



ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νικόλαος Θεοδοσίου- Αν. καθηγήτης
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Α.Π.Θ

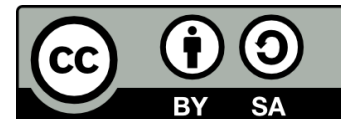


Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΑΣΚΗΣΗ 1

Εταιρία υδάτων υδρεύει 3 πόλεις Π_i ($i=1,2,3$) από έναν υπόγειο υδατικό πόρο, του οποίου τα ετήσια ανανεώσιμα αποθέματα είναι 15 εκατ. m^3 .

Τα λειτουργικά έξοδα της εταιρίας για την πόλη Π_1 δίνονται από τον τύπο:

$$E=[120-(360-18Q)^{1/2}]Q$$

όπου Q είναι η ετήσια κατανάλωση νερού της πόλης Π_1 σε εκατ. m^3 και E τα ετήσια λειτουργικά έξοδα της εταιρίας για την πόλη Π_1 σε χιλιάδες € .



Τα λειτουργικά έξοδα για τις άλλες δύο πόλεις δίνονται από τον πίνακα 1

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

ΠΟΛΗ	Q εκατ. m ³					
	0	3	6	9	12	15
Π ₂	0	255	590	902	1227	1571
Π ₃	0	365	740	1077	1528	1950



Τα έσοδα της εταιρίας από κάθε πόλη είναι:

$$Z_i = a_i Q_i \quad (i = 1,2,3)$$

όπου Z_i τα ετήσια έσοδα της εταιρίας από την πόλη P_i σε χιλιάδες € και a_i σταθεροί συντελεστές.



Οι σταθεροί συντελεστές των παραπάνω τύπων δίνονται για τις 3 πόλεις στον πίνακα 2

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

ΠΟΛΗ	Π_1	Π_2	Π_3
a_i	380	360	420

Να υπολογίσετε τις ετήσιες ποσότητες νερού που πρέπει να διαθέσει η εταιρία στις 3 πόλεις, ώστε να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της.



$$E = [120 - (360 - 18Q)^{1/2}]Q$$

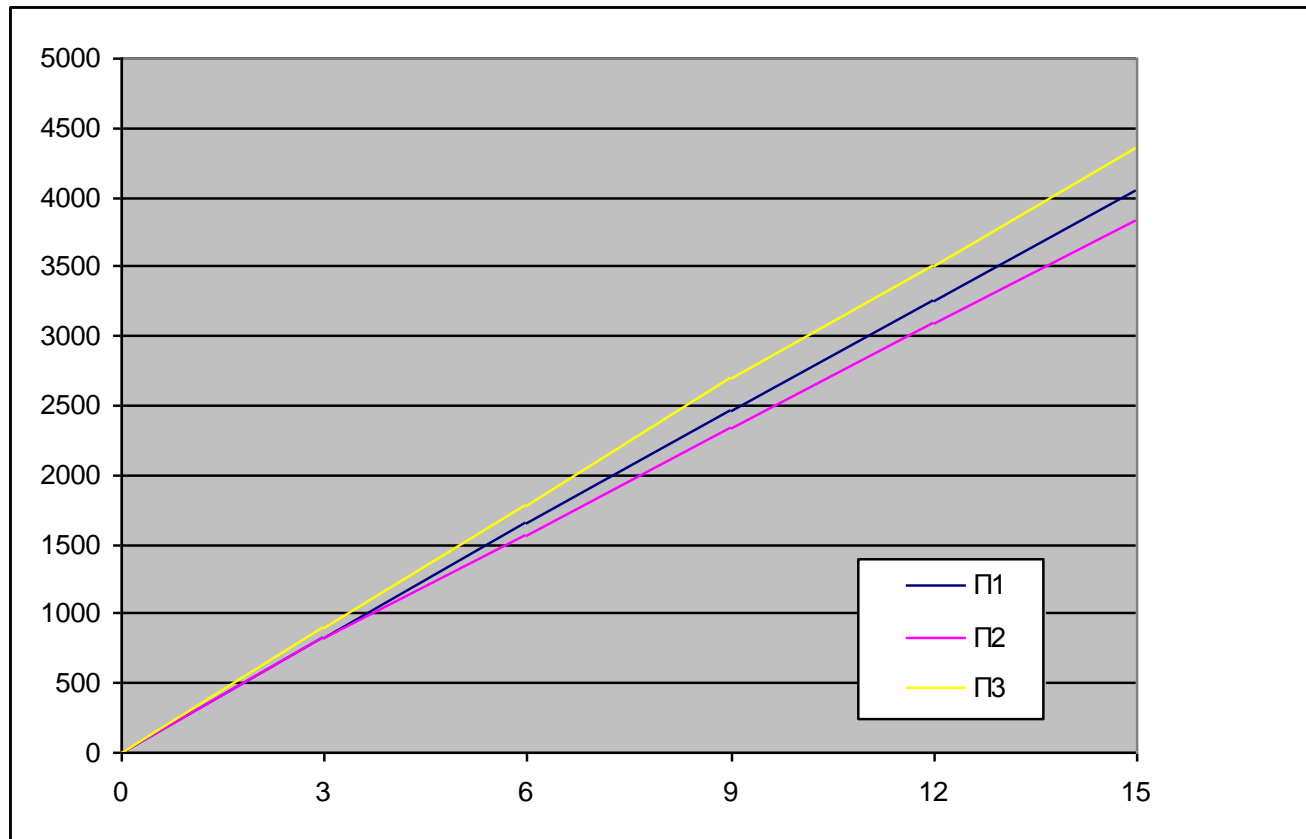
Q (10 ⁶ m ³ /έτος)	(360-18Q) ^{1/2}	E (Π1)
0	18.974	0.000
3	17.493	307.521
6	15.875	624.753
9	14.071	953.359
12	12.000	1296.000
15	9.487	1657.698



Z	Π1	Π2	Π3	Ε	Π1	Π2	Π3	Z-E	Π1	Π2	Π3
0	0	0	0		0.00	0	0		0.00	0	0
3	1140	1080	1260		307.52	255	365		832.48	825	895
6	2280	2160	2520		624.75	590	740		1655.25	1570	1780
9	3420	3240	3780		953.36	902	1077		2466.64	2338	2703
12	4560	4320	5040		1296.00	1227	1528		3264.00	3093	3512
15	5700	5400	6300		1657.70	1571	1950		4042.30	3829	4350



Q	П1	П2	П3
0	0	0	0
3	832	825	895
6	1655	1570	1780
9	2467	2338	2703
12	3264	3093	3512
15	4042	3829	4350



Q	П1	П2	П3
0	0	0	0
3	832	825	895
6	1655	1570	1780
9	2467	2338	2703
12	3264	3093	3512
15	4042	3829	4350

q/x1	0	3	6	9	12	15	f1(q)	x1(q)
0	0						0	0
3	0	832					832	3
6	0	832	1655				1655	6
9	0	832	1655	2467			2467	9
12	0	832	1655	2467	3264		3264	12
15	0	832	1655	2467	3264	4042	4042	15

Q	П1	П2	П3
0	0	0	0
3	832	825	895
6	1655	1570	1780
9	2467	2338	2703
12	3264	3093	3512
15	4042	3829	4350

q/x2	0	3	6	9	12	15	f2(q)	x2(q)
0	0						0	0
3	832	825					832	0
6	1655	1657	1570				1657	3
9	2467	2480	2402	2338			2480	3
12	3264	3292	3225	3170	3093		3292	3
15	4042	4089	4037	3993	3925	3829	4089	3

Q	П1	П2	П3
0	0	0	0
3	832	825	895
6	1655	1570	1780
9	2467	2338	2703
12	3264	3093	3512
15	4042	3829	4350

q/x3	0	3	6	9	12	15	f3(q)	x3(q)
0	0						0	0
3	832	895					895	3
6	1657	1727	1780				1780	6
9	2480	2552	2612	2703			2703	9
12	3292	3375	3437	3535	3512		3535	9
15	4089	4187	4260	4360	4344	4350	4360	9

$$q_3=9, q_2=3, q_1=3$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Μια Δημοτική Επιχείρηση Ύδρευσης - Αποχέτευσης διαθέτει ποσότητα νερού προς τους χρήστες οι οποίοι διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες, τους αστικούς καταναλωτές, τους αγρότες και τις βιομηχανικές μονάδες. Το κόστος πώλησης του νερού από την Δ.Ε.Υ.Α. προς την κάθε κατηγορία χρηστών είναι 0.22 €/m^3 για τους αστικούς καταναλωτές, 0.25 €/m^3 για τους αγρότες και 0.27 €/m^3 για τις βιομηχανικές μονάδες. Η Δ.Ε.Υ.Α. υποχρεούται να διαθέσει ποσότητα $3000 \text{ m}^3/\text{d}$ για την ικανοποίηση των υδρευτικών αναγκών και $1000 \text{ m}^3/\text{d}$ για την κάλυψη των αρδευτικών αναγκών.

Η εταιρία μπορεί να διαθέσει $10000 \text{ m}^3/\text{d}$ για την κάλυψη του συνόλου των υδατικών αναγκών της περιοχής. Σημειώνεται ότι εάν η εταιρία διαθέσει συνολικά περισσότερα από $4000 \text{ m}^3/\text{d}$ προς τον αγροτικό τομέα τότε τα έσοδα της περιορίζονται κατά 20% λόγω της ανάγκης επέκτασης των έργων μεταφοράς του νερού. Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση που διατίθενται για βιομηχανική χρήση περισσότερα από $5000 \text{ m}^3/\text{d}$ οπότε και τα έσοδα της εταιρίας περιορίζονται κατά 40%.

Ζητείται να διαμορφωθεί το πλάνο διάθεσης του νερού προς τους διάφορους χρήστες, με ακρίβεια $1000 \text{ m}^3/\text{d}$, έτσι ώστε να καλύπτονται οι ελάχιστες απαιτήσεις τους και ταυτόχρονα να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα της εταιρίας.



Ύδρευση:

$$\text{Έσοδα} = 0.22 \times Q$$

Άρδευση:

$$\text{Για } Q < 3000 \text{ m}^3$$

$$\text{Έσοδα} = 0.25 \times Q$$

$$\text{Για } Q \geq 3000 \text{ m}^3$$

$$\text{Έσοδα} = (0.25 \times Q) \times 0.8$$

Βιομηχανία:

$$\text{Για } Q < 5000 \text{ m}^3$$

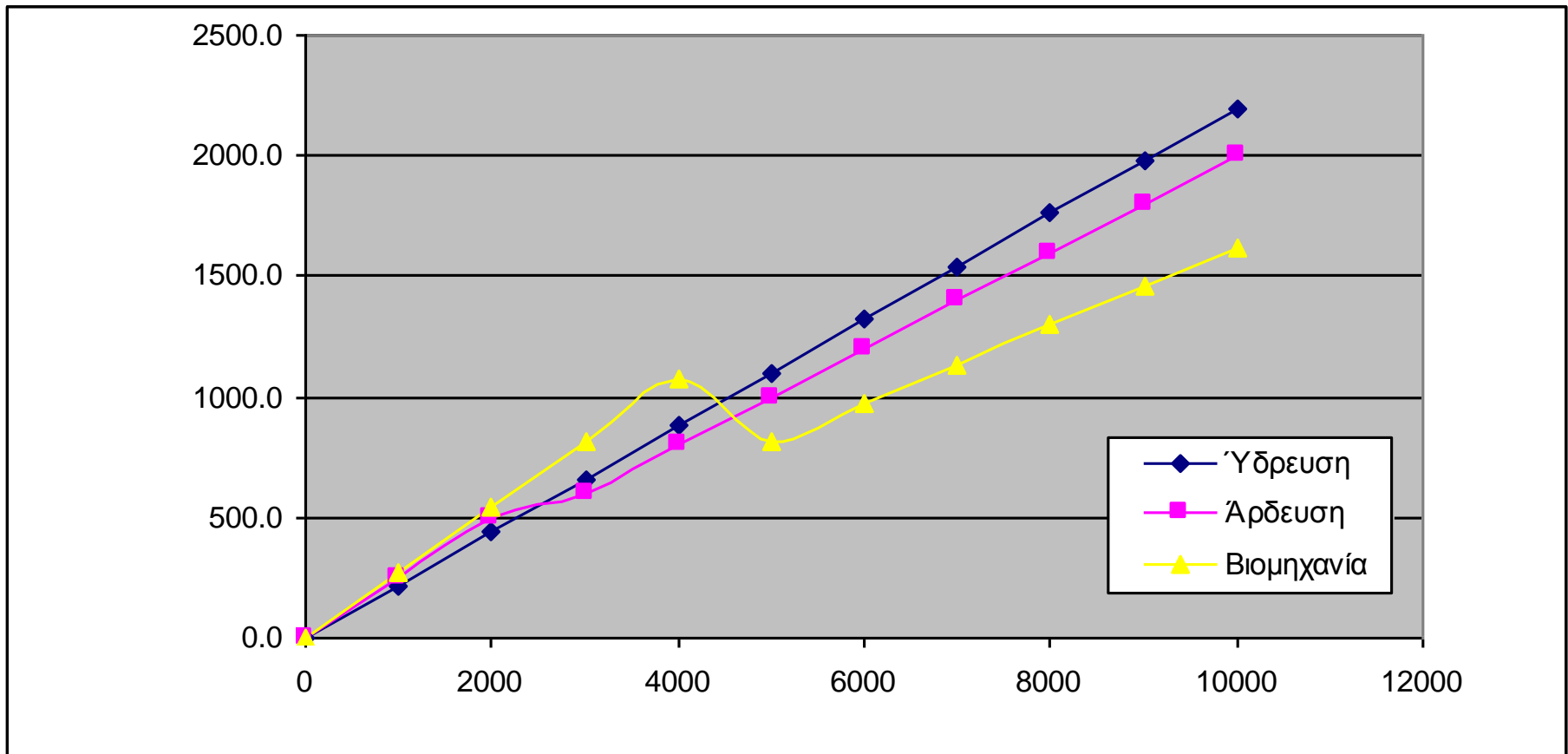
$$\text{Έσοδα} = 0.27 \times Q$$

$$\text{Για } Q \geq 5000 \text{ m}^3$$

$$\text{Έσοδα} = (0.27 \times Q) \times 0.6$$



(m3)	ύδρευση (€)	άρδευση (€)	βιομηχανία (€)
0	0.0	0.0	0.0
1000	220.0	250.0	270.0
2000	440.0	500.0	540.0
3000	660.0	600.0	810.0
4000	880.0	800.0	1080.0
5000	1100.0	1000.0	810.0
6000	1320.0	1200.0	972.0
7000	1540.0	1400.0	1134.0
8000	1760.0	1600.0	1296.0
9000	1980.0	1800.0	1458.0
10000	2200.0	2000.0	1620.0



q/x1	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	f1(q)	x1(q)
0	0							0	0
1000	0	220						220	1000
2000	0	220	440					440	2000
3000	0	220	440	660				660	3000
4000	0	220	440	660	880			880	4000
5000	0	220	440	660	880	1100		1100	5000
6000	0	220	440	660	880	1100	1320	1320	6000



q/x2	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	f2(q)	x2(q)
0	0							0	0
1000	220	250						250	1000
2000	440	470	500					500	2000
3000	660	690	720	600				720	2000
4000	880	910	940	820	800			940	2000
5000	1100	1130	1160	1040	1020	1000		1160	2000
6000	1320	1350	1380	1260	1240	1220	1200	1380	2000



q/x3	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	f3(q)	x3(q)
0	0							0	0
1000	250	270						270	1000
2000	500	520	540					540	1000
3000	720	770	790	810				810	3000
4000	940	990	1040	1060	1080			1080	4000
5000	1160	1210	1260	1310	1330	750		1330	4000
6000	1380	1430	1480	1530	1580	1000	900	1580	4000

$$X_1 = 0 \text{ m}^3$$

$$X_2 = 2000 \text{ m}^3$$

$$X_3 = 4000 \text{ m}^3$$



ΑΣΚΗΣΗ 3

Μια πόλη έχει την δυνατότητα ύδρευσης από τρεις διαφορετικές πηγές. Η πρώτη αφορά στην μεταφορά νερού από ένα φράγμα που βρίσκεται σε απόσταση 1000m από την δεξαμενή υδροδότησης του οικισμού. Η δεύτερη αφορά στην μεταφορά νερού από την εγκατάσταση επεξεργασίας νερού που βρίσκεται σε απόσταση 600m από την δεξαμενή του οικισμού και η τρίτη αφορά στην μεταφορά νερού από δίκτυο γεωτρήσεων σε απόσταση 1250m. Δίνεται ότι το κόστος των αγωγών μεταφοράς είναι:

- 3.00€ ανά μέτρο μήκους για αγωγούς μικρής διαμέτρου που μπορούν να μεταφέρουν μέχρι και $1000\text{m}^3/\text{d}$
- 5.00€/μμ για αγωγούς που μπορούν να μεταφέρουν από 2000 έως και $3000\text{m}^3/\text{d}$
- 7.00€/μμ για αγωγούς που μπορούν να μεταφέρουν από 4000 έως και $5000\text{m}^3/\text{d}$ και
- 10.00€ για αγωγούς που μεταφέρουν άνω των $6000\text{m}^3/\text{d}$



ΑΣΚΗΣΗ 3

Το κόστος επεξεργασίας του νερού από το φράγμα ανέρχεται σε 0.75€/m^3 ενώ στην εγκατάσταση επεξεργασίας νερού το κόστος φτάνει το 1.50€/m^3 . Το κόστος άντλησης από τις γεωτρήσεις είναι 0.25€/m^3 .

Ζητείται να βρεθεί ο βέλτιστος συνδυασμός υδροδότησης του οικισμού με ακρίβεια $1000\text{m}^3/\text{d}$, που θα αποδώσει τα μέγιστα έσοδα στην εταιρία διαχείρισης του. Σημειώνεται ότι οι υδατικές ανάγκες του οικισμού είναι $6000\text{m}^3/\text{d}$ ενώ τα έσοδα της εταιρίας, από την πώληση του νερού στους καταναλωτές και την σχετική κρατική επιχορήγηση, ανέρχονται σε 4.00€/m^3 .



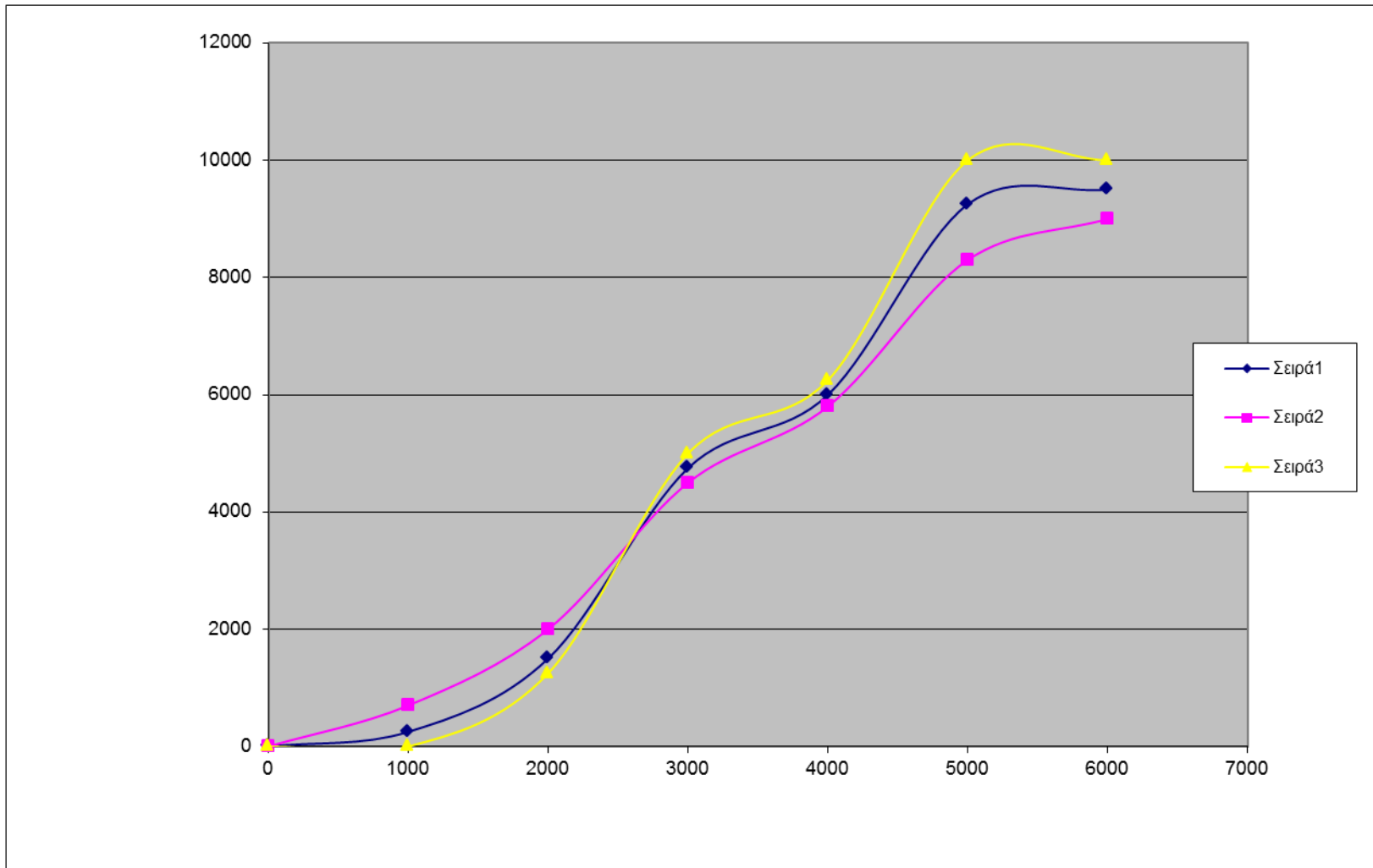
Κόστος μεταφοράς					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	-3000	-1800	-3750	3	€/m
2000	-5000	-3000	-6250	5	€/m
3000	-5000	-3000	-6250	5	€/m
4000	-7000	-4200	-8750	7	€/m
5000	-7000	-4200	-8750	7	€/m
6000	-10000	-6000	-12500	10	€/m

Κόστος καθαρισμού					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	-750	-1500	-250	3	€/m
2000	-1500	-3000	-500	5	€/m
3000	-2250	-4500	-750	5	€/m
4000	-3000	-6000	-1000	7	€/m
5000	-3750	-7500	-1250	7	€/m
6000	-4500	-9000	-1500	10	€/m

Συνολικό κόστος					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	-3750	-3300	-4000	3	€/m
2000	-6500	-6000	-6750	5	€/m
3000	-7250	-7500	-7000	5	€/m
4000	-10000	-10200	-9750	7	€/m
5000	-10750	-11700	-10000	7	€/m
6000	-14500	-15000	-14000	10	€/m

Έσοδα					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	4000	4000	4000	3	€/m
2000	8000	8000	8000	5	€/m
3000	12000	12000	12000	5	€/m
4000	16000	16000	16000	7	€/m
5000	20000	20000	20000	7	€/m
6000	24000	24000	24000	10	€/m

Έσοδα - κόστος					
(m3)	φράγμα (€)	ΕΕΝ (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	250	700	0	3	€/m
2000	1500	2000	1250	5	€/m
3000	4750	4500	5000	5	€/m
4000	6000	5800	6250	7	€/m
5000	9250	8300	10000	7	€/m
6000	9500	9000	10000	10	€/m



Έσοδα - κόστος					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	250	700	0	3	€/m
2000	1500	2000	1250	5	€/m
3000	4750	4500	5000	5	€/m
4000	6000	5800	6250	7	€/m
5000	9250	8300	10000	7	€/m
6000	9500	9000	10000	10	€/m

q/x1	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	f1(q)	x1(q)
0	0							0	0
1000	0	250						250	1000
2000	0	250	1500					1500	2000
3000	0	250	1500	4750				4750	3000
4000	0	250	1500	4750	6000			6000	4000
5000	0	250	1500	4750	6000	9250		9250	5000
6000	0	250	1500	4750	6000	9250	9500	9500	6000

Έσοδα - κόστος					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	250	700	0	3	€/m
2000	1500	2000	1250	5	€/m
3000	4750	4500	5000	5	€/m
4000	6000	5800	6250	7	€/m
5000	9250	8300	10000	7	€/m
6000	9500	9000	10000	10	€/m

q/x2	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	f2(q)	x2(q)
0	0							0	0
1000	250	700						700	1000
2000	1500	950	2000					2000	2000
3000	4750	2200	2250	4500				4750	2000
4000	6000	5450	3500	4750	5800			6000	2000
5000	9250	6700	6750	6000	6050	8300		9250	2000
6000	9500	9950	8000	9250	7300	8550	9000	9950	2000

Έσοδα - κόστος					
(m3)	φράγμα (€)	EEN (€)	γεωτρήσεις (€)		
0	0	0	0	κόστος αγωγών	
1000	250	700	0	3	€/m
2000	1500	2000	1250	5	€/m
3000	4750	4500	5000	5	€/m
4000	6000	5800	6250	7	€/m
5000	9250	8300	10000	7	€/m
6000	9500	9000	10000	10	€/m

q/x3	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000	f3(q)	x3(q)
0	0							0	0
1000	700	0						700	1000
2000	2000	700	1250					2000	1000
3000	4750	2000	1950	5000				5000	3000
4000	6000	4750	3250	5700	6250			6250	3000
5000	9250	6000	6000	7000	6950	10000		10000	3000
6000	9950	9250	7250	9750	8250	10700	10000	10700	3000

$$X3 = 5000 \text{ m}^3/\text{d}$$

$$X2 = 1000 \text{ m}^3/\text{d}$$

$$X1 = 0 \text{ m}^3/\text{d}$$

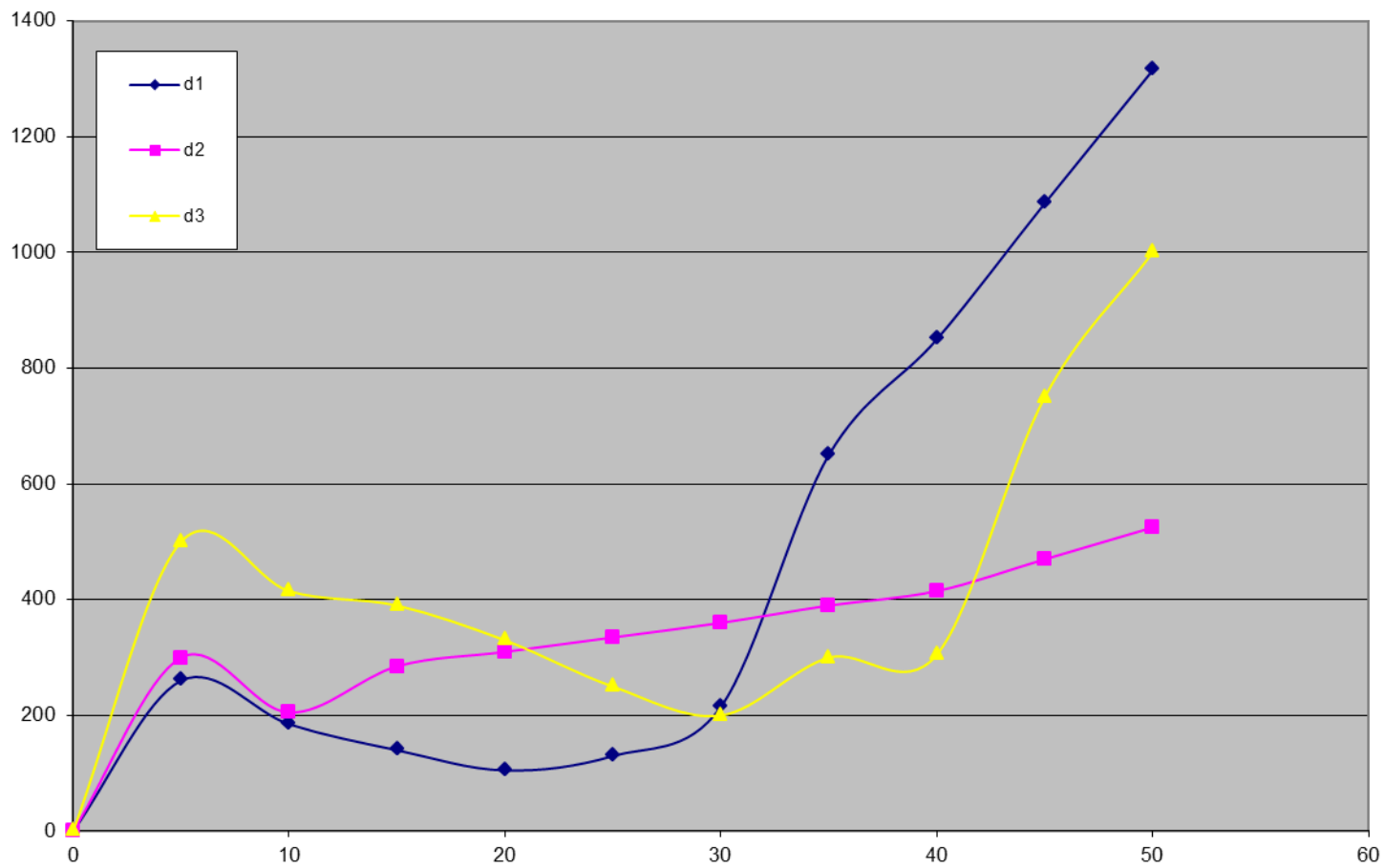
ΑΣΚΗΣΗ 4

Εταιρεία υδάτων προμηθεύει μια πόλη Α με νερό δια μέσου τριών αγωγών. Το ετήσιο κόστος d σε χιλ. ευρώ της προληπτικής συντήρησης, της αποκατάστασης των βλαβών και των λοιπών λειτουργικών εξόδων είναι συνάρτηση της ετήσιας παροχής που διέρχεται από κάθε αγωγό και δίνεται για τους αγωγούς 1, 2 και 3 στον παρακάτω πίνακα:

Οι ελάχιστες ανάγκες της πόλης σε νερό ετησίως είναι 50 εκατ. m^3 . Να υπολογίσετε τις παροχές των αγωγών, ώστε η εταιρεία να έχει το ελάχιστο δυνατό κόστος από την διαχείριση του νερού.

Q (εκατ. m^3)	d1 (χιλ ευρώ)	d2 (χιλ ευρώ)	d3 (χιλ ευρώ)
0	0	0	0
5	260	300	500
10	185	205	415
15	140	285	390
20	105	310	330
25	130	335	250
30	215	360	200
35	650	390	300
40	850	415	305
45	1085	470	750
50	1315	525	1000





Q (m3)	d1 (1000 €)	d2 (1000 €)	d3 (1000 €)
0	0	0	0
5	260	300	500
10	185	205	415
15	140	285	390
20	105	310	330
25	130	335	250
30	215	360	200
35	650	390	300
40	850	415	305
45	1085	470	750
50	1315	525	1000

q/x1	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	f1(q)	x1(q)
0	0											0	0
5		260										260	5
10			185									185	10
15				140								140	15
20					105							105	20
25						130						130	25
30							215					215	30
35								650				650	35
40									850			850	40
45										1085		1085	45
50											1315	1315	50

Q (m3)	d1 (1000 €)	d2 (1000 €)	d3 (1000 €)
0	0	0	0
5	260	300	500
10	185	205	415
15	140	285	390
20	105	310	330
25	130	335	250
30	215	360	200
35	650	390	300
40	850	415	305
45	1085	470	750
50	1315	525	1000

q/x2	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	f2(q)	x2(q)
0	0											0	0
5	260	300										260	0
10	185	560	205									185	0
15	140	485	465	285								140	0
20	105	440	390	545	310							105	0
25	130	405	345	470	570	335						130	0
30	215	430	310	425	495	595	360					215	0
35	650	515	335	390	450	520	620	390				335	10
40	850	950	420	415	415	475	545	650	415			415	15
45	1085	1150	855	500	440	440	500	575	675	470		440	20
50	1315	1385	1055	935	525	465	465	530	600	730	525	465	25

$$X_3 = 30$$

$$X_2 = 0$$

$$X_1 = 20$$

Q (m3)	d1 (1000 €)	d2 (1000 €)	d3 (1000 €)
0	0	0	0
5	260	300	500
10	185	205	415
15	140	285	390
20	105	310	330
25	130	335	250
30	215	360	200
35	650	390	300
40	850	415	305
45	1085	470	750
50	1315	525	1000

q/x3	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	f3(q)	x3(q)
0	0											0	0
5	260	500										260	0
10	185	760	415									185	0
15	140	685	675	390								140	0
20	105	640	600	650	330							105	0
25	130	605	555	575	590	250						130	0
30	215	630	520	530	515	510	200					200	30
35	335	715	545	495	470	435	460	300				300	35
40	415	835	630	520	435	390	385	560	305			305	40
45	440	915	750	605	460	355	340	485	565	750		340	30
50	465	940	830	725	545	380	305	440	490	1010	1000	305	30



Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αλέξανδρος Π. Τσαούσογλου

Θεσσαλονίκη, 1.09.2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

