ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Υπόγεια Υδραυλική και Υδρολογία

Ενότητα 8: Συστήματα πηγαδιών - Μέθοδος εικόνων

Καθηγητής Κωνσταντίνος Λ. Κατσιφαράκης
Αναπληρωτής Καθηγητής Νικόλαος Θεοδοσίου

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών ΑΠΘ

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Άδειες Χρήσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Συστήματα πηγαδιών-Μέθοδος εικόνων

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Ροή με πίεση προς σύστημα πηγαδιών (1/3)

- Πτώση υδραυλικού φορτίου σε απόσταση r λόγω άντλησης από μεμονωμένο πηγάδι

$$\Delta h = -\frac{Q}{2\pi K \alpha}\ln\frac{r}{R}$$

όπου R η ακτίνα επιρροής

Λόγω της γραμμικότητας της εξίσωσης, θεωρείται ότι ισχύει η αρχή της επαλληλίας. Δηλαδή εάν Δh_1 και Δh_2 δύο λύσεις της εξίσωσης τότε το άθροισμα $\Delta h_1 + \Delta h_2$ είναι επίσης λύση της εξίσωσης.

Ροή με πίεση προς σύστημα πηγαδιών (2/3)

Πτώση στάθμης στο σημείο (x,y) λόγω άντλησης παροχής Q_1 και Q_2 από πηγάδια στα σημεία (-b,0) και (+b,0) αντιστοίχως.

$$\Delta h_1 = -\frac{Q_1}{2\pi K \alpha} \ln \frac{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}{R}$$

$$\Delta h_2 = -\frac{Q_2}{2\pi K \alpha} \ln \frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{R}$$

Ροή με πίεση προς σύστημα πηγαδιών (3/3)

Εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας:

$$\Delta h = -\frac{1}{2\pi K \alpha}\left[Q_1 \ln \frac{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}{R} + Q_2 \ln \frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{R}\right]$$

Γενίκευση της εξίσωσης:

$$\Delta h = -\frac{1}{2\pi K \alpha}\sum_{i=1}^{n} Q_i \ln \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}}{R}$$

Ροή με ελεύθερη επιφάνεια προς σύστημα πηγαδιών (1/2)

Η εξίσωση Boussinesq δεν είναι γραμμική ως προς Η αφού περιλαμβάνει όρους της μορφής Η (dH/dx). Είναι όμως γραμμική ως προς H^2.

Εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας:

$$H^2 = h_1^2 + \frac{Q}{\pi K} \ln \frac{r}{R}$$

Εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας

$$H^2 = n h_1^2 + \frac{1}{\pi K} \sum_{i=1}^{n} Q_i \ln \frac{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}}{R}$$

Ροή με ελεύθερη επιφάνεια προς σύστημα πηγαδιών (2/2)

Επειδή δεν πληροί τις οριακές συνθήκες, προστίθεται και η λύση:

$$H^2 = (1 - n)h_1^2$$

Εξίσωση ελεύθερης επιφάνειας για σύστημα n πηγαδιών:

$$H^2 = h_1^2 + \frac{1}{\pi K}\sum_{i=1}^{n} Q_i \ln \frac{\sqrt{\left(x - x_i\right)^2 + \left(y - y_i\right)^2}}{R}$$

Μέθοδος των εικόνων (1/8)

Για Q_1=Q_2=Q η πτώση στάθμης για ροή με πίεση προς σύστημα 2 πηγαδιών είναι:

$$\Delta h_B = -\frac{1}{2\,\pi\,K\,\alpha}\ln\frac{\sqrt{[(x+b)^2+y^2][(x-b)^2+y^2]}}{R^2}$$

Η παράγωγός της ως προς x:

$$\frac{\partial(\Delta h)}{\partial x} = -\frac{Q}{2\pi\pi K}\left[\frac{x-b}{(x-b)^2+y^2}+\frac{x+b}{(x+b)^2+y^2}\right]$$

Μέθοδος των εικόνων (2/8)

$$\frac{\partial(\Delta h)}{\partial x} = -\frac{Q}{2\pi K\alpha}\left[\frac{x-b}{(x-b)^2+y^2} + \frac{x+b}{(x+b)^2+y^2}\right]$$

Για x = 0 η παράγωγος παίρνει μηδενικές τιμές, δηλαδή κατά τον άξονα των y οι συνιστώσεις των ταχυτήτων κατά x είναι μηδενικές, άρα ο άξονας y συμπεριφέρεται σαν αδιαπέρατο όριο.

Μέθοδος των εικόνων (3/8)

Για Q_2=Q (πηγάδι άντλησης) και Q_1=-Q (πηγάδι φόρτισης) η πτώση στάθμης για ροή με πίεση προς σύστημα πηγαδιών είναι:

$$\Delta h = -\frac{Q}{2\pi K \alpha} \ln \frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}$$

- Η πτώση του υδραυλικού φορτίου είναι ανεξάρτητη από το R
- Για μεγάλες τιμές των x και y το Δh τείνει στο μηδέν, δηλαδή υπάρχει μόνο τοπική κίνηση του νερού κοντά τα πηγάδια.
- Κατά μήκος του άξονα y (για x=0) το Δh είναι μηδέν, δηλαδή ο άξονας y συμπεριφέρεται σαν όριο δεξαμενής.

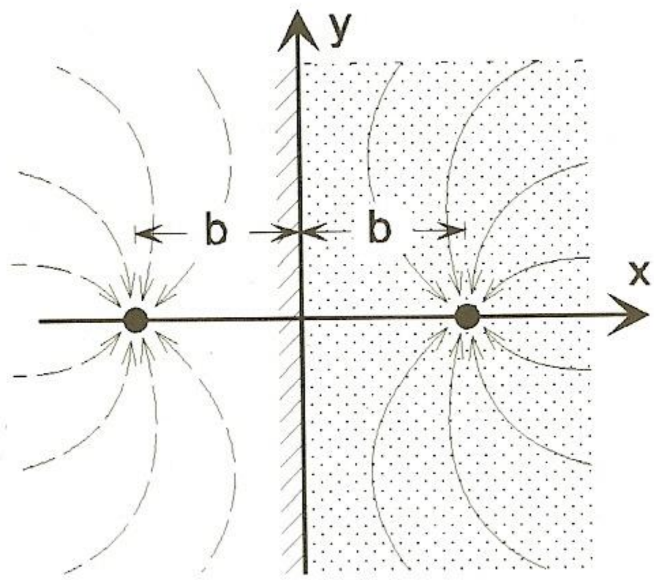
Μέθοδος των εικόνων (4/8)

Παρόμοιες ιδιότητες ισχύουν και για τις ροές με ελεύθερη επιφάνεια.

Συμπεράσματα:

1. Ο άξονας συμμετρίας δύο ίδιων πηγαδιών (άντλησης ή φόρτισης) συμπεριφέρεται σαν αδιαπέρατο όριο.
2. Η μεσοκάθετος μεταξύ ενός πηγαδιού άντλησης και ενός φόρτισης συμπεριφέρεται σαν όριο δεξαμενής.

Μέθοδος των εικόνων (5/8)



Σχήμα 1: Πηγάδι άντλησης (ή φόρτισης) σε απόσταση b από αδιαπέρατο όριο.
Πηγή: Δημ. Τολίκας, ο.π., σελ. 157.

(α) στο αδιαπέρατο όριο y=0 η παράγωγος της πτώσης του υδραυλικού φορτίου είναι μηδενική, (β) σε απόσταση R το Δh=0, (γ) το σημείο x=b, y=0 είναι ανώμαλο.

Μέθοδος των εικόνων (6/8)

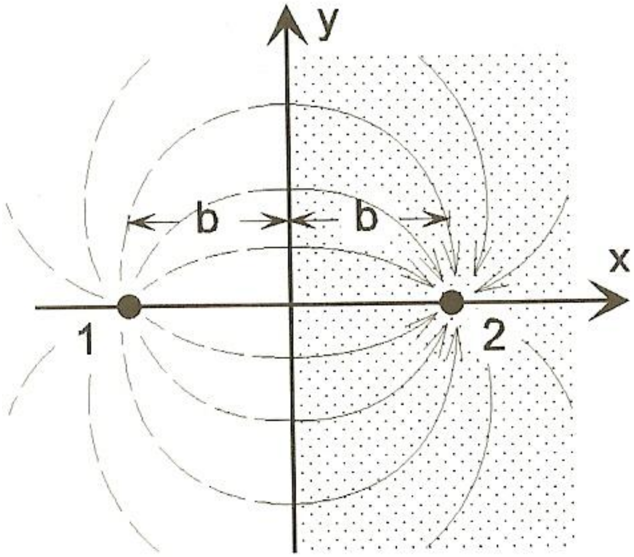
Πηγάδι άντλησης σε απόσταση b από αδιαπέρατο όριο.

$$\Delta h_B = -\frac{1}{2\pi K \alpha} \ln \frac{\sqrt{[(x+b)^2 + y^2]\bullet[(x-b)^2 + y^2]}}{R^2}$$

Η λύση του προβλήματος μπορεί να προκύψει με την μετατροπή του ημιάπειρου πεδίου ροής σε άπειρο και την σύγχρονη εισαγωγή ενός πηγαδιού άντλησης (εικόνα) σε τέτοια θέση ώστε στο αδιαπέρατο όριο η παράγωγος της πτώσης του υδραυλικού φορτίου να είναι μηδενική.

Μέθοδος των εικόνων (7/8)

(α) στο όριο δεξαμενής x=0 το Δh=0, (β) σε άπειρη απόσταση από το πηγάδι το Δh=0, (γ) το σημείο x=b, y=0 είναι ανώμαλο.



Σχήμα 2: Πηγάδι άντλησης (ή φόρτισης) σε απόσταση b από ευθύγραμμο όριο δεξαμενής.

Πηγή: Δημ. Τολίκας, Υπόγεια Υδραυλική, εκδ. Παρατηρητής, 1997, σελ. 157.

Μέθοδος των εικόνων (8/8)

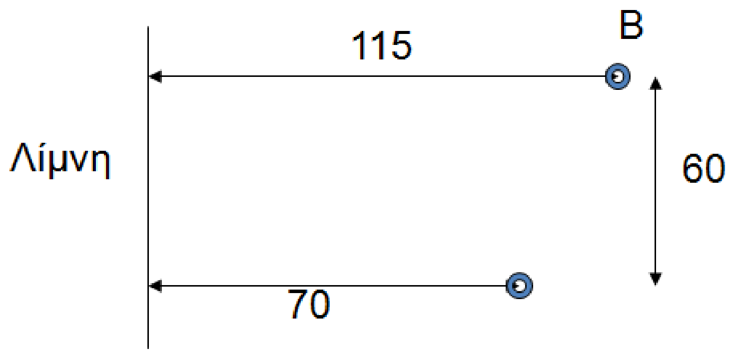
Πηγάδι άντλησης σε απόσταση b από ευθύγραμμο όριο δεξαμενής.

$$\Delta h = -\frac{Q}{2\pi K \alpha} \ln \frac{\sqrt{(x-b)^2 + y^2}}{\sqrt{(x+b)^2 + y^2}}$$

Η λύση του προβλήματος μπορεί να προκύψει με την μετατροπή του ημιάπειρου πεδίου ροής σε άπειρο και την σύγχρονη εισαγωγή ενός πηγαδιού φόρτισης (εικόνα) σε τέτοια θέση ώστε η πτώση στάθμης κατά μήκος του άξονα y να είναι μηδενική.

Μέθοδος των εικόνων - Άσκηση 1 (1/2)

Ημιάπειρος υδροφορέας έχει πάχος α=37m και τροφοδοτείται από λίμνη όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια η μέγιστη συνολική παροχή που μπορεί να αντληθεί από τις γεωτρήσεις Α και Β, ώστε η πτώση στάθμης να μην ξεπεράσει τα 24 m σε κανένα σημείο του υδροφορέα.



Σχήμα 3: σχήμα άσκησης 1.

Δίνεται:

(α) r=0.25m

(β) K=5 10^{-5} m/s

(γ) ροή υπό πίεση

Μέθοδος των εικόνων - Άσκηση 1 (2/2)

Η πτώση στάθμης στην παρειά των πηγαδιών θα είναι ≤24m.

$$\Delta h_A = -\frac{Q_A}{2\pi K \alpha}\ln\frac{0.25}{140} - \frac{Q_B}{2\pi K \alpha}\ln\frac{\sqrt{45^2+60^2}}{\sqrt{185^2+60^2}}$$

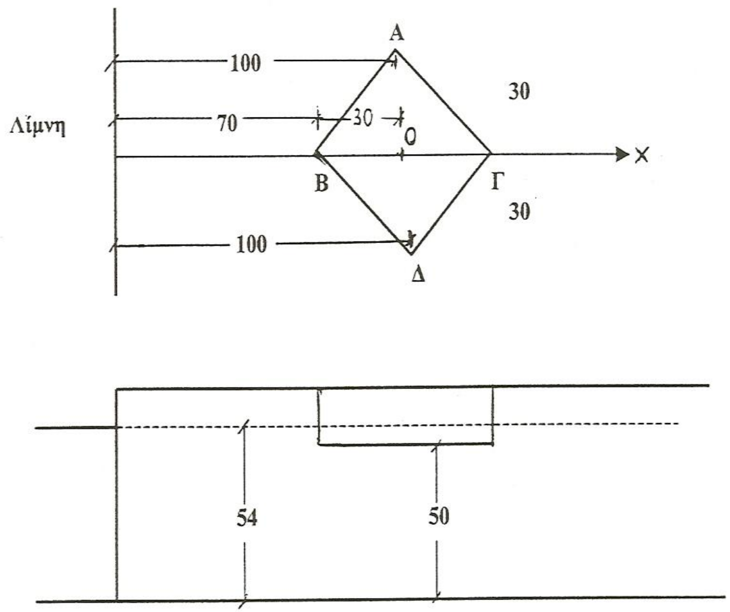
$0.2788 = 6.328\, Q_A + 0.9529\, Q_B$

$0.2788 = 0.9529\, Q_A + 6.8244\, Q_B$

Q_A=0.0388 m^3/s, Q_B=0.0355 m^3/s, Q_T=0.0743 m^3/s

Μέθοδος των εικόνων - Άσκηση 2 (1/2)

Για να γίνουν εργασίες σε ξηρό πυθμένα κατασκευάζεται η γεώτρηση Ο. Να υπολογιστεί η ελάχιστη απαιτούμενη παροχή και να σχολιαστεί η επιλογή της θέσης της γεώτρησης. (K=5 10^{-5} m/s)



Σχήμα 4: σχήμα άσκησης 2.

Μέθοδος των εικόνων - Άσκηση 2 (2/2)

$$H^2 = h_1^2 + \frac{Q_A}{\pi K} \ln \frac{\sqrt{(x - x_o)^2 + y^2}}{\sqrt{(x + x_o)^2 + y^2}}$$

x_o=100m, H=50m, R_1=54m

Κρίσιμο σημείο το Β, γιατί είναι πιο κοντά στην λίμνη, x_B=70m, y_B=0m

$$\left(50^2 - 54^2\right)\pi K = Q \ln \frac{30}{170} \Rightarrow Q = 0.038\ m^3/s$$

Ενώ στα σημεία Α (και Δ):

$$\left(50^2 - 54^2\right)\pi K = Q \ln \frac{30}{\sqrt{200^2 + 30^2}} \Rightarrow Q = 0.034\ m^3/s$$

και στο σημείο Γ:

$$\left(50^2 - 54^2\right)\pi K = Q \ln \frac{30}{230} \Rightarrow Q = 0.032\ m^3/s$$

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Ιωάννης Αυγολούπης

Θεσσαλονίκη, <Εαρινό Εξάμηνο 2012-2013>

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.