



# Εφαρμογές πληροφορικής σε θέματα πολιτικού μηχανικού

Ενότητα 4: Εφαρμογές λογιστικών φύλλων στη Στατική:  
Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

Αναστάσιος Σέξτος  
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





# Εφαρμογές λογιστικών φύλλων στη Στατική:

Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά  
περικλειόμενων διατομών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

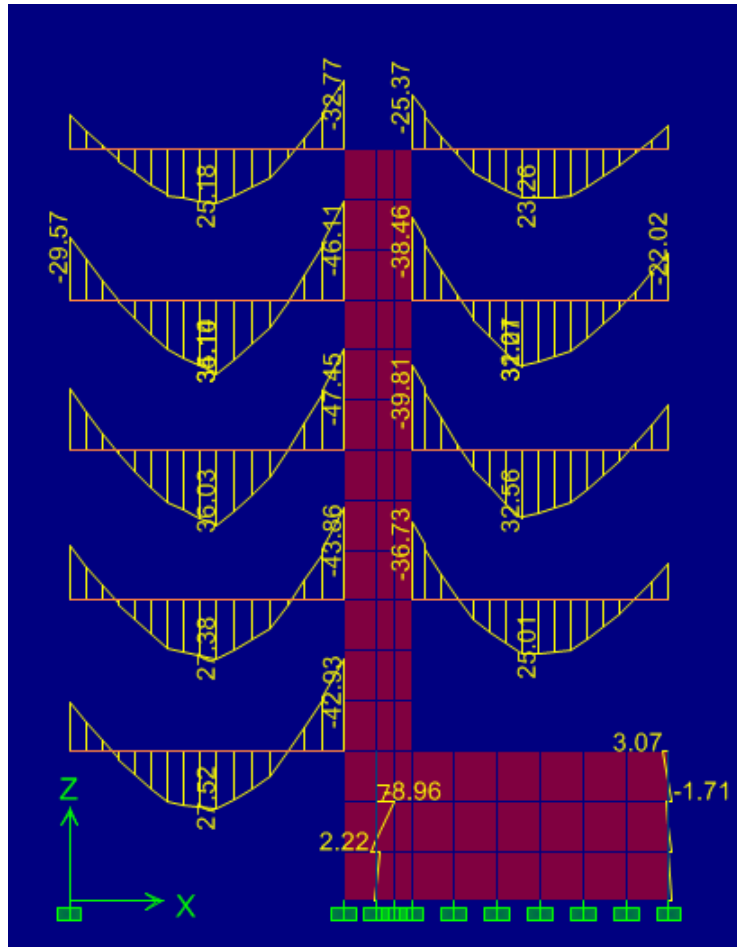


ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

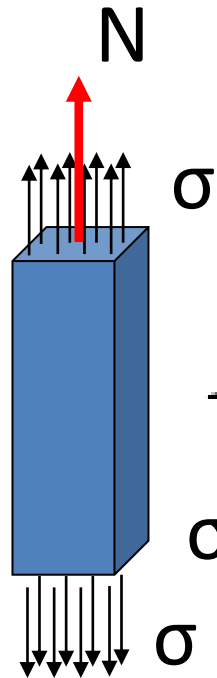
# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

- Για τον υπολογισμό της έντασης των δομικών στοιχείων είναι απαραίτητος ο υπολογισμός των γεωμετρικών μεγεθών των διατομών

$$A, I_{xx} = f(\text{διατομής}, x, y)$$

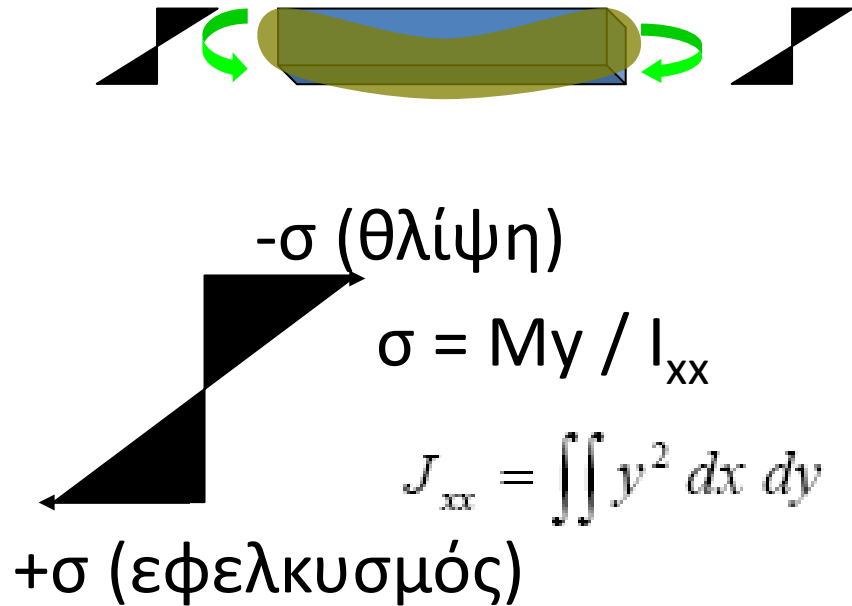


# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών



$$A = \iint dx dy$$

$$\sigma = N/A$$



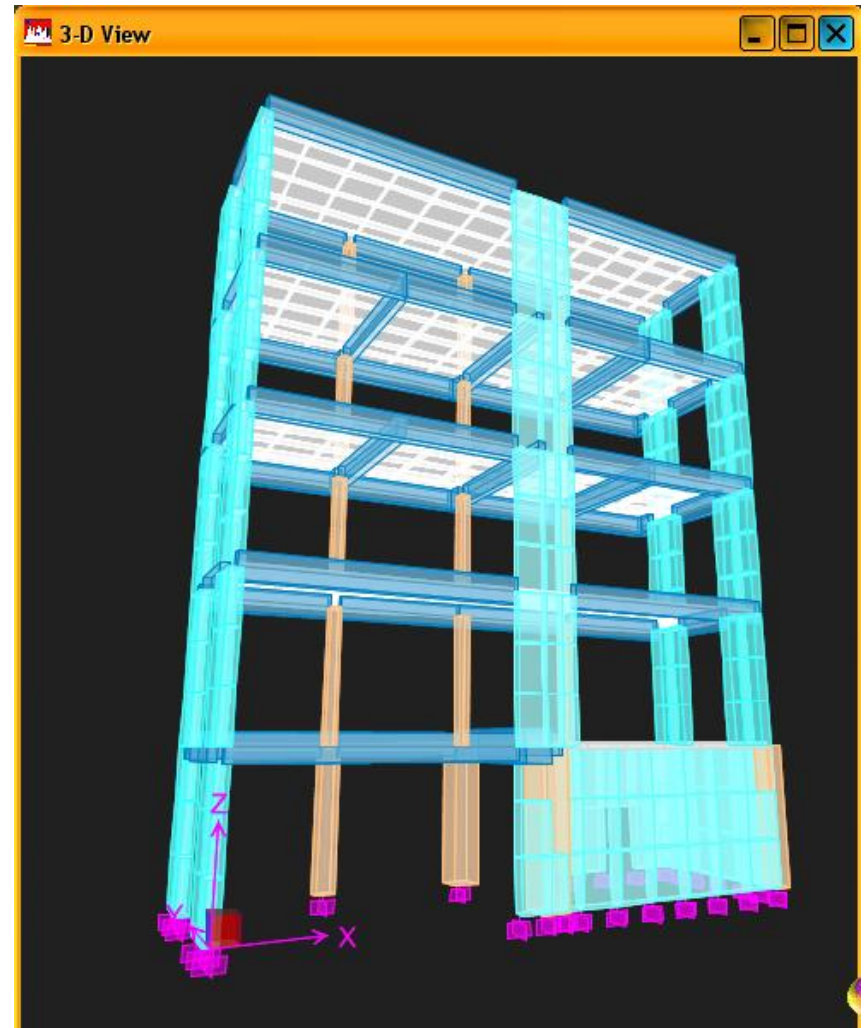
$$\sigma = My / I_{xx}$$

$$J_{xx} = \iint y^2 dx dy$$

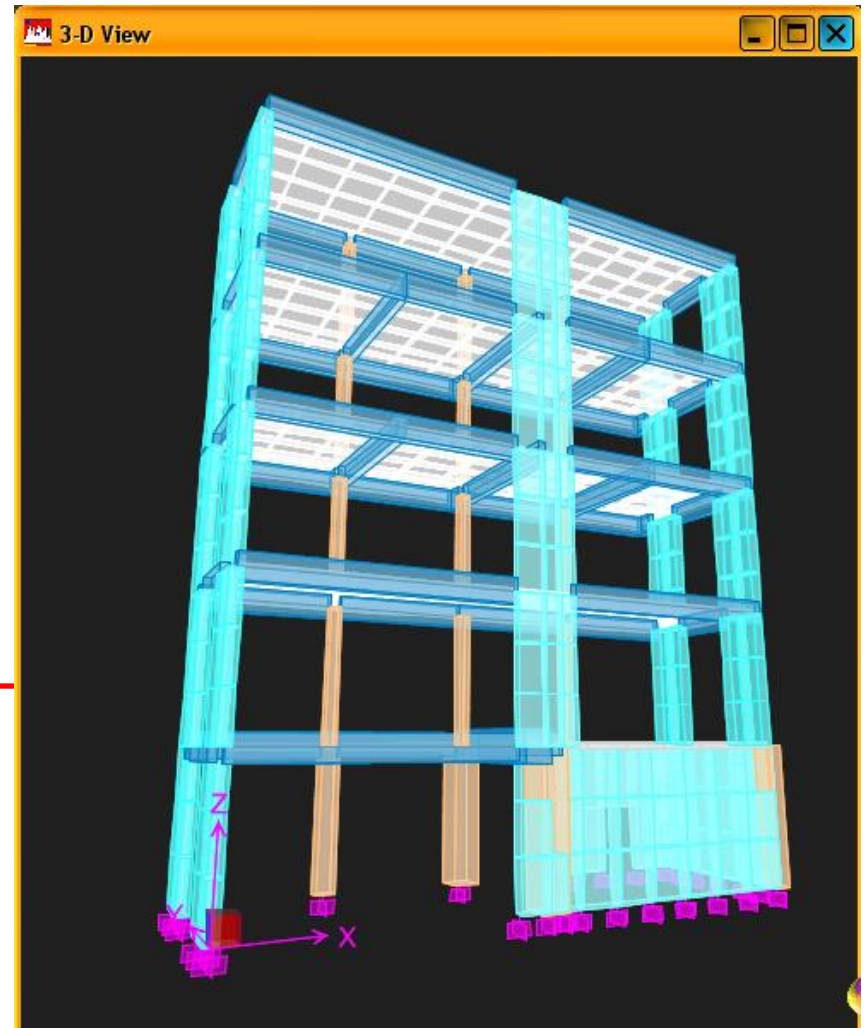
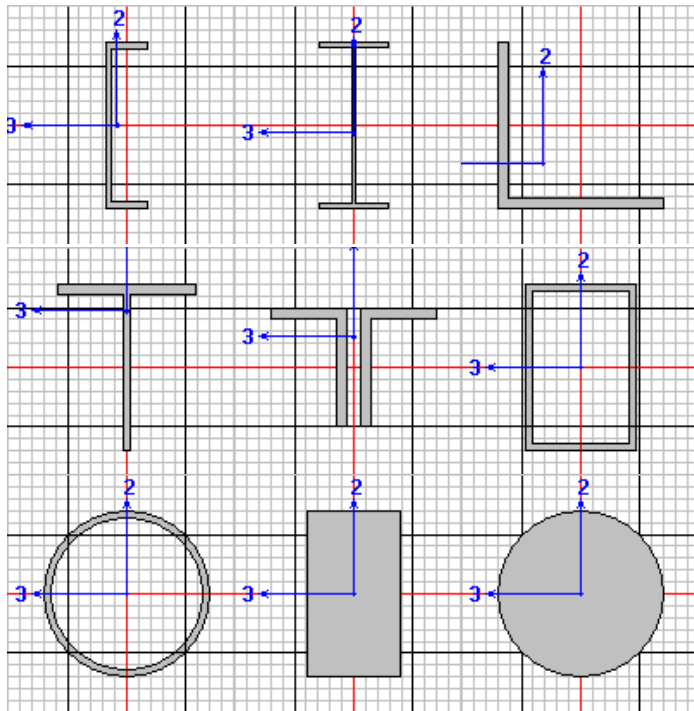


# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

- Απαίτηση υπολογισμού γεωμετρικών μεγεθών
- Ο υπολογισμός για συνήθεις διατομές πραγματοποιείται:
  - με χρήση πινάκων
  - με χρήση τύπων
  - συχνά εγγενώς από τα στατικά προγράμματα



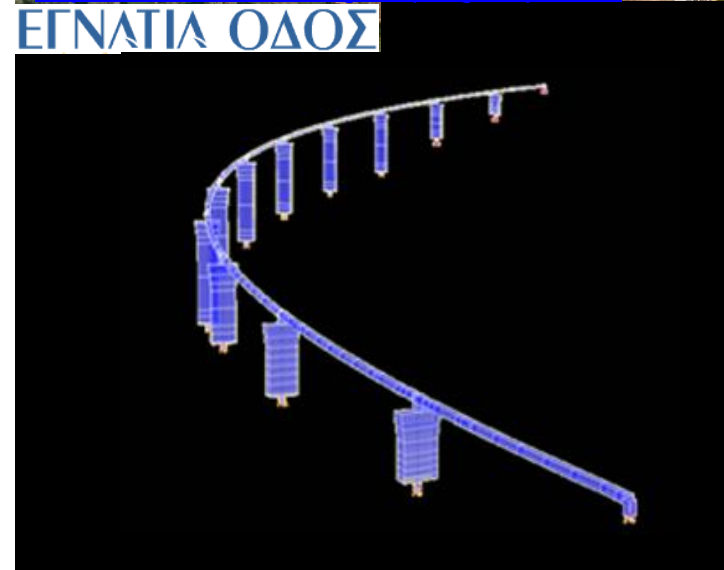
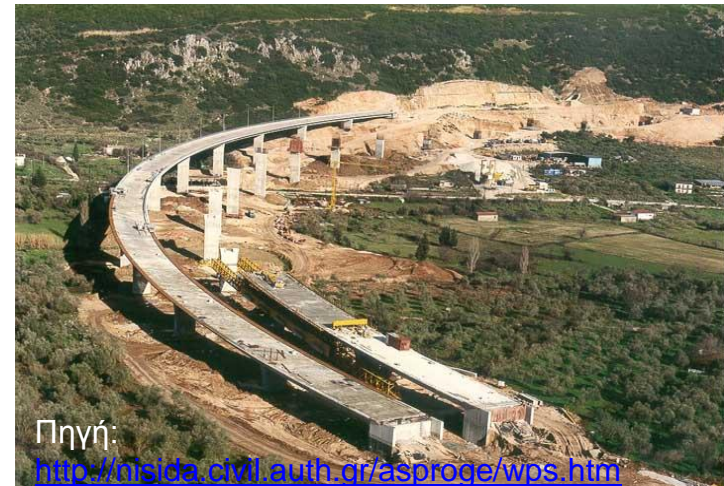
# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών





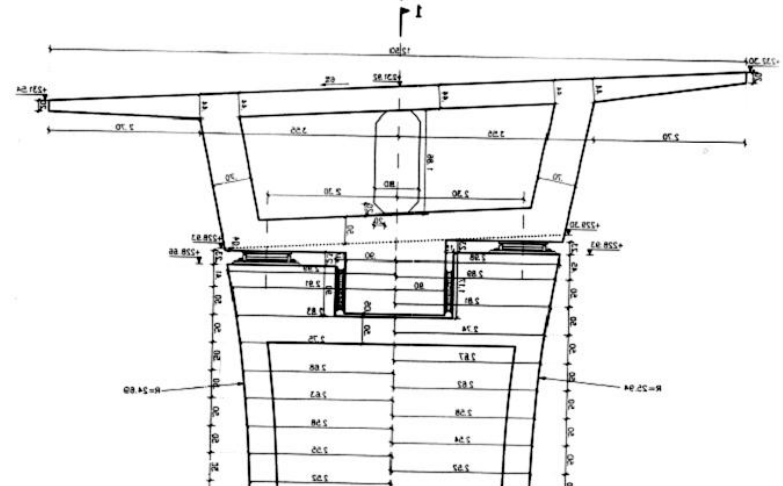
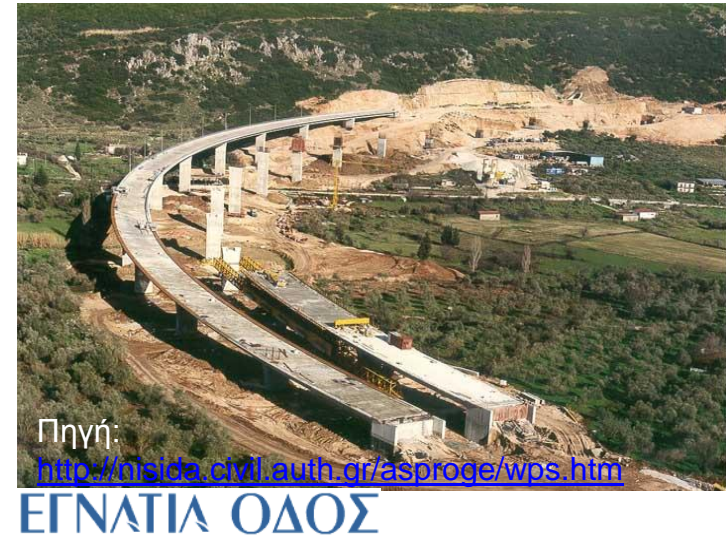
# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

- Σε περιπτώσεις πολύπλοκων διατομών (π.χ. Κυψελοειδείς διατομές γεφυρών) ο υπολογισμός των γεωμετρικών μεγεθών δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω πινάκων ή τύπων αλλά ούτε και στη μεγάλη πλειοψηφία τους εγγενώς από τα στατικά προγράμματα

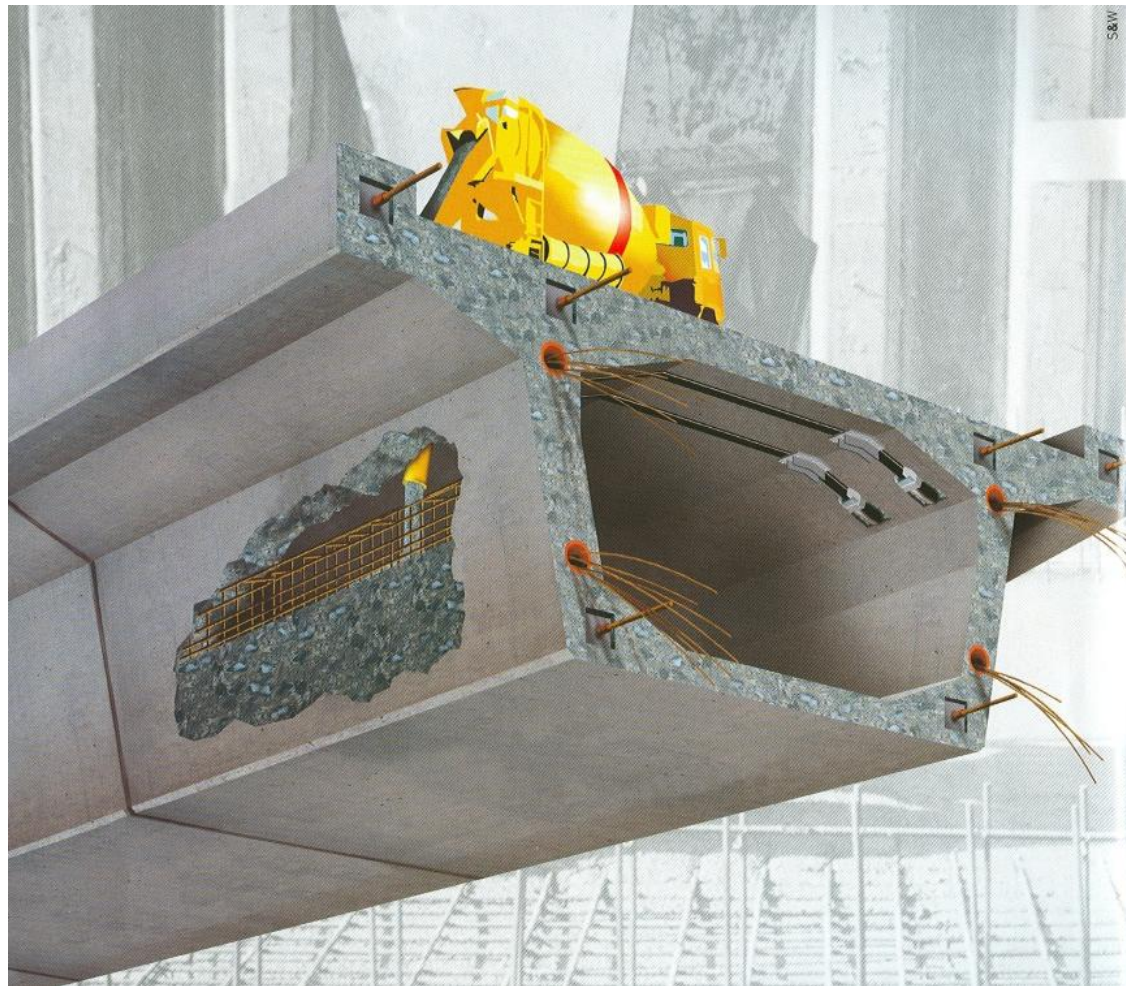


# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

- Σε περιπτώσεις πολύπλοκων διατομών (π.χ. Κυψελοειδείς διατομές γεφυρών) ο υπολογισμός των γεωμετρικών μεγεθών δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω πινάκων ή τύπων αλλά ούτε και στη μεγάλη πλειοψηφία τους εγγενώς από τα στατικά προγράμματα



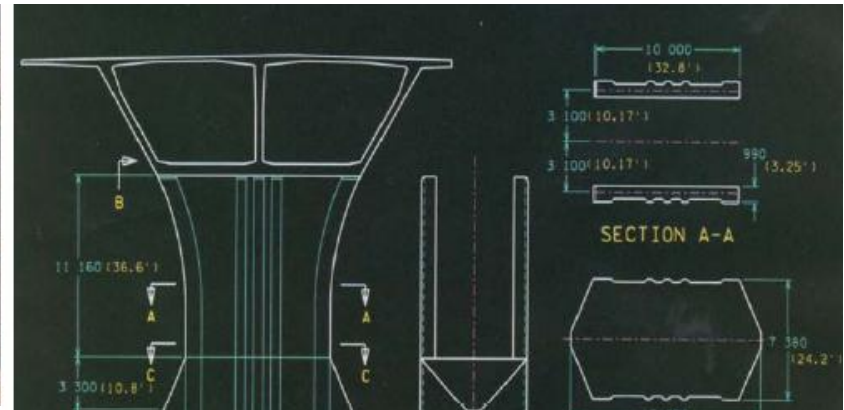
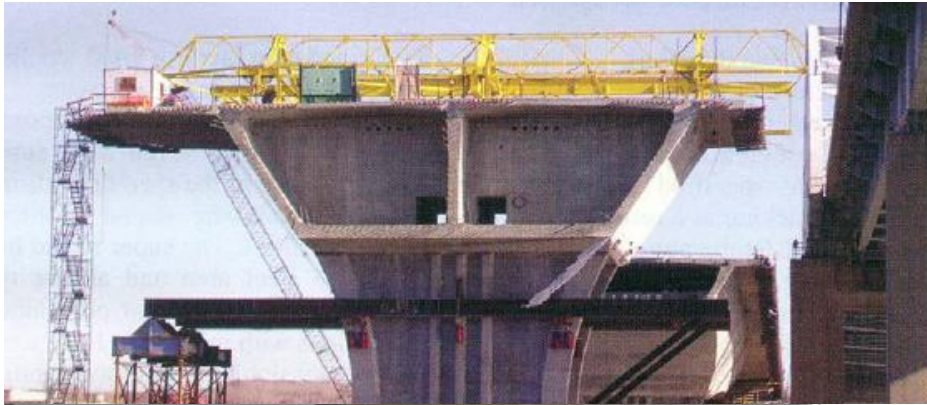
# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών



Πηγή:

<http://www.slideshare.net/hronaldo10/lecture13-piers-highway-engineering>

Εφαρμογές πληροφορικής σε θέματα πολιτικού μηχανικού

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

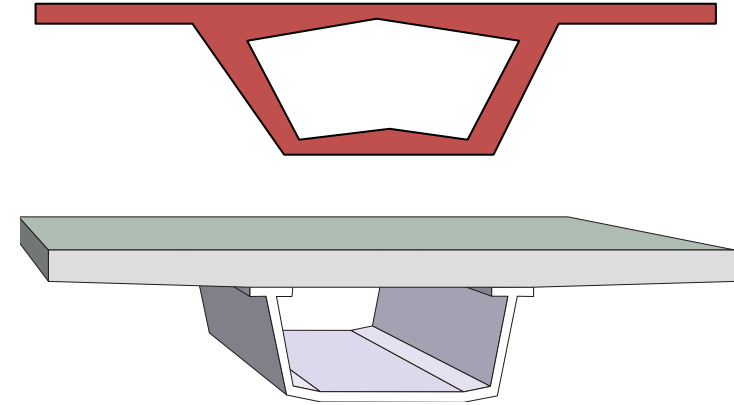


Bahrain's North Manama Causeway; How to: Modern Causewa...



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

- Απαιτείται επαναληπτική διαδικασία  
Do  $i=1, N$   
 $(GM_{(νέα\ τιμή)} = GM_{(παλαιά\ τιμή)} + x_i y_{i+1}$
- Με τη χρήση του excel η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μέσω πινάκων
- Απαιτείται σωστή αρίθμηση της διατομής



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

Εμβαδό  $A = \iint dx dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$

$$S_x = \iint y dx dy = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n [(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)(y_i + y_{i+1})]$$

Στατικές  
Ροπές

$$S_y = \iint x dx dy = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n [(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)(x_i + x_{i+1})]$$

$$J_{xx} = \iint y^2 dx dy = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n \{(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)[(y_i + y_{i+1})^2 - y_i y_{i+1}]\}$$

Ροπές  
Αδράνειας

$$J_{yy} = \iint x^2 dx dy = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n \{(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)[(x_i + x_{i+1})^2 - x_i x_{i+1}]\}$$



Πηγή:



<https://www.fhwa.dot.gov/publications/publicroads/95summer/p95su28.cfm>

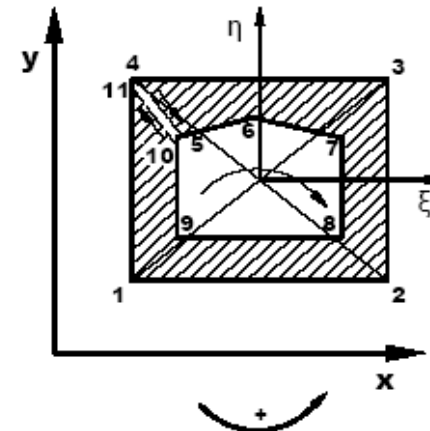
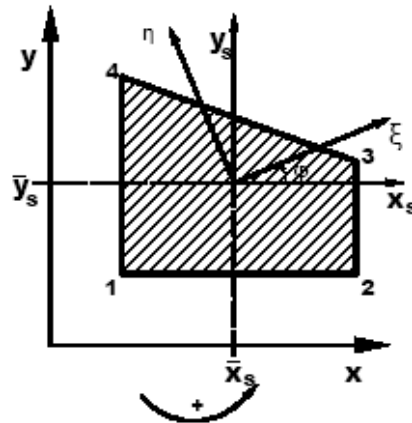




# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

## Αρίθμηση Κόμβων

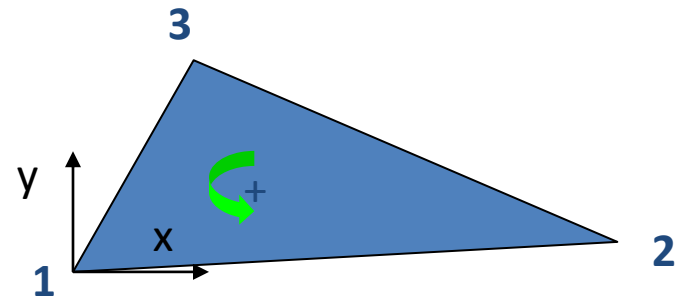
- Εξωτερική αρίθμηση (ανάστροφα της φοράς των δεικτών του ρολογιού) 
- Νοητή τομή
- Εσωτερική αρίθμηση (σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού) 
- Διπλή αρίθμηση



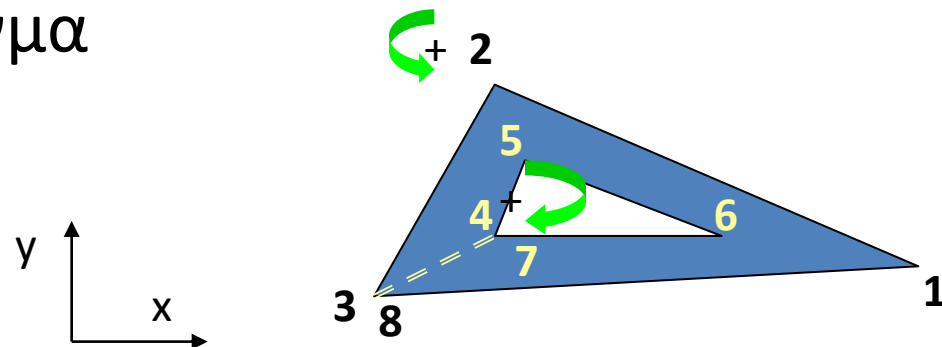
# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

## Αρίθμηση Κόμβων

➤ Διατομή συμπαγής



➤ Διατομή με άνοιγμα (κοίλη)



Νοητή τομή

Διπλή αρίθμηση



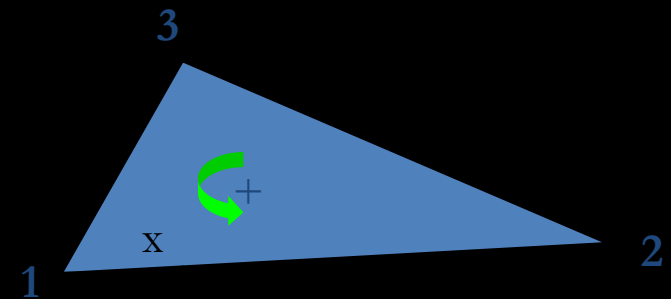
# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

## Παράδειγμα

π.χ.  $\iint_{xy} dx dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$

$$= \frac{1}{2} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (x_3 y_1 - x_1 y_3)]$$

$x_{n+1} = x_1$  !  
 $y_{n+1} = y_1$  ●



$S$ : κέντρο βάρους

$$\bar{x}_S = S_y / A$$

$$\bar{y}_S = S'_x / A$$

$$\iint x_s = \iint y_s = 0$$

Steiner:  $J_{xS} = J_{xx} - A \bar{y}_S^2 \dots$



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

## Κύριοι άξονες αδράνειας

### Κύριοι άξονες αδράνειας

$$t = \tan(2\varphi_0) = \frac{2J_{xys}}{J_{ys} - I_{xs}},$$

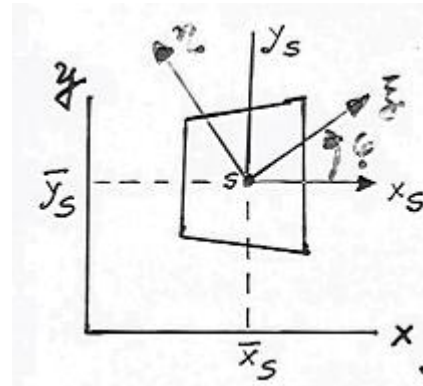
$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \arctan t,$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(J_{xs} + J_{ys}),$$

$$A_2 = \left| \frac{1}{2}(J_{xs} - J_{ys}) \cos(2\varphi_0) - J_{xys} \sin(2\varphi_0) \right|$$

### Μεγίστη και ελαχίστη ροπή αδράνειας

$$\max J = J_\xi = A_1 + A_2, \quad \min J = J_\eta = A_1 - A_2$$



# Γεωμετρικά μεγέθη πολυγωνικά περικλειόμενων διατομών

## Κύριοι άξονες αδράνειας

### Διεύθυνση κυρίων αξόνων

$\varphi$  : γωνία στροφής ως προς τον άξονα  $x_s$

	$J_{xs} < J_{ys}$			$J_{xs} = J_{ys}$			$J_{xs} > J_{ys}$		
$J_{xys}$	< 0	= 0	> 0	< 0	= 0	> 0	< 0	= 0	> 0
$t$	< 0	= 0	> 0	-"∞"	0/0	+"∞"	> 0	= 0	< 0
$\varphi_0$	< 0	= 0	> 0	-45°	*)	+45°	> 0	= 0	< 0
$\varphi$	$\varphi_0 + 90^\circ$	90°	$\varphi_0 - 90^\circ$	+45°		-45°	$\varphi_0$	= 0	$\varphi_0$
Περίπτωση η	a (1)	b (2)	c (3)	d (4)	(5)	e (6)	f (7)	g (8)	h (9)



# Παράδειγμα: Υπολογισμός με το excel

Microsoft Excel - Example1.xls

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help Adobe PDF

Type a question for help

H33 fx

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Σημείο	Συντεταγμένες		1	2	3	4	5	6	7 (1-2)	8 (7*4)	9 (7*3)	10 (7*(4*2-6))	11 (7*(3*2-5))	12 (7*(3*4-0.5*(1+2)))
2	α/α	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> y <sub>i+1</sub>	x <sub>i+1</sub> y <sub>i</sub>	x <sub>i+1</sub> +x <sub>i</sub>	y <sub>i+1</sub> +y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> x <sub>i+1</sub>	y <sub>i+1</sub> y <sub>i</sub>						
3	1	0,00	0,00	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	4,00	0,00	12	0	8	3	16	0	12	36	96	108	576	216
5	3	4,00	3,00	28	0	4	10	0	21	28	280	112	2212	448	728
6	4	0,00	7,00	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0
7	5=1	0,00	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8															
9															
10										40	316	208	2320	1024	944
11															
12	Εμβαδόν	Στατικές ροπές	Συντεταγμένες κέντρου βάρους	Ροπές αδράνειας		Φυγ.ροπή αδράνειας	Κεντροβαρικές ροπές αδράνειας								
13	A	S <sub>x</sub>	S <sub>y</sub>	x <sub>s</sub>	y <sub>s</sub>	J <sub>xx</sub>	J <sub>yy</sub>	J <sub>xy</sub>	J <sub>xs</sub>	J <sub>ys</sub>	J <sub>xys</sub>				
14	20,000	52,667	34,667	1,733	2,633	193,333	85,333	78,667	54,644	25,244	-12,622				
15															
16		$A = \iint dx dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$					$J_{xx} = \iint y^2 dx dy = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n \left\{ (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) [(y_i + y_{i+1})^2 - y_i y_{i+1}] \right\}$								
17		$S_x = \iint y dx dy = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n [(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) (y_i + y_{i+1})]$					$J_{yy} = \iint x^2 dx dy = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n \left\{ (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) [(x_i + x_{i+1})^2 - x_i x_{i+1}] \right\}$								
18		$S_y = \iint x dx dy = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n [(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) (x_i + x_{i+1})]$					$J_{xy} = \iint xy dx dy =$								
19							$= \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n \left\{ (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \left[ (x_i + x_{i+1}) (y_i + y_{i+1}) - \frac{1}{2} (x_i y_{i+1} + x_{i+1} y_i) \right] \right\}$								
20		$\bar{x}_s = \frac{S_y}{A}, \quad \bar{y}_s = \frac{S_x}{A}$					$J_{xs} = J_{xx} - A \bar{y}_s^2, \quad J_{ys} = J_{yy} - A \bar{x}_s^2, \quad J_{xys} = J_{xy} - A \bar{x}_s \bar{y}_s$								
21															
22															
23															
24															
25															
26															
27															
28															
29															
30															

Ready CAPS NUM



# Παράδειγμα: Υπολογισμός με το excel

Microsoft Excel - Example1.xls

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help Adobe PDF

Type a question for help

J31 fx

31

32 **Κύριοι άξονες αδράνειας**

33

34

35  $t = \tan(2\varphi_0) = \frac{2J_{xy}}{J_{xx} - J_{yy}}$ ,

36

37

38  $\varphi_0 = \frac{1}{2} \arctan t$ ,

39

40  $A_1 = \frac{1}{2}(J_{xx} + J_{yy})$ ,

41

42  $A_2 = \left| \frac{1}{2}(J_{xx} - J_{yy}) \cos(2\varphi_0) - J_{xy} \sin(2\varphi_0) \right|$

43

44

45

46  $\varphi$ : γωνία στροφής ως προς τον άξονα  $x$ ,

47

48

	$J_{xx} < J_{yy}$			$J_{xx} = J_{yy}$			$J_{xx} > J_{yy}$		
	< 0	= 0	> 0	< 0	= 0	> 0	< 0	= 0	> 0
$J_{xy}$	< 0	= 0	> 0	< 0	= 0	> 0	< 0	= 0	> 0
$t$	< 0	= 0	> 0	-"∞"	0/0	+"∞"	> 0	= 0	< 0
$\varphi_0$	< 0	= 0	> 0	-45°	*	+45°	> 0	= 0	< 0
$\varphi$	$\varphi_0 + 90^\circ$	90°	$\varphi_0 - 90^\circ$	+45°		-45°	$\varphi_0$	= 0	$\varphi_0$
Περίπτωση	a (1)	b (2)	c (3)	d (4)	(5)	e (6)	f (7)	g (8)	h (9)

Περίπτωση	Ενεργή	Αν ήταν, πόση θα ήταν η $\varphi$ :
1	a	0
2	b	0
3	c	0
4	d	0
5		0
6	e	0
7	f	1
8	g	0
9	h	0

Ενεργή είναι η περίπτωση 7

Log1	1
Log2	0
Log3	1
Log4	1

31 t 0,859

32  $\varphi_0$  20,326 μοίρες

33 A1 39,944

34 A2 19,376

35 TOL 0,000

36 maxJ 59,319957

37 minJ 20,568932

38 Γωνία  $\varphi$  20,325611

39 Περίπτωση f

Sheet5 / Sheet4 / Sheet1 / Sheet2 / Sheet3



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Αναστάσιος Σέξτος.  
«Εφαρμογές πληροφορικής σε θέματα πολιτικού μηχανικού». Έκδοση: 1.0.  
Θεσσαλονίκη 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή

διεύθυνση: <http://eclass.auth.gr/courses/OCRS459/>





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>





# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Ολυμπία Τασκάρη  
Θεσσαλονίκη, 1/9/2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

---

# Σημειώματα

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

