



# Μαθηματικά στην Πολιτική Επιστήμη: Εισαγωγή

Ενότητα 2.1 : Σύνολα, Σχέσεις, Συναρτήσεις (I).

Θεόδωρος Χατζηπαντελής  
Τμήμα Πολιτικών Επιστημών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





# Σύνολα, Σχέσεις, Συναρτήσεις

Ορισμοί εννοιών και παραδείγματα,  
Μέρος I



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Περιεχόμενα ενότητας

1. Συνολά, Σχέσεις και Συναρτήσεις.
  - i. Ορισμοί.
  - ii. Παραδείγματα.
2. Εκλογικό Σύστημα.



# Σύνολα-Συναρτήσεις-Σχέσεις

- Συλλογή αντικειμένων.
- **Σύνολο**: είναι μία συλλογή που τα αντικείμενα έχουν τουλάχιστον ένα κοινό χαρακτηριστικό (ιδιότητα).
- **Συνάρτηση**: μια αντιστοιχία στοιχείων ενός συνόλου [πεδίο ορισμού] σε ένα άλλο σύνολο [πεδίο τιμών].
- **Διμελείς σχέσεις**: διατεταγμένα ζεύγη από δύο σύνολα.



# Συλλογή και Σύνολο

- Το **σύνολο** διαφέρει από τη **συλλογή** κατά το γεγονός ότι τα στοιχεία του έχουν μία (τουλάχιστον) κοινή ιδιότητα (χαρακτηριστικό).
- Σε ένα **σύνολο** κάθε στοιχείο εμφανίζεται μόνο μία φορά, ενώ σε μία **συλλογή** είναι δυνατόν το ίδιο στοιχείο να εμφανίζεται περισσότερες φορές.



# Ευρωπαϊκή Ένωση (Ε.Ε.)

- Σύνολο Χωρών (Σύνολο με 28 στοιχεία).
- Σύνολο εκλογικών συστημάτων.

Ιδιότητα 1: **Τύπος αναλογικού** (συμβολίζεται με ΕΣ)

ΕΣ={ανοικτή λίστα, κλειστή λίστα, STV}.

Ιδιότητα 2: **Κατώφλι** (συμβολίζεται με Κ)

Κ1={ΝΑΙ, ΟΧΙ}, Κ2={ $x/x$ =ποσοστό}.

Ιδιότητα 3: **Αριθμός εκλογικών ενοτήτων**  
(συμβολίζεται με ΕΕ)

ΕΕ1={1, 2 ή περισσότερες}

ΕΕ2={ $\gamma/\gamma$ =αρ. εκλογικών ενοτήτων}.





# Σύνολο

- Αν ορίσουμε σαν **A** το σύνολο των χωρών της Ε.Ε. και σαν **B** το σύνολο τύπων του εκλογικού συστήματος τότε:
- Το **B** προκύπτει σαν συνδυασμός από τα ΕΣ, Κ, ΕΕ άρα μία τριάδα είναι:  
(κλειστή λίστα, ΝΑΙ, 1).



# Σχέση

- Όλες οι τριάδες αν τις απαριθμήσουμε ορίζουν το σύνολο  $B$  που έχει  $3 \times 2 \times 2 = 12$  στοιχεία:
- $\{(\text{αν λίστα, ΝΑΙ, 1}), (\text{κλ λίστα, ΝΑΙ, 1}), (\text{STV, ΝΑΙ, 1}), (\text{αν λίστα, ΟΧΙ, 1}), (\text{κλ λίστα, ΟΧΙ, 1}), (\text{STV, ΟΧΙ, 1}), (\text{αν λίστα, ΝΑΙ, } >1), (\text{κλ λίστα, ΝΑΙ, } >1), (\text{STV, ΝΑΙ, } >1), (\text{αν λίστα, ΟΧΙ, } >1), (\text{κλ λίστα, ΟΧΙ, } >1)\}$ .



# Συνάρτηση

- Με πεδίο ορισμού το σύνολο  $A = \{\text{χώρες ΕΕ}\}$  και πεδίο τιμών το σύνολο  $B = \{\text{τύποι εκλογικών συστημάτων}\}$  ορίζουμε μία συνάρτηση  $f(X)=Y$ , όπου  $X$  είναι στοιχείο του  $A$  και  $Y$  στοιχείο του  $B$ ,

Άρα  $f(\text{Ελλάδας}) = (\text{ανοικτή λίστα, ΝΑΙ, 1})$

Σημείωση επειδή οι χώρες είναι 28 και οι τύποι 12 η συνάρτηση δεν είναι αμφιμονοσήμαντη.



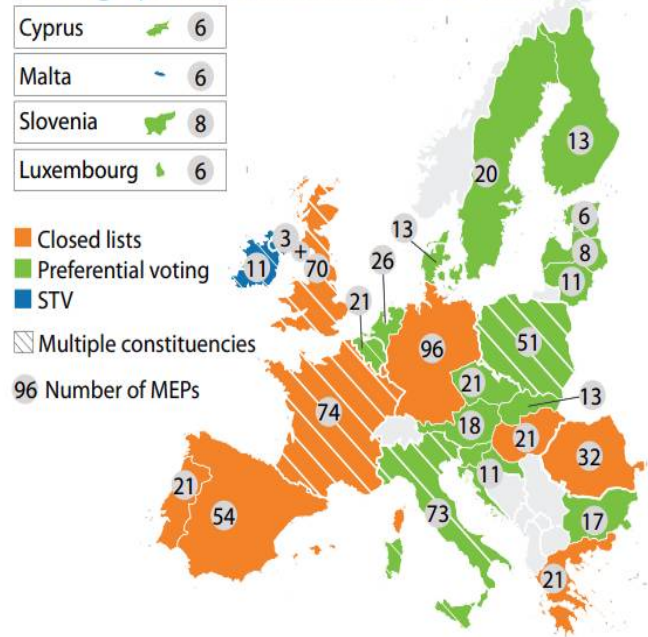
# Εκλογικό Σύστημα

## Χάρτης 1: εκλογικό σύστημα κρατών μελών.

Voting system and number of MEPs

PUBLISHED ON NOVEMBER 13, 2013 IN 2014 EUROPEAN ELECTIONS: NATIONAL RULES - FULL SIZE IS 606 x 558 PIXELS - LEAVE A COMMENT

### Voting system and number of MEPs



- Evarts Anosovs, Eva-Maria Poptcheva, Giulio Sabbati Members' Research Service 2014 European elections: national rules, Voting system and number of MEPs, November 13, 2013.

Voting system and number of MEPs



# Η Ελλάδα

- Η Ελλάδα χωρίζεται σε αποκεντρωμένες περιφέρειες, περιφερειακές αυτοδιοικήσεις, περιφερειακές ενότητες, Δήμους, δημοτικές ενότητες (βλέπε σχετικά στον παρακάτω σύνδεσμό του Υπουργείου Εσωτερικών <http://www.ypes.gr/el/Regions/>).
- Έχουν οριστεί 7 αποκεντρωμένες διοικήσεις, 13 περιφέρειες, 325 δήμοι. Κάθε περιφέρεια διαιρείται σε περιφερειακές ενότητες και κάθε δήμος σε δημοτικές ενότητες.
- Το σύνολο των περιφερειών έχει 13 στοιχεία.



# Επίσης

- Διαιρείται σε 56 εκλογικές περιφέρειες.
- Κάθε περιφέρεια περιέχει εκλογικές περιφέρειες. Παράδειγμα η Κεντρική Μακεδονία περιέχει την Α' Θεσσαλονίκης, Β' Θεσσαλονίκης, Σερρών, Χαλκιδικής, Κιλκίς, Πέλλας, Ημαθίας, Πιερίας.



# Σύνολο (πληθικός αριθμός)

- Το πλήθος των στοιχείων ενός συνόλου ονομάζεται **πληθικός αριθμός**, συμβολίζεται με **#**.

Παράδειγμα: Ο πληθικός αριθμός του A είναι 28 ( $\#A=28$ ), του AΛ είναι 19 ( $\#A\Lambda=19$ ), του ΚΛ 7 ( $\#Κ\Lambda=7$ ) και του ΤΨ 2 ( $\#Τ\Psi=2$ ).



# Σύνολα (έννοιες 1)

- Υποσύνολο: ένα σύνολο στοιχείων του συνόλου [αυτό σημαίνει ότι τα στοιχεία του έχουν **μια επιπλέον** ιδιότητα η οποία καθορίζει το υποσύνολο].
- Παραδείγματα: οι Χώρες **που ανήκουν στη ζώνη του Ευρώ** (η επιπλέον ιδιότητα) είναι ένα υποσύνολο του  $A$ , έστω το  $E$  (γράφουμε  $E \subseteq A$ ). Τα υπόλοιπα στοιχεία του  $A$  [που δεν ανήκουν στο  $E$ ] ορίζουν το συμπλήρωμα του  $E$  (γράφουμε  $E'$ ).





# Σύνολα (έννοιες 2)

- Τα ακόλουθα μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης χρησιμοποιούν το ευρώ:

Το σύνολο  $E = \{\text{Αυστρία, Βέλγιο, Γαλλία, Γερμανία, Ελλάδα, Εσθονία, Ιρλανδία, Ισπανία, Ιταλία, Κύπρος, Λετονία, Λουξεμβούργο, Μάλτα, Ολλανδία, Πορτογαλία, Σλοβακία, Σλοβενία, Φινλανδία}\}$ .

- Τα ακόλουθα μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης δεν χρησιμοποιούν το ευρώ:

Το σύνολο  $E' = \{\text{Βουλγαρία, Δανία, Ηνωμένο Βασίλειο, Κροατία, Λιθουανία, Ουγγαρία, Πολωνία, Ρουμανία, Σουηδία, Τσεχία}\}$ .



# Σύνολα (έννοιες 3)

- Παρατηρείστε ότι αν ενώσουμε το  $E$  και το  $E'$  προκύπτει το σύνολο  $A$ .
- Αν όλες οι χώρες της ΕΕ ανήκαν στη ζώνη του Ευρώ τότε το  $E$  θα ταυτίζονταν με το  $A$  και το  $E'$  δεν θα είχε κανένα στοιχείο. Αυτό δίνει ένα ορισμό του κενού συνόλου [δηλαδή του συνόλου που δεν έχει στοιχεία και συμβολίζεται με  $\{\emptyset\}$ ].



# Σύνολα (έννοιες 4)

- Για να περιγράψουμε τις πράξεις μεταξύ συνόλων προσέξτε τον αρχικό ορισμό: τα στοιχεία του συνόλου έχουν τουλάχιστον ένα κοινό χαρακτηριστικό [ιδιότητα]. Αυτό σημαίνει ότι μέσω μιας «πράξης» πρέπει να προκύπτει ένα σύνολο.



# Σύνολα (πράξεις 1)

- Ας πάρουμε το υποσύνολο των χωρών που χρησιμοποιούν το σύστημα κλειστής λίστας. Αυτό είναι  $KL = \{\text{Βουλγαρία, Ουγγαρία, Γερμανία, Γαλλία, UK, Ισπανία, Πορτογαλία}\}$ .
- Η ένωση δύο συνόλων είναι το σύνολο των στοιχείων τους. Έτσι  $KL \cup E = \{\text{Ελλάδα, Βουλγαρία, Ουγγαρία, Γερμανία, Γαλλία, UK, Ισπανία, Πορτογαλία, Αυστρία, Βέλγιο, Εσθονία, Ιρλανδία, Ιταλία, Κύπρος, Λετονία, Λουξεμβούργο, Μάλτα, Ολλανδία, Σλοβακία, Σλοβενία, Φινλανδία}\}$ .



# Σύνολα (πράξεις 2)

- Το σύνολο αυτό [η ένωση των δύο συνόλων] είναι υποσύνολο του  $A$  και έχει στοιχεία που ανήκουν ή στο  $KL$  ή στο  $E$ . Επειδή κάθε στοιχείο σε ένα σύνολο γράφεται μία μόνο φορά, στοιχεία που ανήκουν και στα δύο σύνολα δεν γράφονται δύο φορές! Η λεκτική περιγραφή είναι «ανήκουν στο  $KL$  ή/και στο  $E$ ».



# Σύνολα (πράξεις 3)

- Η τομή δύο συνόλων είναι το σύνολο των κοινών στοιχείων τους. Έτσι  $K \cap E = \{\text{Γερμανία, Γαλλία, Ισπανία, Πορτογαλία}\}$ .
- Το σύνολο αυτό [**η τομή των δύο συνόλων**] είναι υποσύνολο του  $A$  και έχει στοιχεία που ανήκουν και στο  $K$  και στο  $E$ . Επειδή κάθε στοιχείο σε ένα σύνολο γράφεται μία μόνο φορά, στοιχεία που ανήκουν και στα δύο σύνολα δεν γράφονται δύο φορές. Η λεκτική περιγραφή είναι «ανήκουν στο  $K$  και στο  $E$ ».



# Σύνολα (πράξεις 4)

- Η διαφορά δύο συνόλων είναι τα στοιχεία που ανήκουν στο ένα και δεν ανήκουν στο άλλο.

$KL-E = \{\text{Βουλγαρία, Ουγγαρία, UK}\}.$

Προσέξτε ότι:

$E-KL = \{\text{Ελλάδα, Αυστρία, Βέλγιο, Εσθονία, Ιρλανδία, Ιταλία, Κύπρος, Λετονία, Λουξεμβούργο, Μάλτα, Ολλανδία, Σλοβακία, Σλοβενία, Φινλανδία}\}.$



# Σύνολα (1)

- Προφανώς  $KL \cap E \subseteq KL \cup E$
- Επίσης:

$$KL \cup E = (KL \cap E) + (KL - E) + (E - KL)$$

Σημείωση: παραπάνω γράψαμε + αντί  $\cap$  γιατί τα τρία σύνολα στο δεξιό μέρος της ισότητας δεν έχουν κοινά στοιχεία.





# Σύνολα (2)

- Η **συμμετρική διαφορά** δύο συνόλων είναι το σύνολο των στοιχείων που ανήκουν είτε στο ένα, είτε στο άλλο αλλά δεν ανήκουν και στα δύο. Δηλαδή είναι η ένωση των δύο συνόλων μείον την τομή τους. Γράφουμε:

$$K \oplus E = (K \cup E) - (K \cap E). \text{ Όπως φαίνεται}$$

$$K \oplus E = (K - E) + (E - K) \text{ (για αυτό ονομάζεται συμμετρική διαφορά).}$$



# Σύνολα (Διαμέριση)

Μια διαμέριση ενός συνόλου  $A$  είναι ένα σύνολο από μη κενά υποσύνολα του  $A$ ,  $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_k\}$ ,

τέτοιο ώστε

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_k = A \quad \text{και}$$

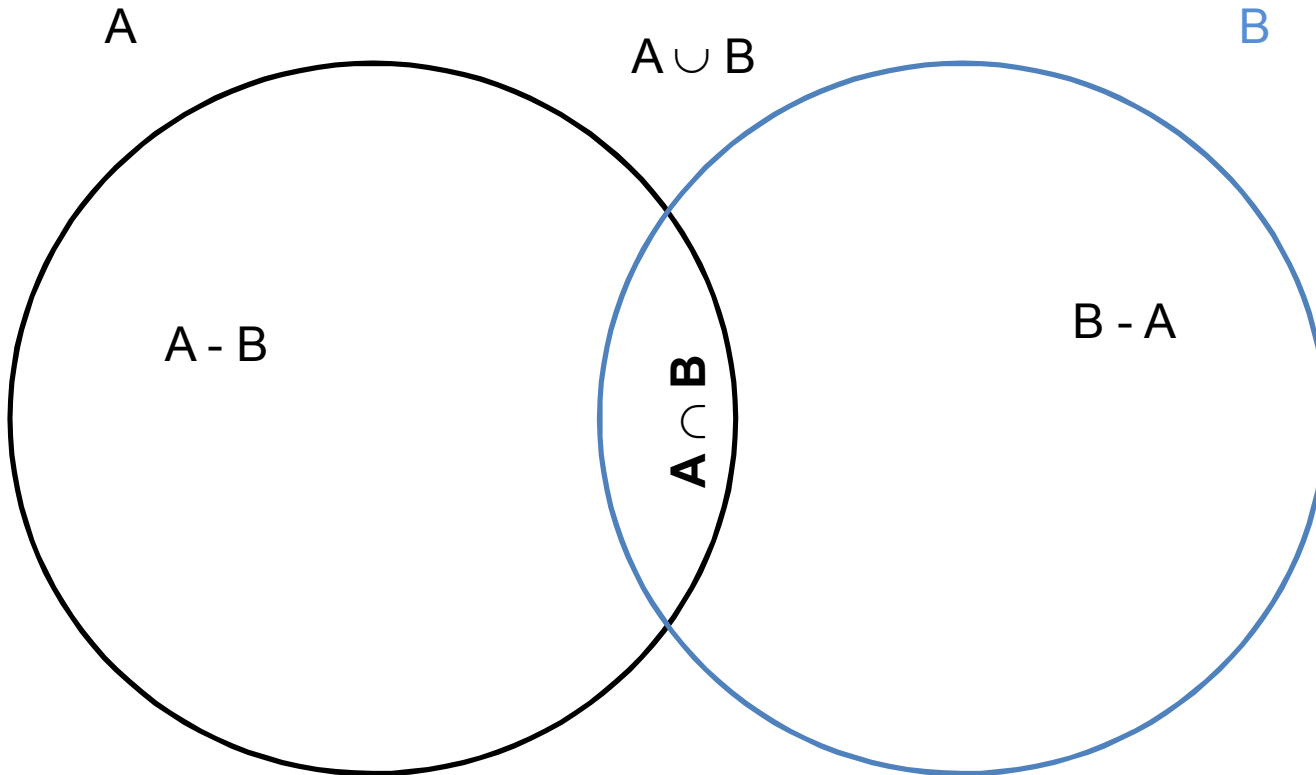
$$A_i \cap A_j = \emptyset, \quad \forall A_i \neq A_j$$

Για παράδειγμα μια διαμέριση του συνόλου  $A$  είναι το σύνολο  $\{ΚΛ, ΑΛ, STV\}$ .



# Σύνολα (παράσταση με διάγραμμα)

Σχήμα 1: Σύνολα



# Διαμέριση

- Λόγω των ιδιοτήτων της μια **διαμέριση** είναι μια πολύ χρήσιμη έννοια.
- Προσέξτε ότι με μια διαμέριση χωρίζουμε το σύνολο μας σε υποσύνολα που είναι μεταξύ τους ξένα (η τομή κάθε δύο είναι το κενό σύνολο και η ένωση τους είναι το αρχικό σύνολο). Κάθε στοιχείο του συνόλου μας ανήκει μόνο σε ένα υποσύνολο της διαμέρισης.



# Παράδειγμα Διαμέρισης 1

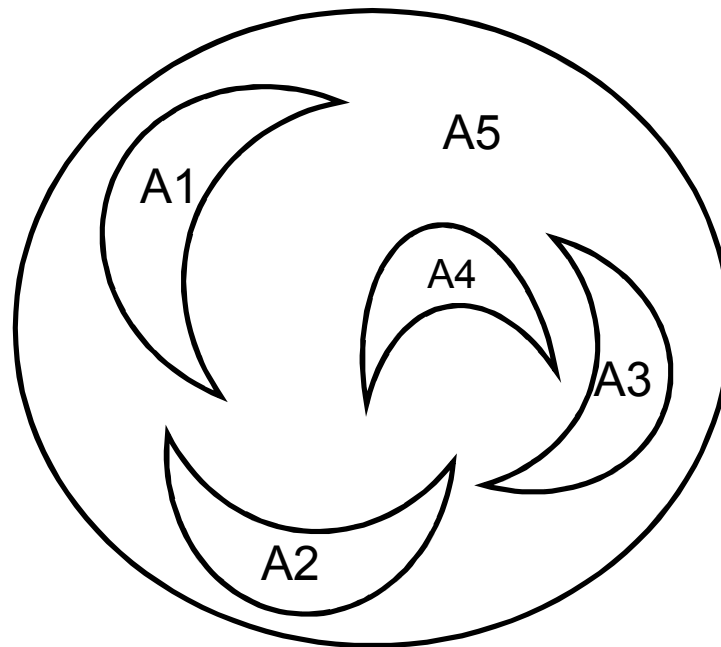
- Το σύνολο των 300 Βουλευτών της Ελληνικής Βουλής χωρίζονται σήμερα ως εξής σε κοινοβουλευτικές ομάδες:  
 $\{ \{ \mathbf{ΝΔ} (127 \text{ μέλη}) \}, \{ \mathbf{ΣΥΡΙΖΑ} (71) \}, \{ \mathbf{ΠΑΣΟΚ} (28) \}, \{ \mathbf{ΑΝΕΛ} (13) \}, \{ \mathbf{ΛΣ-ΧΑ} (16) \}, \{ \mathbf{ΔΗΜΑΡ} (10) \}, \{ \mathbf{ΚΚΕ} (12) \}, \{ \mathbf{ΑΝΔΗΒ} (14) \}, \{ \mathbf{ΑΝΕΞ} (9) \} \}$ .
- Η διαμέριση δηλαδή έχει 9 σύνολα. Σε παρένθεση δίπλα σε κάθε ένα είναι ο πληθικός αριθμός.



# Παράδειγμα Διαμέρισης 2

Σχήμα 2: Διαμέριση.

Απεικόνιση Διαμέρισης (A1, A2, A3, A4, A5)



# Παράδειγμα Διαμέρισης 3

- Αν για παράδειγμα πάρουμε το σύνολο των Ευρωβουλευτών μιας Χώρας μια διαμέριση του θα ήταν με βάση το σύνολο των ευρωπαϊκών κομμάτων (ομάδων στο Ευρωκοινοβούλιο) στο οποίο έχουν ενταχθεί. Ο καθένας ανήκει σε μια μόνο ομάδα και δεν υπάρχει κάποιος που δεν ανήκει σε ομάδα (όσοι δεν έχουν ενταχθεί ανήκουν στην ομάδα των μη-ενταγμένων).



# Σημαντική Ιδιότητα Διαμέρισης

- Το άθροισμα των πληθικών αριθμών των στοιχείων μιας διαμέρισης είναι ίσο με τον πληθικό αριθμό του συνόλου (όπου  $\#$ , ο πληθικός αριθμός).

$$\#A = \#A_1 + \#A_2 + \#A_3 + \dots + \#A_k.$$

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τον πληθικό αριθμό του συνόλου αν υπολογίσουμε τον πληθικό αριθμό κάθε στοιχείου μιας διαμέρισης του ή να ελέγξουμε αν πράγματι έχουμε μια διαμέριση.

Πχ:  $\#A = \#A\Lambda + \#K\Lambda + \#T\Psi = 19 + 7 + 2 = 28.$





# Υποσύνολα

- Αν πάρουμε ένα σύνολο που έχει στοιχεία όλα τα υποσύνολα του συνόλου τα οποία έχουν ένα συγκεκριμένο αριθμό στοιχείων (πχ όλα τα υποσύνολα μεγέθους 3 από το σύνολο των χωρών της ΕΕ που έχουν σύστημα κλειστής λίστας) προκύπτει ένα ιδιαίτερα χρήσιμο σύνολο όπως θα δούμε παρακάτω. **Αυτό δεν είναι μία διαμέριση! Έχει 56 στοιχεία και η μορφή του είναι ως εξής  $\{\{Bo, Po, Ου\}, \{Bo, Po, Γε\}, \{Bo, Po, Γα\}, \dots, \{UK, Ισ, Πο\}\}$ .**



# Δυναμοσύνολο 1

- Το σύνολο όλων των υποσυνόλων [ανεξάρτητα από τον αριθμό στοιχείων του υποσυνόλου] ενός συνόλου ονομάζεται δυναμοσύνολο και έχει  $2^k$  στοιχεία.
- Παράδειγμα: το σύνολο όλων των υποσυνόλων των χωρών της ΕΕ έχει  $2^{28}$  στοιχεία (268,435,456).



# Δυναμοσύνολο 2

- Ας υπολογίσουμε το δυναμοσύνολο του συνόλου των κοινοβουλευτικών ομάδων. Υπάρχουν 9 ομάδες. Άρα μπορεί να σχηματιστούν υποσύνολα με 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 στοιχεία. Συνολικά υπάρχουν  $2^9$  δηλαδή 512 υποσύνολα.



# Το παράδοξο του Bertrand Russell 1

- «Σε μια χώρα που όλοι οι άντρες είναι καθημερινά ξυρισμένοι, υπάρχει ένας μόνο κουρέας. Αυτός ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Τότε όμως ποιος ξυρίζει τον κουρέα;». Αναλύοντας το πρόβλημα με τη βοήθεια της Θεωρίας των Συνόλων, είναι σαφές ότι στη χώρα υπάρχουν το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται μόνοι τους (A) και το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται από τον κουρέα (B).



# Το παράδοξο του Bertrand Russell 2

- Ο κουρέας ξυρίζεται μόνος του; Αδύνατον, αφού ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους (**άρα δεν ανήκει στο A**).
- Τον ξυρίζει κάποιος άλλος; Όχι, γιατί ο κουρέας ξυρίζει όλους όσους δεν ξυρίζονται μόνοι τους (**άρα δεν ανήκει στο B**).
- Έτσι ο κουρέας δεν ανήκει στο σύνολο.



# Το παράδοξο των λευκών ψηφοδελτίων

- Μετά τις εκλογές του 2004 το Ανώτατο Είδικό Δικαστήριο ή αλλιώς ΑΕΔ ([http://www.dsanet.gr/Epikairothta/Nomologia/ed12\\_05.htm](http://www.dsanet.gr/Epikairothta/Nomologia/ed12_05.htm)) ανακατένειμε τις βουλευτικές έδρες της Α' κατανομής σε κάποιες εκλογικές περιφέρειες δεχόμενο ότι τα λευκά ψηφοδέλτια έπρεπε να προσμετρηθούν για τον υπολογισμό του εκλογικού μέτρου.
- Στην απόφαση του αυτή βασίστηκε στο επιχείρημα ότι «τα λευκά δεν είναι άκυρα, άρα πρέπει να προσμετρηθούν αφού ο νόμος μιλά για έγκυρα ψηφοδέλτια υπέρ συνδυασμών όταν αναφέρεται στην Β' κατανομή».



# Τα λευκά ψηφοδέλτια 1

- Το δικαστήριο είχε εγκλωβιστεί σε ένα αντίστοιχο παράδοξο με το παράδοξο του κουρέα.
- Πράγματι τα λευκά ψηφοδέλτια δεν είναι άκυρα (σημ. αφού δεν δηλώνεται εκ των προτέρων η βούληση του εκλογέα ή δεν προκύπτει από άλλα στοιχεία του ψηφοδέλτιου).
- Αλλά ταυτόχρονα τα λευκά ψηφοδέλτια δεν είναι έγκυρα (σημ. δεν έχουν κύρος γιατί δεν εκφράζουν προτίμηση προς συνδυασμό).



# Τα λευκά ψηφοδέλτια 2

- Για τους ίδιους λόγους (με αντίστοιχα επιχειρήματα) μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι έγκυρα (δεν είναι άκυρα κατά την βούληση του εκλογέα) και άκυρα (δεν είναι έγκυρα κατά τη βούληση του εκλογέα).
- Όμως η επιχειρηματολογία κινήθηκε μεταξύ της απόδειξης ότι δεν είναι άκυρα και ότι δεν είναι έγκυρα. Έτσι το δικαστήριο δέχτηκε ότι πρέπει να προσμετρηθούν αφού μπορεί να θεωρηθεί ότι δεν είναι άκυρα.





# Κουρέας

- Με τον ίδιο τρόπο, ο κουρέας είναι στοιχείο ενός τρίτου υποσυνόλου. Υπάρχουν αυτοί που ξυρίζονται μόνοι τους, αυτοί που τους ξυρίζει ο κουρέας και ο κουρέας.



# Ένα άλλο παράδοξο

- Το σύνολο όλων των συνόλων είναι σύνολο. Ανήκει στον εαυτό του (είναι στοιχείο του συνόλου); Το «όλον» είναι μέρος του «όλου»;



# Και λίγη φιλοσοφία

- Σε ό,τι με αφορά αυτή τη στιγμή, το θεώρημα του Godel μας λέει **ότι αν είμαστε ένα κομμάτι του κόσμου, τότε δεν μπορούμε να καταλάβουμε τα πάντα για τον κόσμο, γιατί ο κόσμος είναι μεγαλύτερος από εμάς** (μπορούμε βέβαια να μαθαίνουμε ολοένα και περισσότερα για τον κόσμο).
- Αν βέβαια θεωρήσουμε **ότι ο κόσμος είναι ένα κομμάτι μας**, τότε και πάλι παραμένει το πρόβλημα με την έννοια **ότι δεν μπορούμε να κατανοήσουμε πλήρως τον εαυτό μας**, αφού θα πρέπει να ανακαλύπτουμε ολοένα και περισσότερους κόσμους.



# Μια απλή παρατήρηση

- Όπως είπαμε στην αρχή, τα στοιχεία ενός συνόλου **ένα ενοποιητικό χαρακτηριστικό** έχουν (κοινό).
- Έτσι οι κατηγορίες ψηφοδελτίων δεν είναι δύο {Έγκυρα, Άκυρα} αλλά τρεις {Έγκυρα, Άκυρα, Λευκά}.
- Και οι κατηγορίες ανδρών στο χωριό δεν είναι δύο {ξυρίζονται μόνοι τους, τους ξυρίζει ο κουρέας} αλλά τρεις {κουρέας, ξυρίζονται μόνοι τους, τους ξυρίζει ο κουρέας}.



# Ο κριτικός πολιτικός

- Πολύ συχνά ακούμε στην τηλεόραση έναν πολιτικό να δηλώνει ότι «**οι πολιτικοί είναι διεφθαρμένοι**». Προφανώς είναι και αυτός αφού ανήκει στο σύνολο των πολιτικών. Και αν ακόμη δεν το δεχτούμε δεν σημαίνει ότι αυτός είναι αδιάφθορος επειδή αναφέρει σαν διεφθαρμένους τους άλλους.



# Ο σοφιστής Επιμενίδης

Κρήτες ἀεὶ ψεῦσται (οι Κρήτες είναι πάντα ψεύτες)

- Σύμφωνα με την έκφραση αυτοί όλοι οι Κρητικοί είναι όλοι ψεύτες. Ωστόσο ποιος θα μπορούσε να βασιστεί σε αυτά τα λόγια του - επίσης καταγόμενου από την Κρήτη - Επιμενίδη;
- Εκεί ακριβώς έγκειται το παράδοξο: αν το δεχτούμε τότε λέει αλήθεια. (Άρα υπάρχει ένας Κρητικός που δεν είναι ψεύτης: ο Επιμενίδης) Αν δεν το δεχτούμε (δηλαδή θεωρήσουμε ότι ψεύδεται) λέει αλήθεια (άρα υπάρχει ένας Κρητικός που δεν είναι ψεύτης: ο Επιμενίδης).



# Σικελία

- Όλες οι γυναίκες είναι παλιογυναίκες εκτός από τη μάνα μας και την αδερφή μας που και αυτές είναι γυναίκες.
- Δηλαδή: αφού η μάνα και η αδελφή είναι γυναίκες εμπίπτουν και αυτές στο γενικό χαρακτηρισμό των γυναικών.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

- Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:
- Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες
- Χάρτης 1: Evarts Anosovs, Eva-Maria Poptcheva, Giulio Sabbati Members' Research Service 2014 European elections: national rules, Voting system and number of MEPs, November 13, 2013.
- Σχήμα 1-2: Σχήματα για διδακτικούς σκοπούς του μαθήματος.





# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεόδωρος Χατζηπαντελής. «Μαθηματικά στην Πολιτική Επιστήμη: Εισαγωγή. Σύνολα, Σχέσεις, Συναρτήσεις (I)». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS376/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>





# Σύνολα, Σχέσεις, Συναρτήσεις

Επεξεργασία: Σωτήρογλου Μαρίνα  
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό Εξάμηνο 2014-2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

---

# Σημειώματα

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

