



ΗΜΙΑΓΩΓΑ ΥΛΙΚΑ: ΘΕΩΡΙΑ-ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

Μέρος 1^ο: Στοιχεία Θεωρίας Ημιαγωγών
Ενότητα 10^η: Διάχυση. Ημιαγωγοί εκτός θερμοδυναμικής
ισορροπίας.

Γεώργιος Λιτσαρδάκης
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών
& Μηχανικών Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





10. Διάχυση. Ημιαγωγοί εκτός θερμοδυναμικής ισορροπίας.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Περιεχόμενα ενότητας

1. Νόμος του Fick, συντελεστής διάχυσης, ρεύμα διάχυσης.
2. Γένεση και ανασύνδεση φορέων σε ισορροπία, άμεση-έμμεση ανασύνδεση.
3. Συνθήκες μη-ισορροπίας, επίπεδο έγχυσης φορέων, ταχύτητα ανασύνδεσης, χρόνος ζωής.
4. Σταθερή κατάσταση μη-ισορροπίας.
5. Εξίσωση συνέχειας.
6. Εξίσωση διάχυσης, άμεση-έμμεση ανασύνδεση.



διάχυση

- Ροή προς την πλευρά με τη χαμηλότερη συγκέντρωση
- Νόμος του Fick $F = -D \frac{dN(x)}{dx}$
- Συντελεστής διάχυσης $D = (kT/e) \cdot \mu$
- Δύο συνιστώσες ρεύματος διάχυσης

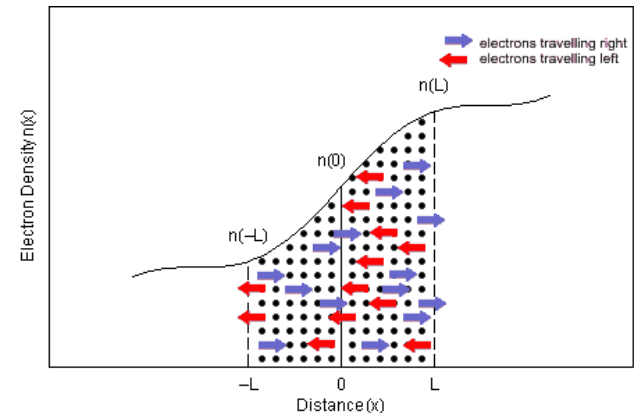
$$J_{(\delta)} = J_{n(\delta)} + J_{p(\delta)}$$

– ρεύμα διάχυσης ηλεκτρονίων

$$J_{n(\delta)}(x) = eD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

– ρεύμα διάχυσης οπών

$$J_{p(\delta)}(x) = -eD_p \frac{dp(x)}{dx}$$



Electron concentration with distance. L is the mean free distance. Πυκνότητα ηλεκτρονίων και κίνησή τους με το μηχανισμό της διάχυσης.

Πηγή: <http://britneyspears.ac/physics/diffusion/images/Image7.gif>
<http://britneyspears.ac/physics/diffusion/diffusion.htm>



2 είδη ρευμάτων & 2 είδη φορέων

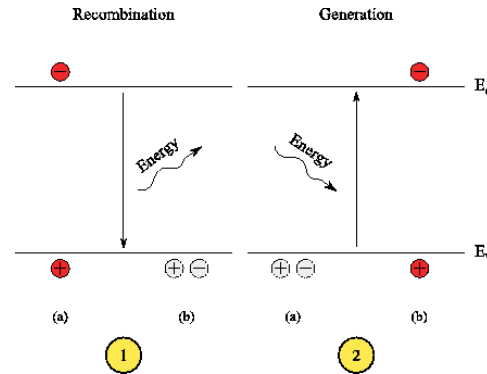
- Η συνολική αγωγή του ρεύματος οφείλεται στη μετατόπιση και στη διάχυση ηλεκτρονίων και οπών

$$J_n = J_{n(\mu)} + J_{n(\delta)} = ne\mu_e \mathbf{E} + eD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$J_p = J_{p(\mu)} + J_{p(\delta)} = pe\mu_h \mathbf{E} - eD_p \frac{dp(x)}{dx}$$



γένεση - ανασύνδεση φορέων



Γένεση και ανασύνδεση φορέων

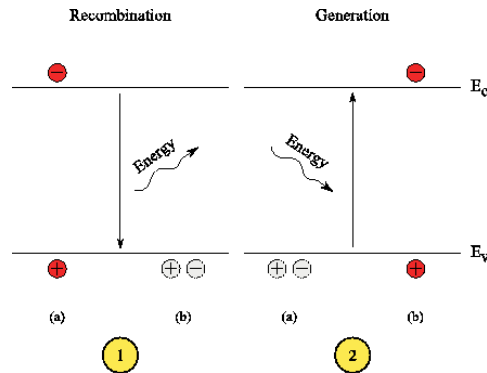
Direct generation/recombination process. During photon assisted recombination an electron from the conduction band re-combines with a hole in the valence band. The excess energy is transferred to a photon. The reverse process obtains its energy from radiation and generates an electron hole pair.

Πηγή: [R. Entner: Modeling and Simulation of Negative Bias Temperature Instability](http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/entner/img158.png), <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/entner/node11.html>

- Διαρκής θερμική διέγερση και αποδιέγερση ηλεκτρονίων
- Η ταχύτητα ανασύνδεσης r των ηλεκτρονίων είναι ανάλογη της συγκέντρωσής τους, $r = -dn/dt = \alpha \cdot n$
- Η πιθανότητα ανασύνδεσης α ενός ηλεκτρονίου είναι ανάλογη του αριθμού των οπών, $\alpha = B \cdot p$
- Επομένως η ταχύτητα ανασύνδεσης r των ηλεκτρονίων είναι ανάλογη του γινομένου ηλεκτρονίων-οπών: $r = -dn/dt = \alpha \cdot n = B \cdot np$



γένεση - ανασύνδεση φορέων σε ισορροπία



Γένεση και ανασύνδεση φορέων

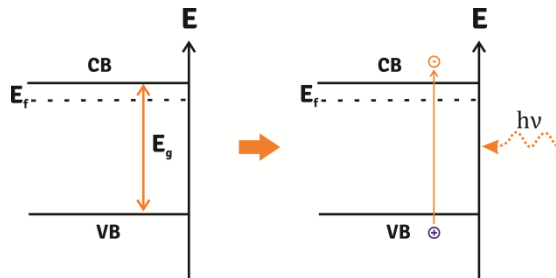
Direct generation/recombination process. During photon assisted recombination an electron from the conduction band re-combines with a hole in the valence band. The excess energy is transferred to a photon. The reverse process obtains its energy from radiation and generates an electron hole pair.

Πηγή: [R. Entner: Modeling and Simulation of Negative Bias Temperature Instability](http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/entner/node11.html), <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/entner/img158.png>
<http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/entner/node11.html>

- Σε θερμική ισορροπία ($np=n_i^2$) η ταχύτητα θερμικής γένεσης $g_{Th}=g(T)$ είναι ίση με την ταχύτητα θερμικής ανασύνδεσης $r_{Th} = r(n,p)$
- $g_{Th} = r_{Th} = Bn_0p_0 = Bn_i^2$
- η καθαρή ταχύτητα ανασύνδεσης των φορέων είναι μηδέν $r - g_{Th} = -d\Delta n/dt = r_{Th} - g_{Th} = 0$

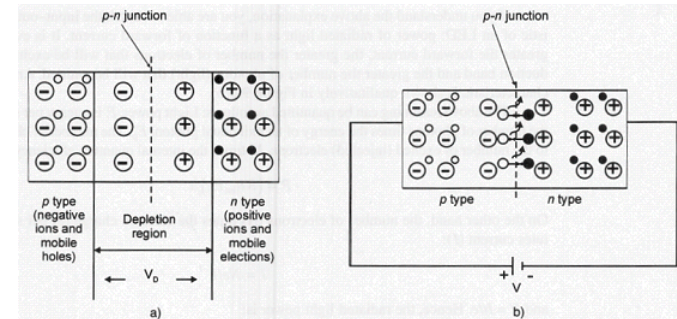


Συνθήκες μη-ισορροπίας



Διέγερση ενδογενούς ηλεκτρονίου.

Πηγή: Enhancement of Photoelectrocatalysis Efficiency by Using Nanostructured Electrodes, Guilherme Garcia Bessegato¹, Thaís Tasso Guaraldo¹ and Maria Valnice Boldrin Zanoni¹, [1] Department of Analytical Chemistry, Institute of Chemistry, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Araraquara, Brazil,
<http://www.intechopen.com/source/html/46877/media/fig1.png>
<http://www.intechopen.com/books/modern-electrochemical-methods-in-nano-surface-and-corrosion-science/enhancement-of-photoelectrocatalysis-efficiency-by-using-nanostructured-electrodes>



Light radiation by the p-n junction of a semiconductor: (a) Depletion region and depletion voltage, V_D ; (b) light radiation as the result of electron-hole recombinations. Ανάστροφη και ορθή πόλωση σε επαφή p-n.

Πηγή: Light Emitting Diodes (LEDs), Publish Date: Sep 12, 2013, Purchase Fiber-Optic Communications Technology from Prentice Hall
<http://www.ni.com/cms/images/devzone/ph/d15b7a87579.gif>
<http://www.ni.com/white-paper/14803/en/>

- $n = n_0 + \Delta n$, $p = p_0 + \Delta p$
- Δημιουργία ζευγών ηλεκτρονίων-οπών με οπτική διέγερση, $\Delta n = \Delta p$, $n p > n_0 p_0 = n_i^2$
- Εγχυση ή αφαίρεση φορέων από το ηλεκτρικό κύκλωμα $n p > n_0 p_0$ ή $n p < n_0 p_0$

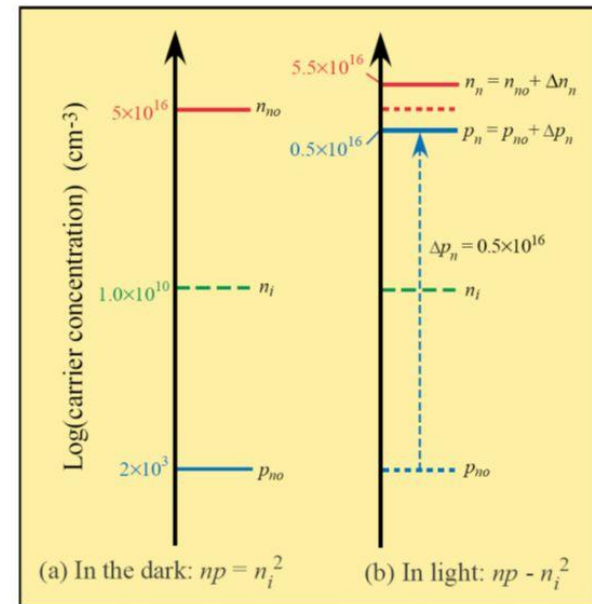


Χαμηλό ή υψηλό επίπεδο έγχυσης

Σε χαμηλή έγχυση
($\Delta n \ll n_o$) αυξάνονται
σημαντικά οι φορείς
της μειονότητας

$$n = n_o + \Delta n \approx n_o,$$

$$p = p_o + \Delta p \approx \Delta p \gg p_o$$



Low-level injection in an n -type semiconductor does not significantly affect n_n but drastically affects the minority carrier concentration p_n .

Fig 5.25

From *Principles of Electronic Materials and Devices, Third Edition*, S.O. Kasap (© McGraw-Hill, 2006)

Πηγή: Principles of Electronic materials and Devices, 3rd Edition, S. O. Kasap,
http://images.slideplayer.com/16/4881792/slides/slide_50.jpg
<http://slideplayer.com/slide/4881792/>



γένεση & ανασύνδεση φορέων σε μη-ισορροπία

- Ρυθμός γένεσης g_L
- ταχύτητα μεταβολής των πλεοναζόντων φορέων (οπές σε ημιαγωγό τύπου n):

$$dp_n(t)/dt = d\Delta p(t)/dt = g_L + g_{Th} - r = g_L - (r - g_{Th}) = g_L - \Delta p(t)/\tau_p$$

- $(r - g_{Th}) = Bn_o \Delta p(t) = \Delta p(t)/\tau_p$ η "καθαρή ταχύτητα ανασύνδεσης"
- $\tau_p = 1/Bn_o$ ο "χρόνος ζωής" των πλεοναζόντων φορέων μειονότητας (οπών)



υπολογισμός

υπολογισμός $dp_n/dt = g_L + g_{Th} - r$:

Επειδή $g_{Th} = r_{Th} = Bn_o p_o$, $n = n_o + \Delta n$, $p = p_o + \Delta p$ είναι

$$r = Bnp = B(n_o + \Delta n)(p_o + \Delta p) =$$

$$= B[(n_o p_o) + (n_o \Delta p) + (p_o \Delta n) + (\Delta n \Delta p)] =$$

το $p_o \Delta n$ παραλείπεται, επειδή $p_o \ll \Delta p = \Delta n \ll n_o$

και αν $\Delta n \Delta p \ll n_o p_o$, ή $\Delta n = \Delta p < n_o$, τότε

$$r = B[(n_o p_o) + (n_o \Delta p)]$$

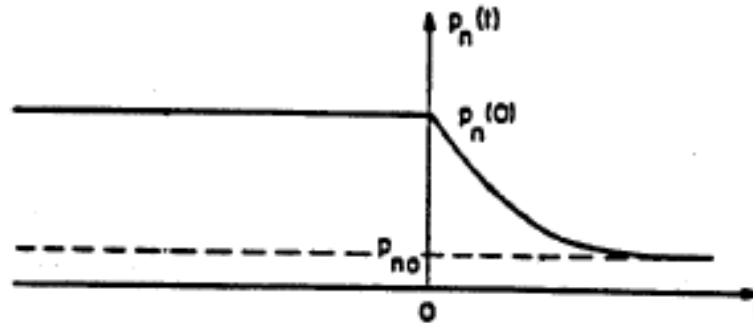
$$dp_n/dt = g_L + g_{Th} - r = g_L + Bn_o p_o - B[(n_o p_o) + (n_o \Delta p)] = g_L - Bn_o \Delta p$$

$$= g_L - \Delta p / \tau_p$$



Σταθερή κατάσταση μη-ισορροπίας

- Με σταθερή διέγερση, η πυκνότητα των πλεοναζόντων φορέων δεν αυξάνεται συνεχώς, γιατί αυξάνεται αντίστοιχα και η ταχύτητα ανασύνδεσης
- $dp_n(t)/dt = g_L - \Delta p(t)/\tau_p = 0 \Rightarrow \Delta n = \Delta p = g_L \cdot \tau_p$



- Όταν η έγχυση σταματήσει, $g_L=0$ σε $t=0$:
οι πλεονάζοντες φορείς μειώνονται εκθετικά με το χρόνο
 $d\Delta p_n(t)/dt = g_L - \Delta p(t)/\tau_p = -\Delta p(t)/\tau_p \Rightarrow \Delta p(t) = \Delta p(0) \exp(-t/\tau_p)$
ο χρόνος ζωής τ_p είναι η σταθερά της εκθετικής απόσβεσης



Εξίσωση συνέχειας

- η χρονική μεταβολή του αριθμού των φορέων σε μια περιοχή καθορίζεται από τη μεταβολή της ροής των φορέων και τη μεταβολή λόγω ανασύνδεσης

$$\frac{d\Delta p(x,t)}{dt} = -\frac{1}{e} \cdot \frac{dJ_p}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

$$\frac{d\Delta p(x,t)}{dt} = -\frac{d\left(p\mu_h \mathcal{E} - D_p \frac{dp}{dx}\right)}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$



Εξίσωση διάχυσης

$$\frac{d\Delta p(x,t)}{dt} = - \frac{d\left(p\mu_h \mathbf{E} - D_p \frac{dp}{dx}\right)}{dx} - \frac{\Delta p}{\tau_p} \approx D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

- Για χαμηλό επίπεδο έγχυσης ο όρος της μετατόπισης στη ροή των φορέων μειονότητας είναι αμελητέος
- Σε σταθερή κατάσταση ($d\Delta p/dt=0$)

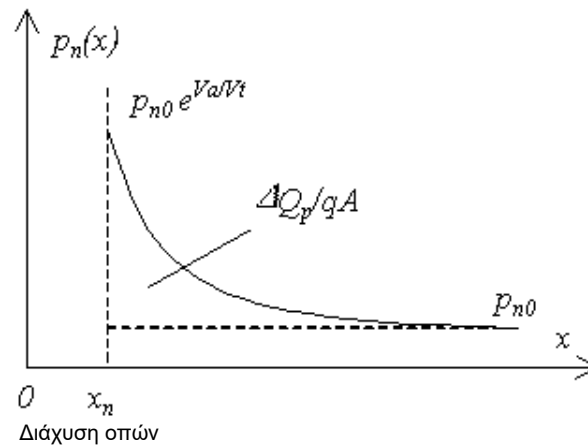
$$\frac{d^2 \Delta p}{dx^2} = \frac{\Delta p}{D_p \tau_p} = \frac{\Delta p}{L_p^2}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

L_p το μήκος διάχυσης



Λύση της εξίσωσης διάχυσης



Πηγή: Principles of Semiconductor Devices, B. Van Zeghbroeck, 2011, Boulder, December 2004 , http://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/chapter4/gif/fig4_4_6.gif

- Η γενική λύση της $\frac{d^2 \Delta p}{dx^2} = \frac{\Delta p}{D_p \tau_p} = \frac{\Delta p}{L_p^2}$ είναι

$$\Delta p(x) = C_1 \exp(x/L_p) + C_2 \exp(-x/L_p)$$

αν $\Delta p(\infty) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow \Delta p(0) = C_2$, τότε

$$\Delta p(x) = \Delta p(0) \exp(-x/L_p)$$

- Για σταθερή έγχυση, οι πλεονάζοντες φορείς μειοψηφίας μειώνονται εκθετικά με την απόσταση από την επαφή έγχυσης
- Το μήκος διάχυσης είναι η σταθερά της εκθετικής απόσβεσης



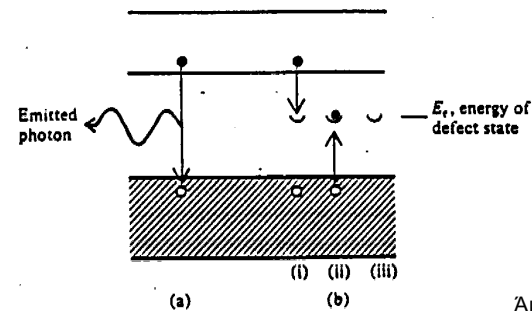
Ρεύμα διάχυσης

- $\Delta p(x) = \Delta p(0) \exp(-x/L_p)$
- Το ρεύμα διάχυσης των οπών σε ημιαγωγό τύπου n

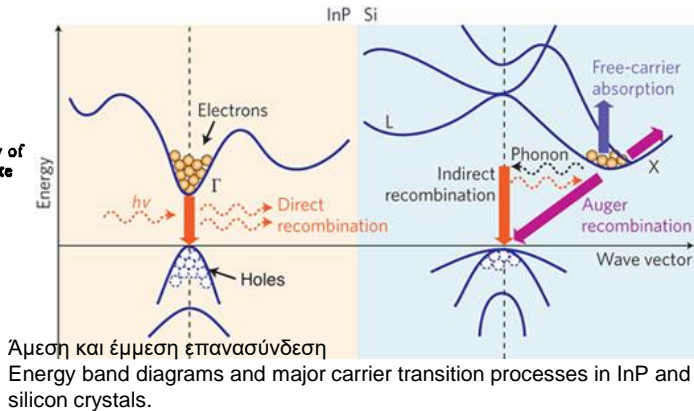
$$J_p(x) = -eD_p \frac{dp(x)}{dx} = \left(\frac{eD_p}{L_p} \right) \Delta p(0) \exp\left(-\frac{x}{L_p} \right)$$



Άμεση – έμμεση ανασύνδεση



<http://jas.eng.buffalo.edu/index.html>

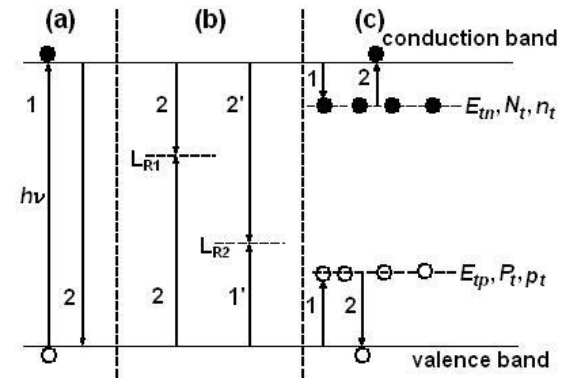


Άμεση και έμμεση επανασύνδεση

Energy band diagrams and major carrier transition processes in InP and silicon crystals.

Πηγή: Recent progress in lasers on silicon, Di Liang & John E. Bowers
Nature Photonics 4, 511 - 517 (2010) Published online: 30 July 2010
doi:10.1038/nphoton.2010.167 ,

<http://www.nature.com/nphoton/journal/v4/n8/images/nphoton.2010.167-f1.jpg>
http://www.nature.com/nphoton/journal/v4/n8/fig_tab/nphoton.2010.167_F1.html



Ενεργειακές στάθμες περιοχών ατελειών

Transitions in bulk semiconductors:

- (a) intrinsic absorption and band-to-band recombination;
- (b) recombination levels;
- (c) trapping levels.

Πηγή: Nanoelectronics and Photonics: From Atoms to Materials, Devices and Architectures (published with permission from Springer),
<http://www.asdn.net/asdn/physics/images/traps1.JPG>
<http://www.asdn.net/asdn/physics/traps.shtml>

- Κατά την απο-διέγερση η ενέργεια του ηλεκτρονίου αποδίδεται είτε ως ακτινοβολία (φωτόνιο), είτε ως θερμότητα στο πλέγμα (φωνόνιο)
- Διατήρηση ενέργειας + ορμής
- "κέντρο" ή "παγίδα ανασύνδεσης" : άτομο πρόσμιξης ή άλλη δομική ατέλεια



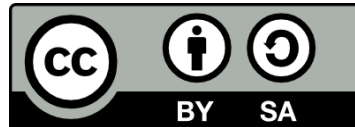
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Λιτσαρδάκης Γεώργιος.
«Ημιαγωγά Υλικά: Θεωρία – Διατάξεις» Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS463>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

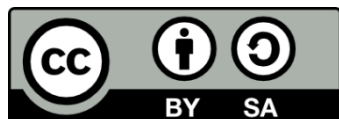
[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Καρανάσιος Νικόλαος
Θεσσαλονίκη, 2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ