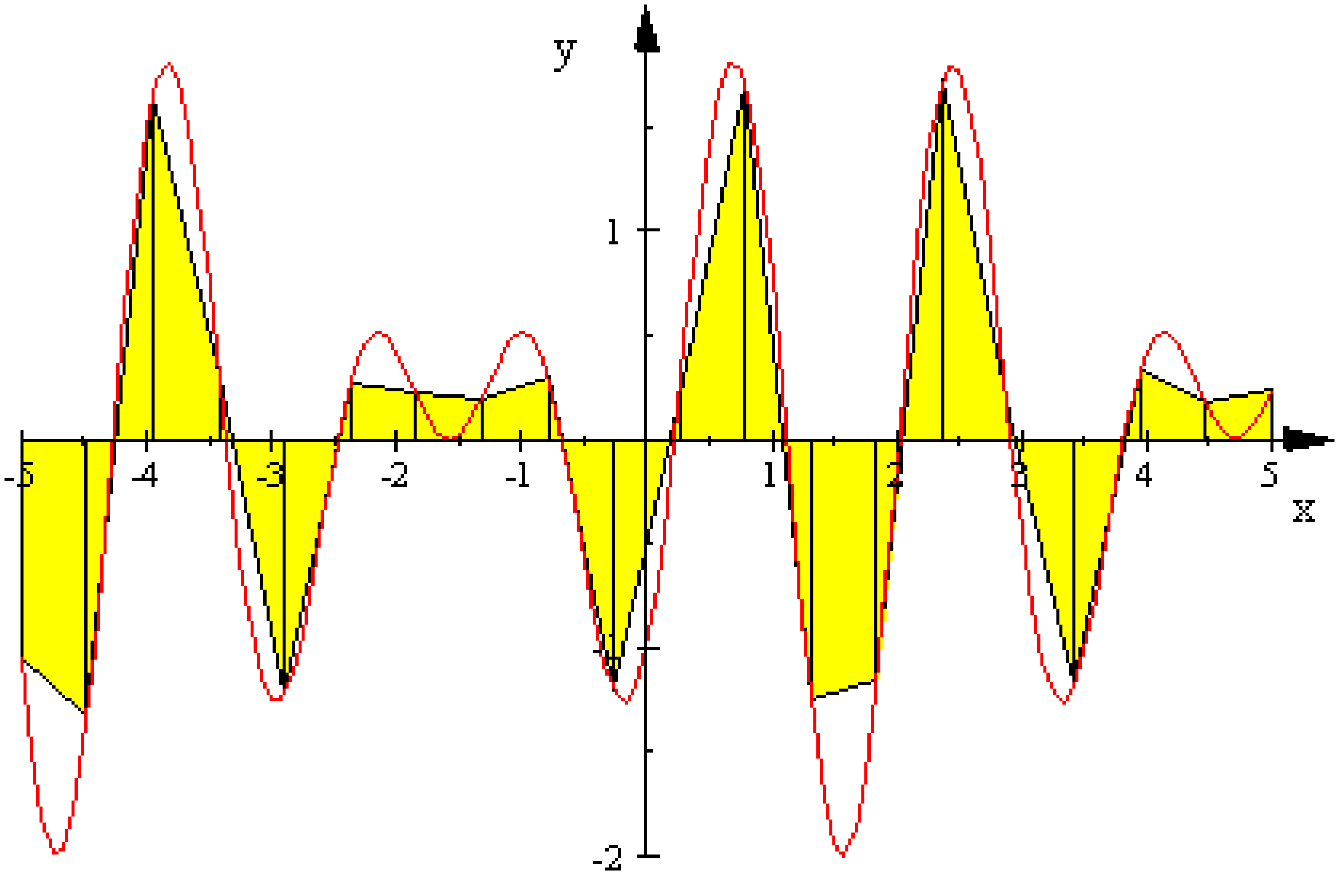
Εφαρμόζοντας τον κανόνα του τραπεζίου σε κάθε τμήμα λαμβάνουμε:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2n}\left[f(a) + 2\left\{ \sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) \right\} + f(b) \right]$$

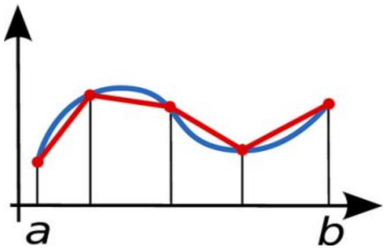
$$= \frac{b-a}{2n}\left[f(a) + 2\left\{ \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right\} + f(b) \right]$$

$$x_i = a + ih$$

Πολλαπλόςκανόνας τραπεζίου



Παράδειγμα: κανόνας τραπεζίου



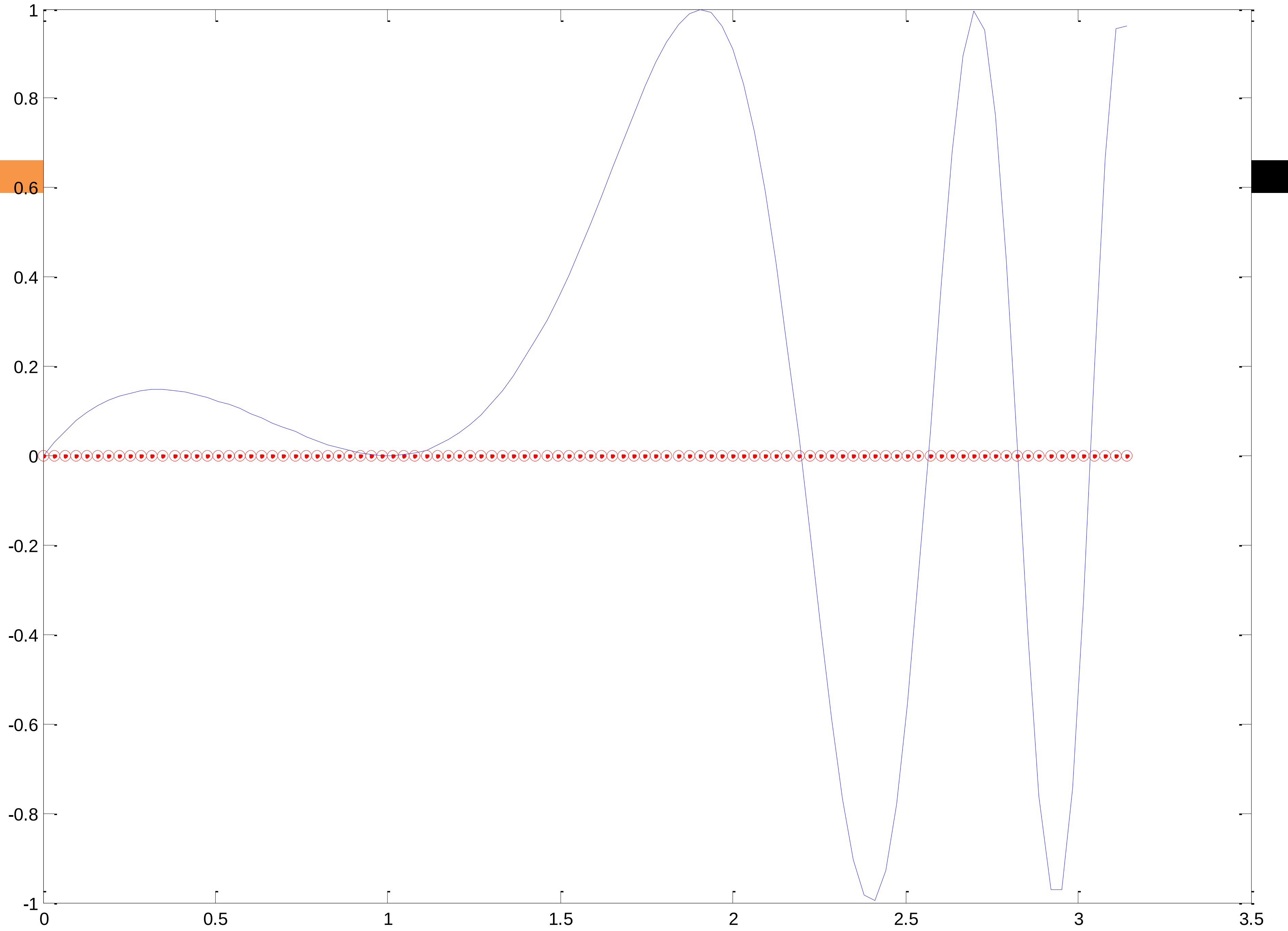
$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2n}\left[f(a) + 2\left\{ \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right\} + f(b) \right]$$

- Συνάρτηση:

$$\sin\left(x^3 - 2x^2 + x\right)$$

Κανόνας τραπεζίου: υπολογισμός

- `a=0`
- `b=pi`
- Χωρίζω το [a,b] σε `n=100` ίσα μέρη
  - `x=linspace(a,b,n)`
- Ορίζω συνάρτηση
  - `fx=sin(x.^3-2*x.^2+x)`


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5

Μέθοδος τραπεζίου

- Πώς προχωρώ?
  - Θέλω ένα διάνυσμα με n άσσους
    - **`c=ones(1,n);`**
  - Τα στοιχεία από τη θέση 2 έως και την n-1 ίσα με 2
    - **`c(2:n-1)=2;`**

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2n}\left[f(a) + 2\left\{ \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right\} + f(b) \right]$$

- **I=(b-a)/(2*n) * sum(c.*fx)**
- `ans=0.4985`

Και τι λέει το Matlab?

```
quad('sin(x.^3-2*x.^2+x)',0,pi)
ans =

    0.5040
```

Διαφορά: 0.0055 (n=100)

Διαφορά: 0.000055 (n=1000)

Τι είδαμε ως εδώ

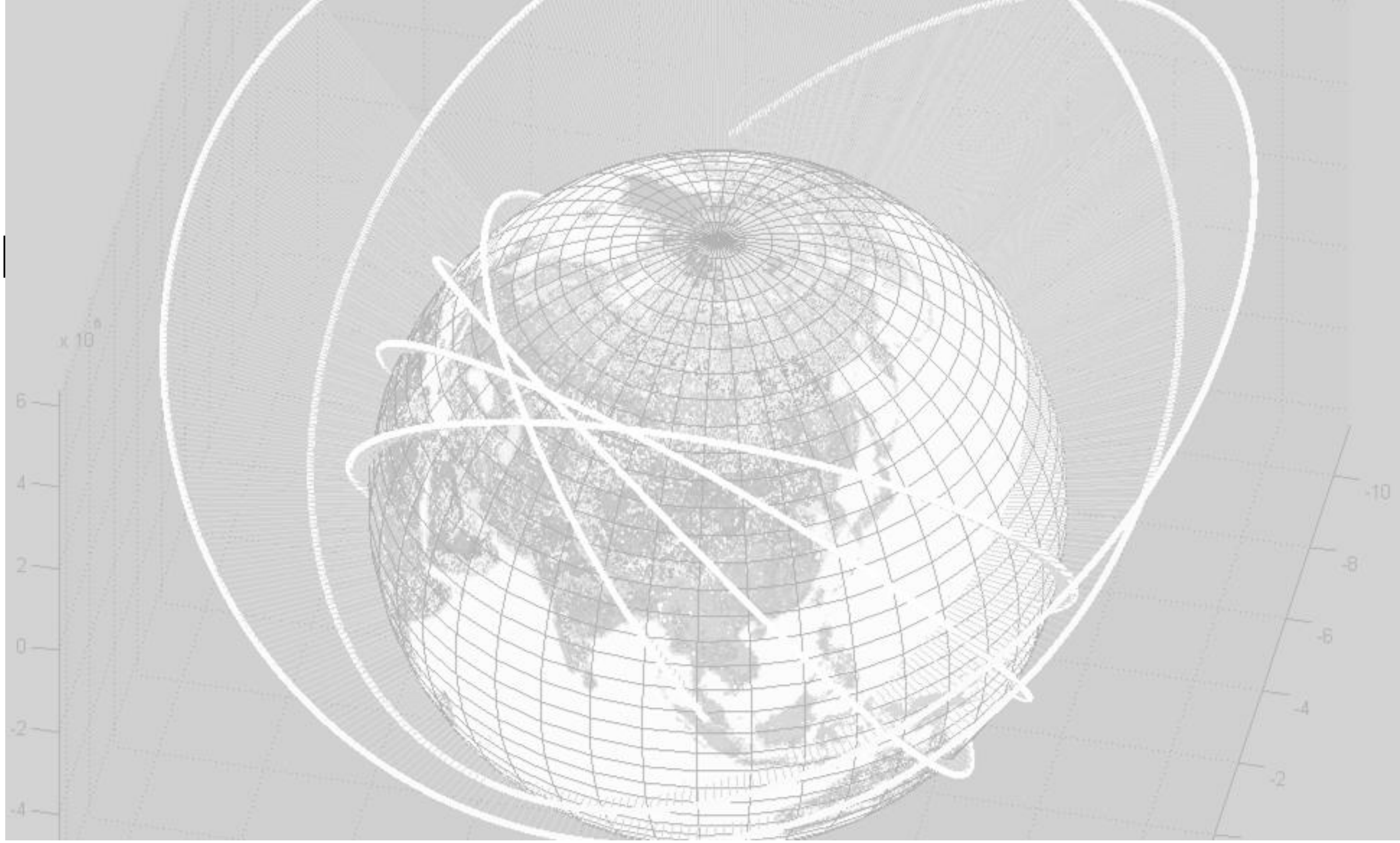
- Δομές επανάληψης για υπολογισμό αθροισμάτων
  - Μπορούν να αντικατασταθούν με κατάλληλες συναρτήσεις
  - Προσοχή στον προσδιορισμό αρχής:βήματος:τέλους
- Σε προβλήματα αριθμητικής ανάλυσης
  - Η ακρίβεια εξαρτάται από τον αριθμό των
    - βημάτων που επιλέγουμε ή λογικής συνθήκης (συνθήκη εντός while σε μέθοδο διχοτόμησης)
    - Σημείων υπολογισμού (ακρίβεια κανόνα τραπεζίου για υπολογισμό ολοκληρωμάτων συναρτήσει διαμερίσεων σε n ίσα μέρη)

Και κάτι τελευταίο…

Το 1947 η Grace Hopper εργαζόμενη στον υπολογιστή Mark II του πανεπιστημίου του Harvard, διαπίστωσε ότι η προβληματική λειτουργία του υπολογιστή οφείλονταν σε ένα έντομο (bug) που είχε τρυπώσει σε κάποιο από τα κυκλώματα του υπολογιστή.

Ο όρος ***bug*** και ***debugging*** επικράτησε για τα σφάλματα του υπολογιστή και τη διαδικασία αποσφαλμάτωσης αντιστοίχως.

Το πρώτο «bug» τοποθετήθηκε στο ημερολόγιο του Mark II.



Τέλος

Κώστας Καρατζάς

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΑΠΘ

Δ.#11 ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ:

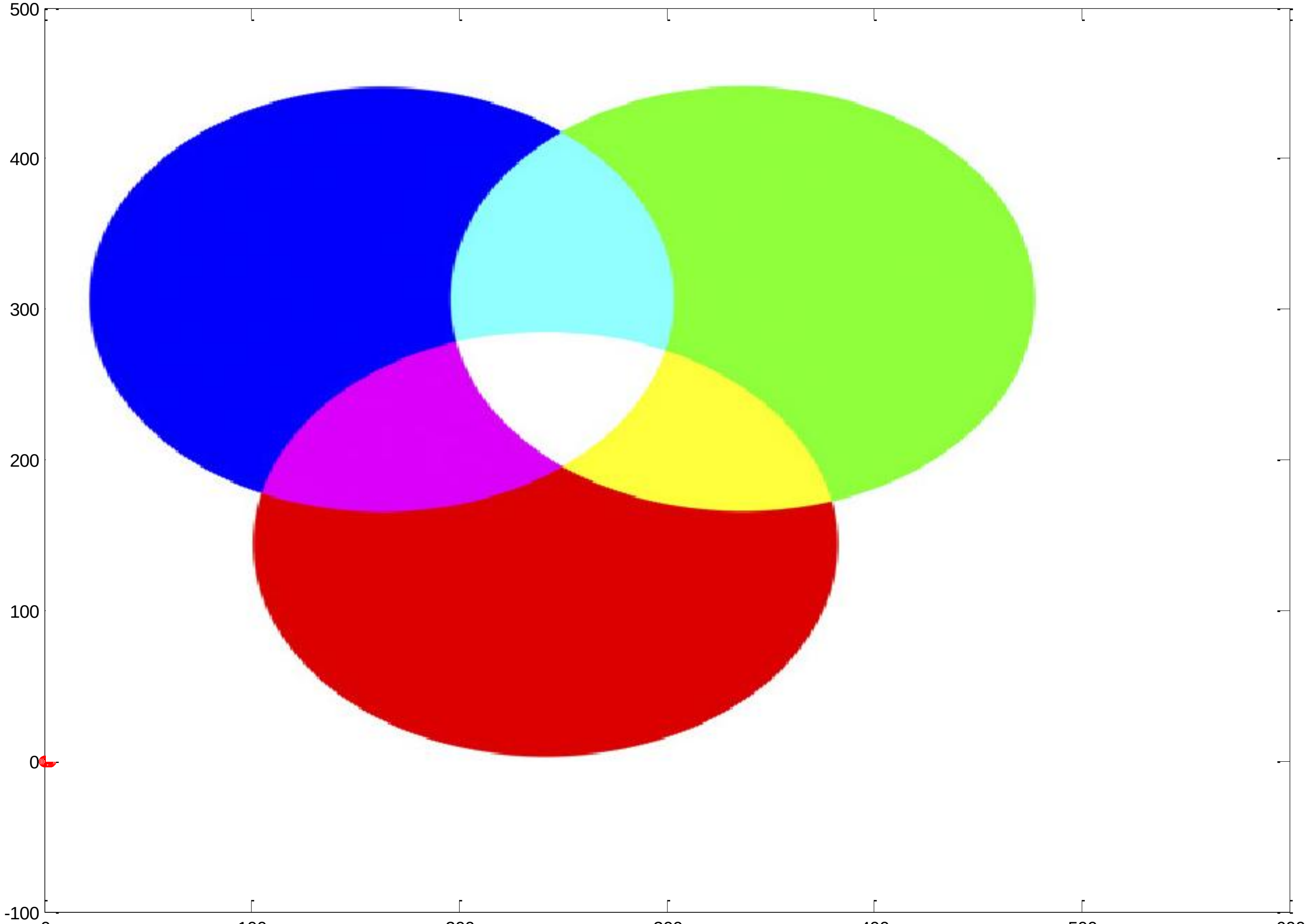
ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΧΩΡΙΣ ΔΟΜΕΣ

31.03.2015

Κώστας Καρατζάς
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, ΑΠΘ

Ως ορεκτικό..

Έστω αρχείο εικόνας με όνομα rgb.jpg



Οι δομές εντός σου…

- photo=imread(‘rgb.jpg');
- size(photo)
- ndims(photo)
- min(min(photo))
- max(max(photo))
- image(photo)

Άρα

- Οι εικόνες είναι πίνακες
- Οι εικόνες 3 διαστάσεων με βάση τα χρώματα RGB ως «επίπεδα» 1, 2 και 3 είναι έγχρωμες προτύπου RGB
- Πρόσβαση και πράξεις σε τέτοιους πίνακες έχουμε/κάνουμε εύκολα με χρήση δομών και διανυσματικού προγραμματισμού

Δομές & διαν/κός προγραμματισμός

- Αφαίρεση NaN από 2D πίνακα (λογικοί δείκτες, isnan, any),
- Υπολογισμός μέσου όρου διανύσματος με κενά (isnan, λογικοί δείκτες)

Αποδοτικός (διανυσματικός) προγραμματισμός

- Σε μερικές πράξεις προκύπτουν μή αριθμητικές ποσότητες (1/0=Inf, 0/0=NaN).
- Πως μπορούμε να εντοπίσουμε τα στοιχεία αυτά σε ένα διάνυσμα?

```
A = [-2  -1  0  1  2];
B = [ 0   0  0  0  0];
```

- Ποιο το άθροισμα των στοιχείων του B./A που δεν είναι NaN?

```
Sum(isnan(B./A)
```

Αποδοτικός (διανυσματικός) προγραμματισμός

- Σε μερικές περιπτώσεις μας ενδιαφέρει να βρούμε εάν ένας πίνακας έχει μή μηδενικά στοιχεία

```
C = [-2   0   0   1   2];
Any(C);
```

Εαν ενδιαφερόμασταν για το πλήθος των μη μηδενικών στοιχείων

```
sum(C~=0)
```

Αποδοτικός (διανυσματικός) προγραμματισμός

- Υπολογισμός μέσου όρου διανύσματος με NaN (isnan, λογικοί δείκτες)
- Έστω πίνακας `d=[1,2,3,NaN;5,6,7,8]`

Πως θα υπολόγιζα τον Μ.Ο. μόνο αυτών που δεν είναι NaN?

Pay attention!!!

Βασικά σημεία του αλγόριθμου

```
d=[1,2,3,NaN;5,6,7,8]
```

1. Ελέγχω με τη βοήθεια μιας δομής επανάληψης τον πίνακα d στοιχείο πρός στοιχείο
2. Εντοπίζω και μετρώ τα στοιχεία που ΔΕΝ είναι NaN
3. Αθροίζω μόνο τα στοιχεία που ΔΕΝ είναι NaN
4. Διαιρώ με το πλήθος των στοιχείων του 2ου βήματος

```
s=0;
count=0;
mo=0;
for i=1:2;
for j=1:4;
if (isnan(d(i,j)))
    disp('NaN')
else
    s=s+d(i,j);
    count=count+1;
end
end
end
mo=s/count
```

```
s=0;
count=0;
mo=0;
for i=1:size(d,1);
for j=1:size(d,2);
if (isnan(d(i,j)))
    disp('NaN')
else
    s=s+d(i,j);
    count=count+1;
end
end
end
mo=s/count
```

Άλλη λύση;

```
s=0;
count=0;
mo=0;
for i=1:size(d,1);
for j=1:size(d,2);
if (isnan(d(i,j)))
    disp('NaN')
else
    s=s+d(i,j);
    count=count+1;
end
end
end
mo=s/count
```

```
mo=s/count
```

Αλλά

```
count=sum(sum(~isnan(d)))
```

και

```
s=sum(d(~isnan(d)))
```

Υπάρχει και

```
nanmean(d)
```

Έστω πίνακας D με θετικούς και αρνητικούς, ποιά η μέση τιμή όλων των θετικών;

```
Mean(d(d>0))
```

Τι έχουμε δεί;

- Με τη χρήση δομών διαχειριζόμαστε πλήρως προβλήματα με πίνακες
- Ο διανυσματικός προγραμματισμός μας επιτρέπει να μεταφέρουμε απευθείας στοιχεία του αλγορίθμου στον τρόπο υπολογισμού
  - Παρακάμπτουμε δομές
  - Διαμορφώνουμε αποδοτικότερα και συντομότερα προγράμματα

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Θεσσαλονίκη, Εαρινό Εξάμηνο 2014-2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.