ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Ενότητα 1: Εισαγωγή

Ιωάννης Μανωλόπουλος, Καθηγητής
Αναστάσιος Γούναρης, Επίκουρος Καθηγητής
Τμήμα Πληροφορικής ΑΠΘ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Εισαγωγή

Εισαγωγικά στοιχεία, κατηγορίες προβλημάτων και τεχνικών σχεδιασμού αλγορίθμων

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ένα απλό πρόγραμμα σε Java

```
import java.io.*;
class FileRead
{
  public static void main(String args[])
  {
    try {
          //άνοιγμα αρχείου
          FileInputStream fstream = new FileInputStream("textfile.txt");
          // αρχικοποιήσεις για διάβασμα
          DataInputStream in = new DataInputStream(fstream);
          BufferedReader br = new BufferedReader(new InputStreamReader(i
n));
          String strLine;
          // διάβασμα ανά γραμμή
           while ((strLine = br.readLine()) != null)   {
                    // επεξεργασία
          ……
```

Ένα απλό πρόγραμμα σε Java - συνέχεια

- Έστω ότι διαβάζω εγγραφές φοιτητών που αρχίζουν με τον ΑΕΜ τους.
- Έστω ότι αποθηκεύω τα στοιχεία σε πίνακα.
- Πως μπορώ να ψάξω για ένα φοιτητή βάσει του ΑΕΜ του;

Κύριο Διδακτικό βιβλίο

- «Εισαγωγή στη Ανάλυση και Σχεδίαση Αλγορίθμων», Anany Levitin, μετάφραση 2ης έκδοσης
- www.aw-bc.com/info/levitin/

Ορισμός αλγορίθμου

Αλγόριθμος είναι μία ακολουθία

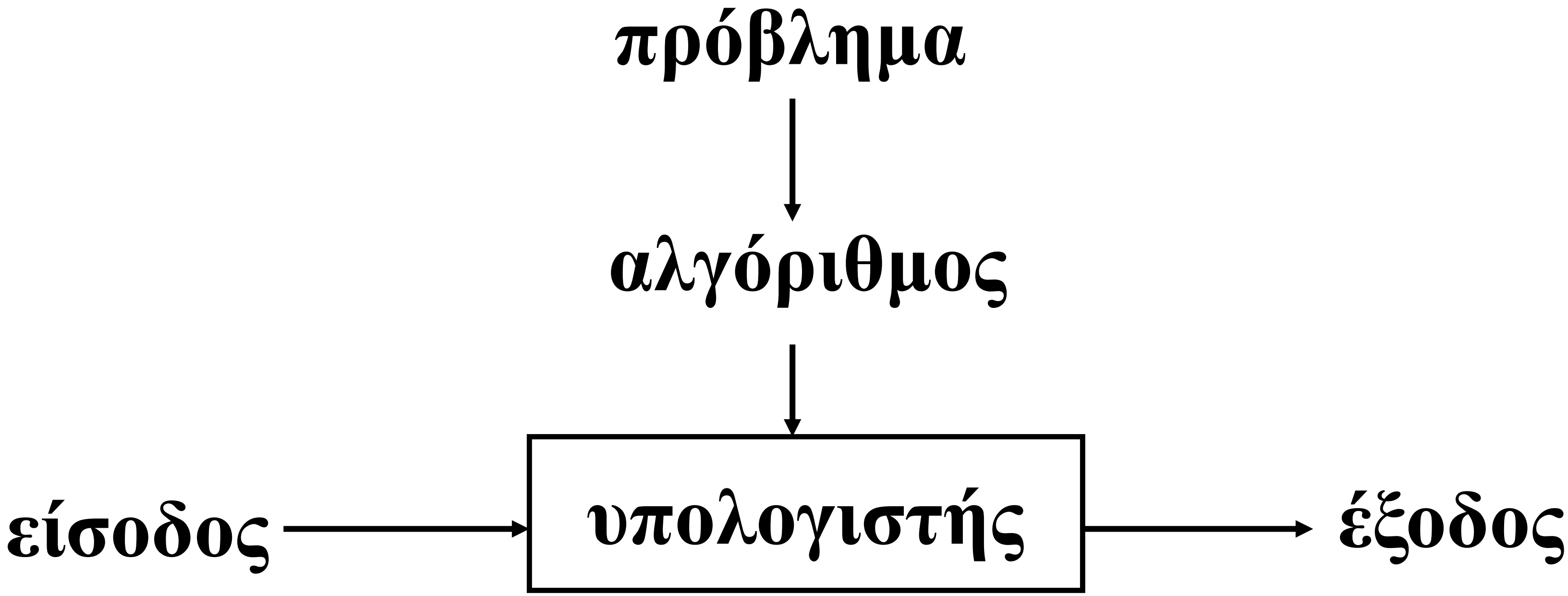
- ξεκάθαρων,
- ρητών εντολών

για την επίλυση ενός προβλήματος,

δηλαδή για την παραγωγή της απαιτούμενης εξόδου για κάθε αποδεκτή είσοδο,

σε πεπερασμένο χρόνο.

Η έννοια του αλγορίθμου



Η αλγοριθμική επίλυση είναι ένας τρόπος να διδάξουμε τον υπολογιστή

Παράδειγμα υπολογιστικού προβλήματος: Ταξινόμηση

- Ορισμός προβλήματος:
  - *Είσοδος:* Μία ακολουθία *n* αριθμών $<a_1,a_2,\ldots,a_n>$
  - *Έξοδος:* Μία αναδιάταξη της ακολουθίας εισόδου $<a_1,a_2,\ldots,a_n>$, έτσι ώστε $a_i \leq a_j$ για $i<j$

- Στιγμιότυπο: ακολουθία <5, 3, 2, 8, 3>

- Αλγόριθμοι:
  - Με επιλογή
  - Με εισαγωγή
  - Με συγχώνευση
  - ... πληθώρα άλλων

Ταξινόμηση με επιλογή

- Είσοδος: ο πίνακας a[1],...,a[n]
- Έξοδος: ο πίνακας a ταξινομημένος κατά μη φθίνουσα τάξη
- Αλγόριθμος:

for i=1 to n

swap a[i] with smallest of a[i],…a[n]

- Επιτόπια (In-place), ευσταθής ταξινόμηση

Γιατί μελετούμε τους αλγορίθμους?

- Wirth 1976:
  Algorithms + Data Structures = Programs
- Harel 1987, 1992, 2004:
  Algorithmics : the Spirit of Computing
- Θεωρητική σπουδαιότητα
  - Η καρδιά της Πληροφορικής
- Πρακτική σπουδαιότητα
  - Κάθε επαγγελματίας πρέπει να διαθέτει μία βιβλιοθήκη γνωστών αλγορίθμων
  - Πρέπει να είναι σε θέση να σχεδιάσει και να αναλύσει νέους αλγορίθμους για νέα προβλήματα

Βασικά χαρακτηριστικά αλγορίθμου

«*Πέρα από ένα πεπερασμένο σύνολο κανόνων που δίνουν μία ακολουθία πράξεων για την επίλυση ενός συγκεκριμένου τύπου προβλήματος, ένας αλγόριθμος έχει τα εξής πέντε βασικά χαρακτηριστικά*» [Knuth]

- Περατότητα (τελειώνει μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων)
- Καθορισμό (δεν υπάρχει ασάφεια ως προς την εκτέλεση κάποιου βήματος)
- Είσοδο (υπάρχουν μηδέν ή περισσότερα στοιχεία)
- Έξοδο (υπάρχουν ένα ή περισσότερα ορθά στοιχεία για αποδεκτή είσοδο)
- Αποτελεσματικότητα (οι πράξεις είναι τόσο απλές ώστε να είναι εκτελέσιμες σε πεπερασμένο χρόνο με μολύβι και χαρτί)

Ιστορικό υπόβαθρο (1)

- Από την αρχαιότητα γνωστοί οι αλγόριθμοι του Ευκλείδη, του Ερατοσθένη κλπ
- http://en.wikipedia.org/wiki/Al-Khwarizmi
- Abū ‘Abd Allāh Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī (أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي). μαθηματικός, αστρονόμος, αστρολόγος, γεωγράφος και συγγραφέας. Γεννήθηκε στην Περσία περί το 780 και πέθανε περί το 850

Ιστορικό υπόβαθρο (2)

- Μαζί με το Διόφαντο θεωρείται πατέρας της Άλγεβρας λόγω του βιβλίου του *al-Kitāb al-mukhtaṣar fī hīsāb al-ğabr wa'l-muqābala*, για τη συστηματική επίλυση γραμμικών και τετραγωνικών εξισώσεων.
- Η λέξη *Άλγεβρα* προέρχεται από το *al-ğabr*, που ήταν μία από τις δύο πράξεις που περιγράφονταν στο βιβλίο του για την επίλυση των τετραγωνικών εξισώσεων.
- Η Λατινική μετάφραση ενός άλλου σημαντικού του βιβλίου για τους Ινδικούς αριθμούς, *Algoritmi de numero Indorum*, εισήγαγε κατά το 12^{ο} αιώνα στη Δύση τα αριθμητικά συστήματα και το μηδέν. Η λέξη *αλγόριθμος* προκύπτει από το Λατινικό *Algoritmi*, το εκλατινισμένο όνομά του.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 1

Step 1

Assign the value of min{*m*,*n*} to *t*

Step 2

Divide *m* by *t*. If the remainder of this division is 0, go to Step 3; otherwise, go to Step 4

Step 3

Divide *n* by *t*. If the remainder of this division is 0, return the value of *t* as the answer and stop; otherwise, go to Step 4

Step 4

Decrease the value of *t* by 1. Go to Step 2

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 1

Ορθότητα

- Ο αλγόριθμος τερματίζει, επειδή το *t* μειώνεται κατά 1 κάθε φορά που περνούμε από το βήμα 4, το 1 διαιρεί κάθε ακέραιο, και τελικά η τιμή γίνει 1 εκτός αν ο αλγόριθμος τερματίσει νωρίτερα
- Ο αλγόριθμος είναι μερικώς ορθός, γιατί πράγματι όταν επιστρέφει το *t* ως απάντηση, το *t* είναι η μέγιστη τιμή που διαιρεί και το *m* και το *n*, αλλά
- Σημείωση: τα *m* και *n* πρέπει να είναι θετικοί ακέραιοι (όχι 0)

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 2

Step 1 Find the prime factors of *m*

Step 2 Find the prime factors of *n*

Step 3 Identify all the common factors in the two prime expansions found in Steps 1 and 2. If *p* is a common factor repeated *i* times in *m* and *j* times in *n*, assign to *p* the multiplicity min{*i,j*}

Step 4 Compute the product of all the common factors with their multiplicities and return it as the GCD of *m* and *n*

Σημείωση: οι ακέραιοι πρέπει να είναι μεγαλύτεροι του 1, καθώς το 1 δε θεωρείται πρώτος αριθμός.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 2

- Στην πραγματικότητα ο «Αλγόριθμος 2» δεν αποτελεί τυπικό αλγόριθμο εκτός αν δώσουμε έναν τυπικό αλγόριθμο για τον υπολογισμό των πρώτων παραγόντων ενός αριθμού (καθώς και για το Βήμα 3)
- Το κόσκινο του Ερατοσθένη είναι ένας αλγόριθμος (από το 200 π.Χ.) που βρίσκει τους πρώτους αριθμούς που είναι μικρότεροι ενός ορίου

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 2

Algorithm Sieve(n)

```
for p←2 to n do A[p]←p
for p←2 to floor(sqrt(n)) do
       if A[p]≠0
           j←p*p
           while j≤n do
                  A[j]←0; j←j+p
i←0
for p←2 to n
     if A[p]≠0
           L[i]←A[p]; i←i+1
return L
```

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 3

Αλγόριθμος του Ευκλείδη

Step 0 [Ensure n≤*m*] If *m*<*n*, exchange *m* with *n*

Step 1 [Find Remainder]
Divide *m* by *n* and let *r* be the remainder (we will have 0≤*r*<*n*)

Step 2 [Is it zero?]
If *r*=0, the algorithm terminates; *n* is the answer

Step 3 [Reduce] Set *m* to *n*, *n* to *r*, and go to Step 1

Παράδειγμα: gcd(60,24) = gcd(24,12) = gcd(12,0) = 12

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 3

Τερματισμός του αλγορίθμου του Ευκλείδη

Ο δεύτερος αριθμός του ζεύγους μειώνεται σε κάθε επανάληψη χωρίς να γίνει ποτέ αρνητικός. Για την ακρίβεια, η νέα τιμή του n είναι $r = m \bmod n$, η οποία είναι μικρότερη του n. Τελικά, το r μηδενίζεται και ο αλγόριθμος τερματίζει.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 3

Ορθότητα του αλγορίθμου του Ευκλείδη

- Μετά το Βήμα 1, ισχύει $m=qn+r$, για κάποιον ακέραιο q.
- Αν $r=0$, τότε το m είναι πολλαπλάσιο του n, οπότε σε μία τέτοια περίπτωση το n είναι ο ΜΚΔ του m and n.
- Αν $r \neq 0$, ισχύει ότι κάθε αριθμός που διαιρεί και το m και το n, *διαιρεί και το* $m-qn=r$, ενώ κάθε αριθμός που διαιρεί και το n και το r, διαιρεί επίσης και το $qn+r=m$. Έτσι, το σύνολο των διαιρετών του ζεύγους $\{m,n\}$ ταυτίζεται με το σύνολο των διαιρετών του ζεύγους $\{n,r\}$. Πιο συγκεκριμένα, ο ΜΚΔ του $\{m,n\}$ είναι ίδιος με το ΜΚΔ του $\{n,r\}$.
- Συνεπώς, το Βήμα 3 δεν αλλάζει την απάντηση στο αρχικό πρόβλημα.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 3

Παραλλαγή αλγορίθμου

Step 1

If *n*=0, return the value of *m* as the answer and stop; otherwise, go to Step 2.

Step 2

Divide *m* by *n* and assign the value of the remainder to *r*.

Step 3

Assign the value of *n* to *m* and the value of *r* to *n*. Go to Step 1.

Σημείωση: τα *m, n* είναι μη αρνητικοί αριθμοί, όχι και οι δύο μηδέν

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης - Αλγόριθμος 3

Ψευδοκώδικας Παραλλαγής

```
while n <> 0 do
   r ← m mod n
   m ← n
   n ← r
return m
```

Κατηγορίες υπολογιστικών προβλημάτων

- Ταξινόμηση
- Αναζήτηση
- Αναζήτηση συμβολοσειράς
- Προβλήματα γράφων (συντομότερα μονοπάτια, ελάχιστα ζευγνύοντα δένδρα - mst, χρωματισμός κλπ)
- Συνδυαστικά προβλήματα (περιοδεύων πωλητής)
- Γεωμετρικά προβλήματα (πλησιέστερο ζεύγος, κυρτό περίβλημα)
- Αριθμητικά προβλήματα (εξισώσεις, ολοκληρώματα)
- Άλλα (έλεγχος πρώτων αριθμών, πρόβλημα του σάκου, σκάκι, πύργοι του Ανόι, κλπ)

Διαδικασία επίλυσης με αλγόριθμο

- Αντίληψη προβλήματος (στιγμιότυπα, εύρος, οριακές τιμές)
- Διασφάλιση δυνατοτήτων υπολογιστικής συσκευής (μοντέλα RAM/παράλληλοι αλγόριθμοι - ταχύτητα/μέγεθος μνήμης)
- Επιλογή μεταξύ επακριβών και προσεγγιστικών αλγορίθμων
- Επιλογή της σωστής δομής δεδομένων
- <u>Επιλογή της σωστής τεχνικής σχεδιασμού αλγορίθμων</u>
- Μέθοδοι έκφρασης αλγορίθμων (φυσική γλώσσα, ψευδοκώδικας, διάγραμμα ροής)
- Απόδειξη ορθότητας αλγορίθμου (επακριβών, προσεγγιστικών)
- <u>Ανάλυση αλγορίθμου</u>
- Κωδικοποίηση αλγορίθμου

Τεχνικές σχεδιασμού αλγορίθμων

- Ωμή βία

- Διαίρει και Βασίλευε
- Μείωσε και Βασίλευε
- Μετασχημάτισε και Βασίλευε

- Άπληστη μέθοδος

- Δυναμικός προγραμματισμός

- Οπισθοδρόμηση, Διακλάδωση και περιορισμός

- Ισοζύγιο χώρου και χρόνου

Ανάλυση αλγορίθμων

- Πόσο καλός είναι ένας αλγόριθμος?
  - Ορθότητα
  - Χρονική επίδοση
  - Χωρική επίδοση
  - Θεωρητική και εμπειρική απόδειξη
  - Απλοί αλγόριθμοι (επαναληπτικοί, αναδρομικοί)
  - Γενικότητα
- Υπάρχει ένας καλύτερος αλγόριθμος ?
  - Κάτω όρια
  - Βελτιστότητα

Βασικές Δομές Δεδομένων

- Γραμμικές Δομές
  - Πίνακες, λίστες (απλές, διπλές, κυκλικές)
  - Συμβολοσειρές (και δυαδικές)
  - Ουρά, στοίβα
- Γράφοι (κορυφές, ακμές)
  - Κατευθυνόμενοι και μη, συνδεδεμένοι και μη
  - Πλήρεις, πυκνοί, αραιοί
- Δένδρα
  - Άκυκλοι γράφοι
- Σύνολα
  - Δενδρική αναπαράσταση

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Ανδρέας Κοσματόπουλος
Θεσσαλονίκη, Αύγουστος 2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.