



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Ενότητα 2: Αγωγή

Χατζηαθανασίου Βασίλειος

Καδή Στυλιανή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Αγωγή



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



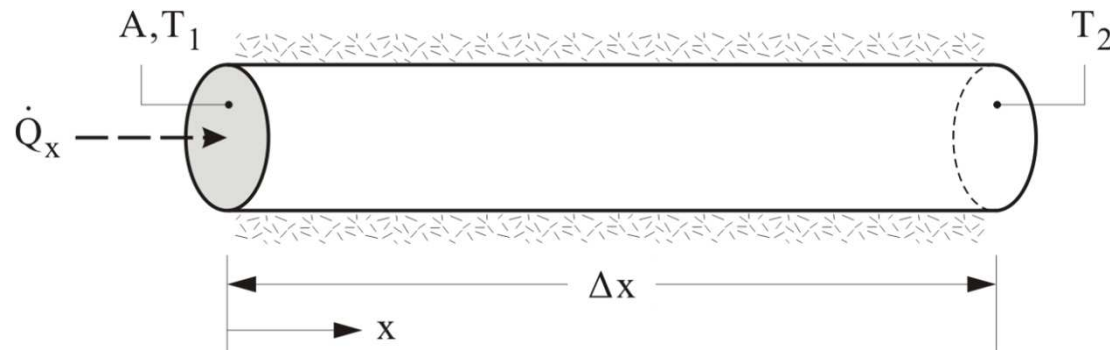
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Περιεχόμενα ενότητας

1. Θερμική αγωγιμότητα
2. Εξίσωση αγωγής
3. Θερμική αντίσταση



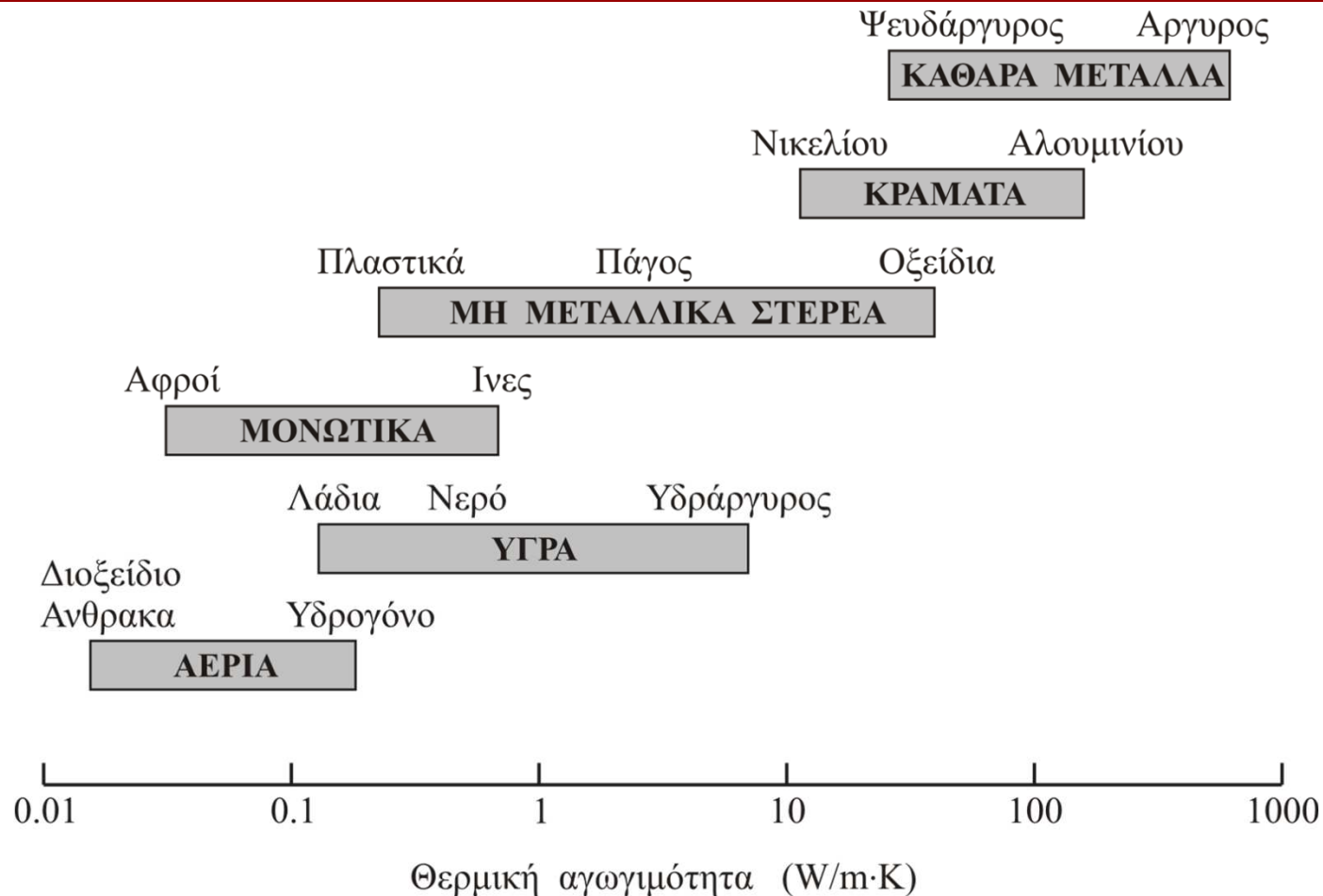
Νόμος Fourier



Εικόνα 1: Αγωγή σε σταθερή κατάσταση



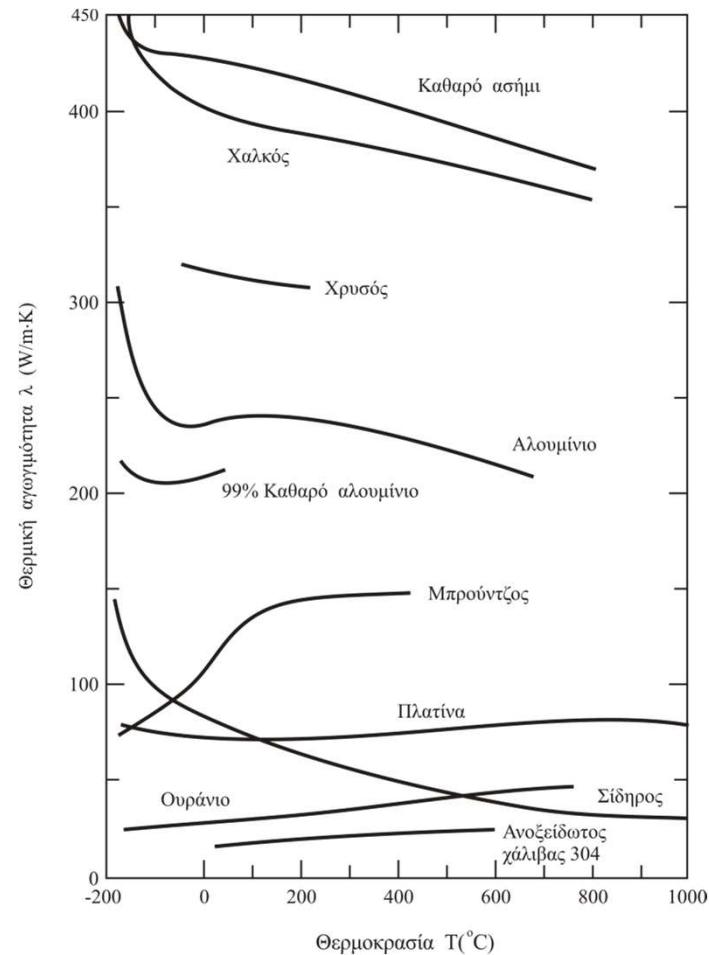
Θερμική αγωγιμότητα



Εικόνα 2: Εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας για διάφορες κατηγορίες υλικών σε κανονική θερμοκρασία και πίεση



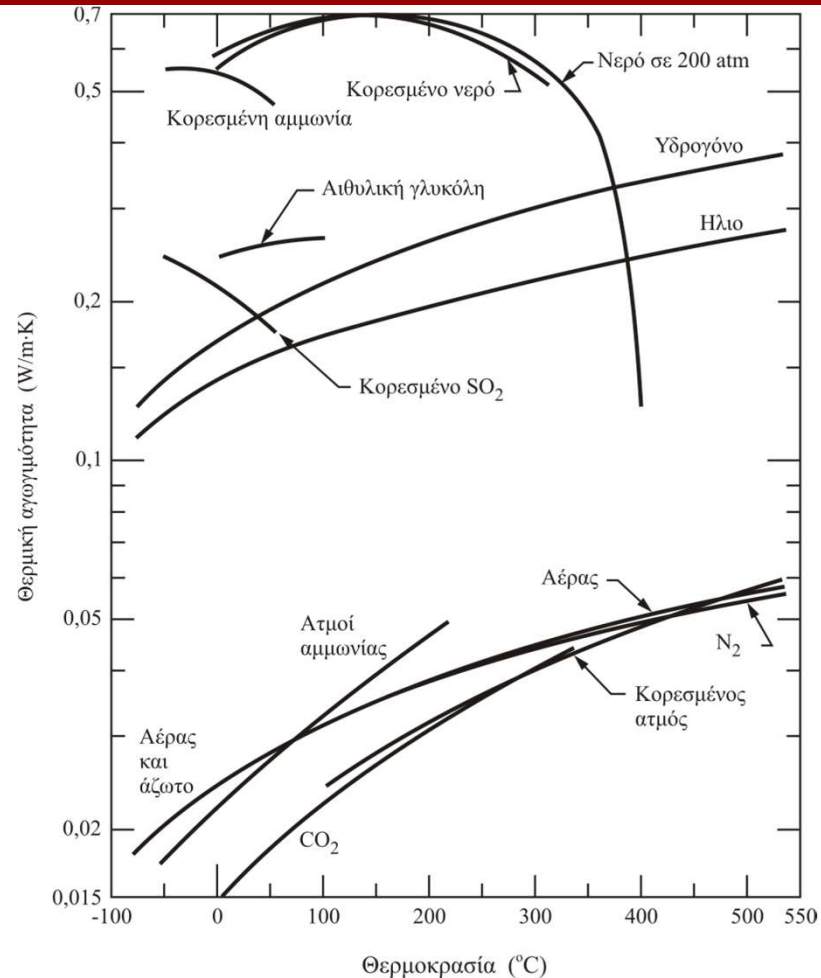
Θερμική αγωγιμότητα Στερεών



Εικόνα 3: Μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας μεταλλικών στερεών σε συνάρτηση της θερμοκρασίας



Θερμική αγωγιμότητα Υγρών - Αερίων



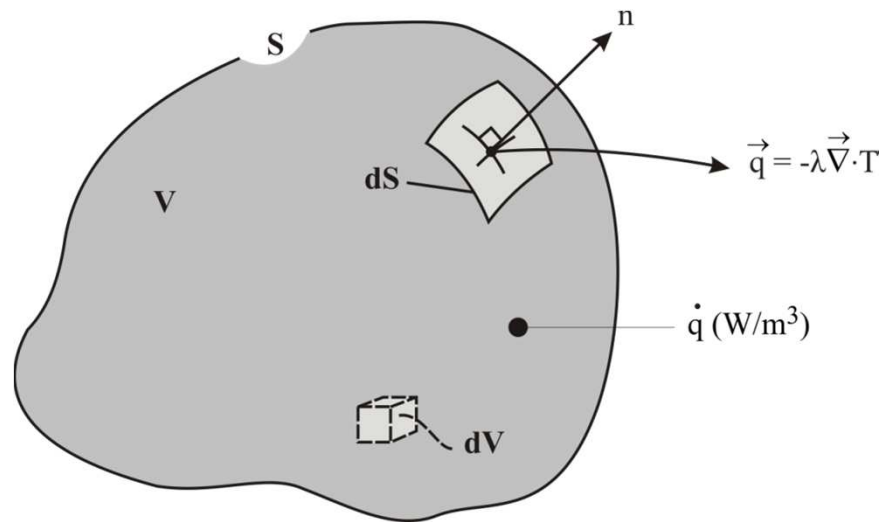
Εικόνα 4: Εξάρτηση της θερμικής αγωγιμότητας υγρών και αερίων που είναι είτε κορεσμένα είτε σε πίεση 1 atm

ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ



Εξίσωση Αγωγής (1/11)



Εικόνα 5: Όγκος ελέγχου για την ανάλυση της αγωγής



Εξίσωση Αγωγής (2/11)

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q}_{\text{g}} - \dot{Q}_{\text{out}}$$

$$\dot{Q}_{\text{g}} = \int_V \dot{q} dV$$

$$d\dot{Q}_{\text{out}} = \vec{q} \cdot (\vec{n} dS) = (-\lambda \nabla T)(\vec{n} dS)$$

$$\dot{Q}_{\text{out}} = \int_S (-\lambda \nabla T)(\vec{n} dS)$$



Εξίσωση Αγωγής (3/11)

$$\dot{Q}_{\text{out}} = -\int_{\mathcal{V}} [\nabla \cdot (\lambda \nabla T)] dV$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \int_{\mathcal{V}} \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV$$

$$\int_{\mathcal{V}} \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV = \int_{\mathcal{V}} \dot{q} dV + \int_{\mathcal{V}} [\nabla \cdot (\lambda \nabla T)] dV$$

$$\int_{\mathcal{V}} \left[\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q} - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] dV = 0$$



Εξίσωση Αγωγής (4/11)

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\lambda \nabla^2 T + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\alpha \equiv \frac{\lambda}{\rho C_p}$$



Εξίσωση Αγωγής (5/11)

- Μόνιμη κατάσταση: $\nabla^2 T + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0$
- Παραγωγή θερμότητας = 0: $\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$
- Μόνιμη κατάσταση, $\dot{q} = 0$ $\nabla^2 T = 0$



Εξίσωση Αγωγής (6/11)

- Συντελεστής θερμικής διάχυσης (ή διαχυτότητας)

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \text{ [m}^2 \text{ / s]}$$

- Αν $\dot{q} = 0$ τότε στην εξίσωση αγωγής το α είναι το μοναδικό φυσικό μέγεθος.



Εξίσωση Αγωγής (7/11)

- Καθορίζει την ταχύτητα με την οποία επέρχεται εξίσωση των θερμοκρασιών στο σώμα ή την ικανότητα του σώματος να άγει θερμική ενέργεια σε σχέση με την ικανότητα να αποθηκεύει θερμική ενέργεια.
- Μεγάλος στα μέταλλα.
- Μέτρο της θερμικής αδράνειας.
- Μεγάλος α \rightarrow ταχεία διάχυση της θερμοκρασίας στο σώμα.



Εξίσωση Αγωγής (8/11)

- α μεγάλο :
 - λ μεγάλο.
 - ρc_p (θερμοχωρητικότητα) μικρή.
- Μικρή θερμοχωρητικότητα: από την ποσότητα θερμότητας που ρέει στο σώμα, μικρό ποσοστό θα απορροφηθεί για την άνοδο θερμοκρασίας, οπότε θα έχουμε περισσότερη θερμότητα διαθέσιμη για μεταφορά.



Εξίσωση Αγωγής (9/11)

- Οριακές και αρχικές συνθήκες:
 - 2 οριακές και μία αρχική.
- Για μονοδιάστατο:
 - 1. Σταθερή θερμοκρασία στην οριακή επιφάνεια (Dirichlet ή 1ου είδους)
 - $T(0, t) = T_s$
 - Επιφάνεια σε επαφή με υγρό που βράζει ή στερεό που λειώνει.



Εξίσωση Αγωγής (10/11)

- 2. Σταθερή πυκνότητα θερμορροής στην επιφάνεια.
 - α. Πεπερασμένη πυκνότητα θερμορροής. (Neumann ή 2ο είδος)

$$\dot{q}_x''(0) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}$$

- β. Αδιαβατική ή μονωμένη επιφάνεια

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$



Εξίσωση Αγωγής (11/11)

- 3.Συναγωγή (3ου είδους)

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = h(T_{\infty} - T(0, t))$$

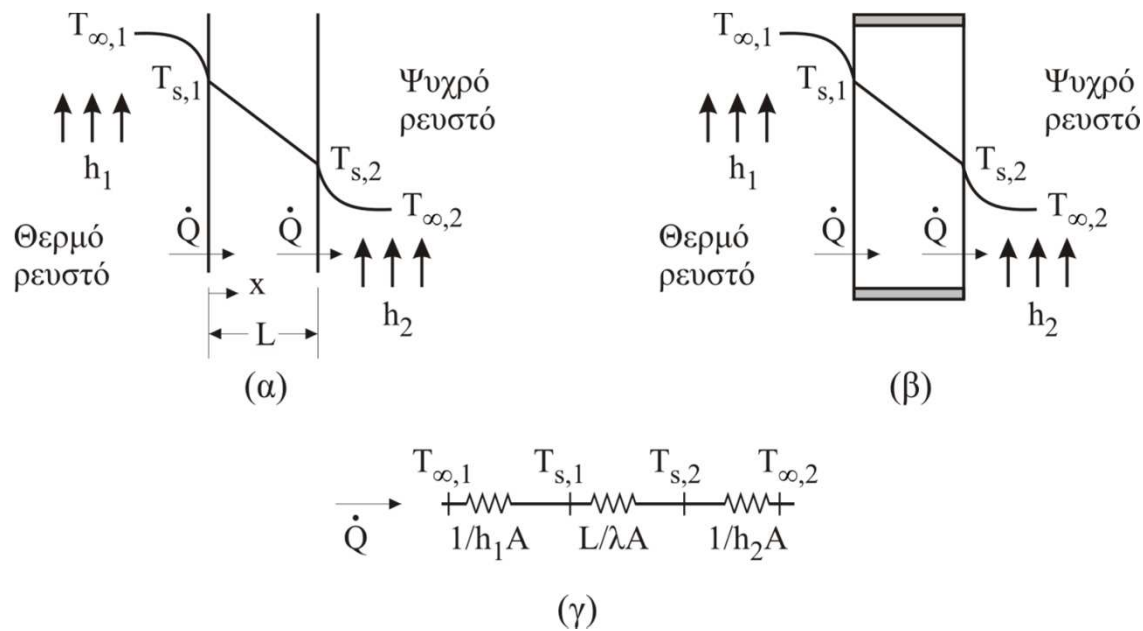


Εφαρμογές (1/6)

- Μονοδιάστατη αγωγή - Σταθερή κατάσταση.
- Επίπεδο τοίχωμα.



Εφαρμογές (2/6)



Εικόνα 6: Μετάδοση θερμότητας σε επίπεδο τοίχωμα: α,β) θερμοκρασιακή κατανομή, γ) ισοδύναμο κύκλωμα



Εφαρμογές (3/6)

- Θερμοκρασιακή κατανομή: από την εξ. αγωγής (μέσα στο τοίχωμα)

- 1-D, χωρίς πηγές: $\frac{d}{dx} \left(\lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (1) \rightarrow$

– πυκνότητα θερμορροής σταθερή, ανεξάρτητη του x .

- Αν $\lambda = ct$ τότε (1) \rightarrow

$$T(x) = C_1 x + C_2$$



Εφαρμογές (4/6)

- Οριακές: $T(0) = T_{s,1}$ $T(L) = T_{s,2}$
- $x = 0 \rightarrow T_{s,2} = C_2$
- $x = L \rightarrow T_{s,2} = C_1L + C_2 = C_1L + T_{s,1} \Rightarrow$

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L}$$

- Άρα: $T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1}) \frac{x}{L} + T_{s,1}$

– Η θερμοκρασία μεταβάλλεται γραμμικά με το x .



Εφαρμογές (5/6)

- Θερμορροή: από νόμο Fourier.

$$\dot{q}_x = -\lambda A \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda A}{L} (T_{s,1} - T_{s,2})$$

$$\dot{q}_x = \frac{\dot{Q}_x}{A} = \frac{\lambda}{L} (T_{s,1} - T_{s,2})$$



Εφαρμογές (6/6)

- Γενική πορεία:
 - λύση της κατάλληλης εξίσωσης αγωγής.
 - οριακές συνθήκες.
 - νόμος Fourier για υπολογισμό ρυθμού μεταφοράς θερμότητας.



Θερμική αντίσταση (1/5)

- Αντίσταση: λόγος δυναμικού προς ρυθμό μεταφοράς.

- Θερμική αγωγής: $R_{\alpha\gamma} \equiv \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{Q} = \frac{L}{\lambda A}$

- Ηλεκτρική: $R_e = \frac{E_{s,1} - E_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma A}$

- Θερμική συναγωγής: $R_{\sigma\upsilon\nu} \equiv \frac{T_s - T_\infty}{\dot{Q}} = \frac{1}{hA}$
 $\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty)$



Θερμική αντίσταση (2/5)

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1 A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/\lambda A} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{1/h_2 A}$$

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{ολ}}$$

$$R_{ολ} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A}$$

$$R_{ολ} = R_{1,συν} + R_{αγ} + R_{2,συν}$$



Θερμική αντίσταση (3/5)

$$\left. \begin{aligned} T_{\infty,1} - T_{s,1} &= \dot{Q}_x \cdot R_1 \\ T_{s,1} - T_{s,2} &= \dot{Q}_x \cdot R_2 \\ T_{s,2} - T_{\infty,2} &= \dot{Q}_x \cdot R_3 \end{aligned} \right\} T_{\infty,1} - T_{\infty,2} = \dot{Q}_x (R_1 + R_2 + R_3) = \dot{Q}_x \cdot R_{ολ}$$



Θερμική αντίσταση (4/5)

- Συνολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας έκφραση ανάλογη του νόμου του Newton:

$$\dot{Q}_x = U A \Delta T$$

– (ΔT : συνολική διαφορά)

- Συνολικός συντ. \rightarrow συνδέεται με την R_{0l}



Θερμική αντίσταση (5/5)

$$U A = \frac{1}{R_{ολ}}$$

$$U = \frac{1}{R_{ολ} A} = \frac{1}{\left(\frac{1}{h_1}\right) + \left(\frac{L_A}{\lambda_A}\right) + \left(\frac{L_B}{\lambda_B}\right) + \left(\frac{L_C}{\lambda_C}\right) + \left(\frac{1}{h_2}\right)}$$



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

- Εικόνα 1:

Αγωγή σε σταθερή κατάσταση: Σελίδα 20, Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας, Βασίλης Χατζηαθανασίου, εκδόσεις Σοφία

- Εικόνα 2:

Εύρος μεταβολής του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας για διάφορες κατηγορίες υλικών σε κανονική θερμοκρασία και πίεση: Σελίδα 24, Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας, Βασίλης Χατζηαθανασίου, εκδόσεις Σοφία

- Εικόνα 3:

Μεταβολή της θερμικής αγωγιμότητας μεταλλικών στερεών σε συνάρτηση της θερμοκρασίας: Σελίδα 26, Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας, Βασίλης Χατζηαθανασίου, εκδόσεις Σοφία



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/2)

- Εικόνα 4:

Εξάρτηση της θερμικής αγωγιμότητας υγρών και αερίων που είναι είτε κορεσμένα είτε σε πίεση 1 atm: Σελίδα 27, Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας, Βασίλης Χατζηαθανασίου, εκδόσεις Σοφία

- Εικόνα 5:

Όγκος ελέγχου για την ανάλυση της αγωγής: Σελίδα 28, Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας, Βασίλης Χατζηαθανασίου, εκδόσεις Σοφία

- Εικόνα 6:

Μετάδοση θερμότητας σε επίπεδο τοίχωμα: α,β) θερμοκρασιακή κατανομή, γ) ισοδύναμο κύκλωμα: Σελίδα 35, Εισαγωγή στη Μετάδοση Θερμότητας, Βασίλης Χατζηαθανασίου, εκδόσεις Σοφία



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Χατζηαθανασίου Βασίλειος, Καδή Στυλιανή. «ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ. Αγωγή». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS421/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Μη Εμπορική Χρήση - Όχι Παράγωγα Έργα 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>





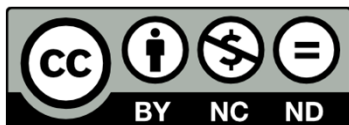
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Σβάρνα Κωνσταντίνα
Θεσσαλονίκη, Εαρινό εξάμηνο 2014-2015





ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

