



ΗΜΙΑΓΩΓΑ ΥΛΙΚΑ: ΘΕΩΡΙΑ-ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

Μέρος 1^ο: Στοιχεία Θεωρίας Ημιαγωγών
Ενότητα 3^η : Κβάντωση ενέργειας.

Γεώργιος Λιτσαρδάκης
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
& Μηχανικών Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





3. Κβάντωση ενέργειας.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



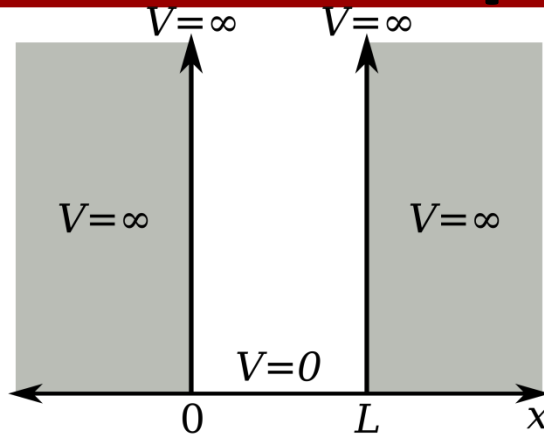
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Περιεχόμενα ενότητας

1. Περιορισμένο σωματίο.
2. Αρχή του Pauli.
3. Το άτομο του υδρογόνου.
4. Ο περιοδικός πίνακας.



περιορισμένο σωματίο - κβάντωση ενέργειας



Περιορισμένο Σωματίο

Πηγή: Created by [bdesham](#) in Inkscape,

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/27/Infinite_potential_well.svg/2000px-Infinite_potential_well.svg.png
https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_mechanics

- Η ενέργεια του περιορισμένου σωματίου είναι κβαντισμένη, δηλ. παίρνει διακριτές τιμές:

$$E = \hbar^2 k_n^2 / 8m\pi^2 = \hbar^2 n^2 / 8mL^2, \quad n=1,2,3\dots$$

- για $U = \infty$ είναι $\psi = 0$.
- Μέσα στον κρύσταλλο: $d^2\psi/dx^2 = -(2mE/\hbar^2)\psi = -k^2\psi$
- λύσεις της μορφής $\psi(x) = A\exp(ikx) + B\exp(-ikx)$.

(οριακές συνθήκες:) $\psi(0) = 0 \Rightarrow A\exp(0) + B\exp(-0) = A + B = 0$



περιορισμένο σωματίο - κβάντωση ενέργειας

Μέσα στον κρύσταλλο: $d^2\psi/dx^2 = -(2mE/h^2)\psi = -k^2\psi$

- λύσεις της μορφής $\psi(x) = A\exp(ikx) + B\exp(-ikx)$.
(οριακές συνθήκες:) $\psi(0) = 0 \Rightarrow A\exp(0) + B\exp(-0) = A + B = 0$

Τότε $\psi(x) = A[\exp(ikx) - \exp(-ikx)] = 2iA\sin(kx)$

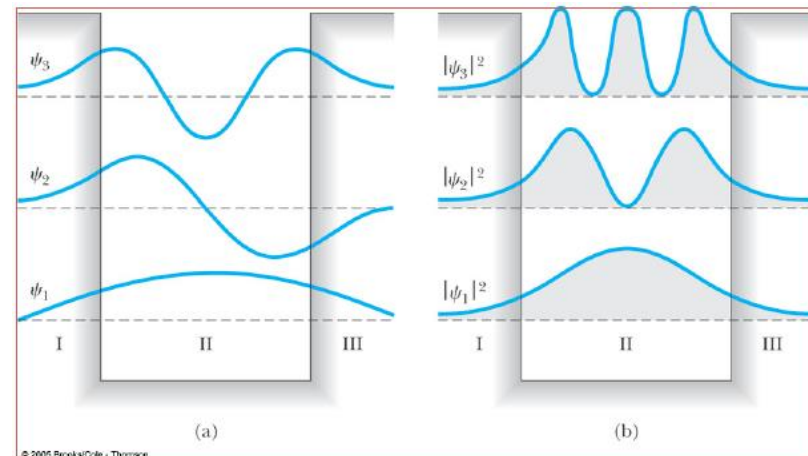
$\psi(L) = 0 \Rightarrow \sin kL = 0 \Rightarrow kL = n\pi \Rightarrow k_n = n\pi/L, n = 1, 2, 3, \dots$

Επομένως $\psi(x) = 2iA\sin(k_n x)$

(από τη συνθήκη κανονικοποίησης) $A = \sqrt{1/2L}$

δηλ. $\psi(x) = i\sqrt{2/L}\sin(n\pi x/L)$ (εξίσωση στάσιμου κύματος)

- σε τρεις διαστάσεις, τρεις κβαντικοί αριθμοί
 - $\psi = \sqrt{8/L^3} \sin(n_x\pi x/L) \sin(n_y\pi y/L) \sin(n_z\pi z/L)$
 - $E = h^2 n^2 / 8mL^2$, όπου $n^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$, $n_i = 1, 2, 3, \dots$



Κυματοσυναρτήσεις σε πεπερασμένα πηγάδια δυναμικού

Πηγή: Wilfrid Laurier University, Faculty of Science, Instructor: Dr. Shohini Ghose <http://bohr.wlu.ca/pc321/Phys321Lec6.pdf>



το άτομο του υδρογόνου

- (μόνο 1 ηλεκτρόνιο)
- Το ηλεκτρόνιο υπόκειται σε δυναμικό Coulomb $U(r)=q^2/4\pi\epsilon_0 r$. Επειδή έχει σφαιρική συμμετρία χρησιμοποιούμε πολικές συντεταγμένες r, θ, ϕ .
- Η κυματοσυνάρτηση έχει τη μορφή $\Psi=R(r)\cdot\Theta(\theta)\cdot\Phi(\phi)$ και υπολογίζεται με τη μέθοδο του χωρισμού των μεταβλητών. Η ενέργεια τελικά είναι
$$E \sim -1/n^2 \quad (= -e^4 m / 8 h^2 \epsilon_0^2 n^2) = -13,6/n^2 \text{ eV}$$
- Προκύπτουν τρεις ακέραιοι κβαντικοί αριθμοί για τις τρεις συντεταγμένες: n, ℓ, m . Υπάρχει και ένας τέταρτος, το σπιν s .
$$n=1,2,3\dots \quad 0 < \ell < n \quad -\ell < m < \ell \quad s=\pm 1/2$$
- *αρχή του Pauli*: Ένα μόνο ηλεκτρόνιο σε κάθε κατάσταση \rightarrow δεν επιτρέπεται να έχουν δύο ηλεκτρόνια ίδιους και τους τέσσερις κβαντικούς αριθμούς
- συνδυασμός κβαντικών αριθμών: δίνει τις επιτρεπτές ενεργειακές καταστάσεις για τα ηλεκτρόνια των στοιχείων (περιοδικός πίνακας)



περιοδικός πίνακας

Atomic number	Symbol	Electron configuration	Atomic number	Symbol	Electron configuration	Atomic number	Symbol	Electron configuration
1	H	1s ¹	37	Rb	[Kr]5s ¹	73	Ta	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ³
2	He	1s ²	38	Sr	[Kr]5s ²	74	W	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ⁴
3	Li	[He]2s ¹	39	Y	[Kr]5s ² 4d ¹	75	Re	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ⁵
4	Be	[He]2s ²	40	Zr	[Kr]5s ² 4d ²	76	Os	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ⁶
5	B	[He]2s ² 2p ¹	41	Nb	[Kr]5s ¹ 4d ⁴	77	Ir	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ⁷
6	C	[He]2s ² 2p ²	42	Mo	[Kr]5s ¹ 4d ⁵	78	Pt	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ⁸
7	N	[He]2s ² 2p ³	43	Tc	[Kr]5s ² 4d ⁵	79	Au	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰
8	O	[He]2s ² 2p ⁴	44	Ru	[Kr]5s ¹ 4d ⁶	80	Hg	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰
9	F	[He]2s ² 2p ⁵	45	Rh	[Kr]5s ¹ 4d ⁸	81	Tl	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6p ¹
10	Ne	[He]2s ² 2p ⁶	46	Pd	[Kr]4d ¹⁰	82	Pb	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6p ²
11	Na	[Ne]3s ¹	47	Ag	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰	83	Bi	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6p ³
12	Mg	[Ne]3s ²	48	Cd	[Kr]5s ² 4d ¹⁰	84	Po	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6p ⁴
13	Al	[Ne]3s ² 3p ¹	49	In	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰ 5p ¹	85	At	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6p ⁵
14	Si	[Ne]3s ² 3p ²	50	Sn	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰ 5p ²	86	Rn	[Xe]6s ⁴ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰ 6p ⁶
15	P	[Ne]3s ² 3p ³	51	Sb	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰ 5p ³	87	Fr	[Rn]7s ¹
16	S	[Ne]3s ² 3p ⁴	52	Te	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰ 5p ⁴	88	Ra	[Rn]7s ²
17	Cl	[Ne]3s ² 3p ⁵	53	I	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰ 5p ⁵	89	Ac	[Rn]7s ² 6d ¹
18	Ar	[Ne]3s ² 3p ⁶	54	Xe	[Kr]5s ¹ 4d ¹⁰ 5p ⁶	90	Th	[Rn]7s ² 6d ²
19	K	[Ar]4s ¹	55	Cs	[Xe]6s ¹	91	Pa	[Rn]7s ² 5f ⁶ 6d ¹
20	Ca	[Ar]4s ²	56	Ba	[Xe]6s ²	92	U	[Rn]7s ² 5f ⁶ 6d ¹
21	Sc	[Ar]4s ² 3d ¹	57	La	[Xe]6s ² 5d ¹	93	Np	[Rn]7s ² 5f ⁶ 6d ¹
22	Ti	[Ar]4s ² 3d ²	58	Ce	[Xe]6s ² 4f ¹ 5d ¹	94	Pu	[Rn]7s ² 5f ⁶
23	V	[Ar]4s ² 3d ³	59	Pr	[Xe]6s ² 4f ³	95	Am	[Rn]7s ² 5f ⁷
24	Cr	[Ar]4s ² 3d ⁵	60	Nd	[Xe]6s ² 4f ⁴	96	Cm	[Rn]7s ² 5f ⁶ 6d ¹
25	Mn	[Ar]4s ² 3d ⁵	61	Pm	[Xe]6s ² 4f ⁵	97	Bk	[Rn]7s ² 5f ⁷
26	Fe	[Ar]4s ² 3d ⁶	62	Sm	[Xe]6s ² 4f ⁶	98	Cf	[Rn]7s ² 5f ¹⁰
27	Co	[Ar]4s ² 3d ⁷	63	Eu	[Xe]6s ² 4f ⁷	99	Es	[Rn]7s ² 5f ¹¹
28	Ni	[Ar]4s ² 3d ⁸	64	Gd	[Xe]6s ² 4f ⁷ 5d ¹	100	Fm	[Rn]7s ² 5f ¹²
29	Cu	[Ar]4s ² 3d ¹⁰	65	Tb	[Xe]6s ² 4f ⁹	101	Md	[Rn]7s ² 5f ¹³
30	Zn	[Ar]4s ² 3d ¹⁰	66	Dy	[Xe]6s ² 4f ¹⁰	102	No	[Rn]7s ² 5f ¹⁴
31	Ga	[Ar]4s ² 3d ¹⁰ 4p ¹	67	Ho	[Xe]6s ² 4f ¹¹	103	Lr	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ¹
32	Ge	[Ar]4s ² 3d ¹⁰ 4p ²	68	Er	[Xe]6s ² 4f ¹²	104	Rf	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ²
33	As	[Ar]4s ² 3d ¹⁰ 4p ³	69	Tm	[Xe]6s ² 4f ¹³	105	Db	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ³
34	Se	[Ar]4s ² 3d ¹⁰ 4p ⁴	70	Yb	[Xe]6s ² 4f ¹⁴	106	Sg	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ⁴
35	Br	[Ar]4s ² 3d ¹⁰ 4p ⁵	71	Lu	[Xe]6s ² 4f ¹⁴ 5d ¹	107	Bh	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ⁵
36	Kr	[Ar]4s ² 3d ¹⁰ 4p ⁶	72	Hf	[Xe]6s ² 4f ¹⁴ 5d ²	108	Hs	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ⁶
						109	Mt	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ⁷
						110	Ds	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ⁸
						111	Rg	[Rn]7s ² 5f ¹⁴ 6d ¹⁰

Στοιχεία και τροχιακά Περιοδικού Πίνακα

Πηγή: IB Chemistry, Topic 12.1: Electronic Configuration,
 Posted by [Le. Jeffrey](#)
<http://myibchemistry.blogspot.gr/2013/11/topic-121-electronic-configuration.html>

Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία - Διατάξεις

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών



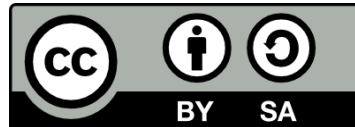
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λιτσαρδάκης Γεώργιος.
«Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία – Διατάξεις» Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS463>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Καρανάσιος Νικόλαος
Θεσσαλονίκη, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ