ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Κλασσική Θεωρία Ελέγχου

Ενότητα 7: Χρονική απόκριση συστημάτων

Νίκος Καραμπετάκης

Τμήμα Μαθηματικών

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Περιεχόμενα Ενότητας

- Αποκρίσεις συστημάτων για διαφορετικούς τύπους εισόδων:
  - Βηματική απόκριση.
  - Κρουστική απόκριση.
  - Αρμονική απόκριση.

Σκοποί Ενότητας

- Μελέτη συστημάτων πρώτης και δεύτερης τάξης καθώς και των χαρακτηριστικών τους.
- Μελέτη της απόκρισης συστημάτων για διαφορετικούς τύπους εισόδων (βηματική, κρουστική, αρμονική).

Ελεύθερη-δυναμική απόκριση

- **Ελεύθερη απόκριση**: Η λύση του συστήματος όταν έχουμε μηδενική είσοδο.
- **Δυναμική απόκριση**: Η λύση του συστήματος κάτω από μηδενικές αρχικές συνθήκες.
- **Βηματική απόκριση:** Η απόκριση του συστήματος όταν έχω ως είσοδο την βηματική συνάρτηση (step response).
- **Η απόκριση στην μόνιμη κατάσταση ισορροπίας**: Το μέρος της ολικής απόκρισης που δεν μηδενίζεται όταν ο χρόνος τείνει στο άπειρο.
- **Απόκριση μεταβατικής κατάστασης**: Το μέρος της ολικής απόκρισης το οποίο τείνει στο μηδέν όταν ο χρόνος τείνει στο άπειρο.

Παράδειγμα 1 (1)

Έστω

$$\ddot{x}(t) + 5\dot{x}(t) + 6x(t) = v(t),$$

με $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1, v(t) = u(t)$.

Εάν $X(s) = \mathcal{L}[x(t)], V(s) = \mathcal{L}[v(t)] = \mathcal{L}[u(t)] = \frac{1}{s}$.

$$\left(s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)\right) + 5\big(sX(s) - x(0)\big) + 6X(s) = V(s) \Rightarrow$$

$$(s^2 + 5s + 6)X(s) = sx(0) + \dot{x}(0) + 5x(0) + V(s) \Rightarrow$$

$$(s^2 + 5s + 6)X(s) = \begin{pmatrix} s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{pmatrix} + \frac{1}{s} \Rightarrow$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} \left\{ \begin{pmatrix} s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(0) \\ \dot{x}(0) \end{pmatrix} \right\} + \frac{1}{s^2 + 5s + 6} \frac{1}{s} \Rightarrow$$

Παράδειγμα 1 (2)

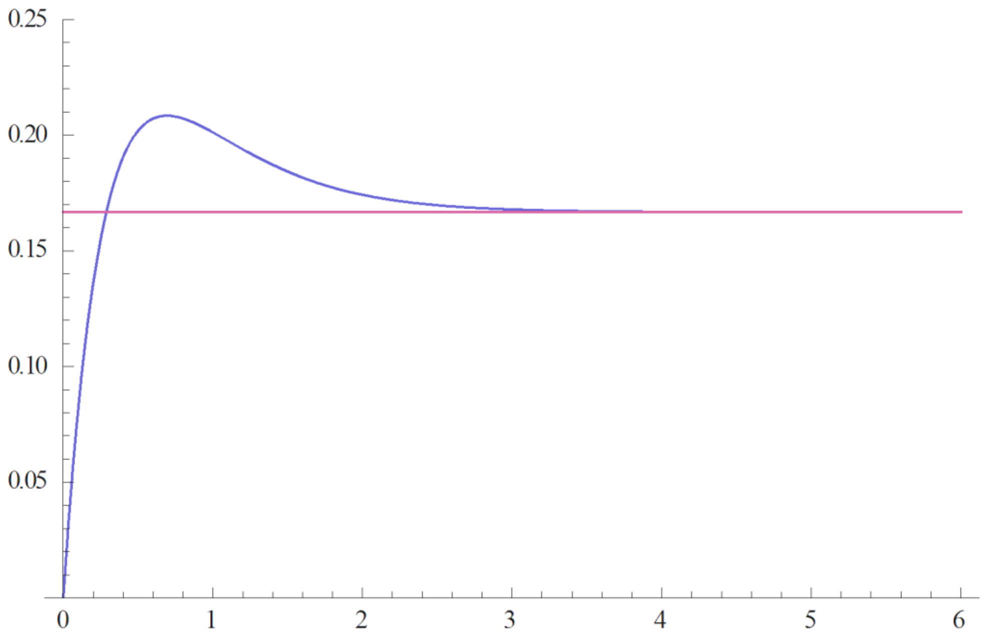
$$X(s)=\frac{1}{s^2+5s+6}\left\{\begin{pmatrix}s & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 5 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}\right\}+\frac{1}{s^2+5s+6}\frac{1}{s}\Rightarrow$$

$$X(s)=\frac{1}{s^2+5s+6}+\frac{1}{s^2+5s+6}\frac{1}{s}\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}[\ \ ]}$$

$$x(t)=\underbrace{-e^{-3t}+e^{-2t}}_{x_{free}(t)}+\underbrace{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}e^{-2t}+\frac{1}{3}e^{-3t}}_{x_{dyn}(t)}$$

$$x(t)=\underbrace{\frac{1}{6}}_{x_{\mu o\nu}(t)}+\underbrace{\frac{1}{2}e^{-2t}-\frac{2}{3}e^{-3t}}_{x_{\mu\epsilon\tau}(t)}$$

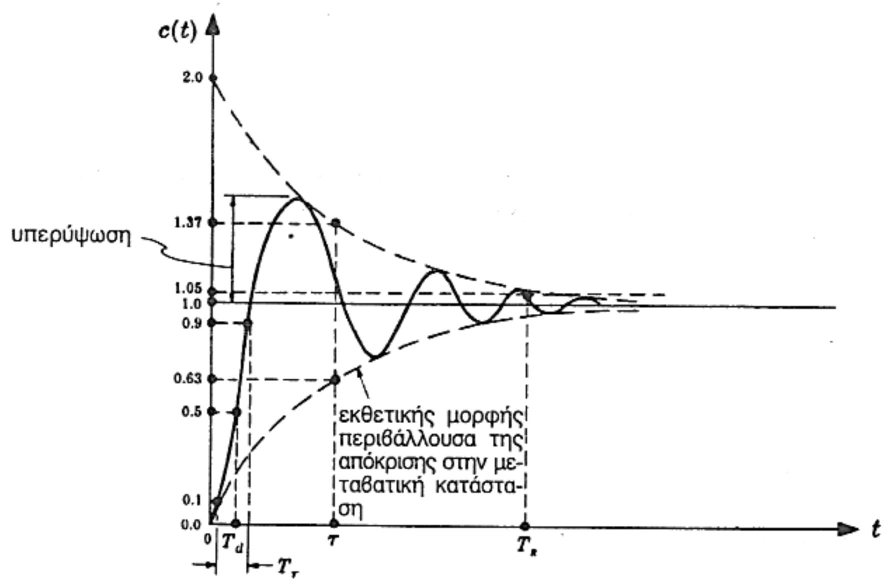
Παράδειγμα 1 (3)



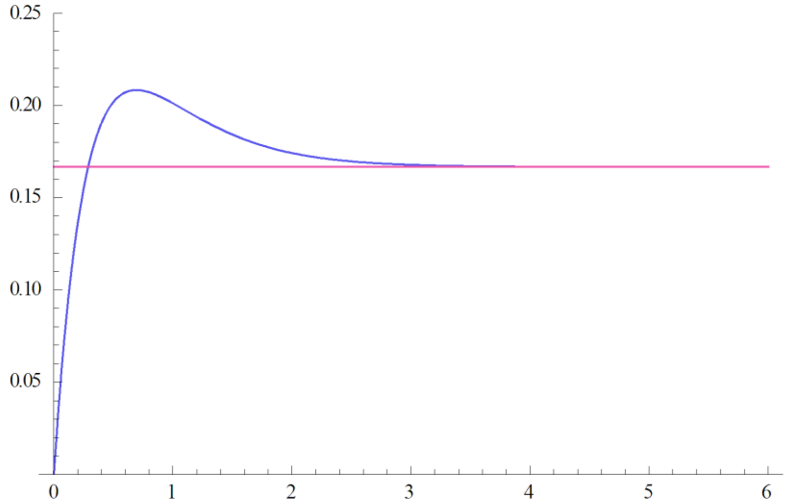
Υπερύψωση (overshoot)

Ισούται με την μέγιστη τιμή της διαφοράς μεταξύ των αποκρίσεων στην μεταβατική κατάσταση και τη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας όταν το σύστημα διεγείρεται από μια μοναδιαία βηματική είσοδο.

Ποσοστό υπερύψωσης = 100*(ymax-yfinal)/yfinal



Μέγιστο ποσοστό υπερύψωσης



$$\frac{\frac{5}{24}-\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}}=\frac{\frac{5}{24}-\frac{4}{24}}{\frac{1}{6}}=\frac{\frac{1}{24}}{\frac{1}{6}}=$$

$$=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}=0{,}25=25\%$$

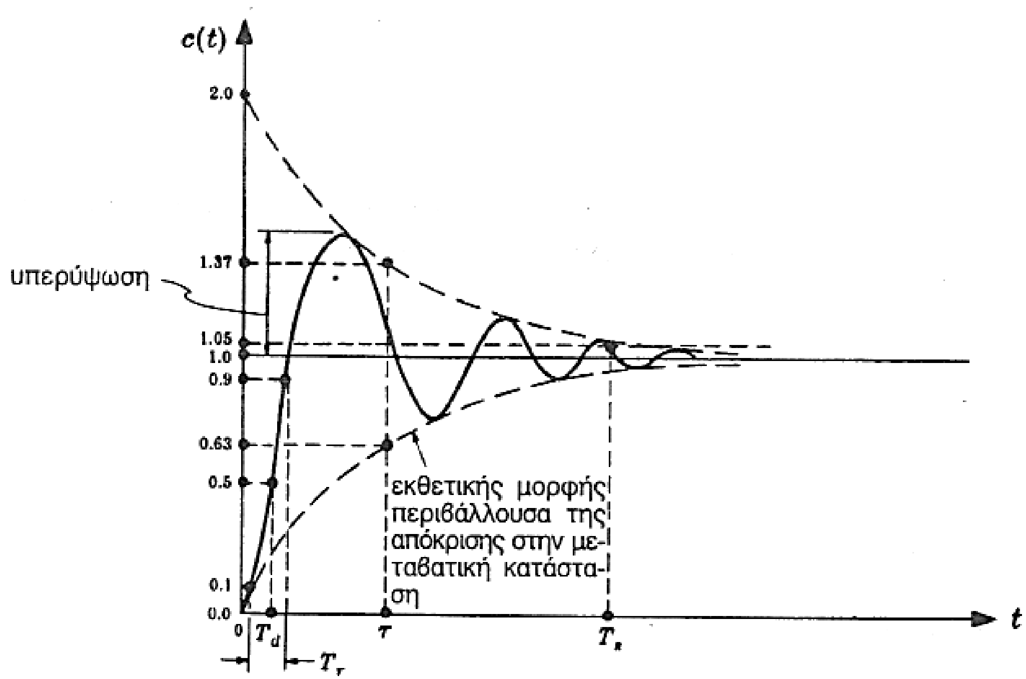
$$x(t)=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}e^{-2t}-\frac{2}{3}e^{-3t}\Rightarrow \dot{x}(t)=2e^{-3t}-e^{-2t}$$

$$\dot{x}(t)=0=2e^{-3t}-e^{-2t}\Rightarrow 2e^{-3t}=e^{-2t}\Rightarrow$$

$$\frac{2e^{-3t}}{e^{-3t}}=\frac{e^{-2t}}{e^{-3t}}\Rightarrow 2=e^{t}\Rightarrow t=ln2\,,x(ln2)=\frac{5}{24}$$

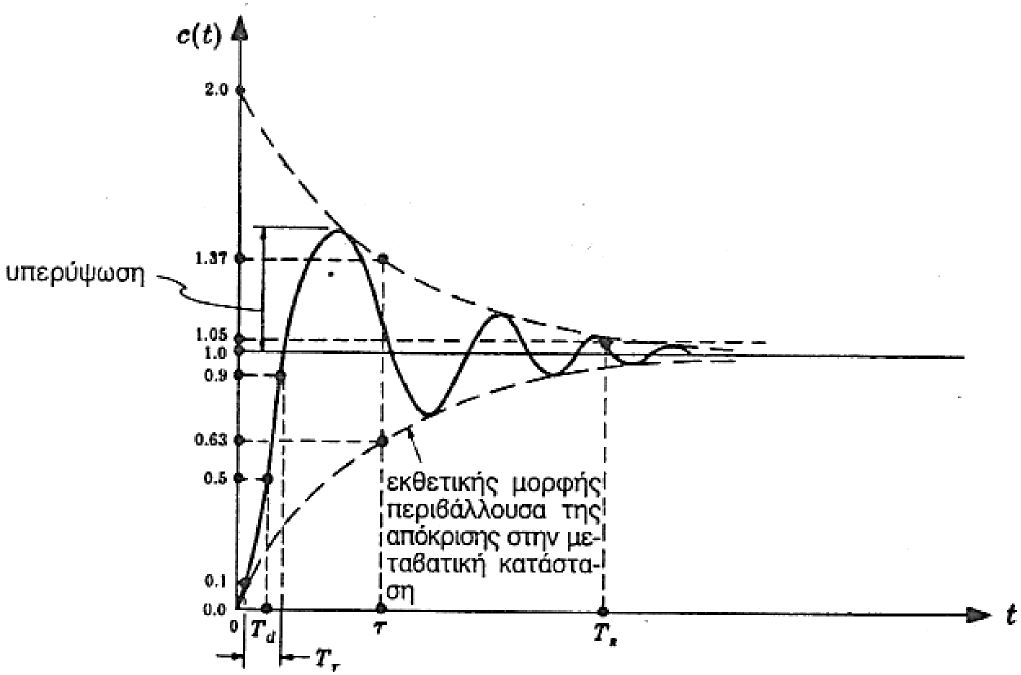
Χρόνος καθυστέρησης Td (Delay time)

Ο χρόνος που απαιτείται ώστε η βηματική απόκριση να φτάσει το 50% της τελικής τιμής.



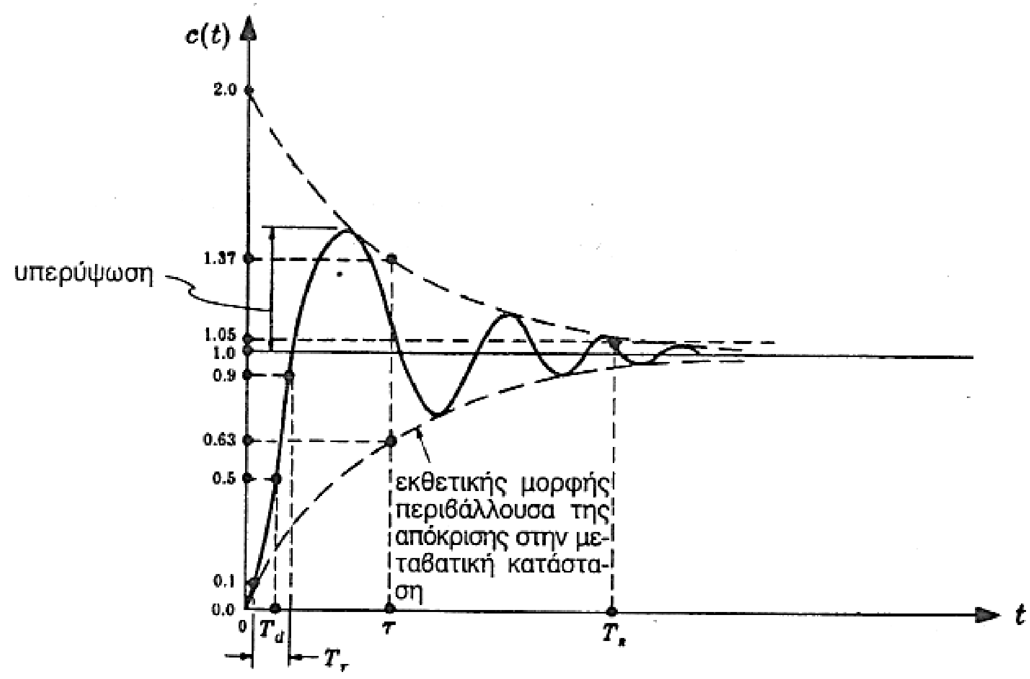
Χρόνος Ανόδου Tr (Rise time)

Το χρονικό διάστημα στο οποίο η βηματική απόκριση μεταβαίνει από το 10% στο 90% της τελικής της τιμής.



Χρόνος αποκατάστασης Ts (Settling time)

Το χρονικό διάστημα στο οποίο η βηματική απόκριση θα φθάσει και θα παραμείνει σε κάποια συγκεκριμένα ποσοστιαία όρια τιμών επί τοις εκατό της τελικής τιμής.



Κρουστική απόκριση συστήματος (1)

Ορισμός. Η **κρουστική απόκριση** $h(t)$ ενός γραμμικού συστήματος Σ ορίζεται ως η η δυναμική απόκριση του συστήματος όταν έχω ως είσοδο την κρουστική συνάρτηση $\delta(t)$.

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_0 x(t)$$

$$\boldsymbol{x(t) = \delta(t)} \downarrow \quad \boldsymbol{y(0-) = y^{(1)}(0-) = \cdots = y^{(n-1)}(0-) = 0}$$

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0) y_{dyn}(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0 \Rightarrow$$

Κρουστική απόκριση συστήματος (2)

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0) y_{dyn}(s) \\ = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0 \Rightarrow$$

$$y_{dyn}(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0} = H(s)$$

$$\Rightarrow$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[y_{dyn}(s)\right] = \mathcal{L}^{-1}[H(s)]$$

Παράδειγμα 2

Έστω

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = F(t)$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2 + 3s + 2}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{c_1}{s+2} + \frac{c_2}{s+1}\right]$$

$$c_1 = [(s+2)H(s)]_{s=-2} = \left[\frac{1}{s+1}\right]_{s=-2} = -1$$

$$c_2 = [(s+1)H(s)]_{s=-1} = \left[\frac{1}{s+2}\right]_{s=-1} = 1$$

Άρα $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{-1}{s+2} + \frac{1}{s+1}\right] \Rightarrow h(t) = -e^{-2t} + e^{-t}$

Οι πόλοι ως κριτήριο ευστάθειας (1)

Έστω

$$H(s)=\frac{R(s)}{D(s)}=\frac{b_{n-1}}{a_n}\frac{(s-z_1)^{m_1}\dots\left(s-z_\mu\right)^{m_\mu}}{(s-p_1)^{n_1}\dots(s-z_k)^{n_k}}$$

όπου $n_1+n_2+\cdots+n_k=n$ και $m_1+m_2+\cdots+m_\mu=n-1$.

Η αναλύεται ως

$$H(s)=\frac{R(s)}{D(s)}=$$

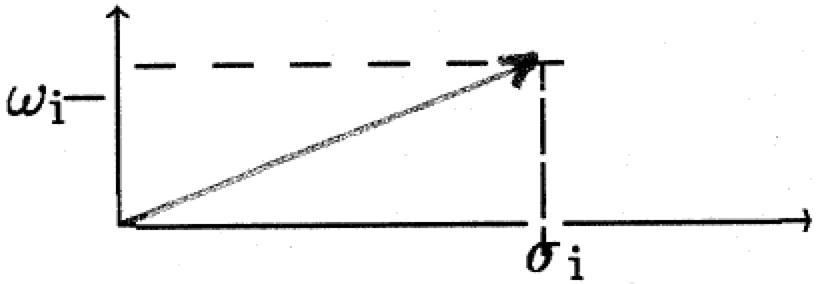
$$=\frac{c_{11}}{(s-p_1)}+\frac{c_{12}}{(s-p_1)^2}+\cdots+\frac{c_{1n_1}}{(s-p_1)^{n_1}}+\frac{c_{21}}{(s-p_2)}+\frac{c_{22}}{(s-p_2)^2}+\cdots$$
$$+\frac{c_{2n_2}}{(s-p_2)^2}+\cdots+\frac{c_{k1}}{(s-p_k)}+\frac{c_{k2}}{(s-p_k)^2}+\cdots+\frac{c_{kn_k}}{(s-p_k)^{n_k}}\Leftrightarrow$$

Οι πόλοι ως κριτήριο ευστάθειας (2)

Οπότε

$$h(t) = c_{11}e^{p_1 t} + c_{12}\frac{t}{1!}e^{p_1 t} + \cdots + c_{1n_1}\frac{t^{(n_1-1)}}{(n_1-1)!}e^{p_1 t}$$
$$+ c_{21}e^{p_2 t} + c_{22}\frac{t}{1!}e^{p_2 t} + \cdots + c_{2n_2}\frac{t^{(n_2-1)}}{(n_2-1)!}e^{p_2 t} +$$
$$+ \cdots +$$
$$+c_{k1}e^{p_k t} + c_{k2}\frac{t}{1!}e^{p_k t} + \cdots + c_{kn_k}\frac{t^{(n_k-1)}}{(n_k-1)!}e^{p_k t}$$

Οι πόλοι ως κριτήριο ευστάθειας (3)



$\boldsymbol{p_i = \sigma_i + j\omega_i}$

1. $\boldsymbol{\sigma_i < 0}$: $\left\| t^{k-1} e^{p_i t} \right\| \to 0$ $k = 0,1,\ldots$ (ασυμπτωτική ευστάθεια)
2. $\boldsymbol{\sigma_i > 0}$: $\left\| t^{k-1} e^{p_i t} \right\| \to \infty$ $k = 0,1,\ldots$ (αστάθεια)
3. $\boldsymbol{\sigma_i = 0}$: $\begin{cases} (a) \quad \left\| t^{k-1} e^{p_i t} \right\| < 1, \quad k = 1 \ (ευσταθεια\ σε\ κύκλο\ \mathrm{M}) \\ (b) \quad \left\| t^{k-1} e^{p_i t} \right\| \to \infty, \quad k = 2,3,\ldots (ασταθεια) \end{cases}$

Οι πόλοι ως κριτήριο ευστάθειας (4)

Θεώρημα: Ένα γραμμικό μη χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα Σ μ.ε.μ.ε. ($m < n$) είναι **ασυμπτωτικά ευσταθές** αν οι πόλοι του έχουν αυστηρά αρνητικό πραγματικό μέρος, ενώ είναι **ευσταθές σε κύκλο ακτίνας Μ** αν ολοι οι πόλοι του έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος ή είναι φανταστικοί αριθμοί πολλαπλότητας ένα.

Αρμονική απόκριση συστήματος (1)

Ορισμός: Η έξοδος ενός ασυμπτωτικά ευσταθούς συστήματος στην μόνιμη κατάσταση υπό ημιτονοειδή διέγερση ονομάζεται **αρμονική απόκριση** του συστήματος.

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_0 x(t), m < n$$

$x(t) = Asin(wt)$ (πλάτους Α και γωνιακής συχνότητας w)

$$X(s) = \mathcal{L}[x(t)] = \frac{Aw}{s^2 + w^2}$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (2)

$$
\begin{aligned}
& a_n\left[s^n y(s)-s^{n-1} y(0-)-\cdots-y^{(n-1)}(0-)\right] \\
& \quad+a_{n-1}\left[s^{n-1} y(s)-s^{n-2} y(0-)-\cdots-y^{(n-2)}(0-)\right]+\cdots \\
& \quad+a_0 y(s)=\left(b_m s^m+b_{m-1} s^{m-1}+\cdots+b_0\right) \frac{A w}{s^2+w^2}-d(s) \\
& \quad\Leftrightarrow
\end{aligned}
$$

$$
y(s)=\frac{b(s)}{a(s)} \frac{A w}{s^2+w^2}+\frac{c(s)}{a(s)}-\frac{d(s)}{a(s)}
$$

$$
c(s)=\left[\begin{array}{llll}
s^{n-1} & s^{n-2} & \ldots & 1
\end{array}\right]\left[\begin{array}{cccc}
a_n & 0 & \ldots & 0 \\
a_{n-1} & a_n & \ldots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \\
a_1 & a_2 & \ldots & a_n
\end{array}\right]\left[\begin{array}{c}
y(0-) \\
y^{(1)}(0-) \\
\\
y^{(n-1)}(0-)
\end{array}\right]
$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (3)

$$d(s) = [s^{m-1} \quad s^{m-2} \quad \dots \quad 1]\begin{bmatrix} b_m & 0 & \dots & 0 \\ b_{m-1} & b_m & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \\ b_1 & b_2 & \dots & b_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$y(s) = \frac{c_{11}}{(s-p_1)} + \frac{c_{12}}{(s-p_1)^2} + \cdots + \frac{c_{1n_1}}{(s-p_1)^{n_1}} + \frac{c_{21}}{(s-p_2)} + \frac{c_{22}}{(s-p_2)^2} + \cdots + \frac{c_{2n_2}}{(s-p_2)^{n_2}} + \cdots + \frac{c_{k1}}{(s-p_k)} + \frac{c_{k2}}{(s-p_k)^2} + \cdots + \frac{c_{kn_k}}{(s-p_k)^{n_k}} + \frac{a}{s+jw} + \frac{\bar{a}}{s-jw} \Leftrightarrow$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (4)

$$y(t) = c_{11}e^{p_1 t} + c_{12}\frac{t}{1!}e^{p_1 t} + \cdots + c_{1n_1}\frac{t^{(n_1-1)}}{(n_1-1)!}e^{p_1 t}$$
$$+ c_{21}e^{p_2 t} + c_{22}\frac{t}{1!}e^{p_2 t} + \cdots + c_{2n_2}\frac{t^{(n_2-1)}}{(n_2-1)!}e^{p_2 t}$$
$$+ \cdots + c_{k1}e^{p_k t} + c_{k2}\frac{t}{1!}e^{p_k t} + \cdots$$
$$+ c_{kn_k}\frac{t^{(n_k-1)}}{(n_k-1)!}e^{p_k t} + ae^{-jwt} + \bar{a}e^{iwt}$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (5)

Ασυμπτωτικά ευσταθές και άρα πόλοι στο αριστερά μιγαδικό επίπεδο.

$$y_{\mu o \nu}(t) = \left(\lim_{t\to\infty} y(t)\right) = a e^{-jwt} + \bar{a} e^{jwt}$$

$$a = \left[(s+jw)\left(\frac{b(s)}{a(s)}\frac{Aw}{s^2+w^2} + \frac{c(s)}{a(s)} - \frac{d(s)}{a(s)}\right)\right]_{s=-jw} = \left[H(s)\frac{Aw}{s-jw}\right]_{s=-jw}$$

$$= H(-jw)\frac{A}{-2j}$$

$$\bar{a} = \left[(s-jw)\left(\frac{b(s)}{a(s)}\frac{Aw}{s^2+w^2} + \frac{c(s)}{a(s)} - \frac{d(s)}{a(s)}\right)\right]_{s=+jw} = \left[H(s)\frac{Aw}{s+jw}\right]_{s=+jw}$$

$$= H(+jw)\frac{A}{+2j}$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (6)

$$y_{\mu o \nu}(t) = H(-jw)\frac{A}{-2j}e^{-jwt} + H(+jw)\frac{A}{+2j}e^{+jwt}$$

$H(jw) \in \mathbb{C}$,

$$H(jw) = Re[H(jw)] + jIm[H(jw)] = X(w) + jY(w)$$

$$H(jw) = |H(jw)|e^{j\theta(w)}$$

$$|H(jw)| = \sqrt{X(w)^2 + Y(w)^2}, \qquad tan\theta(w) = \frac{Y(w)}{X(w)}$$

$H(s)$ είναι ρητή συνάρτηση με πραγματικούς συντελεστές

$$|H(-jw)| = |H(jw)|$$

$$H(-jw) = |H(-jw)|e^{-j\theta(w)} = |H(jw)|e^{-j\theta(w)}$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (7)

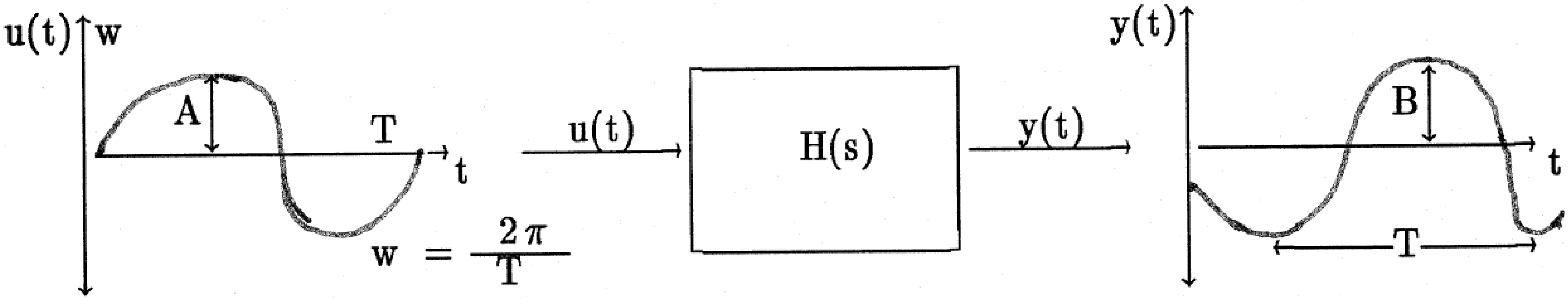
$$y_{\mu o\nu}(t) = H(-jw)\frac{A}{-2j}e^{-jwt} + H(+jw)\frac{A}{+2j}e^{+jwt}$$

$$= -A|H(jw)|\frac{e^{-j\theta(w)}e^{-jwt}}{2j} + A|H(jw)|\frac{e^{j\theta(w)}e^{jwt}}{2j}$$

$$= A|H(jw)|\frac{e^{j(\theta(w)+wt)} - e^{-j(\theta(w)+wt)}}{2j}$$

$$= A|H(jw)|\sin\big(wt + \theta(w)\big) = Bsin\big(wt + \theta(w)\big)$$

Αρμονική απόκριση συστήματος (8)



$$x(t) = A sin(wt) \qquad y(t) = A|H(jw)|\sin\big(wt + \theta(w)\big)$$

Αλγόριθμος εύρεσης αρμονικής απόκρισης (1)

Ας θεωρήσουμε ως είσοδο την ημιτονοειδή διέγερση

$x(t) = Asin(wt)$ (πλάτους A και γωνιακής συχνότητας w)

Βήμα 1: Εξετάζω αν όλοι οι πόλοι της συνάρτησης μου είναι αρνητικοί έτσι ώστε το σύστημά μου να είναι ασυμπτωτικά ευσταθές.

Βήμα 2: Υπολογίζω την $H(jw)$

$$H(jw) = Re[H(jw)] + jIm[H(jw)] = X + jY$$

Βήμα 3: Βρίσκω το μέτρο της $H(jw)$

$$|H(jw)| = \sqrt{X(w)^2 + Y(w)^2}$$

Αλγόριθμος εύρεσης αρμονικής απόκρισης (2)

<u>Βήμα 4</u>: Βρίσκω το όρισμα της $H(jw)$

$$tan\theta(w) = \frac{Y(w)}{X(w)}$$

<u>Βήμα 5</u>:

$$\boxed{y(t) = A|H(jw)|\sin\big(wt + \theta(w)\big)}$$

Παράδειγμα 3 (1)

Έστω

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+6y(t)=\frac{du(t)}{dt}-u(t)$$

και $u(t)=\sin(2t)$, (συνεπώς A=1 και w=2)

Βήμα 1: $s_1=-2$ και $s_2=-3$ ασυμπτωτικά ευσταθές.

Βήμα 2: $H(s)=\frac{s-1}{s^2+5s+6}\Rightarrow$

$$H(j2)=\frac{j2-1}{(6-2^2)+j(5*2)}=\frac{-1+2j}{2+10j}=$$

$$=\frac{(-1+2j)(2-10j)}{2^2+10^2}=\frac{18+j14}{104}$$

Παράδειγμα 3 (2)

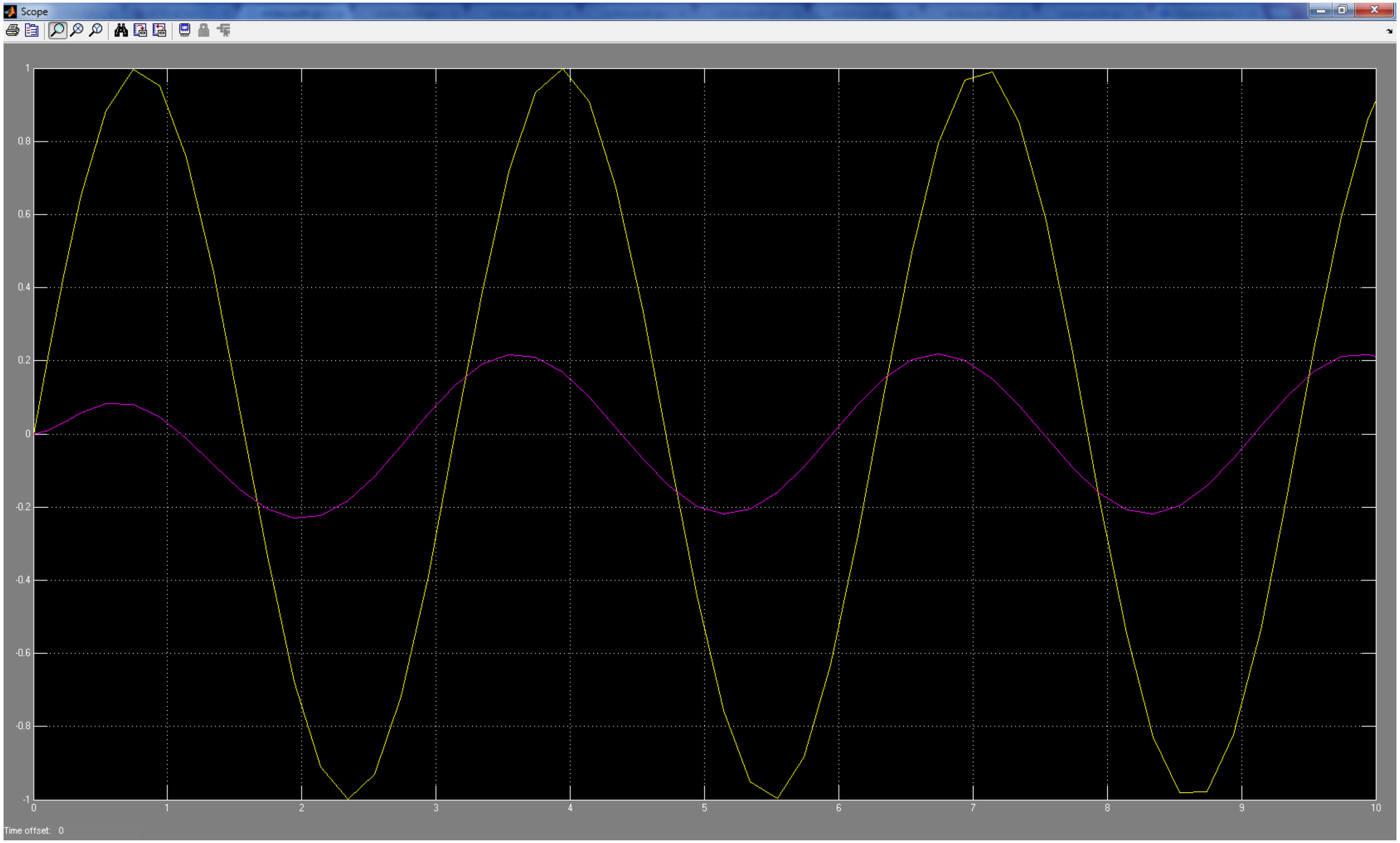
Βήμα 3: $|H(j2)| = \sqrt{\left[\frac{18}{104}\right]^2 + \left[\frac{14}{104}\right]^2} = 0.2193$

Βήμα 4: $tan\theta = \frac{\frac{14}{104}}{\frac{18}{104}} = \frac{14}{18} = 0.777 \Rightarrow \theta = 37.8725^o$

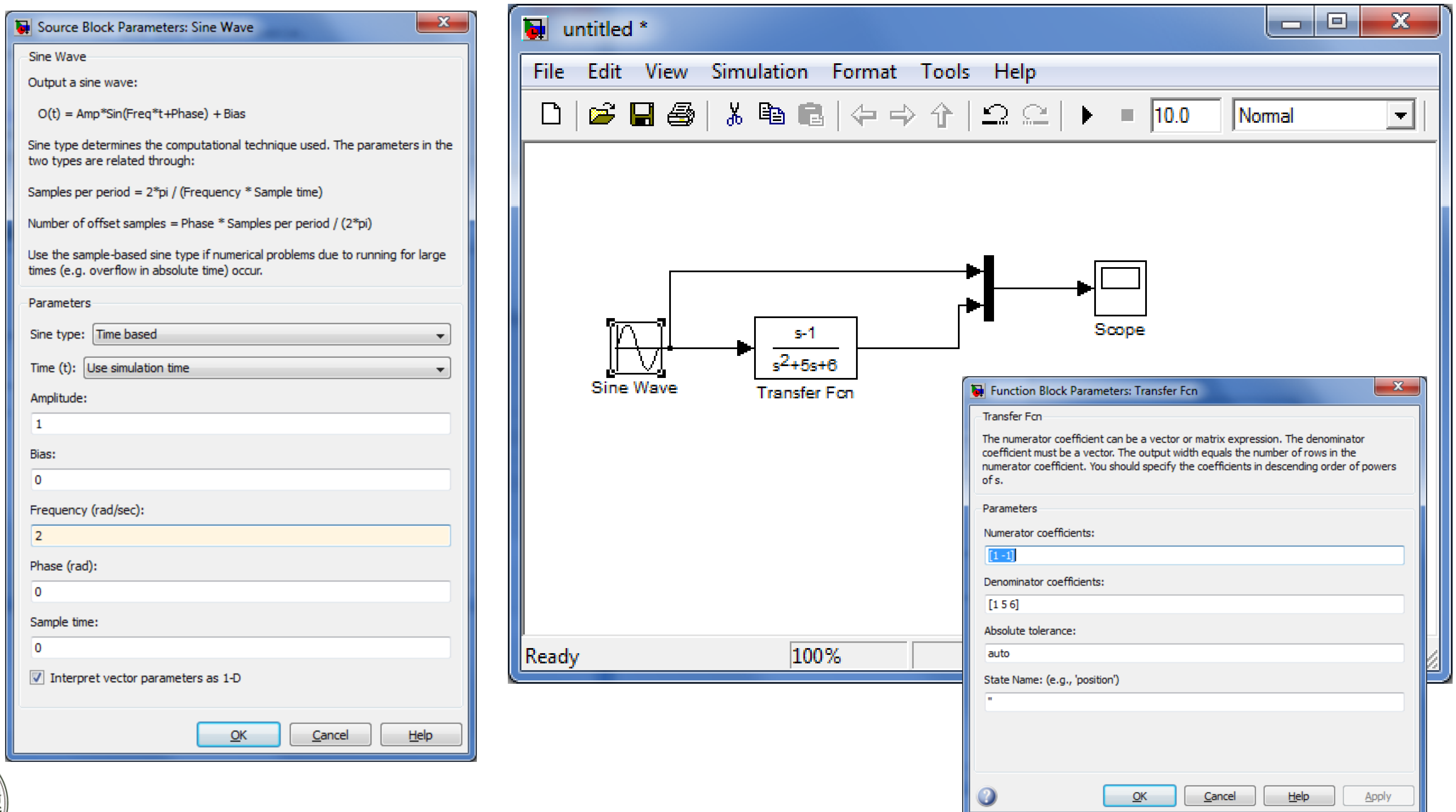
Βήμα 5:

$$
\begin{aligned}
y(t) &= 1 \times 0.2193 \times \sin(2t + 37.8725^o) \\
&= 0.2193 \sin(2t + 37.8725^o)
\end{aligned}
$$

Παράδειγμα 3 (3)



Παράδειγμα 3 (4)



Βιβλιογραφία

- Βαρδουλάκης Α.Ι., 2011, *Εισαγωγή στη Μαθηματική Θεωρία Συστημάτων και Ελέγχου*, Τόμος Α: Κλασική Θεωρία Ελέγχου, Εκδόσεις Τζιόλα.
- Πουλιέζος Αναστάσιος, 2013, *Περί Συστημάτων Ελέγχου. Εισαγωγικό Εγχειρίδιο της Σύγχρονης Θεωρίας Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου*, ΕΚΔΟΣΕΙΣ Α. ΤΖΙΟΛΑ & ΥΙΟΙ Α.Ε.
- Norman Nise, 2011, *Control Systems Engineering*, 6th Edition, John Willey.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Νικόλαος Καραμπετάκης. «Κλασσική Θεωρία Ελέγχου. Ενότητα 7: Χρονική απόκριση συστημάτων». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

http://eclass.auth.gr/courses/OCRS432/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό εξάμηνο 2014-2015

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης