



# ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

Νικόλαος Θεοδοσίου- Αν. καθηγήτης  
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Α.Π.Θ



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

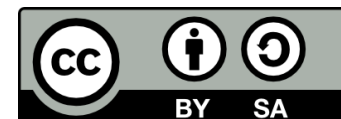


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

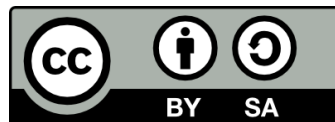


ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





# Γραφική επίλυση

---

## ■ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



# Γραφική επίλυση

## ■ Διατύπωση προβλήματος

- Αρδευση περιοχών A και B
- Λειτουργικά έξοδα:  $0,4 \text{ €/m}^3$  (A),  $0,2 \text{ €/m}^3$  (B)
- Χρέωση νερού:  $0,6 \text{ €/m}^3$  (A),  $0,4 \text{ €/m}^3$  (B)
- Σύνολο λειτουργικών εξόδων: 4 εκατ. €.
- Μέγιστα αποθέματα νερού: 15 εκατ.  $\text{m}^3$
- Σκοπός: Η μεγιστοποίηση των συνολικών εσόδων



# Γραφική επίλυση

- Μαθηματικό μοντέλο
- Μεταβλητές απόφασης

πόσο νερό πρέπει να διαθέσει η εταιρία κατά τη διάρκεια του έτους στις δυο αρδευόμενες περιοχές

- Αντικειμενική συνάρτηση

τα συνολικά έσοδα πρέπει να είναι τα μέγιστα δυνατά



# Γραφική επίλυση

- Μαθηματικό μοντέλο
  - Περιορισμοί
    1. Τα λειτουργικά έξοδα για την άρδευση και των δυο περιοχών δεν επιτρέπεται να υπερβούν τα 4 εκατ. €
    2. Ο μέγιστος συνολικός όγκος νερού που μπορεί να διαθέσει η εταιρία για την άρδευση των δυο περιοχών ανέρχεται σε 15 εκατ. m<sup>3</sup>.





# Γραφική επίλυση

## ■ Μαθηματικό μοντέλο

– Αντικειμενική συνάρτηση

$$V = 6x_1 + 4x_2 = \max$$

– Περιορισμοί

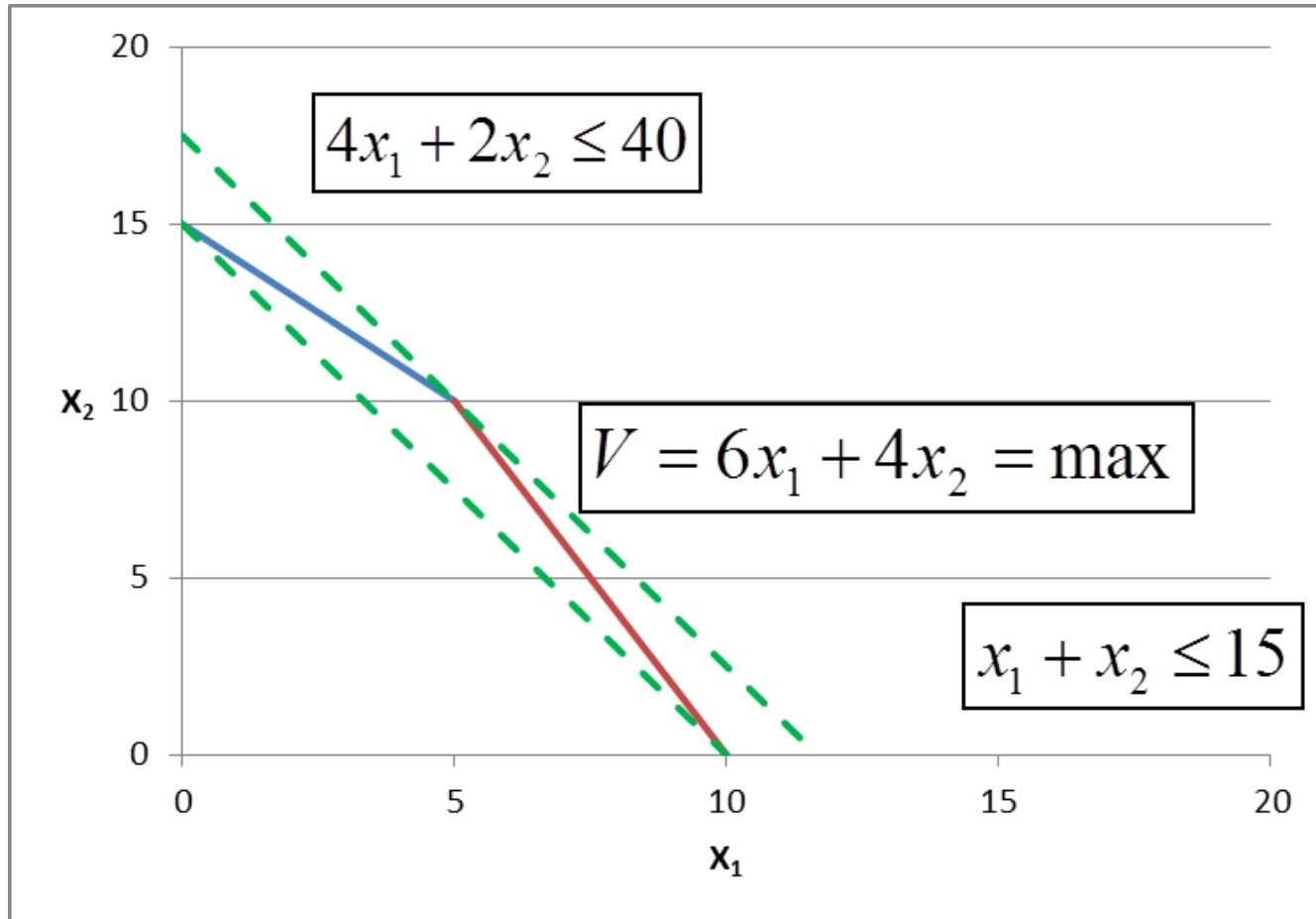
$$4x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 + x_2 \leq 15$$

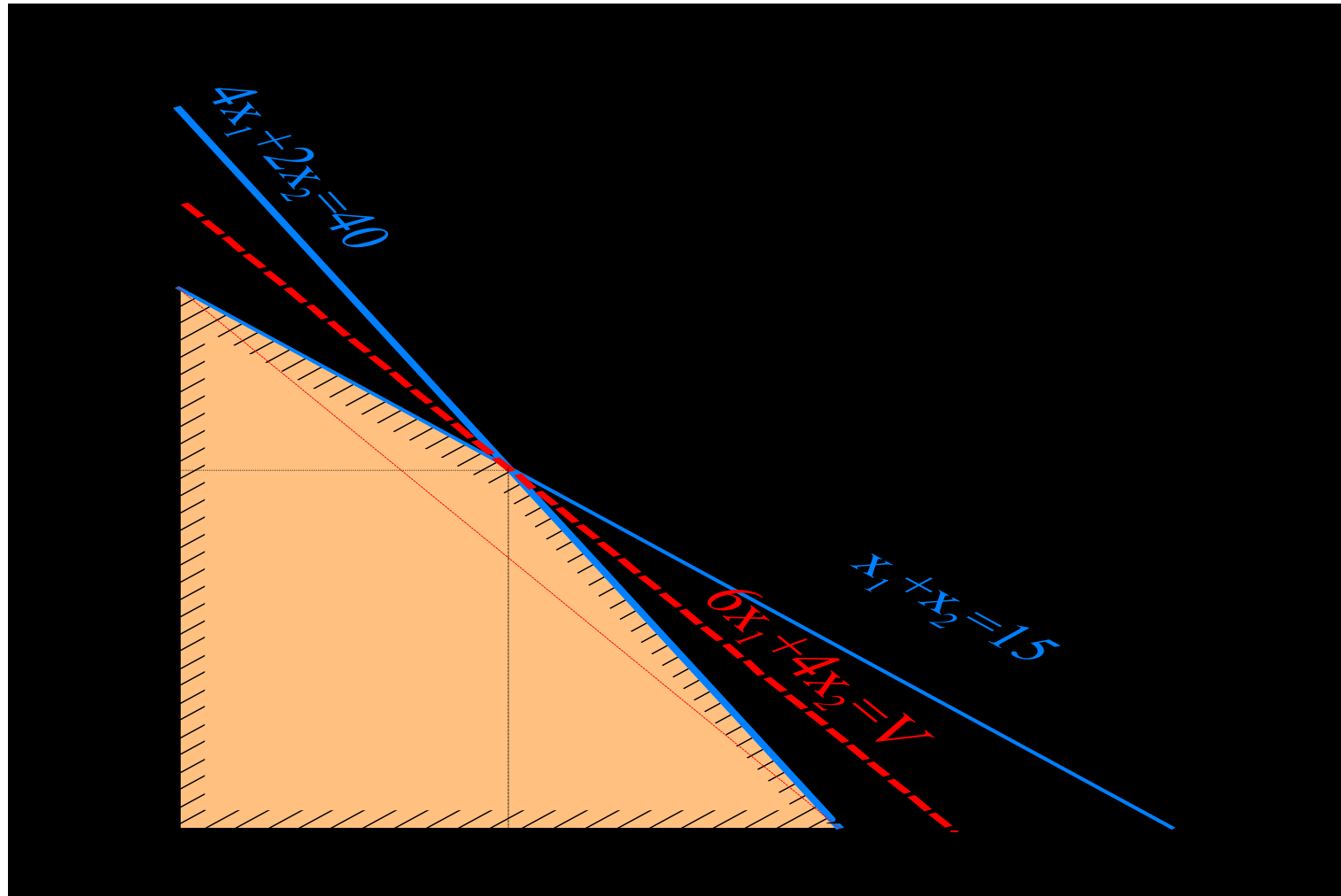
$$\left. \begin{array}{l} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$$



# Γραφική επίλυση



# Γραφική επίλυση

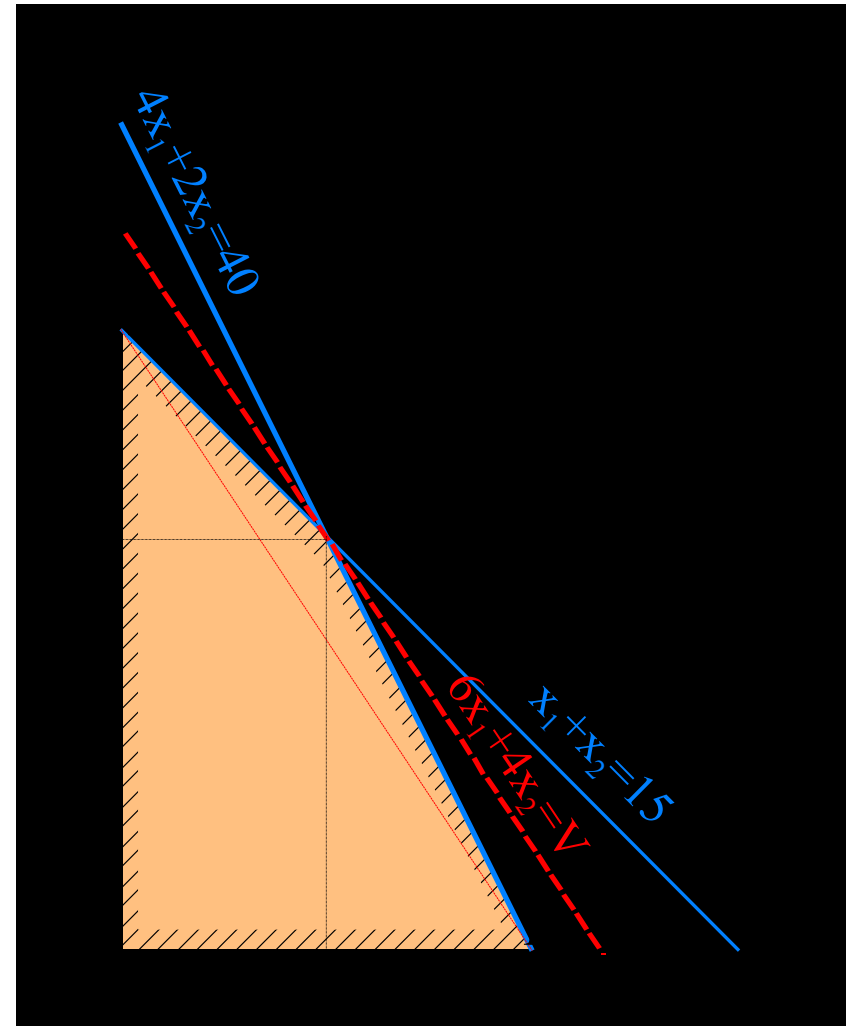


# Ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού

## ■ 1η ιδιότητα

$$V = \lambda_1 x_1 + 4x_2 = \max$$

$$4 < \lambda_1 < 8 \quad \longrightarrow$$

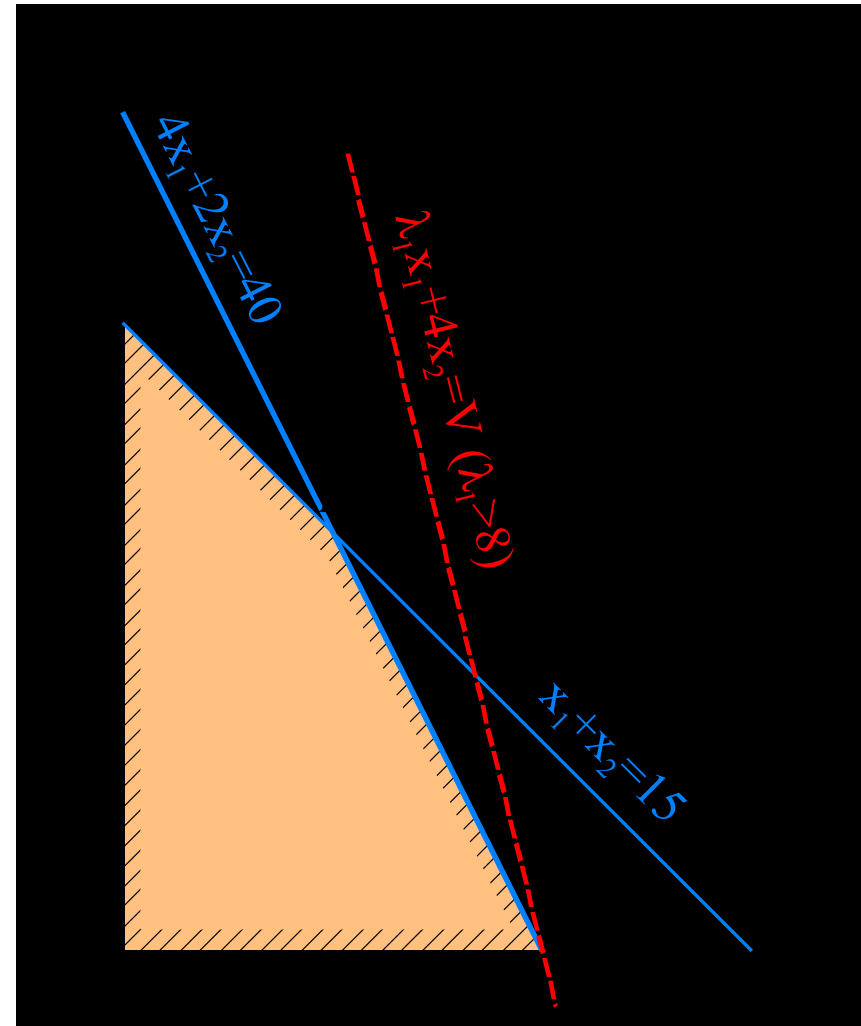


# Ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού

## ■ 1η ιδιότητα

$$V = \lambda_1 x_1 + 4x_2 = \max$$

$$\lambda_1 > 8 \quad \longrightarrow$$

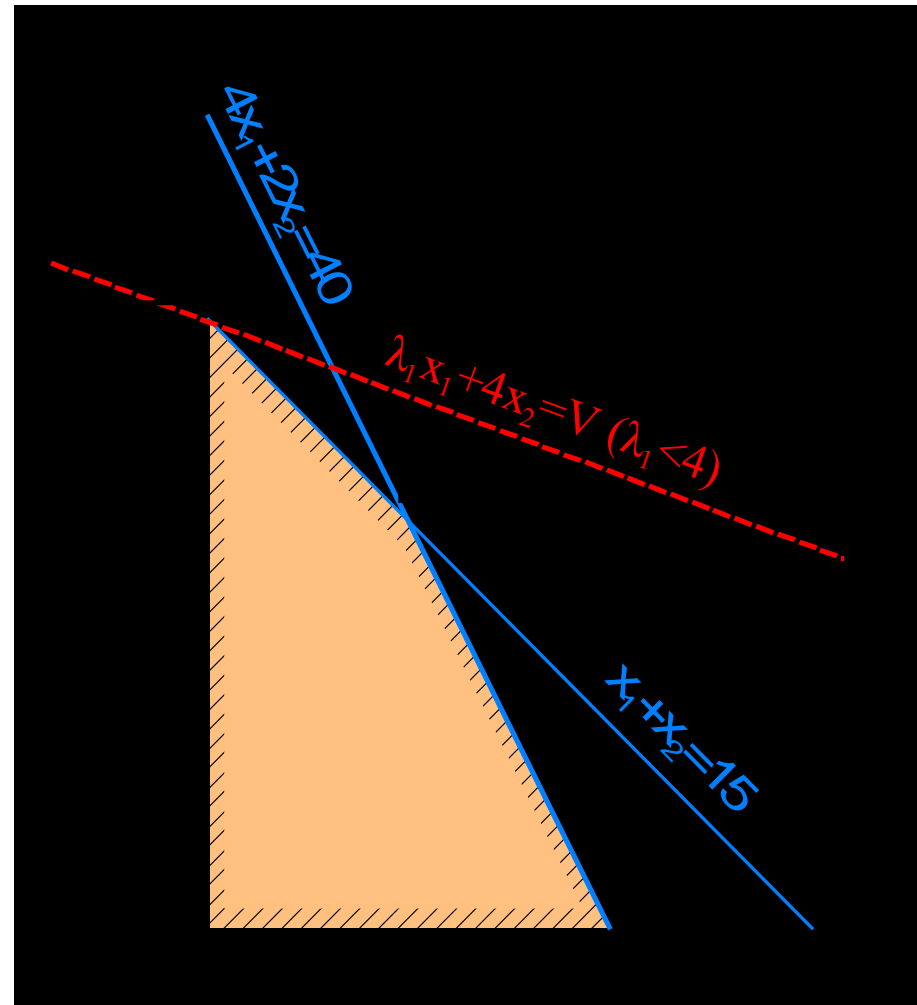


# Ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού

## ■ 1η ιδιότητα

$$V = \lambda_1 x_1 + 4x_2 = \max$$

$$\lambda_1 < 4 \quad \longrightarrow$$



# Ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού

## ■ 1η ιδιότητα:

Στα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού η βέλτιστη λύση δίνεται από τις συντεταγμένες κάποιας κορυφής του χώρου δυνατής πολιτικής



# Ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού

## ■ 2η ιδιότητα

$$V = 6x_1 + 4x_2 = \max$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 = 40$$

$$x_1 + x_2 + x_4 = 15$$

$$x_i \geq 0 (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 + x_2 \leq 15$$

–  $x_3, x_4 =$  ψευδομεταβλητές

–  $4 < \lambda_1 < 8 \implies (x_1 = 5, x_2 = 10, x_3 = 0, x_4 = 0, )$

–  $\lambda_1 < 4 \implies (x_1 = 0, x_2 = 15, x_3 = 10, x_4 = 0, )$

–  $\lambda_1 > 8 \implies (x_1 = 10, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 5, )$





# Ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού

## ■ 2η ιδιότητα:

Αν σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού υπάρχουν συνολικά  $n$  μεταβλητές απόφασης (συμπεριλαμβανομένων και των ψευδομεταβλητών) και  $m$  περιορισμοί ισοτήτων, τότε η λύση θα περιέχει τουλάχιστον  $n-m$  μεταβλητές με μηδενική τιμή



# Βασικές λύσεις

- Ο έλεγχος για την ανεύρεση της βέλτιστης λύσης περιορίζεται στις κορυφές του χώρου δυνατής πολιτικής (1η ιδιότητα)
- Ο υπολογισμός των συντεταγμένων κάθε κορυφής γίνεται με τρόπο απλό και συστηματικό (2η ιδιότητα)
- Οι κορυφές του χώρου δυνατής πολιτικής, από τις οποίες προσδιορίζεται η βέλτιστη λύση, ονομάζονται **βασικές λύσεις**.





# Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Αλέξανδρος Π. Τσαούσογλου

Θεσσαλονίκη, 1.09.2015



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

