



# Αστροφυσική

Ενότητα # 3: Από τη Μεσοαστρική Σκόνη στην  
Κύρια Ακολουθία

Λουκάς Βλάχος  
Τμήμα Φυσικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



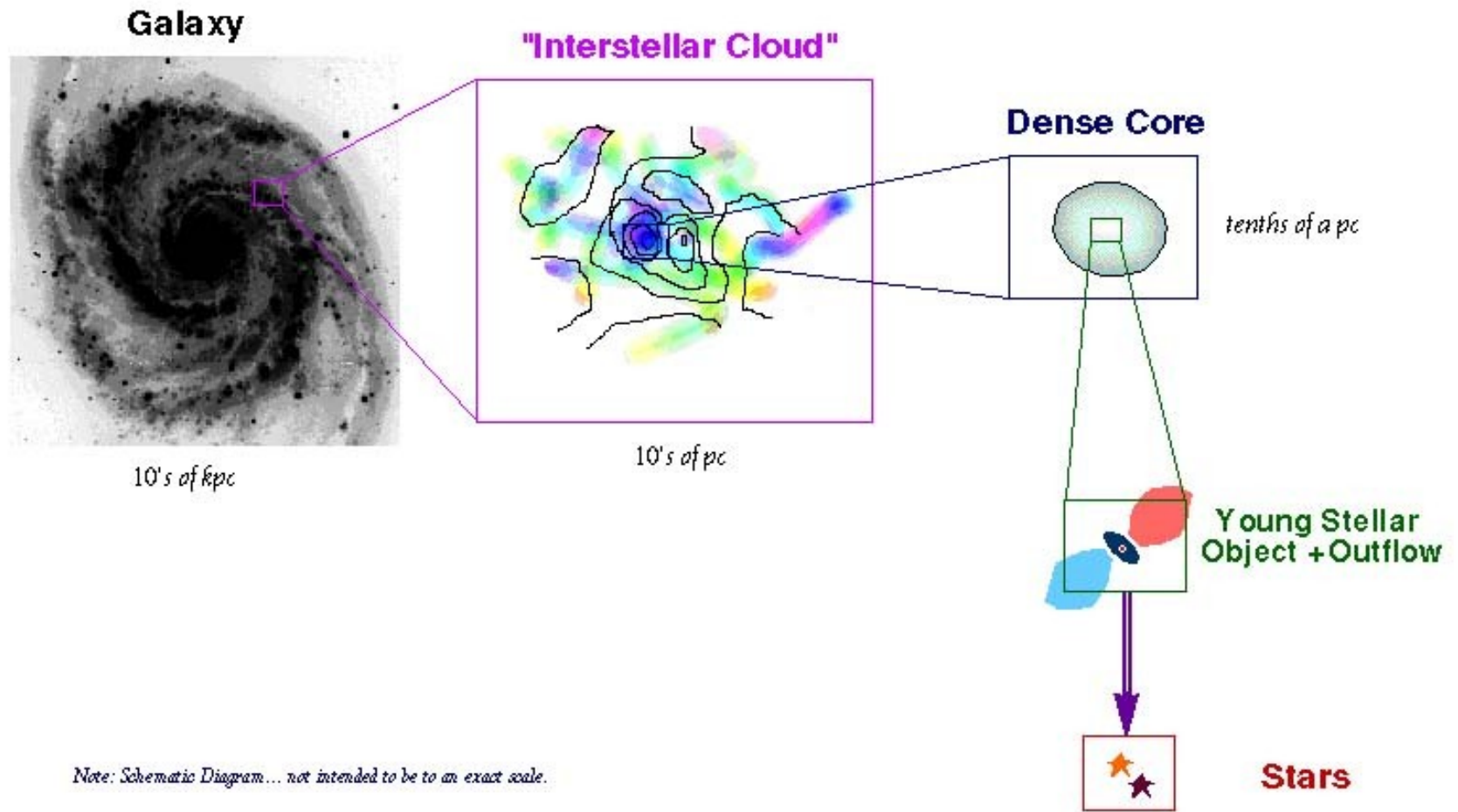


# Αστροφυσιική

Από τη μεσοαστρική σιόνη στην κύρια ακολουθία

Λουκάς Βλάχος

# Star Formation in the Interstellar Medium

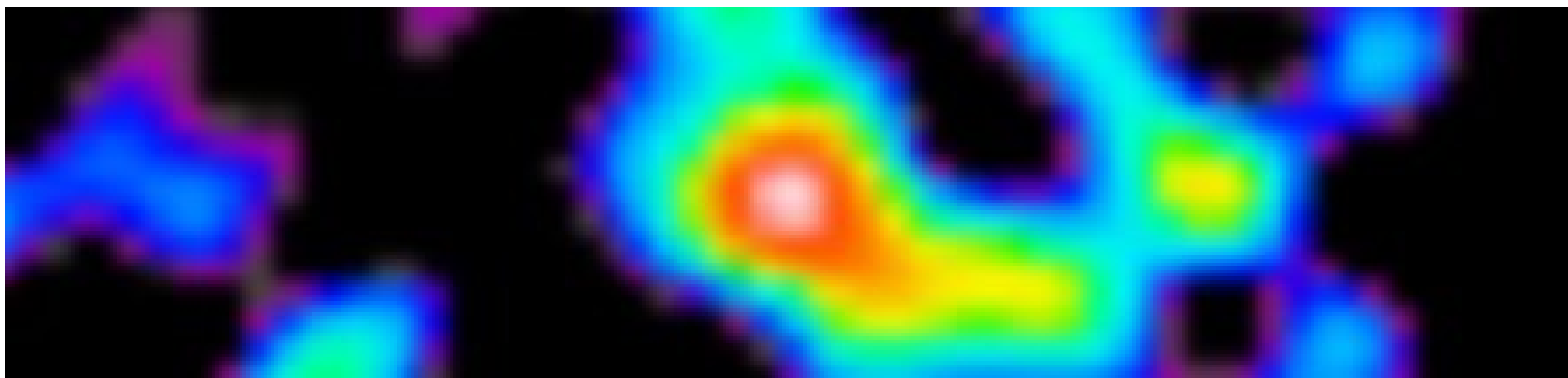


**Εικόνα 1:** Σχηματικό διάγραμμα δημιουργία αστέρων από μεσοαστρική ύλη (εκτός κλίμακας) [1].

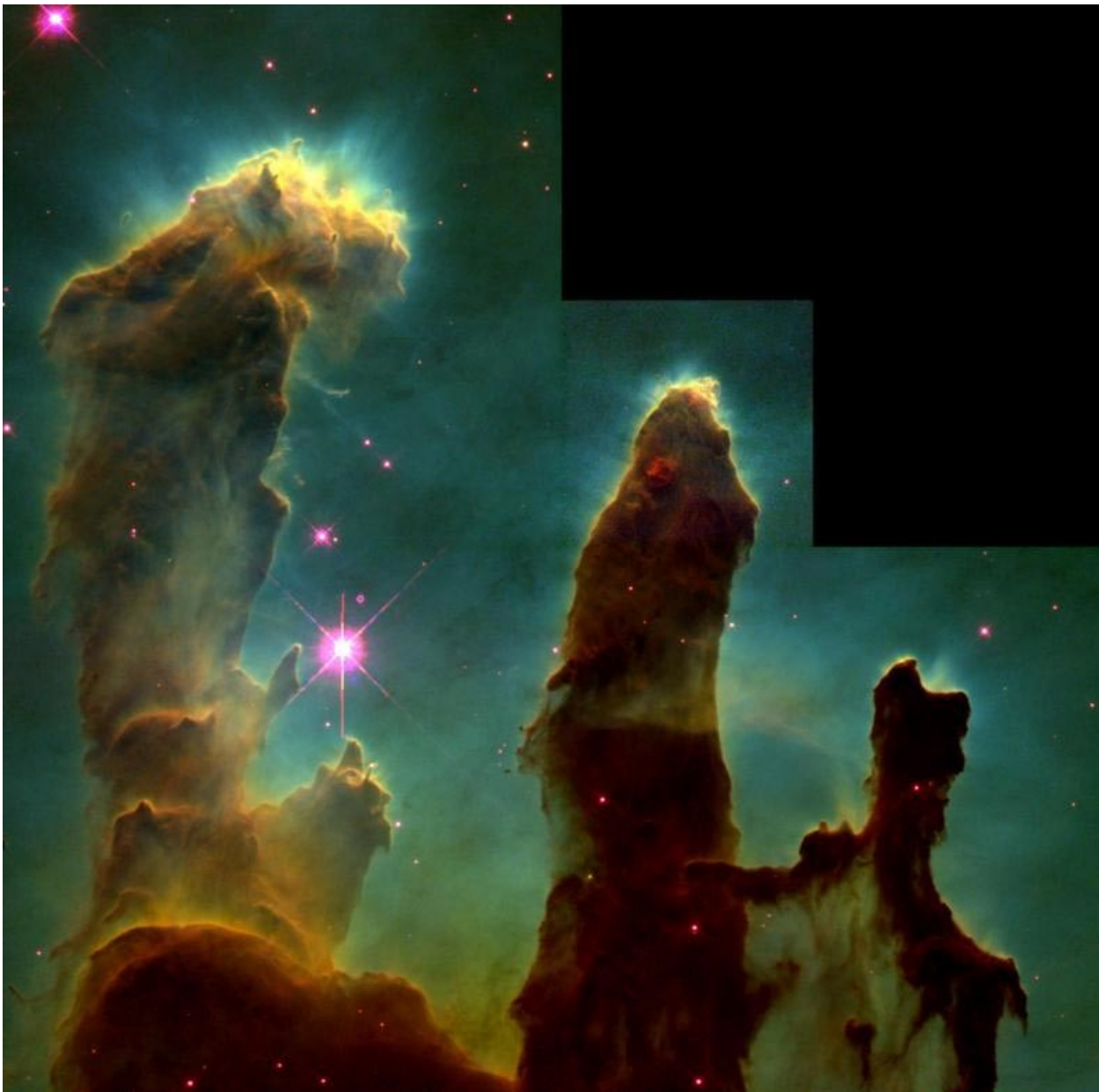
Η δημιουργία αστερών συνεχίζεται μέχρι σήμερα στο Γαλαξία μας. Οι σπείρες αποτελούν το πιο πιθανό σημείο δημιουργίας αστερών. Πού οφείλονται τα υπέροχα χρώματα των μεσοαστρικών νεφών;



**Εικόνα 2:** Φωτογραφία του μεσοαστρικού νέφους *Barnard 3* στο υπέρυθρο φως. Το μπλε και το κυανό αντιστοιχούν σε μήκη κύματος 3.4 και 4.6  $\mu\text{m}$  και προέρχονται κυρίως από άστρα. Το πράσινο και το κόκκινο αντιστοιχούν σε μήκη κύματος 12 και 22  $\mu\text{m}$  και προέρχονται από σκόνη [2].



**Εικόνα 3:** Μετάπτωση μοριακών γραμμών στον Orion KL, μέρος του αστερισμού του Ωρίωνα [3].



**Εικόνα 4:** Το νεφέλωμα του Αετού (Eagle Nebula), μια πιθανή περιοχή δημιουργίας νέων αστερών σε απόσταση 6500 ετών φωτός (υπέρουθρο φως) [4].



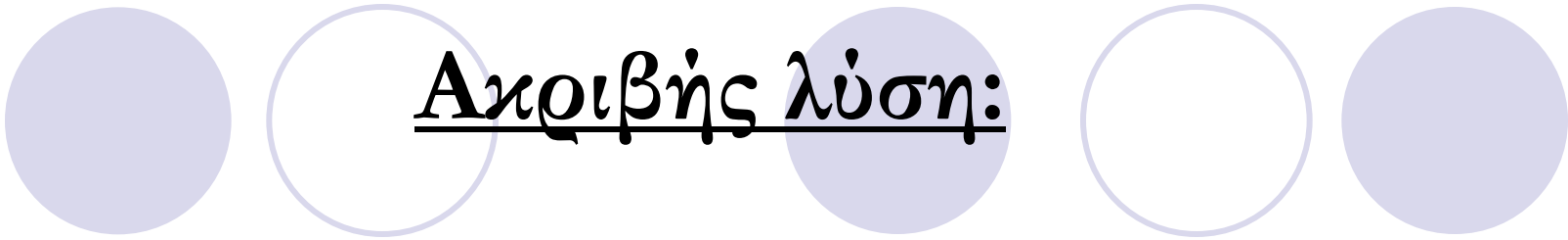
**Πρόβλημα 1:** Αν υποθέσουμε ότι σε ένα μεσοαστρικό νέφος (σφαιρικό και ομογενές) η βαρύτητα είναι πολύ μεγαλύτερη από την κλίση της πίεσης (την οποία προσεγγιστικά μπορούμε να τη θεωρήσουμε αμελητέα) να υπολογισθεί ο χρόνος που θα χρειαστεί ένα στοιχείο της επιφάνειάς του για να φτάσει στο κέντρο του μεσοαστρικού νέφους. (Δυναμικός χρόνος ή χρόνος ελεύθερης πτώσης)

# Προσεγγιστική λύση:

$$\rho \frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM\rho}{R^2}$$

$$\frac{R_c}{\tau_{ff}^2} \sim \frac{GM_c}{R_c^2}$$

$$\tau_{ff} = \left( \frac{R_c^3}{GM_c} \right)^{1/2}$$



## Ακριβής λύση:

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2} \quad (1)$$

όπου  $r$  είναι η απόσταση από το κέντρο του σφαιρικού νέφους,

$M = \frac{4\pi}{3}R_c^3\rho_0$  η μάζα του και  $\rho_0$  η σταθερή πυκνότητά του.

Κανονικοποιώντας την εξ. (1) έχουμε

$$\frac{\ddot{r}}{R_c} = -\frac{4\pi}{3}G\rho_0 \left(\frac{r}{R_c}\right)^{-2} \quad (2)$$

Αν χρησιμοποιήσουμε αδιάστατες μονάδες ( $\xi=r/R_c$ ,  $\tau=t/t_0$ ,  $t_0=[(4\pi/3)G\rho_0]^{-1/2}$ ) τότε

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} = -\xi^{-2} \quad (3)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με  $\xi$  και ολοκληρώνοντας έχουμε

$$\frac{1}{2}\dot{\xi}^2 = -\xi^{-1} - 1 \quad (4)$$

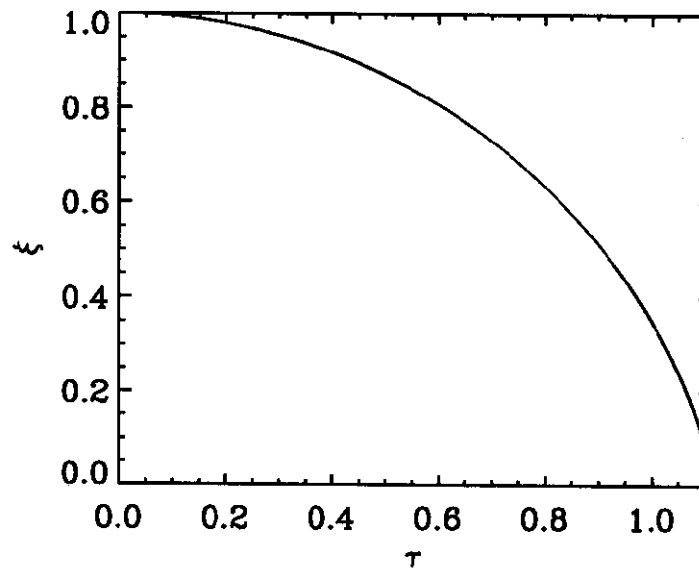
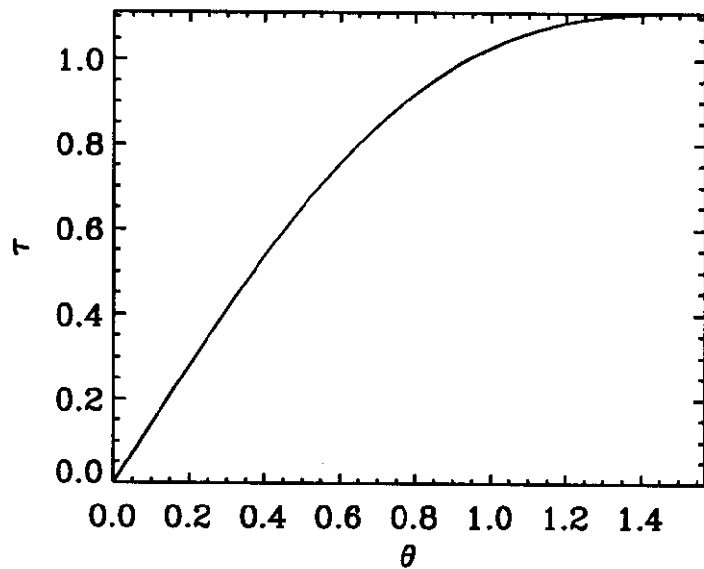
Η σταθερά της ολοκλήρωσης είναι ίση με τη μονάδα γιατί

$\dot{\xi} = 0$  όταν  $\xi=1$ . Απλουστεύεται σημαντικά η λύση της εξ. (4) αν αλλάξουμε μεταβλητές,  $\xi=\cos^2\theta$  οπότε η εξίσωση κίνησης (2) παίρνει τη μορφή

$$2\dot{\theta}^2\cos^2\theta - \cos^{-2}\theta = 0 \quad (5)$$

Ολοκληρώνοντας την εξ.(5) έχουμε

$$\frac{1}{2}\theta + \frac{1}{4}\sin 2\theta = 2^{-1/2}\tau \quad (6)$$



Στο σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της λύσης της εξ.(6). Ο χρόνος της ελεύθερης πτώσης υπολογίζεται από την εξ.(6) για  $\theta = \pi/2$  ( $\xi = 0$ )

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_0}} \quad (7)$$

Είναι ενδιαφέρον ότι ο χρόνος  $t_{ff}$  δεν εξαρτάται από την αρχική ακτίνα αλλά από την αρχική πυκνότητα.

Για νέφη με χαρακτηριστική πυκνότητα

$$\rho \sim 2 \times 10^{-20} \text{ kgr/m}^3$$

ο χρόνος βαρυτικής συστολής του νέφους είναι περίπου

$$t_{ff} \sim 10^6 \text{ yrs}$$

# Αριθμητική λύση

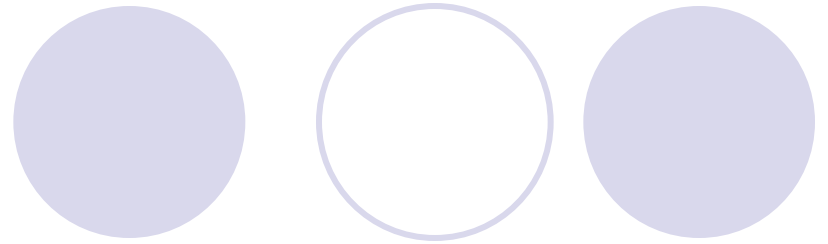
Ένα απλό πρόγραμμα με τη MATLAB

$$\frac{1}{2}\dot{\xi} = \xi^{-1} - 1$$

Η εξίσωση αυτή παίρνει τη μορφή:

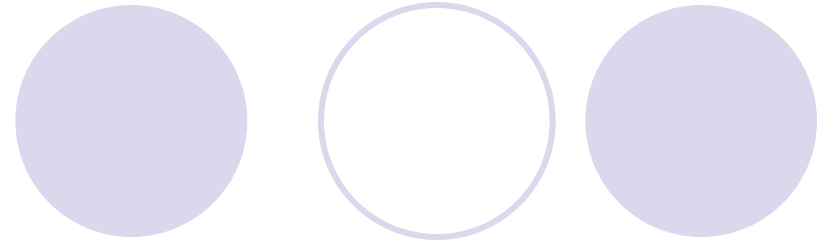
$$\xi_{n+1} = \xi_n + 2 \left( \sqrt{1/\xi_n - 1} \right) dt$$

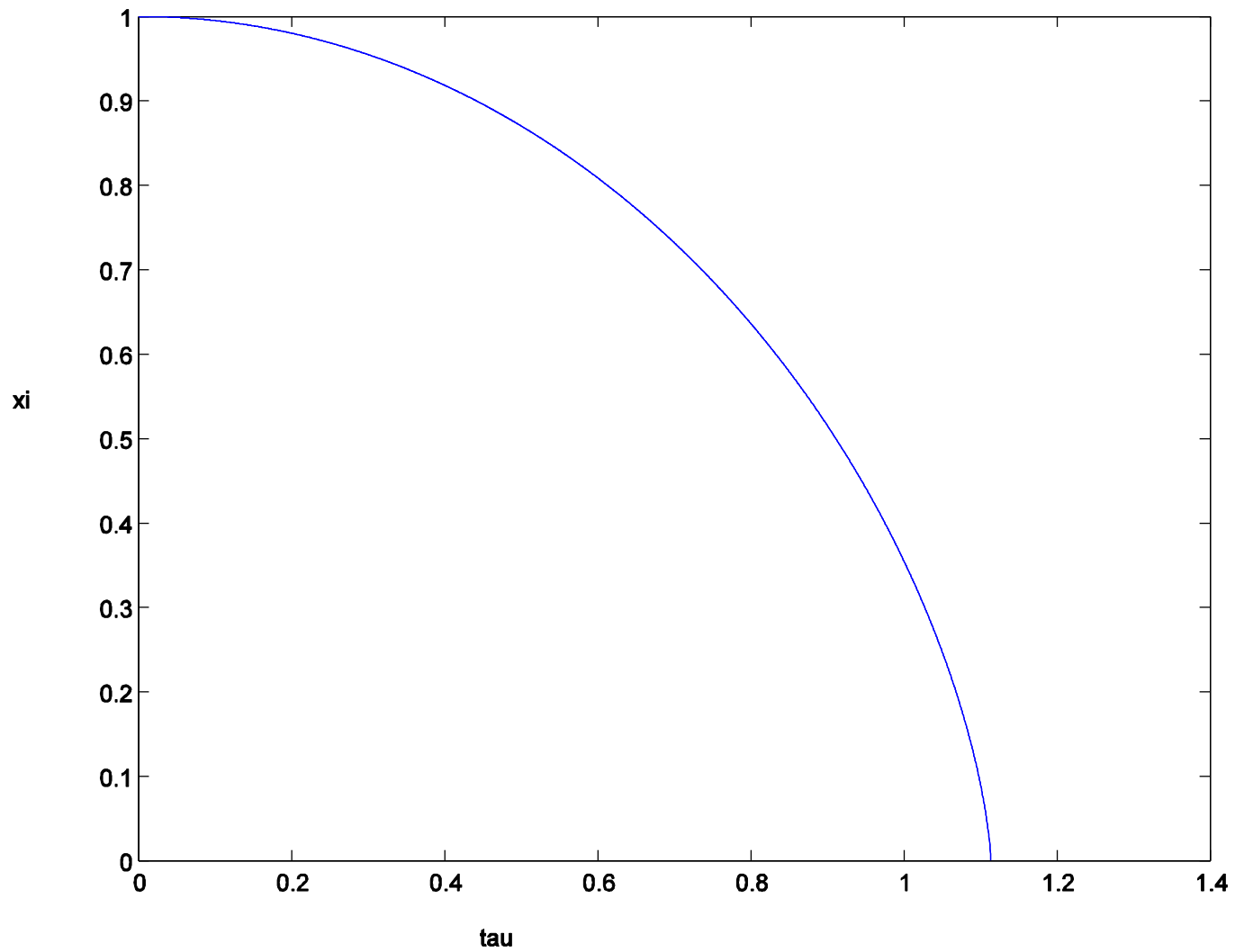
```
function c3
n10000;
for ii=1:n
a(ii)=0.0;
end
a(1)=0.99999999;
dt=0.0005;
x(1)=0.0;
y(1)=a(1);
plot(x,y);
```





```
hold on
for i=1:n
if 1.0/a(i)<1.0
plot(x,y);
break
end
a(i+1)=a(i)*sqrt(2.0*(1.0/a(i)-1.0))
;
x(i+1)=x(i)+dt;
y(i+1)=a(i);
end
plot(x,y)
```





# Τα μεσοαστρικά νέφη περιστρέφονται

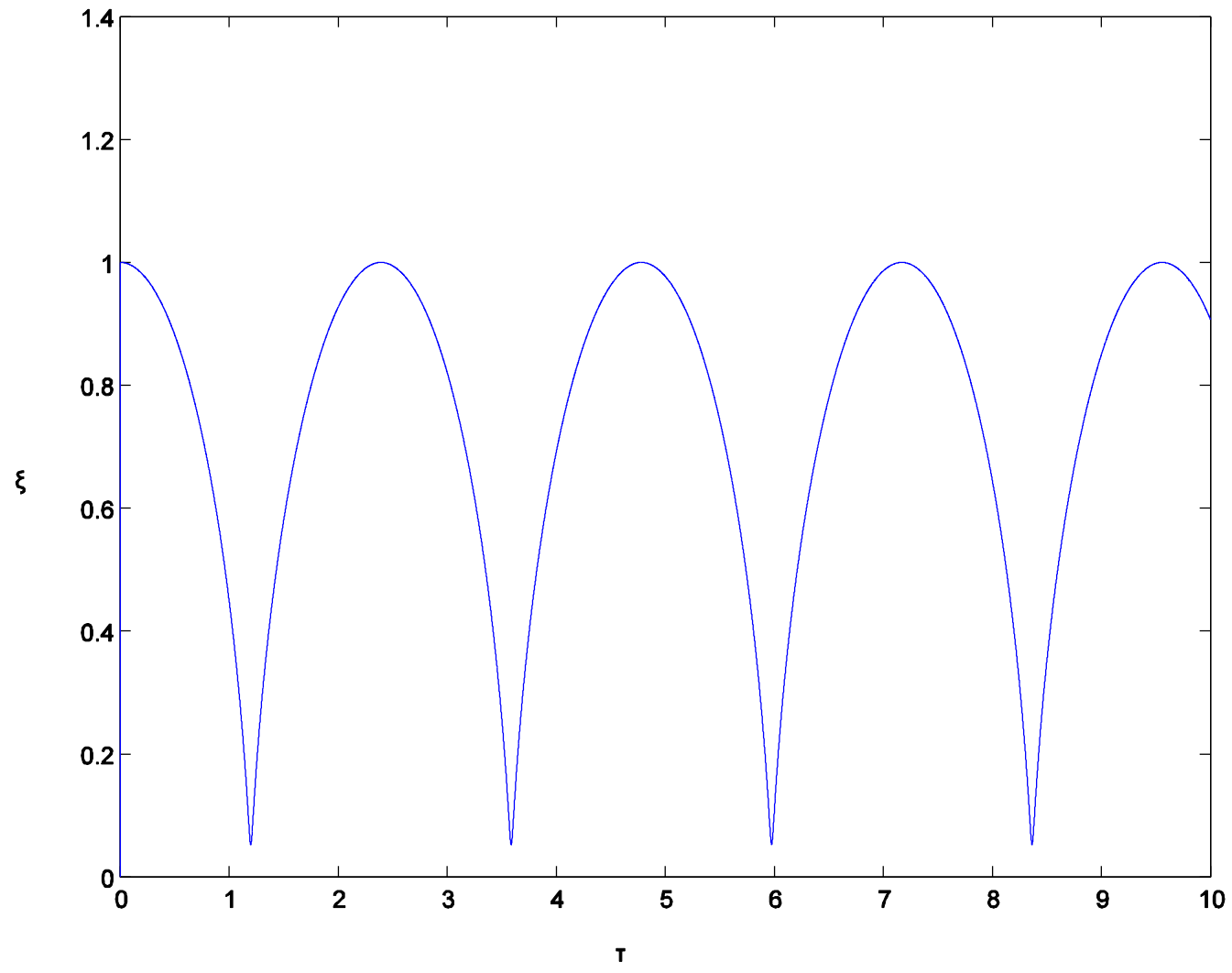
**Πρόβλημα 2:** Τι θα συμβεί αν επαναλάβουμε το Πρόβλημα 1 αλλά τώρα υποθέσουμε ότι το μεσοαστρικό νέφος πριν αρχίσει να συστέλλεται περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ ;

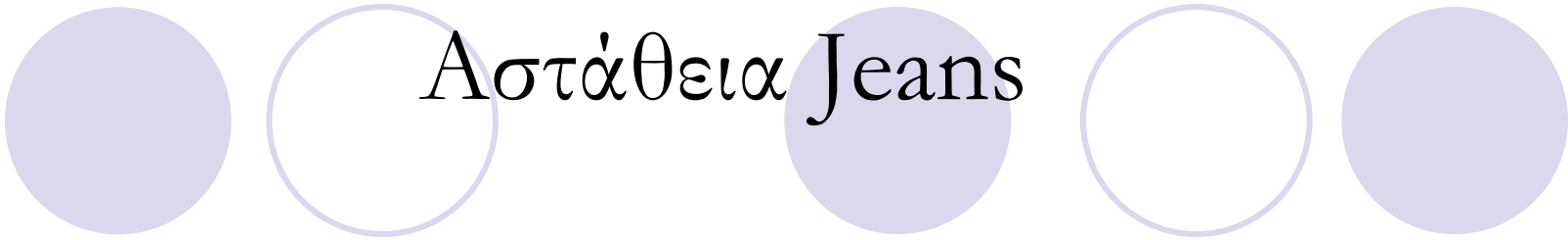
Τα μεσοαστρικά νέφη πριν αρχίσουν να συστέλλονται για να δημιουργήσουν πρωταστέρες συμμετέχουν στη διαφορική περιστροφή  $V_R(r)$  του δίσκου του γαλαξία.

Αν επιστρέψουμε στην ελεύθερη πτώση του νέφους που μελετήσαμε ήδη και επαναλάβουμε την ανάλυση υποθέτοντας ότι το νέφος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  η φυγόκεντρος δύναμη είναι  $F_c = m\omega^2 r$  και η εξίσωση κίνησης έχει τη μορφή

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} + \frac{L^2}{r^3} \quad (8)$$

όπου  $L = \omega r^2 =$  σταθερά είναι η στροφορμή της στοιχειώδους μάζας και παραμένει σταθερά.





# Αστάθεια Jeans

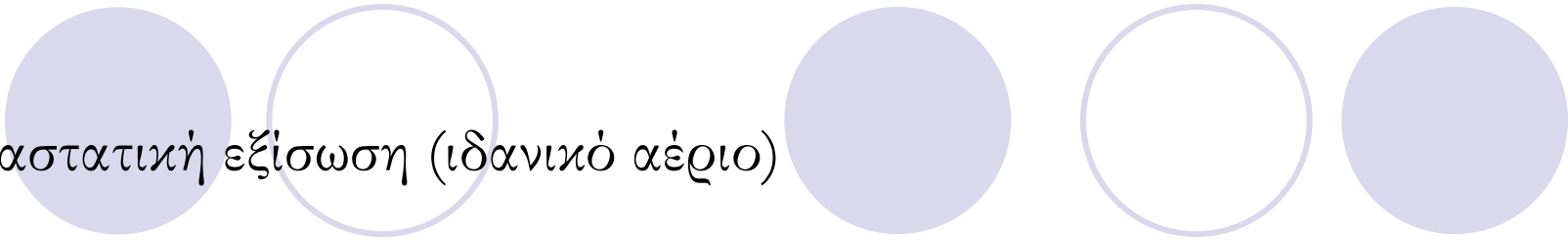
Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσω για μια ακόμη φορά τις εξισώσεις της υδροδυναμικής.

Εξίσωση συνέχειας του ρευστού:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0$$

Εξίσωση Euler ή εξίσωση κίνησης:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla P + \vec{F}$$



Καταστατική εξίσωση (ιδανικό αέριο)

$$P = \frac{\rho}{\mu m} k_B T = c_s^2 \rho,$$

όπου  $c_s = (\partial P / \partial \rho)^{1/2}$  είναι η ταχύτητα του ήχου

αν οι μεταβολές είναι αδιαβατικές:

$$P = K \rho^\gamma$$

# ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΡΕΥΣΤΟ (σφαιρική συμμετρία)

$$\vec{F} = -\frac{Gm(r)\rho(r)}{r^2}\vec{e}_r = -\rho\nabla\Phi(r)$$

$$\Phi(r) = -\frac{Gm(r)}{r}$$

$$m(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla\vec{u} \right) = -\nabla P - \rho\nabla\Phi$$

Εξίσωση Poisson:  $\nabla^2\Phi = 4\pi\rho$



# Θεωρία διαταραχών και η αστάθεια Jeans

Αν υποθέσουμε ότι αρχικά το νέφος είναι σε ισορροπία και η πίεση, η πυκνότητα, το δυναμικό βαρύτητας και η ταχύτητα έχουν τιμές  $P_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\Phi_0$ ,  $u_0=0$  αντίστοιχα.

Διαταράσσουμε τις παραπάνω τιμές:

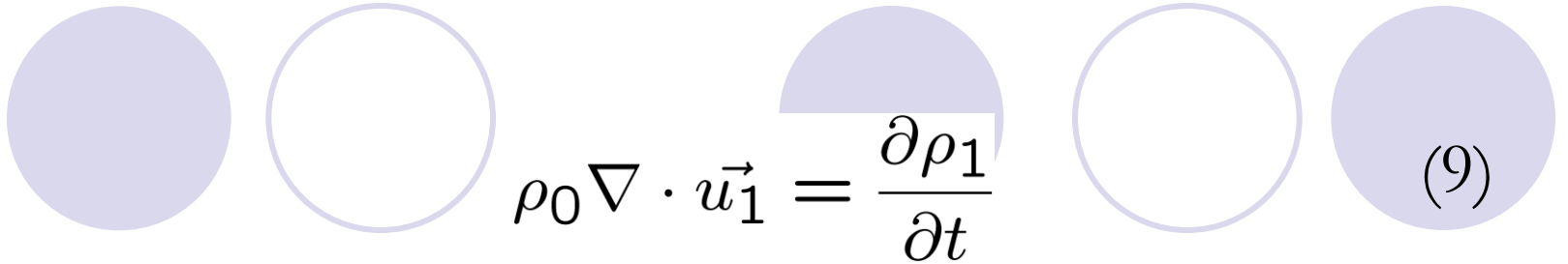
$$P = P_0 + \epsilon P_1$$

$$\rho = \rho_0 + \epsilon \rho_1$$

$$\vec{u} = \epsilon \vec{u}_1$$

$$\Phi = \Phi_0 + \epsilon \Phi_1$$

όπου  $\epsilon \ll 1$ . Αντικαθιστώντας στις εξισώσεις της υδροδυναμικής τις παραπάνω τιμές και κρατώντας όρους γραμμικούς ως προς  $\epsilon$  έχουμε



$$\rho_0 \nabla \cdot \vec{u}_1 = \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad (9)$$

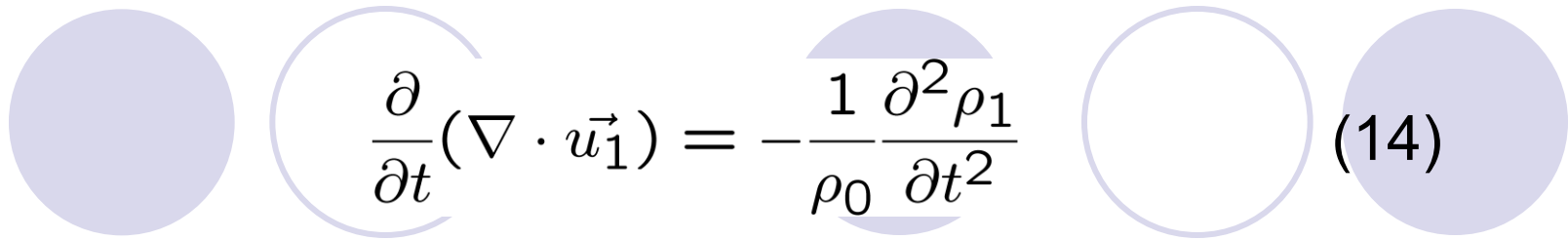
$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} = -\nabla (\Phi_1 + P_1/\rho_0) \quad (10)$$

$$\nabla^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1 \quad (11)$$

$$P_1 = c_s^2 \rho_1 \quad (12)$$

Παραγωγίζοντας τις εξισώσεις (9), (10) έχουμε:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{u}_1) = -\nabla^2 \Phi_1 - \left( \frac{c_s^2}{\rho_0} \right) \nabla^2 \rho_1 \quad (13)$$



$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{u}_1) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} \quad (14)$$

Αν αντικαταστήσουμε τον όρο  $\nabla^2 \Phi_1$  την εξ.(11) και συνδυάζοντας τις εξισώσεις (13) και (14) έχουμε

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{4\pi G \rho_0}{c_s^2} \right) \rho_1 = 0 \quad (15)$$

Η εξ.(15) αποτελεί μια γενίκευση της κυματικής εξίσωσης

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \rho_1 = 0 \quad (16)$$

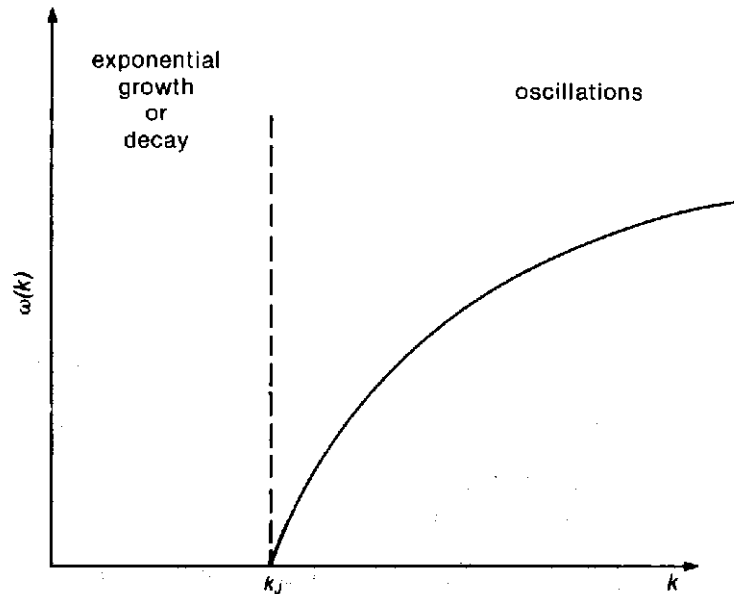
Αν από τις εξισώσεις 15 και 16 αναζητήσουμε λύσεις της μορφής

$$\rho_1 = \rho_{10} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

(αναζητούμε λύσεις επιπέδου κύματος με κυματάριθμο  $\vec{k}$  και συχνότητα  $\omega$ ) τότε η εξ.(15) παίρνει τη μορφή

$$D(\vec{k}, \omega) = \omega^2 - k^2 c_s^2 + 4\pi G \rho_0 = 0 \quad (17)$$

ενώ η εξ.(16)  $D(\vec{k}, \omega) = \omega^2 - k^2 c_s^2 = 0 \quad (18)$



**Σχήμα 1:** Η γραφική παράσταση των ταλαντώσεων του μεσοαστρικού νέφους. Για  $k \leq k_j$  το νέφος αρχίζει να συστέλλεται ενώ για  $k > k_j$  ταλαντώνεται με χαρακτηριστική συχνότητα  $\omega = kc_s$

Διαπιστώνουμε από την εξ.(17) ότι, αν  $k < 4\pi G \rho_0 / c_s^2$  τότε το  $\omega^2 < 0$  και άρα

Η συχνότητα είναι φανταστική ( $\omega = \pm i\gamma$ ) και η δε ταλάντωση της πυκνότητας θα έχει τη μορφή


$$\rho_1 = \rho_{10} e^{\gamma t} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

Συμπεραίνουμε ότι με το πέρασμα του χρόνου οι ταλαντώσεις με μήκος κύματος

$$\lambda_J = \frac{2\pi c_s}{\sqrt{4\pi G \rho_0}} = \frac{2\pi}{k_J} \quad (19)$$

είναι πιθανόν να οδηγήσουν το νέφος σε συστολή. Για νέφη με πυκνότητα  $10^{-20} \text{kg/m}^3$ ,  $c_s = 1 \text{km/s}$ , το  $\lambda_J = 20 \text{pc}$ .

Στο Σχ.(1) διακρίνουμε δύο περιοχές ταλάντωσης του νέφους (1) για  $k \ll k_J$  η διαταραχή οδηγεί το νέφος σε αστάθεια και πιθανή συστολή για τη δημιουργία πρωτοαστέρων, (2) για  $k \gg k_J$ , η διαταραχή θα αναγκάσει το νέφος να πάλλεται με χαρακτηριστική συχνότητα  $\omega = kc_s$ .



Τα παραπάνω μας οδηγούν στον υπολογισμό της ελάχιστης μάζας για να αρχίσει η συστολή του μεσοαστρικού νέφους

$$M_J \sim \frac{4}{3}\pi\lambda_J^3\rho_0 = \frac{4}{3}\pi^{5/2} \left( \frac{k_B T}{G\mu m_p} \right)^{3/2} \rho_0^{-1/2}$$

για  $\rho_0=1\text{cm}^{-3}$ ,  $T=100\text{K}$  έχουμε  $M_J=8\times 10^{38}\text{gr}$

Η μάζα αυτή είναι πολλές φορές μεγαλύτερη από την τυπική μάζα των αστερών, άρα η μάζα αυτή διαλύεται σε μικρότερα κομμάτια πριν αρχίσει η δημιουργία αστερών.

# Μια απλούστερη προσέγγιση του ίδιου προβλήματος

Αν υποθέσουμε ότι η πίεση λόγω βαρύτητας σε μια στήλη μοναδιαίας επιφάνειας και ύψους  $R_c$  είναι


$$\frac{dP}{dr} = F \rightarrow P_G = \frac{F_G}{A} \simeq F_G$$

και

$$P_G = F_G = \int_0^{R_c} \frac{GM(r)\rho dr}{r^2} = \frac{2\pi G\rho_0 R_c^2}{3}$$

για να αρχίσει η συστολή θα πρέπει η εξωτερική πίεση στο νέφος να είναι μικρότερη από την πίεση που θα ασκεί η βαρύτητα, άρα



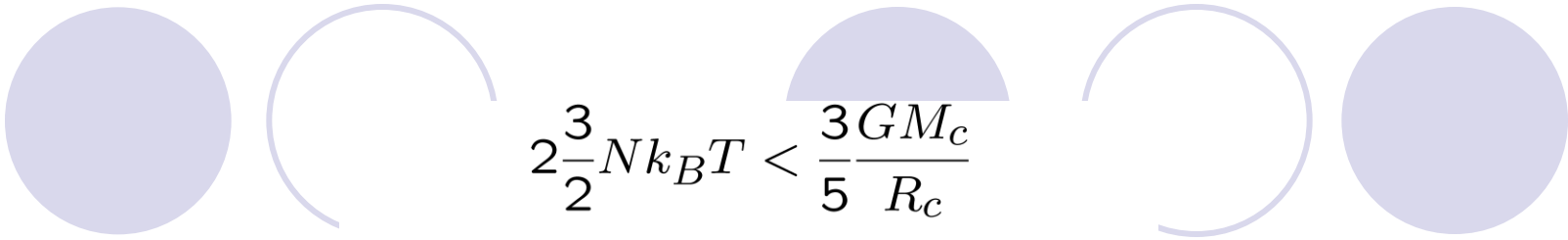


$$\frac{\rho k_B T}{\mu m_p} < \frac{2\pi G \rho^2 R_c^2}{3}$$

και μετά από πράξεις καταλήγουμε σε ένα αποτέλεσμα παρόμοιο με αυτό που συζητήσαμε ήδη.

Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε και από την εφαρμογή του θεωρήματος Virial.

$$2K < W \rightarrow \frac{3M_c K_B T}{\mu m_p} < \frac{3GM_c^2}{5 R_c}$$


$$2\frac{3}{2}Nk_B T < \frac{3GM_c}{5 R_c}$$

$$R_c = \left( \frac{3M_c}{4\pi\rho_0} \right)^{1/3}$$

$$\frac{3M_c k_B T}{\mu m_p} < \frac{G}{5} 3^{2/3} (4\pi\rho_0)^{1/3} M_c^{5/3}$$

$$M_c^{2/3} > \frac{15k_B T}{\mu m_p} \frac{1}{3^{2/3} G (4\pi\rho_0)^{1/3}}$$

$$M_c^{2/3} > \frac{5k_B T}{\mu m_p G} \left( \frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/3}$$

$$M_c > \left( \frac{5k_B T}{\mu m_p G} \right)^{3/2} \left( \frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2}$$

**Πρόβλημα 3:** Να υπολογισθεί η μέγιστη φωτεινότητα που μπορεί να φτάσει ένας αστέρας (όριο Eddington)

Απάντηση: Αν η δύναμη που ασκεί η ακτινοβολία στο στοιχειώδη όγκο του ρευστού είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη της βαρύτητας τότε ο αστέρας διαλύεται.

Έχουμε ήδη αναφερθεί στην πίεση της ακτινοβολίας όταν μελετήσαμε τα μοντέλα αστέρων

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\kappa \rho}{c} \frac{L}{4\pi r^2}$$

Αν συνδυάσουμε αυτή την εξίσωση με την

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M \rho}{r^2}$$

έχουμε τη φωτεινότητα Eddington:

$$L_{ED} = \frac{4\pi G c}{\kappa} M \simeq 1.5 \times 10^{38} \frac{M}{M_{\odot}} \text{ergss}^{-1}$$

**Πρόβλημα 4:** Ένα τυπικό μεσοαστρικό νέφος είναι ασταθές και αρχίζει να συστέλλεται. Να υπολογισθεί προσεγγιστικά η μέγιστη φωτεινότητα του πρωτοαστέρα που δημιουργείται

Απάντηση: Η ενέργεια που θα απελευθερωθεί λόγω της βαρυτικής συστολής είναι

$$\Delta W = -\frac{3}{10} \frac{GM_J^2}{R_J}$$

Ο χρόνος δυναμικής συστολής του νέφους έχει ήδη υπολογισθεί  $t_{ff}$  άρα η φωτεινότητα του πρωταστέρα θα είναι

$$L_{ff} = \frac{\Delta W}{t_{ff}} = G^{3/2} \left( \frac{M_J}{R_J} \right)^{5/2}$$

Πόσο απέχει αυτή η τιμή από τη φωτεινότητα Eddington;

## Ερωτήματα για περισσότερη συζήτηση:

- Ποιος κατά τη γνώμη σας θα είναι ο ρόλος της αρχικής περιστροφής του μεσοαστρικού νέφους στην εξέλιξη της συστολής;
- Ποια νέα φαινόμενα θα περιμένατε να παρατηρηθούν; Είναι τα φαινόμενα αυτά εύκολο να αναγνωρισθούν από τις παρατηρήσεις;
- Θα μας οδηγήσουν σε αξιόπραστες δυσκολίες για το μοντέλο που περιγράψαμε ήδη;

# Πηγές Εικόνων

[1] Cartoon view of star formation in a spiral galaxy

Alyssa A. Goodman, Harvard University

<https://www.cfa.harvard.edu/~agoodman/sf.html>

[2] Festival of Lights (NASA picture of the day)

Image Credit: NASA/JPL-Caltech/UCLA

[www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image\\_feature\\_2138.html](http://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_2138.html)

[3] Map of one (HCO+) of 15 molecular line transitions in Orion KL obtained in a single pass with the 6-element BIMA array

Courtesy BIMA Image Gallery, a selection of astronomical images obtained with the BIMA millimeter-wave interferometer, posted on the *BIMA Web server*.

<http://archive.ncsa.illinois.edu/Cyberia/Bima/StarForm.html>



# Πηγές Εικόνων

[4] The "Pillars of Creation" in the Eagle nebula, as seen by NASA's Hubble Space Telescope in 1995.

Image credit: NASA/ESA/STScI/Arizona State University

[www.nasa.gov/mission\\_pages/herschel/news/herschel120120118.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/herschel/news/herschel120120118.html)



# Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Νικόλαος Τρυφωνίδης  
Θεσσαλονίκη, 31 Μαρτίου 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

