



Αστροφυσική

Ενότητα # 4: Αστρικοί άνεμοι, σφαιρική προσαύξηση και δίσκοι προσαύξησης

Λουκάς Βλάχος
Τμήμα Φυσικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



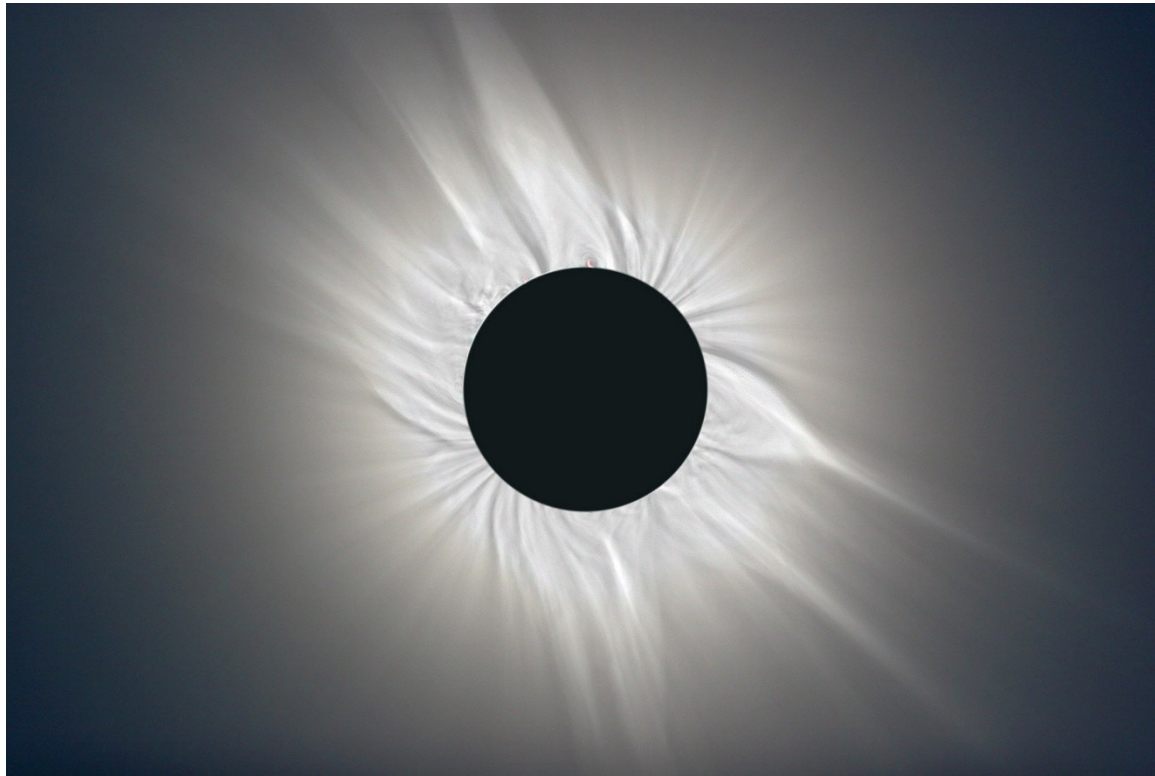


Αστροφυσιική

Αστρικοί άνεμοι, σφαιρική προσαύξηση και δίσκοι
προσαύξησης

Λουκάς Βλάχος

Είναι το στέμμα σε υδροστατική ισορροπία με το περιβάλλον του; Ή, μπορεί η βαρύτητα να συγκρατήσει το στέμμα σε ισορροπία;



Εικόνα 1: Το στέμμα του Ήλιου κατά τη διάρκεια ηλιακής έκλειψης (2006). Η εικόνα προέρχεται από σύνθεση 33 φωτογραφιών με σκοπό να αναδείξει διαφορετικά στοιχεία του στέμματος [1].

Υδροστατική ισορροπία – Σφαιρική συμμετρία

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_{\odot}\rho}{r^2}$$

$$P = 2nk_B T$$

αν υποθέσουμε ότι το αέριο είναι πλήρως ιονισμένο $\rho = nm_p$

$$\frac{d(2nk_B T)}{dr} = -\frac{GM_{\odot}\rho}{r^2}$$

$$n(r) = n(0)e^{-\lambda(1-r_0/r)}$$

όπου $\lambda = GM_{\odot}m_p / (2k_B R r_0)$ και

$$P(r) = P_0 e^{-\lambda(1-r_0/r)}$$

Εφαρμογή:

$$n_0 = 3 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}, T = 1.5 \times 10^6 \text{ K}, r_0 = 1.4 R_\odot$$


$$\text{Τότε } P(\infty) = 5 \times 10^{-5} \text{ dynes cm}^{-2} \gg P_c,$$

$P_c \approx 10^{-12} \text{ dynes cm}^{-2}$ πίεση μεσοαστρικού χώρου



Συμπέρασμα: Χρειαζόμαστε δυναμικά μοντέλα για να περιγράψουμε την συμπεριφορά των αστρικών ατμοσφαιρών

Πρόβλημα 1: Να υπολογισθεί η μάζα που χάνει ο Ήλιος σε ένα χρόνο λόγω του ηλιακού ανέμου (υποθέστε ότι ο Ήλιος είναι σφαιρικά συμμετρικός και η ταχύτητα του ανέμου στην περιοχή της Γης είναι 400km/s ενώ η πυκνότητα $\rho \sim 7$ πρωτόνια/cm³ και η απόσταση Γης-Ήλιου 1AU=1.5×10¹¹m)



Απάντηση: Η ροή της μάζας σε μια απόσταση r από το κέντρο του Ήλιου είναι ίση με
(εξίσωση συνέχειας:)

$$\dot{M} = \int_{\sigma\text{φαιρα}} \rho v_r dS = 4\pi r^2 \rho v_r = 3 \times 10^{-14}$$

ηλιακές μάζες το χρόνο

Πρόβλημα 2: Ο Ηλιακός άνεμος μπορεί να μελετηθεί αναλυτικά από τις εξισώσεις συνέχειας και κίνησης της υδροδυναμικής

$$\frac{d(\rho v r^2)}{dr} = 0 \quad (1)$$

$$v \frac{dv}{dr} = -c_s^2 \frac{d \ln \rho}{dr} - \frac{GM}{r^2} \quad (2)$$

όπου c_s η ταχύτητα του ήχου. Υπολογίστε την απόσταση από το κέντρο του αστέρα στην οποία η ροή γίνεται υπερηχητική ($u > c_s$)

Απάντηση: Η εξίσωση συνέχειας γράφεται

$$\frac{d \ln \rho}{dr} = -\frac{2}{r} - \frac{d \ln v}{dr}, v > 0 \quad (3)$$

Αν αντικαταστήσουμε την Εξ.(3) στην (2) έχουμε

$$(v^2 - c_s^2) \frac{d \ln v}{dr} = \frac{2c_s^2}{r} - \frac{GM}{r^2} \quad (4)$$

Η ταχύτητα του ανέμου μετατρέπεται σε υπερηχητική όταν $v > c_s$ ή

$$r_* = \frac{GM}{2c_s^2}$$

(Εφαρμογή: $G=7 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$, $M=2 \times 10^{30} \text{kg}$, $c_s=100 \text{km/s}$. Τότε $r_*=0.1 \text{AU}$)


Πρόβλημα 3: Υπολογίστε την ενέργεια του ηλιακού ανέμου σαν συνάρτηση της ακτίνας κάνοντας χρήση του νόμου διατήρησης της ενέργειας που υπολόγισε πρώτος ο Bernoulli.

Διατήρηση Ενέργειας

Πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση κίνησης με την ποσότητα $\vec{u}\Delta V$ έχουμε

$$\Delta V \rho \vec{u} \frac{d\vec{u}}{dt} = \left(-\vec{u} \cdot \nabla P + \vec{u} \cdot \vec{F} \right) \Delta V$$

αν $F = -\rho \nabla \Phi$ τότε

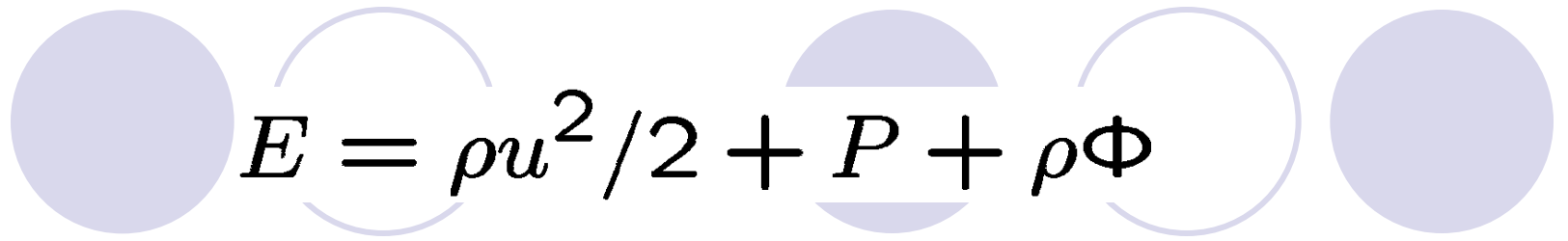


$$\frac{d(\rho u^2 \Delta V / 2)}{dt} = -\frac{d(P \Delta V)}{dt} - \frac{d(\rho \Phi \Delta V)}{dt} +$$

$$+ \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) + P(\nabla \cdot \vec{u}) \Delta V$$

$$\frac{d(\rho u^2 + P + \rho \Phi)}{dt} = \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) + P(\nabla \cdot \vec{u}) \Delta V$$

Αν το ρευστό είναι ασυμπίεστο και η πίεση και το δυναμικό ανεξάρτητα του χρόνου τότε


$$E = \rho u^2 / 2 + P + \rho \Phi$$

Αυτός είναι ο νόμος του Bernoulli και για ισόθερμη ατμόσφαιρα

$$E = u^2 / 2 + c_s^2 + \Phi$$

Εφαρμόζοντας το νόμο του Bernoulli στον Ηλιακό άνεμο υπολογίζουμε την ενέργειά του σαν συνάρτηση της ακτίνας

$$E(r) = u_r^2 / 2 + c_s^2 - \frac{GM}{r}$$

Στο σημείο που η ταχύτητα γίνεται ίση με την ταχύτητα του ήχου η ολική ενέργεια είναι:

$$E_c = -c_s^2$$

Στην επιφάνεια του Ήλιου $u_r \ll c_s \ll u_{\text{esc}}$ άρα

$$E(R_\odot) = -\frac{GM_\odot}{R_\odot}$$

Ενώ στο άπειρο $E(\infty) = \frac{v_r^2}{2}$

(αν υποθέσουμε ότι η ταχύτητα του ήχου είναι αμελητέα).

Η διαφορά $E(\infty) - E(R_\odot)$ έχει καταναλωθεί για να ξεπεραστεί το δυναμικό της βαρύτητας.

Πρόβλημα 4: Η φωτεινότητα από μια σφαιρικά συμμετρική συσσώρευση μάζας δίνεται από τη σχέση

$$L = V n_e^2 \Lambda$$

αν υποθέσουμε ότι η ακτινοβολία οφείλεται στις συγκρούσεις ηλεκτρονίων-ιόντων, n_e είναι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων και $\Lambda \sim \alpha f_s \sigma_T m_e c^3$ $\alpha, \sigma_T = \text{σταθ.}$, να συγκριθεί η πραγματική φωτεινότητα με τη φωτεινότητα Eddington

Απάντηση:

$$L \simeq \frac{4}{3} \pi r^3 n_e^2 \alpha_{fs} \sigma_T m_e c^3$$

Υπολογίζουμε το n_e^2 ως εξής: Υποθέτουμε ότι η μάζα συστέλλεται με την ταχύτητα που προκύπτει από την ελεύθερη πτώση

$$(1/2) m v^2(r) = GMm/r$$

Αν υποθέσουμε ότι ένα σφαιρικό κέλυφος με ακτίνα r συστέλλεται με ταχύτητα $v(r)$ τότε

$$dM = 4\pi r^2 \rho dr \Rightarrow \frac{dM}{dt} = 4\pi r^2 \rho \frac{dr}{dt}$$

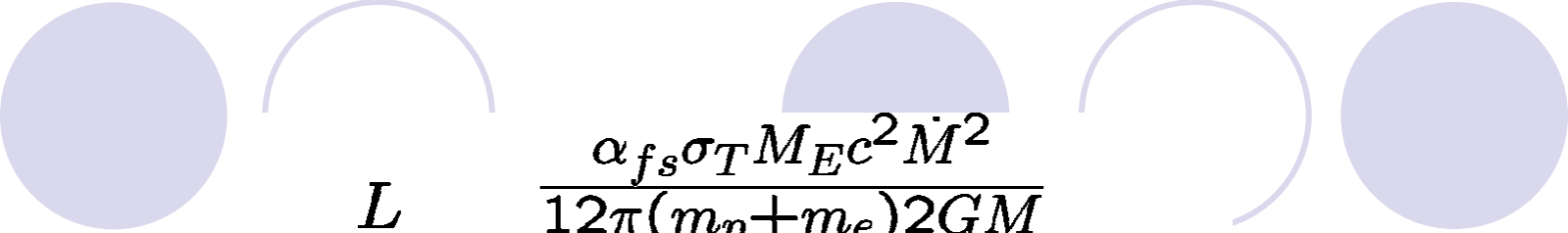
$$\dot{M} = n_e (m_p + m_e) 4\pi r^2 v(r)$$



$$n_e = \dot{M} / (m_p + m_e) 4\pi r^2 (2GM/r)^{1/2}$$

Παρατηρούμε ότι η ακτινοβολία θα έρχεται αποκλειστικά από ένα λεπτό σχετικά δαχτυλίδι κοντά στο κέντρο γιατί η πυκνότητα είναι μεγάλη για μικρά r .

Μπορούμε να υπολογίσουμε το ρυθμό πρόσπτωσης μάζας \dot{M}_E αν θέλουμε η φωτεινότητα να είναι ίση με τη φωτεινότητα Eddington $L_E = GM\dot{M}_E/r$ άρα



$$\frac{L}{L_E} = \frac{\frac{\alpha_{fs} \sigma_T M_E c^2 \dot{M}^2}{12\pi(m_p + m_e)2GM}}{\frac{GM\dot{M}_E}{r}} =$$

$$\left(\frac{\alpha_{fs} \sigma_T m_e c^2 r}{12\pi(m_p + m_e)2G^2 M^2} \right) \left(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_E} \right)$$

$$\frac{L}{L_E} = 10^{-4} \frac{M}{M_E}$$

Η ενέργεια που χάνεται λόγω ακτινοβολίας στη σφαιρική πρόσπτωση ύλης είναι σχετικά μικρή συγκρινόμενη με τη συνολική δυναμική ενέργεια του νέφους

Μοντέλα για χρονικά μεταβαλλόμενη σφαιρικά συμμετρική συσσώρευση μάζας

Η εξίσωση συνέχειας

$$\frac{D\rho}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r} \right) \rho = -\rho \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 v)}{\partial r}$$

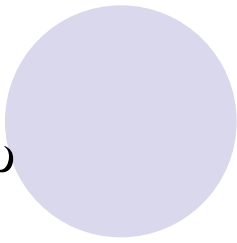
Η εξίσωση κίνησης

$$\rho \frac{Dv}{Dt} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho k_B T}{\mu m_p} \right) + \rho \frac{GM}{r} = 0$$

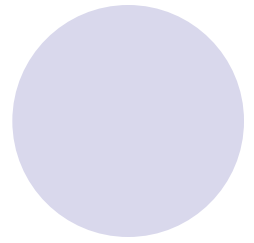
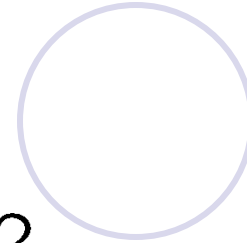
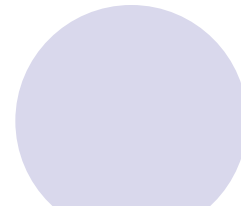
Η εξίσωση μεταφοράς ενέργειας

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho v r^2 \left(\frac{5k_B T}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{GM}{r} \right) \right] = -\Lambda(\rho, T)$$

όπου



$$\Lambda(\rho, T) = \alpha \rho^2 T^{1/2}$$

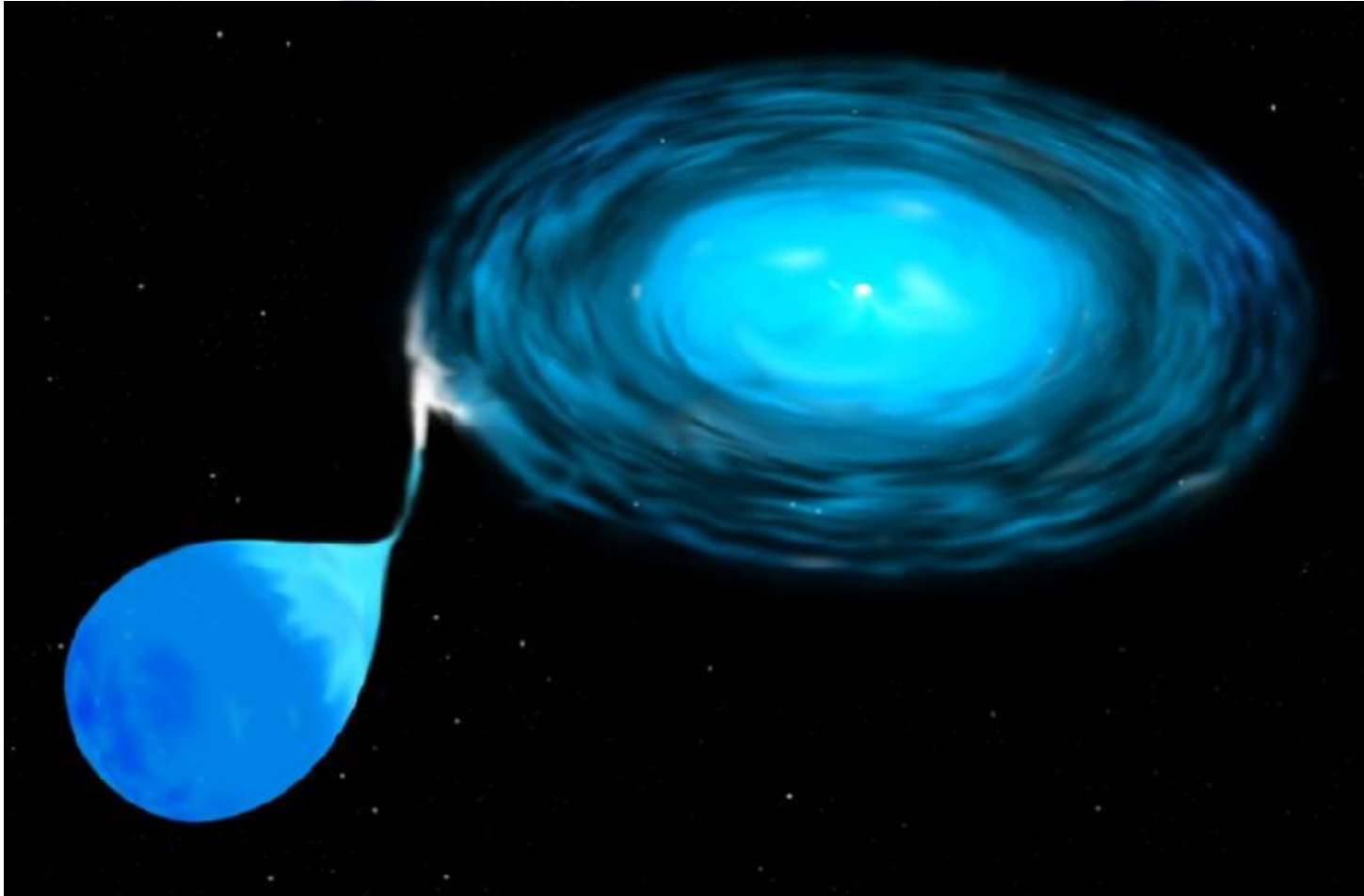


είναι η απώλεια ενέργειας ανά μονάδα όγκου.

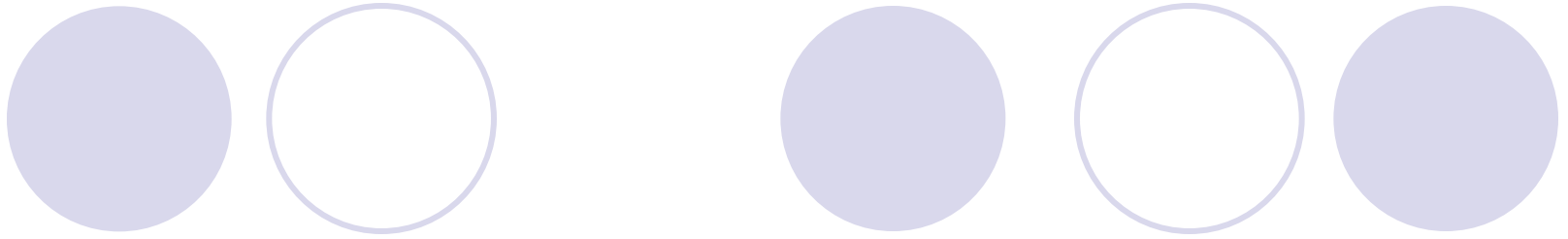
Αν θεωρήσουμε ότι η απώλεια ενέργειας είναι αμελητέα τότε $\Lambda=0$.

Από τη λύση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων ζητάμε τις ποσότητες $v(r,t), \rho(r,t), T(r,t)$ που θα ορίσουν πλήρως τη συμπεριφορά του μοντέλου μας για τη σφαιρική και ισόθερμη πρόσπτωση της ύλης στην επιφάνεια αστέρα μάζας M .

Δίσκοι προσαύξησης



Εικόνα 2: Καλλιτεχνική απεικόνιση δίσκου προσαύξησης σε διπλό σύστημα [2].



- Οι δίσκοι είναι σύνηθες φαινόμενο στην αστροφυσική
- Τους συναντάμε σε διπλά συστήματα όπου υπάρχει μεταφορά μάζας
- Τους συναντάμε στη δημιουργία πρωτοαστέρων και πλανητικών συστημάτων
- Τους συναντάμε σε ενεργούς γαλαξιακούς πυρήνες

Το κύριο πρόβλημα, που παραμένει άλυτο, είναι ο ρυθμός προσαύξησης μάζας (\dot{M}) στον κεντρικό πυρήνα

Πρόβλημα 5: Δείξτε ότι η γωνιακή ταχύτητα ενός υλικού σημείου ιδανικού δίσκου που σχηματίζεται γύρω από ένα συμπαγές σώμα (αστέρα νετρονίων) μάζας M κινείται με γωνιακή ταχύτητα

$$\Omega(r) = \left(\frac{GM}{r^3} \right)^{1/2}$$

Εξηγήστε γιατί οι δίσκοι αυτοί ονομάζονται “Δίσκοι Kepler” (Keplerian disks)

Απάντηση: Κάθε σημείο του δίσκου ισορροπεί σε απόσταση r από το κέντρο όταν

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r$$

ή

$$\Omega(r) = \left(\frac{GM}{r^3} \right)^{1/2}$$

Οι δίσκοι αυτοί ονομάζονται “Δίσκοι Kepler” γιατί $\omega \sim 1/r^{3/2}$ που είναι ο τρίτος νόμος του Kepler για την κίνηση των πλανητών γύρω από τον Ήλιο

Πρόβλημα 6: Αν μάζα m κινηθεί ακτινικά από το άπειρο και προσιρούσει στην επιφάνεια αστέρα ακτίνας $a=10\text{km}$ και μάζας M_{\odot} να υπολογιστεί, σε μονάδες mc^2 , η ενέργεια που απελευθερώνεται (π.χ. με ακτινοβολία)

Απάντηση:

$$\frac{GMm}{a} \sim \frac{GM}{ac^2} mc^2 = 0.15mc^2$$

άρα σημαντικό ποσοστό από τη μάζα ηρεμίας μετατρέπεται από βαρυτική ενέργεια σε ακτινοβολία.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η προσαύξηση μάζας συνεισφέρει σημαντικά στην παρατηρούμενη ακτινοβολία από τους δίσκους προσαύξησης.

Πρόβλημα 7: Αν υποθέσουμε ότι ο ρυθμός προσαύξησης μάζας είναι \dot{m} , να υπολογισθεί το \dot{m} που απαιτείται αν η φωτεινότητα του δίσκου είναι κοντά στη φωτεινότητα Eddington

$$L_E = \frac{4\pi G m_p M c}{\sigma_T} \simeq 1.3 \times 10^{38} \frac{M}{M_\odot} \text{ergss}^{-1}$$

Απάντηση: Η φωτεινότητα από την προσαύξηση μάζας θα είναι

$$\dot{m} \sim \frac{GM}{r} \dot{m} \sim \frac{4\pi G m_p M c}{\sigma_T}$$

$$\dot{m} \sim 9.5 \times 10^{11} r_0 g s^{-1}$$

για αστέρες νετρονίων η τυπική προσαύξηση είναι $\dot{m} \sim 10^{17} g s^{-1}$

Για να πετύχουμε τέτοιους ρυθμούς θα πρέπει το ιζώδες να είναι πολύ μεγάλο.

Θέματα για συζήτηση: Πώς ερμηνεύεται το ιζώδες στα πραγματικά ρευστά; Τι θα μπορούσε να προκαλέσει ανώμαλη αύξηση του ιζώδους;

Πρόβλημα 8: Αν σε ένα δίσκο Kepler έχουμε ακτινική μεταφορά μάζας προς τις μικρότερες ακτίνες, να υπολογισθεί η θερμοκρασία λαμπρότητας του δίσκου ως συνάρτηση της ακτίνας του

Απάντηση:

$$\frac{GM\dot{m}}{2r} \frac{\Delta r}{r} \sim 2 \times (2\pi r \Delta r) \sigma T_d^4$$

ή

$$T_d \sim \left(\frac{GM\dot{m}}{8\pi\sigma r^3} \right)^{1/4}$$

Δίσκοι σε ισορροπία

Αναζητούμε χρονικά ανεξάρτητες λύσεις στην εξίσωση Navier-Stokes (NS). Υποθέτουμε ότι υπάρχει συμμετρία στη γωνία θ , $\partial/\partial\theta=0$.

$$\nabla = \hat{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{e}_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$\vec{v} = v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta$$

$$\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = (v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta) \cdot \left(\hat{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{e}_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \vec{v}$$

$$\frac{\partial \hat{e}_r}{\partial \theta} = \hat{e}_\theta$$

$$\frac{\partial \hat{e}_\theta}{\partial \theta} = -\hat{e}_r$$

$$\left(v_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \vec{v} = v_r \frac{\partial}{\partial r} \hat{e}_r + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \hat{e}_\theta$$

$$+ \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} \hat{e}_r + v_\theta v_r \hat{e}_\theta + \frac{v_\theta}{r} (-v_\theta) \hat{e}_r + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{e}_\theta$$

$$(\vec{v} \cdot \nabla \vec{v})_r = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r}$$

Η συνιστώσα \hat{E}_r είναι λοιπόν

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{GM}{r^2}$$

Και η z-συνιστώσα είναι

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{Gmz}{r^3}$$

Αν H το πάχος του δίσκου τότε

$$\frac{P}{\rho H} \sim \frac{GMH}{r^3} = \Omega^2 H$$

$$\frac{H^2}{r^2} \sim \frac{rP}{GM\rho} \simeq \frac{c_s^2}{(r\Omega)^2} \ll 1$$

αν $P=c_s^2\rho$. Για λεπτούς δίσκους $H\ll r$ θα έχουμε

$$\frac{c_s^2}{(r\Omega)^2} \ll 1$$

Επιστρέφοντας στην r συνιστώσα της εξίσωσης NS θα έχουμε

$$\frac{(1/\rho)(\partial P/\partial r)}{GM/r^2} \simeq \frac{rP}{GM\rho} \simeq \frac{H^2}{r^2} \ll 1$$

Συμπέρασμα: Στους λεπτούς δίσκους η κλίση της πίεσης δεν παίζει σημαντικό ρόλο και ισχύει $c_s^2 \ll (\Omega r)^2$.

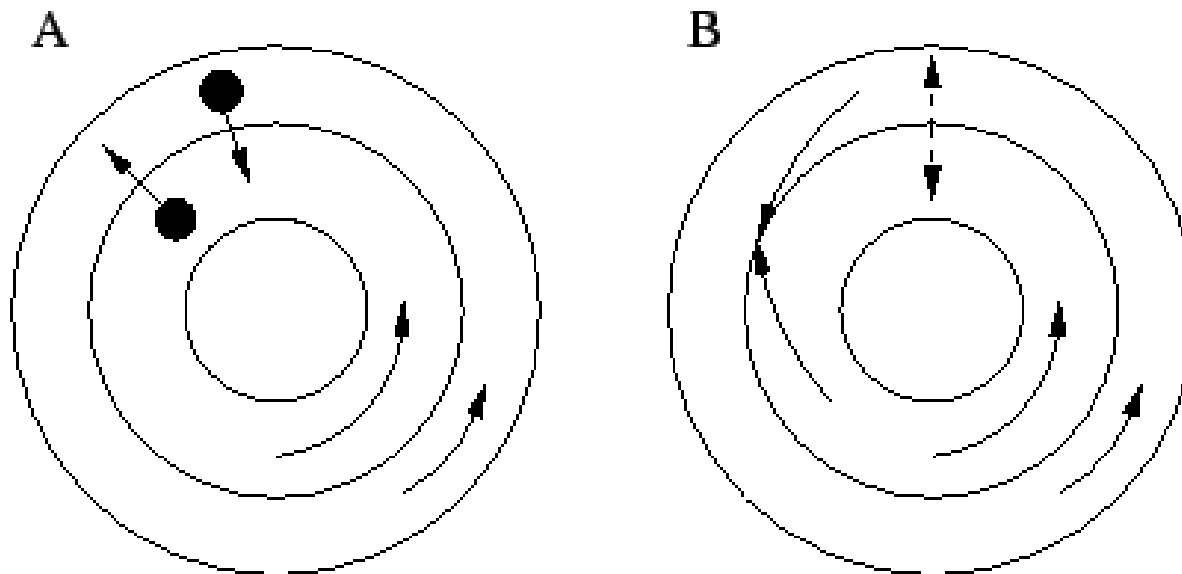
Αν υποθέσουμε αιόμα ότι $v_r \ll v_\theta$ τότε έχουμε

$$\frac{v_\theta}{r} \sim \frac{GM}{r^2}$$

άρα επιστρέφουμε στο νόμο του Kepler.

Οι λεπτοί δίσκοι, όταν το ιξώδες είναι αμελητέο, έχουν λύση ισορροπίας τον δίσκο του Kepler

Μπορούν οι δίσκοι προσαύξησης να ελαχιστοποιούν την ενέργεια διατηρώντας συγχρόνως σταθερά τη στροφορμή;



Η διαθέσιμη ενέργεια

$$W = -\frac{GM}{2} \left(\frac{m_A}{r_A} + \frac{m_B}{r_B} \right)$$

Και η στροφορμή

$$J = (GM)^{1/2} (m_A r_A^{1/2} + m_B r_B^{1/2})$$

αν $\Delta J = 0$ τότε

$$m_A r_A^{-1/2} \Delta r_A = -m_B r_B^{-1/2} \Delta r_B$$

Και η μεταβολή της ενέργειας

$$\Delta W = -\frac{GMm_A \Delta r_A}{2r_A^2} \left[\left(\frac{r_A}{r_B} \right)^{3/2} - 1 \right]$$

Η ενέργεια θα ελαχιστοποιηθεί ενώ η στροφορμή θα διατηρηθεί σταθερά μόνο αν το εσωτερικό σημείο κινηθεί προς το εσωτερικό και ταυτόχρονα τα εξωτερικά σημεία μετατοπισθούν σε μεγαλύτερες αποστάσεις.

Η συσσώρευση μάζας συνοδεύεται από διαστολή του δίσκου.

Βασικές εξισώσεις δυναμικής των δίσκων προσαύξησης

Οι εξισώσεις συνέχειας και NS όταν $v_r \ll v_\theta$,
 $\partial/\partial\theta=0$, $v_z=0$ γράφονται:

$$\begin{aligned}\nabla\vec{v} &= \left(\frac{\partial}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{e}_\theta \right) (v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta) \\ &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r}\end{aligned}$$

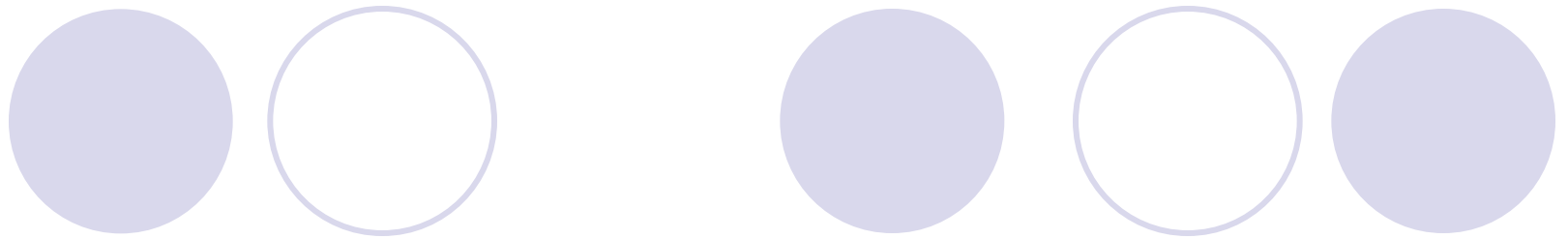

$$\nabla(\Sigma \vec{v}) = \Sigma \nabla \vec{v} + \vec{v} \nabla \Sigma$$

$$\vec{v} \nabla \Sigma = v_r \frac{\partial \Sigma}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \Sigma}{\partial \theta}$$

$$\Sigma \nabla \vec{v} = \Sigma \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\Sigma}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \Sigma \frac{v_r}{r}$$

$$\nabla(\Sigma \vec{v}) = v_r \frac{\partial \Sigma}{\partial r} + \Sigma \frac{\partial v_r}{\partial r} + \Sigma \frac{v_r}{r}$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\Sigma v_r) + \frac{1}{r} \Sigma v_r$$



$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) - \frac{1}{r} \Sigma v_r + \frac{1}{r} \Sigma v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r)$$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla(\Sigma \vec{v}) = 0$$

Άρα η εξίσωση συνέχειας:

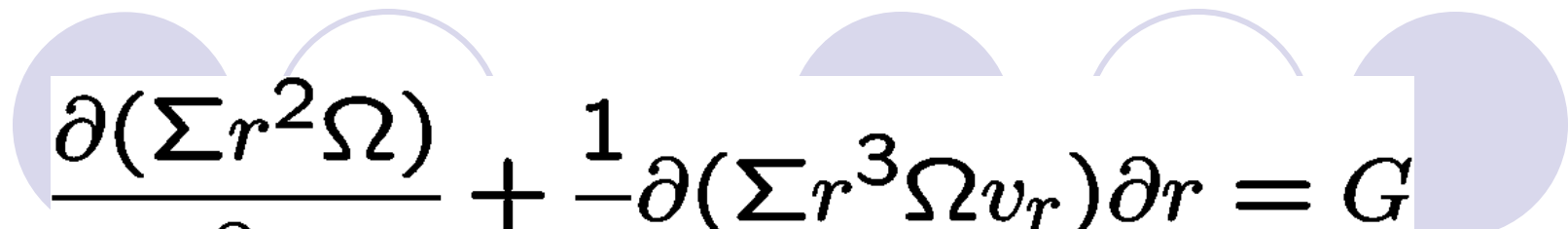
$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Sigma v_r)}{\partial r} = 0$$

Και η NS:

$$\Sigma \left(\frac{\partial v_{\theta}}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} + \frac{\partial v_{\theta} v_r}{r} \right) =$$

$$\nu \Sigma \left(\frac{\partial^2 v_{\theta}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} - \frac{v_{\theta}}{r^2} \right)$$

Πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση συνέχειας με rv_{θ} και την εξίσωση NS με r και προσθέτοντας κατά μέλη έχουμε την εξίσωση μεταφοράς της στροφορμής



$$\frac{\partial(\Sigma r^2 \Omega)}{\partial t} + \frac{1}{r} \partial(\Sigma r^3 \Omega v_r) \partial r = G$$

όπου $\Omega = v_\theta / r$. Η στροφορμή ενός λεπτού δακτυλίου του δίσκου είναι $[\Sigma r^2 \Omega](2\pi r dr)$ και η κλίση της στροφορμής λόγω της ακτινικής ροής είναι $\Sigma r^3 \Omega v_r$.

Υπολογίζεται προσεγγιστικά ο όρος στο δεξί μέλος της εξίσωσης που αντιπροσωπεύει τις πηγές και τις απώλειες στροφορμής

$$G = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \Sigma r^3 \frac{d\Omega}{dr} \right]$$

Από τις εξισώσεις

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Sigma v_r)}{\partial r} = 0$$

και

$$\frac{\partial (\Sigma r^2 \Omega)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\Sigma r^3 \Omega v_r)}{\partial r} =$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \Sigma r^3 \frac{d\Omega}{dr} \right]$$

με δεδομένα V , $(d\Omega/dr)$ αναζητούμε λύσεις για $v_r(r,t), \Sigma(r,t)$ και υπολογίζουμε το ρυθμό πρόσπτωσης μάζας \dot{m}

Πηγές Εικόνων



[1] The Big Corona

Credit and Copyright: Koen Van Gorp (<http://users.skynet.be/vangorp/>)

Via NASA, Astronomy Picture of the Day

<http://apod.nasa.gov/apod/ap090726.html>

[2] Accretion Disk Binary System

Drawing Credit: ST ScI, NASA

NASA, Astronomy Picture of the Day

<http://apod.nasa.gov/apod/ap991219.html>



Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Νικόλαος Τρυφωνίδης
Θεσσαλονίκη, 31 Μαρτίου 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

