



Συστήματα Γνώσης

Θεωρητικό Κομμάτι Μαθήματος

Ενότητα 9: Εξελιγμένες Συλλογιστικές - Συλλογιστική των Μοντέλων
Ποιοτική Συλλογιστική

Νίκος Βασιλειάδης, Αναπλ. Καθηγητής
Τμήμα Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΑΝΟΙΚΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ



Εξελιγμένες Συλλογιστικές

Συλλογιστική των Μοντέλων

Ποιοτική Συλλογιστική

Εξελιγμένες Συλλογιστικές

- Κυριότερες δυσκολίες στην ανάπτυξη ενός συστήματος γνώσης με εμπειρική γνώση (έμπειρο σύστημα):
 - Η εκμαίευση της γνώσης (εμπειρίας) του ειδικού από το μηχανικό της γνώσης
 - Η κατανόηση και μετατροπή της σε εύχρηστα υπολογιστικά μοντέλα
- Υπάρχουν εξελιγμένες συλλογιστικές που μειώνουν την ανάγκη για εμπειρική γνώση
 - Συλλογιστική βασισμένη σε μοντέλα (model-based reasoning)
 - Ποιοτική συλλογιστική (qualitative reasoning)
 - Συλλογιστική βασισμένη σε περιπτώσεις (case-based reasoning)



Εξελιγμένες Συλλογιστικές

- Άλλες πηγές γνώσης:
 - Φυσικά ή μηχανικά μοντέλα
 - Τεχνικά εγχειρίδια
 - Αναφορές περιπτώσεων αντιμετώπισης προβλημάτων, κτλ.
- Η ανάπτυξη αυτών των συλλογιστικών οδήγησε στη γενίκευση του όρου **έμπειρα συστήματα** σε **συστήματα γνώσης**.



Συλλογιστική Βασισμένη σε Μοντέλα

Model-based Reasoning

- Αναπαριστά τη δομή και λειτουργία πραγματικών (φυσικών) συστημάτων.
- Χρησιμοποιεί βασικές επιστημονικές ή τεχνικές αρχές αντί εμπειρικής γνώσης.
- Χρησιμοποιείται κυρίως σε εφαρμογές διάγνωσης (**model-based diagnosis**).



Μειονέκτημα εμπείρων συστημάτων που πραγματοποιούν διάγνωση

- Τα φυσικά συστήματα αντιμετωπίζονται σαν "**μαύρα κουτιά**" (black-box).
 - Συσχετίζουν ένα σύνολο παρατηρήσιμων παραμέτρων του φυσικού συστήματος, με ένα σύνολο παρατηρήσιμων δυσλειτουργιών.
- Η συμπεριφορά του συστήματος καθορίζεται από τη συμπεριφορά του στο παρελθόν σε παρόμοιες περιπτώσεις, οι οποίες έχουν αποτυπωθεί ως εμπειρία.
 - Δεν μπορεί να διαγνώσει νέες δυσλειτουργίες που δεν έχουν αντιμετωπισθεί στο παρελθόν, επειδή δεν έχουν αποτυπωθεί ως εμπειρικοί κανόνες.
- Η συλλογιστική που βασίζεται σε εμπειρική γνώση και συνδυάζει το αποτέλεσμα με το αίτιο, ονομάζεται **απαγωγική συλλογιστική (abductive reasoning)**.



Πλεονέκτημα συστημάτων διάγνωσης βασισμένα σε μοντέλα

- Οι κατασκευαστές γνωρίζουν περισσότερα για τον τρόπο λειτουργίας ενός συστήματος από τους ειδικούς που το χειρίζονται.
- Η περιγραφή του φυσικού συστήματος συνίσταται στις βασικές αρχές λειτουργίας του και όχι στις περιπτώσεις βλαβών που παρατηρήθηκαν.
- Με τον τρόπο αυτό είναι σε θέση να αντιμετωπίσουν καταστάσεις που δεν έχουν συναντήσει στο παρελθόν.



Μοντέλο συστήματος

- Αναπαριστά τη δομή και βασικές λειτουργίες ενός φυσικού συστήματος.
- Είδη μοντέλων:
 - **Μαθηματικά μοντέλα**: Περιγράφουν με αναλυτικές εξισώσεις ένα σύστημα.
 - **Στοχαστικά μοντέλα**: Περιγράφουν στατιστικά τη λειτουργία ενός συστήματος.
 - **Αιτιοκρατικά μοντέλα**: Περιγράφουν ένα σύστημα μέσω των αλληλεπιδράσεων των επιμέρους τμημάτων του.



Χαρακτηριστικά Συστημάτων Διάγνωσης βασισμένων σε Μοντέλα

- Η εκμαίευση γνώσης αντικαθίσταται από την αποτύπωση του μοντέλου ενός φυσικού συστήματος.
 - Δεν είναι εύκολη δουλειά, αλλά είναι λιγότερο πολύπλοκη και περισσότερο προβλέψιμη διαδικασία από την αλληλεπίδραση με έναν άνθρωπο-ειδικό.
- Οι βασικές διαγνωστικές λειτουργίες είναι συνήθως ανεξάρτητες από το προς εξέταση σύστημα.
 - Μπορεί να μεταβληθεί μόνο το μοντέλο και να επαναχρησιμοποιηθεί ο πυρήνας του διαγνωστικού συστήματος για άλλα φυσικά συστήματα.



Τοπικές και μη αλληλεπιδράσεις

- Τα απλά συστήματα βασίζονται μόνο σε **τοπικές αλληλεπιδράσεις** γειτονικών τμημάτων του φυσικού συστήματος.
 - Απαιτείται τοπική προώθηση των ιδιοτήτων μεταξύ γειτονικών τμημάτων-εξαρτημάτων.
- Η συμπεριφορά ενός **σύνθετου** φυσικού συστήματος μπορεί να εξαρτάται από αλληλεπιδράσεις **μεταξύ μη-γειτονικών εξαρτημάτων**.
 - Π.χ. σε ένα σύστημα σωληνώσεων η πίεση είναι παντού ίδια



Λειτουργία Διαγνωστικού Συστήματος

- Η **πραγματική** συμπεριφορά του φυσικού συστήματος συγκρίνεται με τη συμπεριφορά που **προβλέπει** το μοντέλο.
 - Οι διαφορές που παρατηρούνται μπορεί να οφείλονται σε **δυσλειτουργία** εξαρτημάτων ή των αισθητήρων.
- Στα συστήματα συλλογιστικής των μοντέλων χρησιμοποιούνται όλες οι γνωστές μέθοδοι αναπαράστασης γνώσης.
- Οι κανόνες μπορούν να αναπαραστήσουν την αιτιότητα σε ένα τέτοιο σύστημα.
 - **Κανόνες Προσομοίωσης**: προσομοιώνουν τους φυσικούς περιορισμούς και νόμους που διέπουν το σύστημα, π.χ. ροή ηλεκτρικού ρεύματος.
 - **Κανόνες Εξαγωγής Συμπερασμάτων**: εξάγουν συμπεράσματα για την κατάσταση και τη συμπεριφορά του φυσικού συστήματος.



Μελέτη Περίπτωσης - Σύστημα ΚΑΤΕ

- Παρακολουθεί σε πραγματικό χρόνο συστήματα ελέγχου για την εκτόξευση διαστημικών λεωφορείων της NASA.
- Μοντέλο φυσικού συστήματος:
 - Περιγραφή των εξαρτημάτων του συστήματος και των συνδέσεων μεταξύ τους.
 - Λειτουργία κάθε εξαρτήματος μέσα στο σύστημα.
- Η **λειτουργική εξάρτηση (Functional Dependency)** είναι μια (αντιστρέψιμη) μαθηματική συνάρτηση που υπολογίζει την έξοδο κάθε εξαρτήματος ως συνάρτηση των εισόδων του.



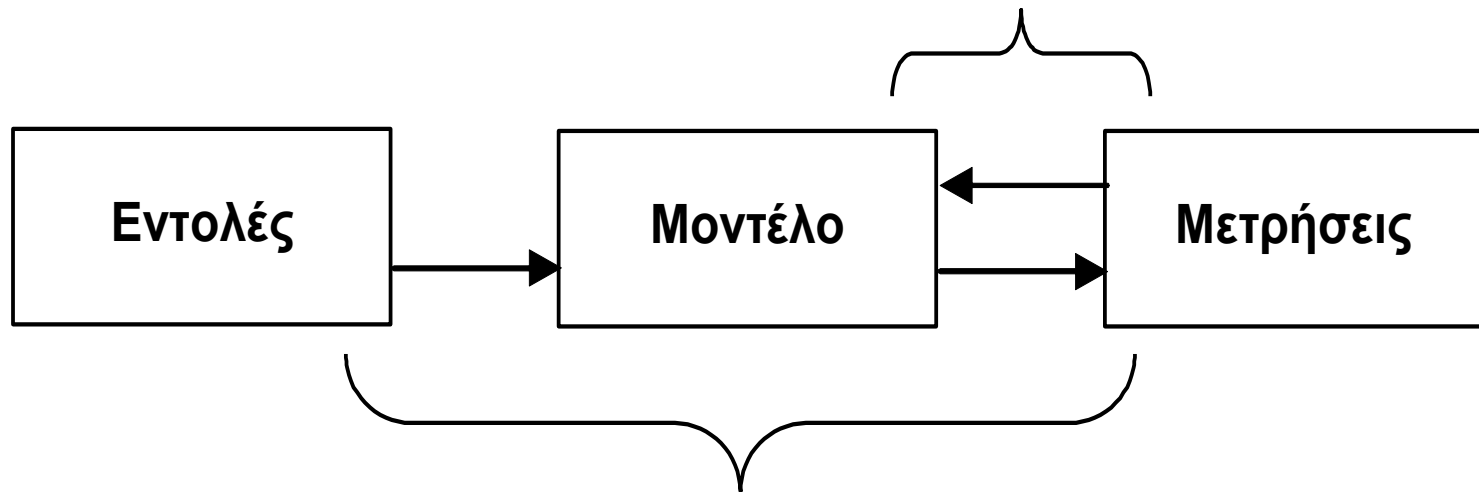
Τιμές Εισόδου

- **Εντολές:** Εξωτερικές παράμετροι λειτουργίας του φυσικού συστήματος
 - Π.χ. εξωτερικές ρυθμίσεις για πίεση της αντλίας, έλεγχο ροής βαλβίδας, τάση ρεύματος, κλπ.
 - Οι τιμές θεωρούνται γνωστές και υπεράνω κάθε αμφισβήτησης.
- **Μετρήσεις:** Οι τιμές των αισθητήρων που είναι τοποθετημένοι σε διάφορα σημεία του φυσικού συστήματος.



Λειτουργία Συστήματος ΚΑΤΕ

2^η φάση: Εντοπισμός προβλημάτων



1^η φάση: Παρακολούθηση συστήματος και διαπίστωση προβλημάτων



Φάση παρακολούθησης και διαπίστωσης προβλημάτων

- Καταγραφή των μετρήσεων των αισθητήρων (παρατηρούμενες τιμές).
- Υπολογισμός των τιμών που έπρεπε να έχουν θεωρητικά οι αισθητήρες αν το φυσικό σύστημα λειτουργούσε κανονικά, σύμφωνα με το μοντέλο (προβλεπόμενες τιμές).
- Σύγκριση των προβλεπόμενων τιμών με τις παρατηρούμενες.
- Αν παρατηρηθεί κάποια ασυμφωνία τότε πρέπει να αναζητηθεί η αιτία της στη δεύτερη φάση.



Φάση Εντοπισμού Προβλημάτων

- Τα εξαρτήματα που θεωρούνται υπεύθυνα για τις **ασυμφωνίες** σημειώνονται ως **ύποπτα**.
 - Όλα τα εξαρτήματα που συνδέονται άμεσα ή έμμεσα με τους αισθητήρες που κατέγραψαν τις ασυμφωνίες, καθώς και οι ίδιοι οι αισθητήρες.
- Για κάθε ύποπτο εξάρτημα A , υπολογίζεται μαθηματικά-θεωρητικά η κατάσταση του
 - Από την τιμή του αισθητήρα B , μέσω της λειτουργικής εξάρτησης
 - Υποθέτουμε ότι όλα τα ενδιάμεσα εξαρτήματα που συνδέουν το A με το B λειτουργούν σωστά.
 - Ουσιαστικά υποθέτουμε πως υπάρχει μόνο 1 βλάβη στο σύστημα.



Αθώωση Εξαρτημάτων

- Σταδιακά "αθωνώνονται" τα ύποπτα εξαρτήματα.
 - Τα εξαρτήματα που παραμένουν:
 - Μπορούν να αποδειχθούν ότι είναι πράγματι "ένοχα", ή
 - Δεν είναι δυνατόν να "αθωωθούν".
 - Επιθυμητό είναι να μείνει μόνο ένα εξάρτημα στο οποίο εντοπίζεται η βλάβη.
- Αν ένα εξάρτημα A λειτουργεί προβληματικά, τότε όλα τα εξαρτήματα που το συνδέουν έμμεσα με κάποιον ασύμφωνο αισθητήρα B πρέπει να έχουν διαφορετικές υποθετικές τιμές από τις προβλεπόμενες.
 - Αν δε συμβαίνει κάτι τέτοιο, τότε το εξάρτημα A είναι αθώο.

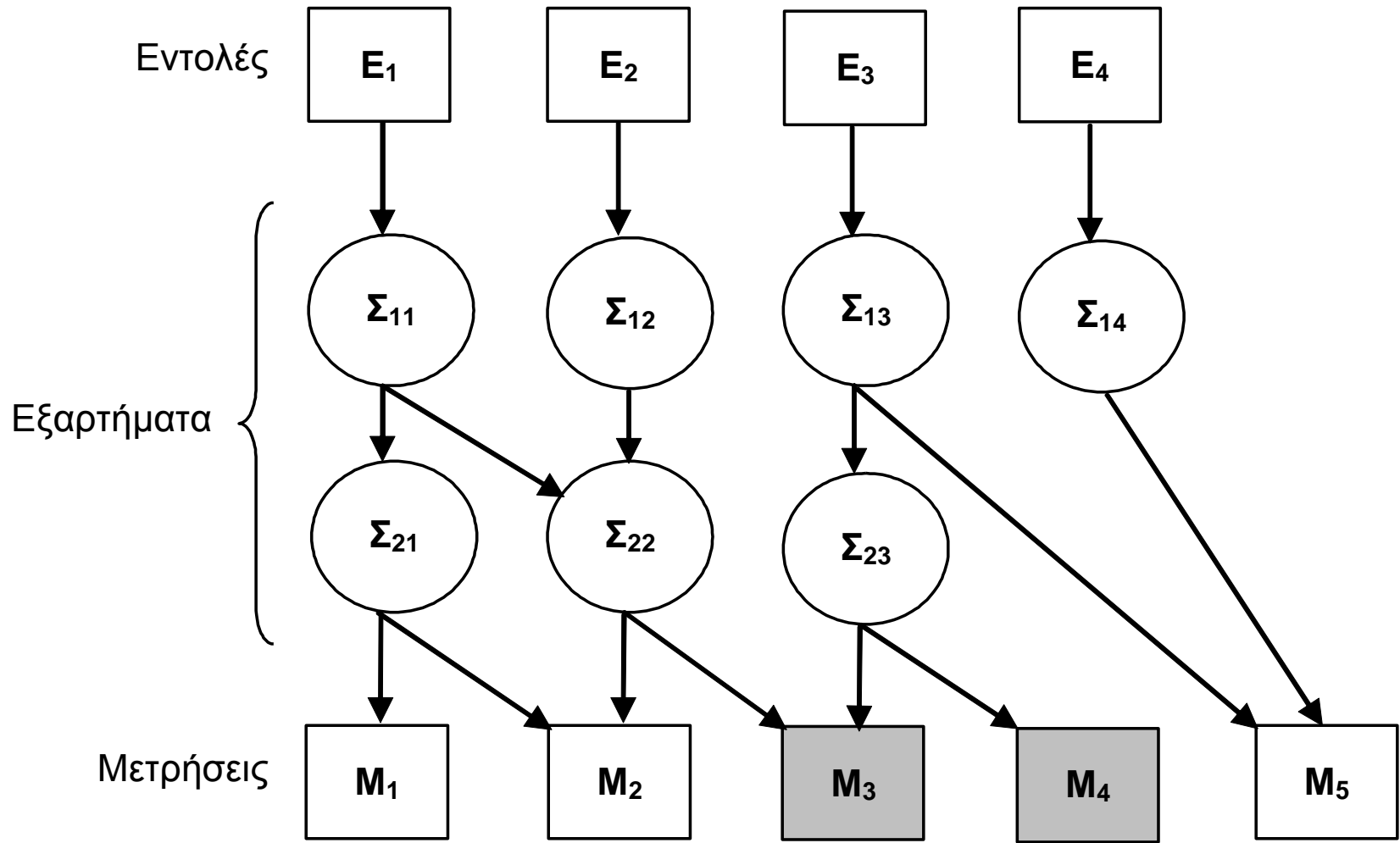


Αθώωση Εξαρτημάτων

- Αν δεν μπορεί να υπολογιστεί η υποθετική τιμή ενός ύποπτου εξαρτήματος, τότε σημαίνει ότι αυτό δεν είναι σε θέση να επηρεάσει τους ασύμφωνους αισθητήρες και θεωρείται αθώο.
- Αν η υποθετική τιμή ενός ύποπτου εξαρτήματος συμπίπτει με την προβλεπόμενη, τότε το εξάρτημα λειτουργεί κανονικά και πρέπει να αθωωθεί.
- Αν η υποθετική τιμή ενός ύποπτου εξαρτήματος δε συμπίπτει με την προβλεπόμενη, τότε υποθέτουμε ότι το συγκεκριμένο εξάρτημα δυσλειτουργεί.
 - Αν δεν "εξηγούνται" οι ενδείξεις των αισθητήρων, το εξάρτημα δεν μπορεί να θεωρηθεί υπαίτιο της δυσλειτουργίας και αθώνεται.



Παράδειγμα



Πλεονεκτήματα Συλλογιστικής των Μοντέλων

- Μειώνεται το υψηλό κόστος απόκτησης της γνώσης.
- Μεταβιβάζεται η ανάγκη καταγραφής της εμπειρικής γνώσης ενός ειδικού στην ανάγκη περιγραφής ενός μοντέλου της συμπεριφοράς ενός φυσικού συστήματος.
- Δε χρειάζεται να προβλεφθούν και να καταγραφούν όλες οι πιθανές βλάβες σε ένα σύστημα.



Μειονεκτήματα Συλλογιστικής των Μοντέλων

- Αδυναμία αναπαράστασης και χρήσης ευριστικής και αβέβαιης γνώσης.
- Προϋπόθεση της βλάβης ενός μόνο εξαρτήματος.
 - Λογικοφανής υπόθεση που επιβεβαιώνεται στατιστικά, αλλά δεν ισχύει πάντα και για όλα τα συστήματα.
- Άσκοπη η κατασκευή μοντέλου όταν δεν είναι δυνατή η τοποθέτηση αισθητήρων στο εσωτερικό του συστήματος



Ποιοτική Συλλογιστική

Qualitative Reasoning

- Συνδέεται με τη συλλογιστική βασισμένη σε μοντέλα.
 - Προσομοιώνει κάποιο φυσικό σύστημα βάσει ενός ποιοτικού και όχι ποσοτικού ή αριθμητικού μοντέλου.
 - Η ποιοτική κατανόηση της λειτουργίας ενός φυσικού συστήματος είναι απλούστερη και πολλές φορές ουσιαστικότερη από την ποσοτική κατανόηση του μοντέλου.
- Χρησιμοποιείται αντί της ποσοτικής συλλογιστικής, όταν
 - Το ποσοτικό μοντέλο του φυσικού συστήματος είναι πολύπλοκο, ή
 - Δεν υπάρχουν αρκετά δεδομένα ή γνώση για να δημιουργηθεί ποσοτικό μοντέλο.



Χαρακτηριστικά Ποιοτικής Προσομοίωσης

- Η ποιοτική προσομοίωση προβλέπει όλα τα πιθανά αλλά και τα απίθανα πρότυπα συμπεριφοράς του συστήματος.
- Είναι πλήρης αλλά όχι ορθή.
 - Π.χ., προβλέπει όλες τις πραγματικές πιθανές συμπεριφορές μιας μπάλας που εκτοξεύεται προς τα πάνω, αλλά και την (απίθανη) άεναη προς τα πάνω κίνηση της.
- Το πρόβλημα δεν οφείλεται στην τεχνική, αλλά στον τρόπο εφαρμογής της
 - Πρέπει να εφαρμόζονται σωστά όλοι οι φυσικοί περιορισμοί του συστήματος ώστε να απορρίπτονται κάποιες από τις συμπεριφορές που προβλέπει η ποιοτική προσομοίωση.



Το παράδειγμα της μπάλας

- Όταν ένα αντικείμενο εκτοξεύεται προς τα πάνω στον αέρα:
 - Φθάνει σε ένα μέγιστο ύψος
 - Εξαρτάται από την ώθηση (και συνεπώς την ταχύτητα) με την οποία εκτοξεύτηκε
 - Στη συνέχεια πέφτει στο έδαφος
- Ποσοτική προσομοίωση
 - Αν ο σκοπός ενός προγράμματος είναι ο υπολογισμός της τροχιάς ενός βαλλιστικού πυραύλου, τότε σαφώς και είναι απαραίτητα κάποια ποσοτικά στοιχεία,
 - Π.χ. πόσο ψηλά θα φτάσει ο πύραυλος και πόσο γρήγορα.
- Ποιοτική προσομοίωση
 - Για έναν προπονητή του tennis που προσπαθεί να εξηγήσει την τροχιά της μπάλας σε ένα παιδί, αρκεί μια απλή ποιοτική κατανόηση του φαινομένου και των αλληλοσυνδεόμενων μεγεθών.



Μελέτη Περίπτωσης - Σύστημα QSIM

- Γλώσσα περιγραφής ποιοτικών καταστάσεων που μπορεί να βρεθεί ένα σύστημα.
- Οι ποιοτικές καταστάσεις καθορίζονται από παραμέτρους, οι οποίες μπορεί να αυξάνονται, να μειώνονται, ή να παραμένουν σταθερές, ποιοτικά και όχι αριθμητικά.
 - **Φυσικές παράμετροι** (physical parameters) του συστήματος
 - **Περιορισμοί** (constraints) που καθορίζουν τις **συσχετίσεις** (relationships) των παραμέτρων μεταξύ τους.



Χρόνος στο QSIM

- Κάθε φυσική παράμετρος αναπαρίσταται ως συνάρτηση του χρόνου.
 - Ο χρόνος είναι **διακριτός**.
- Στα **κρίσιμα χρονικά σημεία (critical points)** η συνάρτηση που αναπαριστά τη φυσική παράμετρο αλλάζει τιμή.
 - Χρησιμοποιούνται και τα **χρονικά διαστήματα (time intervals)** μεταξύ δύο χρονικών σημείων.
- Οι παράμετροι παίρνουν τιμές από το σύνολο **διακεκριμένων τιμών (landmark values)**.
 - Πλήρες διατεταγμένο σύνολο των τιμών της παραμέτρου στα κρίσιμα σημεία, π.χ. μέγιστο-ελάχιστο ύψος.



Παραδείγματα Συσχετίσεων Φυσικών Παραμέτρων

Συσχέτιση	QSIM
Επιτάχυνση = $d(\text{ταχύτητα})/dt$	DERIV(velocity acceleration)
Δύναμη = μάζα * επιτάχυνση	MULT(mass acceleration force)
Οι λαμπτήρες μεγαλύτερης ισχύος παράγουν μεγαλύτερη φωτεινότητα	M+(wattage lumens)
Η μείωση του μεγέθους ενός υπολογιστή αυξάνει την υπολογιστική ισχύ του	M-(computer-size speed)



QSIM - Ποιοτική Προσομοίωση

- Καθορισμός των τιμών όλων των παραμέτρων σε κάποιο χρονικό σημείο ή διάστημα.
- Για τον υπολογισμό των δυνατών μεταβολών χρησιμοποιείται ο πίνακας επιτρεπτών μεταβολών μεταξύ 2 καταστάσεων που υπάρχουν στο QSIM.
 - Μεταβάσεις τύπου **P**, από ένα χρονικό σημείο (**point**) σε ένα χρονικό διάστημα.
 - Μεταβάσεις τύπου **I**, από ένα διάστημα (**interval**) σε ένα σημείο.



Επιτρεπτές Μεταβολές τύπου P

Μετάβαση τύπου P	Από κατάσταση $QS(f, t_i)$	Προς κατάσταση $QS(f, t_i, t_{i+1})$
P_1	(l_j, std)	(l_j, std)
P_2	(l_j, std)	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$
P_3	(l_j, std)	$([l_{j-1}, l_j], \text{dec})$
P_4	(l_j, inc)	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$
P_5	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$
P_6	(l_j, dec)	$([l_{j-1}, l_j], \text{dec})$
P_7	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$



Επιτρεπτές Μεταβολές τύπου I

Μετάβαση τύπου I	Από κατάσταση $QS(f, t_i, t_{i+1}]$	Προς κατάσταση $QS(f, t_{i+1}]$
l_1	(l_j, std)	(l_j, std)
l_2	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$	(l_{j+1}, std)
l_3	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$	(l_{j+1}, inc)
l_4	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$
l_5	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$	(l_j, std)
l_6	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$	(l_j, dec)
l_7	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$
l_8	$([l_j, l_{j+1}], \text{inc})$	(l^*, std)
l_9	$([l_j, l_{j+1}], \text{dec})$	(l^*, std)



Εύρεση Επιτρεπτών Μεταβολών

- Ταυτοποίηση παραμέτρων της προηγούμενης κατάστασης με τη μεσαία στήλη.
- Παραγωγή δυνατών τιμών της επόμενης κατάστασης από την τρίτη στήλη.
- Απόρριψη κάποιων από τις παραπάνω μεταβολές, όταν:
 - Δεν είναι συμβατές με τους περιορισμούς του συστήματος.
 - Δε διαφοροποιούν την προηγούμενη κατάσταση.
- Όταν δεν είναι δυνατός ο περιορισμός των νέων καταστάσεων σε μία μοναδική δημιουργείται ένα δένδρο δυνατών επόμενων καταστάσεων.
 - Κάθε κλαδί του δένδρου πρέπει να αναπτυχθεί ξεχωριστά.



Παράδειγμα μπάλας

- Φυσικές παράμετροι:
 - Y = το ύψος στο οποίο υψώνεται η μπάλα (όχι απαραίτητα το μέγιστο)
 - V = η ταχύτητα με την οποία η μπάλα ανεβαίνει και κατεβαίνει
 - A = η επιτάχυνση της μπάλας
- Περιορισμοί:
 - $\text{DERIV}(Y, V): V = dY/dt$
 - $\text{DERIV}(V, A): A = dV/dt$
 - $A(t) = g < 0$ (σταθερά της βαρύτητας)



Παράδειγμα μπάλας

Χρονικό Σημείο t_0

- Η μπάλα εκτοξεύεται προς τα πάνω σε σχέση με το έδαφος.
- $QS(A, t_0) = g$
- $QS(V, t_0) = V_0$
- $QS(Y, t_0) = 0$



Χρονικό Διάστημα $[t_0, t_1]$

- Η μπάλα κινείται προς τα πάνω χωρίς να είναι γνωστό ακόμα το σημείο στο οποίο θα σταματήσει.
- $QS(A, t_0, t_1) = (g, std)$
 - Η τιμή της επιτάχυνσης είναι g , ενώ ο ρυθμός μεταβολής της είναι σταθερός (std).
- $QS(V, t_0, t_1) = ([0, \infty], dec)$
 - Η ταχύτητα μειώνεται και η τιμή της είναι κάπου μεταξύ της αρχικής τιμής (οποιαδήποτε) και του μηδενός.
- $QS(Y, t_0, t_1) = ([0, \infty], inc)$
 - Το ύψος της μπάλας μεγαλώνει και η τιμή του είναι μεταξύ της αρχικής τιμής 0 και του μέγιστου ύψους (οποιαδήποτε θετική τιμή).



Χρονικό Σημείο t_1 – Επιτάχυνση

- Η μπάλα θα φτάσει στο μέγιστο ύψος.
- $QS(A, t_0, t_1) \rightarrow QS(A, t_1)$
 - Επειδή η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή, η μόνη επιτρεπτή μεταβολή είναι να παραμείνει σταθερή η τιμή της επιτάχυνσης, δηλαδή $(g, std) \rightarrow (g, std)$ (λόγω I_1).



Χρονικό Σημείο t_1 – Ταχύτητα

- $QS(V, t_0, t_1) \rightarrow QS(V, t_1)$
- $([0, \infty], \text{dec}) \rightarrow (0, \text{std})$
 - Η ταχύτητα μηδενίζεται και παραμένει σταθερή (μετάβαση I_5).
 - Κατάσταση που δεν είναι δυνατό να υπάρξει ($1^{\text{η}}$ παράγωγος αρνητική)
- $([0, \infty], \text{dec}) \rightarrow (0, \text{dec})$
 - Η ταχύτητα μηδενίζεται ενώ μειώνεται συνεχώς (μετάβαση I_6).
- $([0, \infty], \text{dec}) \rightarrow ([0, \infty], \text{dec})$
 - Η ταχύτητα συνεχίζει να έχει κάποια θετική τιμή, όχι απαραίτητα την ίδια με πριν, ενώ μειώνεται συνεχώς (μετάβαση I_7).
 - Κατάσταση που δεν διαφοροποιεί την προηγούμενη.
- $([0, \infty], \text{dec}) \rightarrow (L^*, \text{std})$
 - Η ταχύτητα έχει αλλάξει παίρνοντας μία καινούρια (άγνωστη) τιμή L^* , η οποία παραμένει σταθερή (μετάβαση I_9).
 - Κατάσταση που δεν είναι δυνατό να υπάρξει ($1^{\text{η}}$ παράγωγος αρνητική)



Χρονικό Σημείο t_1 – Ύψος

- $QS(Y, t_0, t_1) \rightarrow QS(Y, t_1)$.
- $([0, \infty], inc) \rightarrow ([0, \infty], inc)$
 - Το ύψος συνεχίζει να έχει θετική τιμή, όχι απαραίτητα την ίδια με πριν, ενώ αυξάνεται συνεχώς.
 - Κατάσταση που δεν διαφοροποιεί την προηγούμενη.
- $([0, \infty], inc) \rightarrow (L^*, std)$
 - Το ύψος άλλαξε παίρνοντας μία καινούρια τιμή και παραμένει (στιγμιαία) σταθερό.



Χρονικό Σημείο t_1 – Ύψος

- $([0, \infty], inc) \rightarrow (\infty, inc)$
 - Το ύψος παίρνει τη μέγιστη τιμή του, συνεπώς η μπάλα φεύγει στο άπειρο με αυξανόμενο ύψος.
 - Κατάσταση που δεν είναι δυνατό να υπάρξει (1^{η} παράγωγος 0)
- $([0, \infty], inc) \rightarrow (\infty, std)$
 - Το ύψος παίρνει τη μέγιστη τιμή του, συνεπώς η μπάλα φεύγει στο άπειρο διατηρώντας σταθερό ύψος.
 - Κατάσταση που δεν είναι δυνατό να υπάρξει αν και η 1^{η} παράγωγος είναι 0, γιατί το άπειρο δεν αποτελεί μία σταθερή προσδιορισμένη τιμή, η οποία αν παραγωγιστεί να δώσει 0.



Χρονικό Σημείο t_1

- Προκύπτει η ακόλουθη, μοναδική ποιοτική κατάσταση:
 - $QS(A,t_1) = (g, std)$
 - $QS(V,t_1) = (0, dec)$
 - $QS(Y,t_1) = (Y_{new}, std)$
- Έχει "ανακαλυφθεί" μία καινούρια διακεκριμένη τιμή για τη φυσική παράμετρο του ύψους.





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Εμμανουήλ Ρήγας

Θεσσαλονίκη, 17/3/2014



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ