



# Μικροοικονομική Ι

## Ενότητα 7: Αριστοποίηση συμπεριφοράς καταναλωτή (μαθηματική επίλυση)

Νικόλαος Βαρσακέλης  
Οικονομικών Επιστημών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# ΜΙΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ: 12ΥΑ01

7<sup>Η</sup> ΣΗΜΕΙΩΣΗ

Αριστοποίηση συμπεριφοράς καταναλωτή  
(μαθηματική επίλυση)

ΒΑΡΣΑΚΕΛΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Γρ. 202, Τομέας Γενικής Οικονομικής Θεωρίας και  
Πολιτικής

E-MAIL: [barsak@econ.auth.gr](mailto:barsak@econ.auth.gr)

e-Οδηγός Σπουδών

<http://qa.auth.gr/el/class/1/100021516>



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

# Πώς γίνεται η άριστη επιλογή;

- Η ανάλυση είναι προσωπική για κάθε καταναλωτή
- Η επιλογή εξαρτάται από τις προτιμήσεις, το εισόδημα και τις τιμές των αγαθών
- Δεν επιτρέπεται η κριτική στις επιλογές του εκάστοτε καταναλωτή – ο κάθε καταναλωτής έχει διαφορετικές προτιμήσεις

# Αριστοποίηση της καταναλωτικής συμπεριφοράς (1)

Έστω η γενική συνάρτηση χρησιμότητας

$$u = f(x_1, x_2)$$

και ο εισοδηματικός περιορισμός

$$M \geq P_1x_1 + P_2x_2$$

# Αριστοποίηση της καταναλωτικής συμπεριφοράς (2)

Το πρόβλημα επιλογής του καταναλωτή έγκειται στην επιλογή των ποσοτήτων των αγαθών  $x$  και  $y$ , ώστε να μεγιστοποιείται η συνάρτηση χρησιμότητας  $u = f(x_1, x_2) = u(x_1, x_2)$  υπό τον εισοδηματικό περιορισμό

$$M \geq P_1 x_1 + P_2 x_2$$

# Αριστοποίηση της καταναλωτικής συμπεριφοράς (3)

Η συνάρτηση Lagrange που προκύπτει είναι

$$L = f(x_1, x_2) + \lambda(M - P_1x_1 + P_2x_2)$$

όπου το  $\lambda$  είναι ο πολλαπλασιαστής Lagrange.



# Αριστοποίηση της καταναλωτικής συμπεριφοράς (4)

Παίρνουμε τις συνθήκες πρώτης τάξης

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = u_1 - \lambda P_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = u_2 - \lambda P_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = M - P_1 x_1 - P_2 x_2 = 0$$

# Συνθήκη και τιμές ισορροπίας

Συνθήκη ισορροπίας

$$\frac{MU_{x_1}}{P_{x_1}} = \frac{MU_{x_2}}{P_{x_2}}$$

Τιμές ισορροπίας

$$x_1^* = x^*(P_{x_1}, P_{x_2}, M)$$

$$x_2^* = x^*(P_{x_1}, P_{x_2}, M)$$

$$\lambda^* = \lambda^*(P_{x_1}, P_{x_2}, M)$$

# Συγκριτική στατική (1)

Αποτελεί το στάδιο μετά τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης χρησιμότητας. Είναι η μελέτη της επίδρασης που ασκούν οι μεταβολές στις εξωγενείς μεταβλητές  $M$  και  $P$  στις ενδογενείς  $x^*$ ,  $\lambda^*$ .

## Συγκριτική στατική (2)

Έστω οι συνθήκες πρώτης τάξης

$$u_1 - \lambda P_1 = 0, \quad u_2 - \lambda P_2 = 0 \quad \text{και} \quad M - P_1 x_1 - P_2 x_2 = 0$$

για τις οποίες παίρνουμε το ολικό διαφορικό:

$$u_{11} dx_1 + u_{12} dx_2 - P_1 d\lambda - \lambda dP_1 = 0$$

$$u_{21} dx_1 + u_{22} dx_2 - P_2 d\lambda - \lambda dP_2 = 0$$

$$dM - P_1 dx_1 - P_2 dx_2 - x_1 dP_1 - x_2 dP_2 = 0$$

# Πολλαπλασιαστές ενδογενών μεταβλητών

Προκύπτουν από το σύστημα γραμμικών εξισώσεων που δημιουργήθηκε

$$\frac{dx_1}{dP_1} = \frac{|\Delta P_1|}{|\Delta|} < 0 \quad \frac{dx_1}{dP_2} = \frac{|\Delta P_2|}{|\Delta|} = ? \quad \frac{dx_1}{dM} = \frac{|\Delta_M|}{|\Delta|} > 0$$

$$\frac{dx_2}{dP_2} = \frac{|\Delta P_2|}{|\Delta|} < 0 \quad \frac{dx_2}{dP_1} = \frac{|\Delta P_1|}{|\Delta|} = ? \quad \frac{dx_2}{dM} = \frac{|\Delta_M|}{|\Delta|} > 0$$

# Συνολικό αποτέλεσμα (1)

Έστω

$$P_1 = \frac{u_1}{\lambda} \quad \text{και} \quad P_2 = \frac{u_2}{\lambda}$$

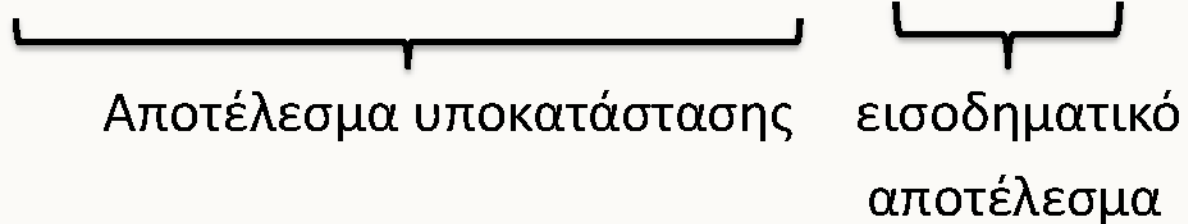
αντικαθίστανται στους πολλαπλασιαστές

$$\frac{dx_1}{dM} = \frac{|\Delta_M|}{|\Delta|} > 0, \quad \frac{dx_1}{dP_1} = \frac{|\Delta P_1|}{|\Delta|} < 0$$

## Συνολικό αποτέλεσμα (2)

$$\frac{dx_1}{dM} = \lambda \left( \frac{u_2 u_{12} - u_1 u_{22}}{2u_1 u_2 u_{12} - u_1^2 u_{22} - u_2^2 u_{11}} \right)$$

$$\frac{dx_1}{dP_1} = -\lambda \left( \frac{u_2^2}{2u_1 u_2 u_{12} - u_1^2 u_{22} - u_2^2 u_{11}} \right) - x_1 \frac{dx_1}{dM}$$

  
The diagram shows two horizontal curly braces under the equation. The first brace is under the fraction term and is labeled "Αποτέλεσμα υποκατάστασης". The second brace is under the term  $-x_1 \frac{dx_1}{dM}$  and is labeled "εισοδηματικό αποτέλεσμα".

# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Νικόλαος Βαρσακέλης.  
«Μικροοικονομική Ι. Αριστοποίηση συμπεριφοράς καταναλωτή (μαθηματική επίλυση)». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS365/>.





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





# Τέλος ενότητας

Θεσσαλονίκη, Χειμερινό Εξάμηνο 2013-2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

