



Μαθηματική Εκπαίδευση για την Προσχολική και την Πρώτη Σχολική Ηλικία

Ενότητα 3: Ιστορία των Μαθηματικών

Διδάσκουσα: Μαριάννα Τζεκάκη

Τμήμα Επιστημών Προσχολικής Αγωγής & Εκπαίδευσης



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

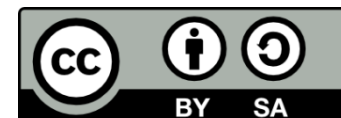


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





Μαριάννα Τζεκάκη, Καθηγήτρια ΤΕΠΑΕ, Α.Π.Θ.



**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ΑΝΟΙΧΤΑ
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



Ιστορία των Μαθηματικών

Περιεχόμενα ενότητας (1)

1. Ιστορική Εξέλιξη των Μαθηματικών
2. Αρχικά ερωτήματα
3. Πόσα Μαθηματικά πριν 1000 χρόνια;
4. Σημασία γνώσης της Ιστορίας.
5. Μαθηματική Επιστήμη: Ιστορική εξέλιξη.
6. Προ- ελληνικά Μαθηματικά.
7. Προ- ελληνικά Μαθηματικά – 30.000 π.Χ.
8. Πάπυρος του RHIND – 1600 π.Χ.
9. Προ - ελληνικά Μαθηματικά - Πάπυρος του RHIND.
10. Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά 600 π.Χ.



Περιεχόμενα ενότητας (2)

11. Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά.
12. Μαθηματική Επιστήμη: Ο Αραβικός κόσμος – 600 μ.Χ.
13. Μαθηματική Επιστήμη: Ο ανατολικός κόσμος.
14. Μαθηματική Επιστήμη: Μαθηματικά στη Δύση από 1500.
15. Μαθηματική Επιστήμη: Μαθηματικά στη Δύση.
16. Μαθηματική Επιστήμη: Νεότερα Μαθηματικά.
17. Διδασκαλία των Μαθηματικών.
18. Ερωτήσεις στην 3^η ενότητα.
19. Υλικό μελέτης - Βιβλιογραφία.



Σκοποί ενότητας

- Να γίνουν σαφή:
 1. Η σημασία της γνώσης της εξέλιξης των Μαθηματικών και σύνδεσης της με τη διδασκαλία.
 2. Οι βασικές περίοδοι ιστορικής ανάπτυξης.
 3. Τη σημασία της ελληνικής περιόδου.





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

Ιστορική Εξέλιξη των Μαθηματικών

Αρχικά ερωτήματα

- Πώς αναπτύσσονται οι μαθηματικές έννοιες στο παιδί;
- Πώς αναπτύχθηκαν στην ανθρωπότητα;
- *Υποστηρίζει η γνώση της ιστορικής εξέλιξης της επιστήμης την εξέλιξη της μάθησης στο κάθε άτομο;*



Πόσα Μαθηματικά πριν 1000 χρόνια; (1)

- Τα Μαθηματικά παρουσιάζονται ως ένα έτοιμο σύνολο εννοιών και διαδικασιών το οποίο το δεχόμαστε όπως μας το παρουσιάζουν, κι έτσι δημιουργείται η εντύπωση ότι είναι μια επιστήμη αιώνια, μια σειρά από αναλλοίωτες αλήθειες, που ήταν από την αρχή και παραμένουν ως το τέλος ίδιες.

– Αυτή η εντύπωση είναι λανθασμένη!



Πόσα Μαθηματικά πριν 1000 χρόνια; (2)

- Πότε δημιουργήθηκαν οι αριθμοί;
- Πόσα Μαθηματικά ήξεραν οι Αιγύπτιοι ή οι Βαβυλώνιοι;
- Πόσα ήξερε ο Ευκλείδης;
- Από πότε χρησιμοποιούμε τα σύμβολα;
- Πότε εντοπίστηκαν οι αρνητικοί αριθμοί;
- Πότε σχηματίστηκε η έννοια της συνάρτησης;
- Πότε φτιάχτηκε το σύστημα συντεταγμένων;



Πόσα Μαθηματικά πριν 1000 χρόνια; (3)

- Τα Μαθηματικά, όπως και κάθε άλλη επιστήμη, είναι *ένα δημιούργημα του ανθρώπου.*
- Προέκυψε από την αλληλοεπίδρασή του με το περιβάλλον και την προσπάθειά του να το κατανοήσει και να το προσαρμόσει στις ανάγκες του.
- Ακολουθούν, την εξέλιξη του ανθρώπου, τον πολιτισμό του, το κοινωνικό γίνεσθαι.
- *Πόσο σημαντική είναι η μελέτη της ιστορικής τους εξέλιξης, ιδιαίτερα για τη διδασκαλία του σε αυτή την ηλικία αυτή;*



Σημασία γνώσης της Ιστορίας

«Η οντογένεση ακολουθεί τη φυλογένεση».

- Η μελέτη της ιστορίας επιτρέπει να γνωρίζουμε την πορεία ανάπτυξης που ακολουθούν οι μαθηματικές έννοιες.
- Οι πρώτες έννοιες που αναπτύχθηκαν στον άνθρωπο, αριθμητικές και γεωμετρικές μπορούν να προταθούν στις μικρές ηλικίες.
- Οι έννοιες που καθυστέρησαν αιώνες για να σχηματισθούν χρειάζονται να καθυστερήσουν και στη διδασκαλία.



Μαθηματική Επιστήμη: Ιστορική εξέλιξη (1)

Διαγραμματικά, η ιστορική εξέλιξη των Μαθηματικών ακολουθεί την ακόλουθη πορεία:

- Προ - Ελληνικά Μαθηματικά (μέχρι τον 6ο αιώνα π.Χ.).
- Ελληνικά Μαθηματικά (6ος αιώνας π.Χ. μέχρι 6ος αιώνας μ.Χ.).
- Μαθηματικά στον Αραβικό κόσμο (8ος αιώνας – 15ος αιώνας).
- Μαθηματικά στη Δύση (16ος αιώνας- 18ος αιώνας).
- Σύγχρονη Μαθηματική Σκέψη (19ος αιώνας – 20ος αιώνας).
 - http://en.wikipedia.org/wiki/Timeline_of_mathematics.
 - <http://www.counton.org/timeline/>.
 - <http://www.math.wichita.edu/~richardson/timeline.html>.



Προ - ελληνικά Μαθηματικά (1)

- Η πρωτόγονη μαθηματική σκέψη (μέχρι το 1500 π.Χ.) ξεκινά από την παρατήρηση και τη μελέτη της αντικειμενικής πραγματικότητας, δηλαδή του χώρου και του χρόνου μέσα στον οποίο ο άνθρωπος ζει και λειτουργεί.
- Μια τέτοια παρατήρηση οδηγεί τον άνθρωπο στις στοιχειώδεις μετρήσεις και στις πράξεις όπως και στις πρώτες αναπαραστάσεις με σχέδια, σχήματα, εικόνες κλπ.



Προ - ελληνικά Μαθηματικά (2)

- Οι αρχαίοι πολιτισμοί (μέχρι τον 6^ο αιώνα πχ.), Αιγύπτιοι, Βαβυλώνιοι κλπ. αναπτύσσουν σημαντικές μεθόδους για τη μέτρηση της γης και τη λύση μαθηματικών προβλημάτων.
- Μέσα από τις πρακτικές διαδικασίες, την παρατήρηση και την εμπειρία, οι λαοί αυτοί καταλήγουν στη δημιουργία συμπερασμάτων και κανόνων που βοηθούν στην επίλυση άλλων προβλημάτων.
- Οι γνώσεις μας για τη γεωμετρία των Αιγυπτίων βασίζονται κυρίως στα ευρήματα μέσα στον Πάπυρο του Ριντ.



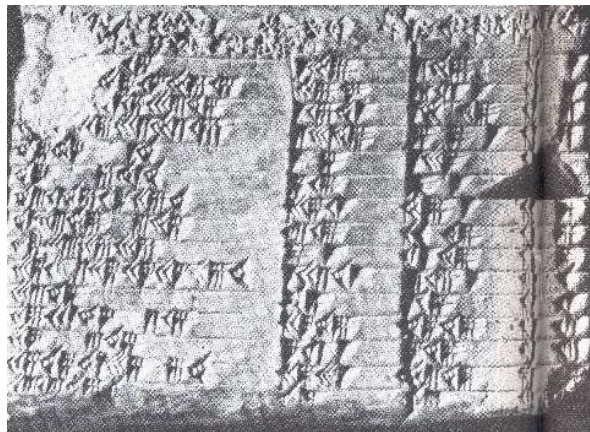
Προ- ελληνικά Μαθηματικά – 30.000 π.Χ.



Εικόνα 1. Χαράξεις σπηλαίων:
30.000 π.Χ.

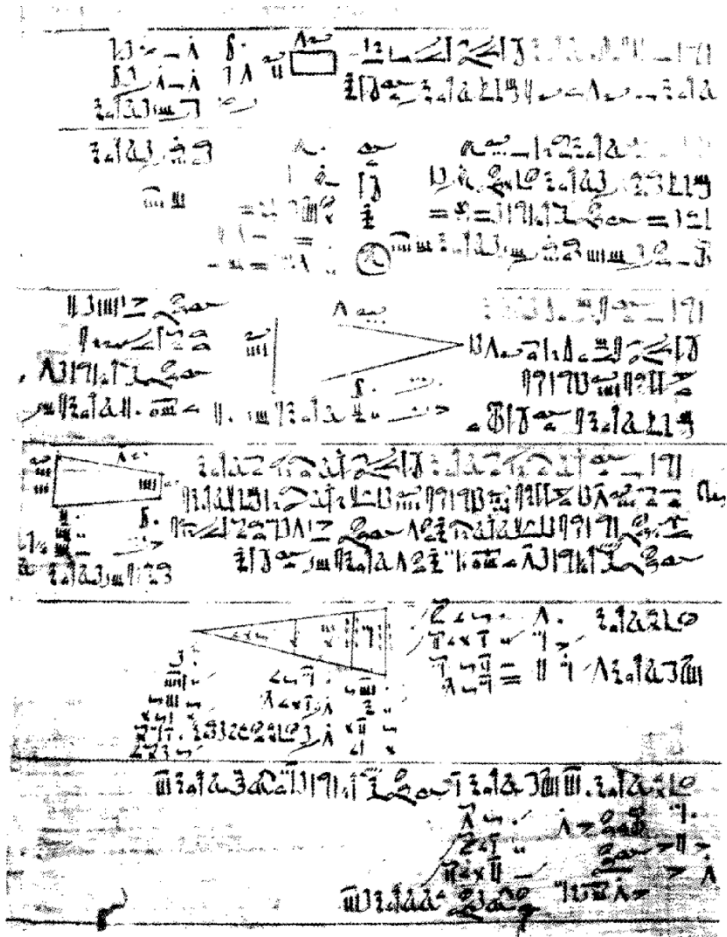


Εικόνα 2. Κόκαλο Ishango 18-
20.000 π.Χ.

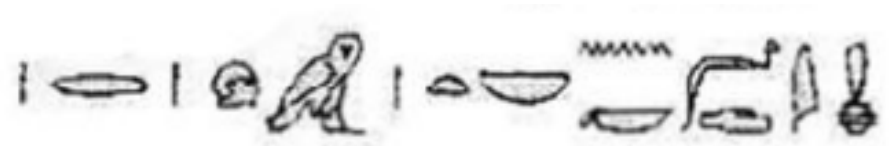


Εικόνα 3. Πινακίδα Σενκερέχ, 2300-
1600 π.Χ. με γεωμετρικά στοιχεία.

Πάπυρος του RHIND – 1600 π.Χ.



Εικόνα 4. Πάπυρος του RHIND.



Εικόνα 5. Παράδειγμα υπολογισμού καλαθιού (δηλαδή εμβαδού επιφανείας ημισφαιρίου).



Προ- ελληνικά Μαθηματικά

Πάπυρος του Rhind (1)

- Ο πάπυρος του Rhind είναι ένας αιγυπτιακός μαθηματικός πάπυρος, μήκους 6 μέτρων και πλάτους 33 εκατοστών, που πήρε το όνομά του από τον Αλέξανδρο Henry Rhind, που τον ανακάλυψε στην Αίγυπτο το 1858.
- Θεωρείται ότι γράφηκε περίπου το 1650 π.Χ. από ένα άλλο έργο που είναι παλαιότερο κατά 2 αιώνες. Ο Πάπυρος φυλάσσεται στο Βρετανικό Μουσείο και αποτελεί ένα από τα αρχαιότερα μαθηματικά κείμενα.
- Περιέχει μια σειρά από αριθμητικούς πίνακες και 64 μαθηματικά προβλήματα και τις λύσεις τους γραμμένα σε ιερατική γραφή (μια μορφή ιερογλυφικών).



Προ- ελληνικά Μαθηματικά

Πάπυρος του RHIND (2)

- Το περιεχόμενο του είναι:
 - **Πράξεις διαίρεσης με το 2 από το 3-100.** Ένα πίνακα που δείχνει τα αποτελέσματα της διαίρεσης αριθμών από 1-9 με το 10.
 - 1, 2, 6, 7, 8, 9:** διαίρεση με 10,
 - 7 – 20:** Πολλαπλασιασμούς με κλάσματα $1/2$ /4 ή $1//3$ /3.
 - 21 – 23:** Προβλήματα συμπλήρωσης και αφαίρεση κλασμάτων.
 - 24 – 29:** Αριθμητικά προβλήματα με ποσότητες.
 - 30 – 34:** Αριθμητικά προβλήματα με κλάσματα του χ .
 - 35 – 38:** Προβλήματα κυκλικών δίσκων.
 - 39 - 40:** Διαίρεση κυκλικών δίσκων με και χωρίς αριθμητικές προόδους.
 - 41– 43 και 44 – 46:** Όγκοι κυλινδρικών επιφανειών και ορθογωνίων.
 - 47:** Διαίρεση 100 εκταρίων.
 - 48:** Εμβαδόν κύκλου και περιφέρεια τετραγώνου.
 - 49-53:** Επιφάνειες ορθογωνίου, κύκλου, τριγώνου, κλπ.
 - 54 – 55:** Διαιρέσεις με επιφάνειες. 56 – 60 Πυραμίδες 61 – 65: Διάφορα.



Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά 600 π.Χ.

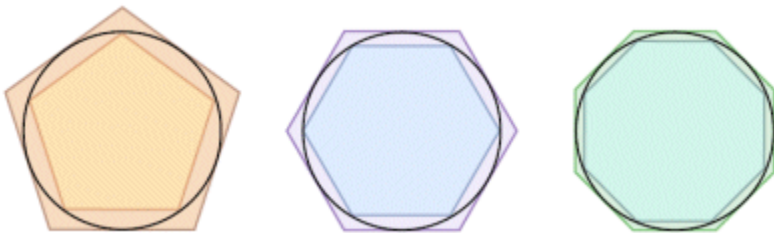
- Για τους αρχαίους Έλληνες, οι μαθηματικές, όπως και οι άλλες επιστημονικές έννοιες, είναι **αφηρημένες μορφές**, δημιουργήματα του ανθρώπινου μυαλού.
- Τα μαθηματικά συμπεράσματα δεν προκύπτουν από πρακτικά παραδείγματα αλλά θεμελιώνονται με λογικούς συλλογισμούς.
- Οι αριθμοί, τα σχήματα ήταν για αυτούς **ιδέες έξω από κάθε εμπειρική βάση** που χαρακτηρίζονται από καθαρότητα, κομψότητα και αρμονία.

«Τα Μαθηματικά για τον Πλάτωνα, είναι το κύριο όργανο για τη μεταστροφή της ψυχής με τη βοήθεια της οποίας γίνεται ικανή να ατενίσει όχι της "σκιές" των πραγματικών αντικειμένων, αλλά την πραγματικότητα. Η μελέτη των Μαθηματικών θα οδηγήσει το πνεύμα να απαλλαγεί του αισθητού και να συλλάβει και να αντιληφθεί το νοητό, που αποτελεί τη μόνη αληθινή πραγματικότητα, τη μόνη απόλυτη αλήθεια».

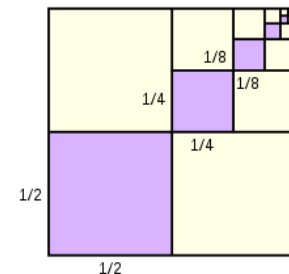


Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (1)

- Οι Έλληνες διανοητές Θαλής, Πυθαγόρας, Πλάτωνας, Αριστοτέλης, Ευκλείδης, και όλοι όσοι ακολούθησαν, προώθησαν τις γνώσεις που κληρονόμησαν από τους προηγούμενους πολιτισμούς, αναπτύσσοντας σοβαρές γενικεύσεις.
- Οι αρχαίοι Έλληνες δεν ήταν σε θέση, από ιστορική άποψη, να αναπτύξουν τα Μαθηματικά στη μορφή που πήραν τους τελευταίους αιώνες. Αλλά με τη μελέτη και το στοχασμό τους προσέγγισαν ιδέες που η μαθηματική επιστήμη ολοκλήρωσε 2000 χρόνια αργότερα.



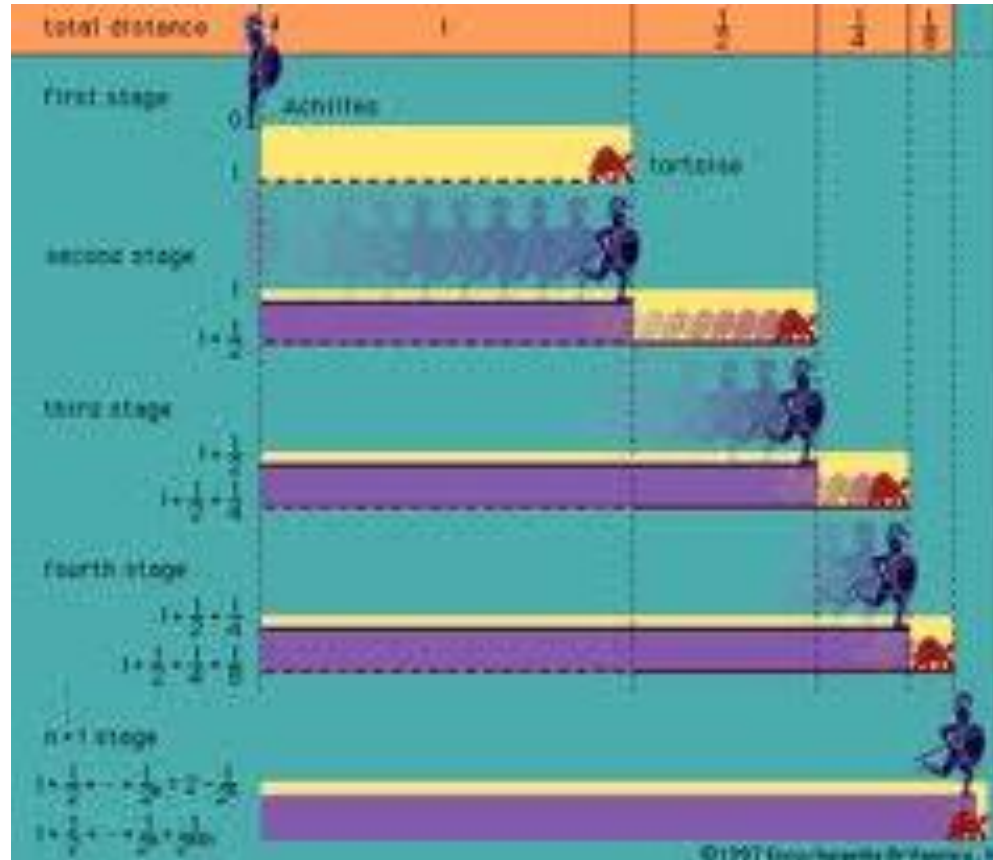
Εικόνα 6. Μέθοδος εξάντλησης, απόδειξη Αρχιμήδη για γεωμετρικές σειρές, κωνικές τομές.



Εικόνα 7. Σειρές προς το άπειρο.



Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (2)



Εικόνα 8. Το παράδοξο του Αχιλλέα και της Χελώνας του Ζήνωνα.



Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (3)

- Επηρεασμένοι από την κοινωνία και τους φιλοσόφους της εποχής, αλλά και την ίδια την κοινωνική δομή που διαχώριζε την πνευματική από την χειρωνακτική εργασία απαιτούσαν συνοχή και λογικές αποδείξεις σε κάθε εικασία ή διαπίστωση που υποστήριζαν.
- Η πορεία αυτή ξεκινάει τον 6ο αιώνα π.Χ. με τον Θαλή το Μιλήσιο, που κάνει τις πρώτες παραγωγικές προσεγγίσεις.
- Ακολουθούν ο Πυθαγόρας, και οι διανοητές της Αθηναϊκής Σχολής ο Πλάτωνας και ο Αριστοτέλης, ο Ευκλείδης κ.α. με μεταγενέστερους άλλους Έλληνες και Ρωμαίους μέχρι τον 6ο αιώνα μ.Χ. που είναι και το τέλος των Ελλήνων μαθηματικών.

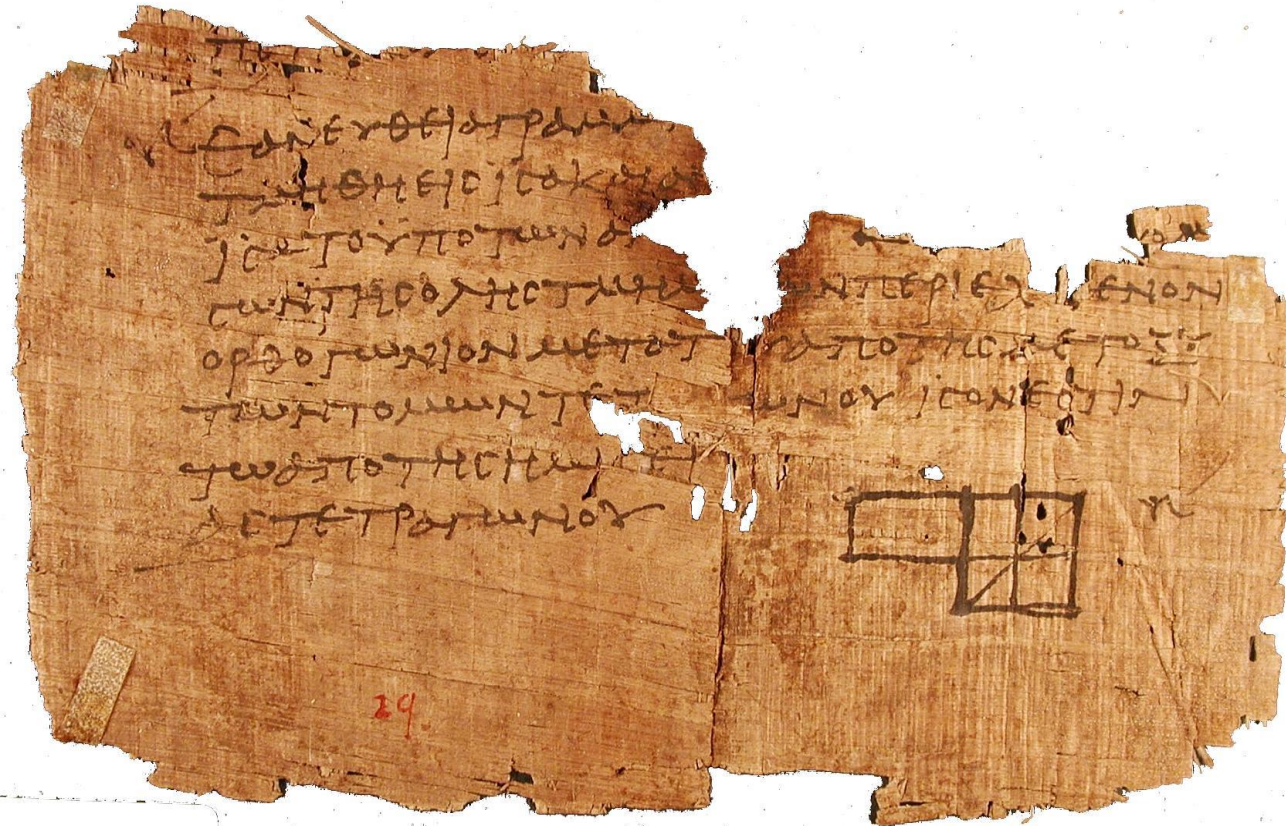


Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (4)

- Ως αποτέλεσμα αυτής της στάσης απέναντι στα μαθηματικά και στις επιστήμες γενικότερα, προκύπτει η *πρώτη μαθηματική*, ίσως και επιστημονική θεμελίωση που πραγματοποιείται με τα "Στοιχεία" του Ευκλείδη, το 330 περίπου π.Χ.
- Στα 13 βιβλία που αποτελούν το έργο αυτό συγκεντρώνεται και οργανώνεται όλη τη μαθηματική γνώση της εποχής και συγκροτείται ένα ολοκληρωμένο, για την εποχή, μαθηματικό έργο.
- Δεν σώζεται το πρωτότυπο αλλά μεταγενέστερες επανεκδόσεις όπως αυτή του Θεώνη του Αλεξανδρινού, που έγινε 700 χρόνια μετά, το 400 μ.Χ.



Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (5)



• Το κομμάτι από πάπυρο, ένα από τα παλαιότερα και πληρέστερα ευρήματα από τα Στοιχεία του Ευκλείδη (τώρα στο Πανεπιστήμιο της Πενσυλβάνιας), που βρέθηκε στον Οξύρρυγχο το 1896-97. Γράφει:

Εικόνα 9. Πάπυρος, «Στοιχεία» του Ευκλείδη.

‘ε «Εάν ευθεία γραμμή τμηθή εις ίσα και άνισα, το υπό των άνίσων της όλης τμημάτων περιεχόμενον ορθογώνιον μετά του από της μεταξύ των τομών τετραγώνου ίσον εστί τω από της ημισείας τετραγώνου».



Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (6)



Εικόνα 10. Τυπωμένο αντίγραφο, μεταγενέστερο.



Μαθηματική Επιστήμη: Ελληνικά Μαθηματικά (7)

- Τα Στοιχεία του Ευκλείδη αποτελούν ένα ιδιαίτερα σημαντικό έργο, τόσο από άποψη ιστορίας όσο και από άποψη κοινωνιολογίας, γιατί θεμελιώνει αυτή την στροφή στην θεωρητική επιστημονική οργάνωση και σκέψη.
- Οι ερευνητές μελέτησαν το έργο αυτό όλους τους επόμενους αιώνες, και οι μαθηματικοί το χρησιμοποίησαν στην θεμελίωση της σύγχρονης μαθηματικής και γενικότερα επιστημονικής σκέψης.
- Τα «Στοιχεία» του Ευκλείδη θεωρούνται ως το μόνο βιβλίο, μετά τη Βίβλο, το οποίο χρησιμοποιήθηκε, μελετήθηκε και εκδόθηκε τόσες πολλές φορές (μετά την πρώτη τυπογραφική, το 1471, άλλες χίλιες φορές τουλάχιστον).



Μαθηματική Επιστήμη: Ο Αραβικός κόσμος – 600 μ.Χ.

- Η καταστροφή του αρχαίου ελληνικού πολιτισμού και ο Μεσαίωνας οδηγούν τη Δύση για περίπου μια χιλιετηρίδα (600 - 1500 μ.Χ.) σε μικρή μόνο ανάπτυξη στα Μαθηματικά όπως και στις άλλες επιστήμες και τέχνες.
- Η ανάπτυξη των Μαθηματικών μεταφέρεται στον Αραβικό κόσμο και τις Ινδίες όπου οι μεταφράσεις των ελληνικών κειμένων, τους παρακινούν να προωθήσουν τη μαθηματική γνώση σε νέες περιοχές όπως τα αριθμητικά συστήματα, τις πράξεις, τις λύσεις των εξισώσεων και την Άλγεβρα. Το αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιούμε μέχρι και σήμερα είναι το Ινδο - Αραβικό δεκαδικό σύστημα.



Μαθηματική Επιστήμη: Ο ανατολικός κόσμος (1)

- Η Άλγεβρα αναπτύσσεται ουσιαστικά από τους ινδούς και μουσουλμανικούς λαούς.
- Παίρνει το όνομά της από το έργο του Άραβα μαθηματικού αλ-Χουαρίσμι (825 μ.Χ.) που είχε τίτλο "Hisâb **al-jabr** w'al-mugâbalaḥ" που σημαίνει «Επιστήμη της συνένωσης και της αντίθεσης».
- Επίσης η λέξη «αλγόριθμος» είναι η λατινοποίηση του ονόματός του.
- Το αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιούμε μέχρι και σήμερα είναι το Ινδο - Αραβικό δεκαδικό σύστημα.



Μαθηματική Επιστήμη: Ο ανατολικός κόσμος (2)

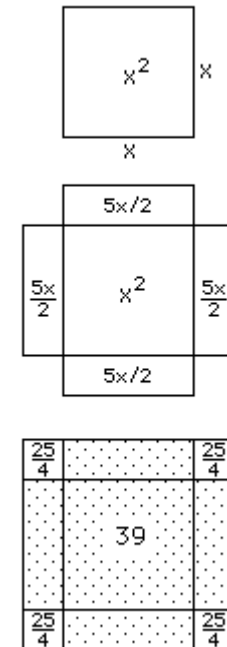
- Η επίλυση της εξίσωσης $x^2+10x=39$ από τον αλ-Χουαρίσμι με τη μέθοδο της συμπλήρωσης τετραγώνου.



Εικόνα 11. Μοχάμεντ Ιμπν Μουσά αλ - Χουαρίσμι.



Εικόνα 12. Μια σελίδα από την Άλγεβρα του Αλ Χουαρίσμι.



Εικόνα 13. Μέθοδος συμπλήρωσης τετραγώνου.



Μαθηματική Επιστήμη: Ο ανατολικός κόσμος (3)

- Οι λαοί αυτοί αναπτύσσουν τα Μαθηματικά σε διαφορετική βάση, κυρίως υπολογισμούς και τυποποιήσεις.
- Για παράδειγμα, η μαθηματική απόδειξη που εμφανίζεται στην αρχαία Ελλάδα γύρω στο 300 π.Χ. με τα «Στοιχεία» του Ευκλείδη γίνεται κατανοητή σε άλλους λαούς πολύ αργότερα.
- Ο διάσημος Ινδός μαθηματικός, ο Ραμανουγιάν, ενώ είχε ήδη μελετήσει και αναπτύξει σημαντικά Μαθηματικά ζητήματα, ανακάλυψε την ύπαρξη της μαθηματικής απόδειξης στα 26 του χρόνια όταν πηγαίνοντας στην Αγγλία ήρθε σε επαφή με μαθηματικές αποδείξεις, που ο ίδιος δεν είχε καθόλου χρησιμοποιήσει.



Μαθηματική Επιστήμη: Ο ανατολικός κόσμος (4)

- Ο Ραμανουγιάν ήταν αυτοδίδακτος ινδός μαθηματικός. Ήταν ένα μαθηματικό ταλέντο με σημαντική συνεισφορά στη μαθηματική ανάλυση και θεωρία αριθμών. Έκανε δικές του μαθηματικές έρευνες και σχεδόν καθόλου σπουδές.
- Όταν έστειλε το έργο του στο Κάιμπριτζ, ο μαθηματικός Χάρντι αναγνώρισε την αξία του, τον κάλεσε και τον κράτησε εκεί όπου πέθανε σύντομα μετά σε ηλικία 32 χρόνων, λέγεται λόγω του κλίματος και της κακής διατροφής.
- Το έργο περιλαμβάνει 3900 αποτελέσματα, που αποδείχτηκαν μεταγενέστερα και εντάχθηκαν στον κορμό των Μαθηματικών.



Εικόνα 14. Srinivasa Ramanujan.



Μαθηματική Επιστήμη:

Μαθηματικά στη Δύση από 1500

- Η εμφάνιση στα ζητήματα που ανέκυψαν από τις πρώτες μαθηματικές θεωρίες και εφαρμογές του αρχαίου Ελληνισμού όπως και των Αράβων συνεχιστών, οδηγούν τη Δύση μετά το 1500 στην ανάπτυξη περισσότερο επεξεργασμένων θεωριών για όλους τους μαθηματικούς κλάδους.
- Τα μαθηματικά δημιουργήματα μετά τον 16ο αιώνα με ιδιαίτερη έμφαση στην ανάδειξη νέων συμβόλων, την ανάπτυξη νέων μαθηματικών αντικειμένων (λογάριθμοι, συναρτήσεις, μιγαδικοί αριθμοί κλπ.) και με την ιδιαίτερης σημασίας ανάδειξη των μη - Ευκλείδειων Γεωμετριών (τον 18ο και 19ο αιώνα), απελευθέρωσε την ανθρώπινη σκέψη από αιώνων πεποιθήσεις ότι τα Μαθηματικά είναι η απόλυτη αλήθεια και έδωσε νέα ώθηση στις μαθηματικές ανακαλύψεις.



Μαθηματική Επιστήμη: Μαθηματικά στη Δύση (1)

- Την ίδια εποχή ο γάλλος Gauiois προωθεί τη θεωρία αριθμών, αν και δεν προλαβαίνει σπουδές και πεθαίνει στην ηλικία των 20 ετών, κάτω από αδιευκρίνιστες συνθήκες σε μονομαχία.
- Αφήνει όμως πίσω ένα πυκνό έργο που βοήθησε σημαντικά τη μαθηματική επιστήμη.



Εικόνα 15.
Evariste
Galois.



Εικόνα 16.
Προσωπικές
σημειώσεις
του Galois.

Μαθηματική Επιστήμη: Μαθηματικά στη Δύση (2)

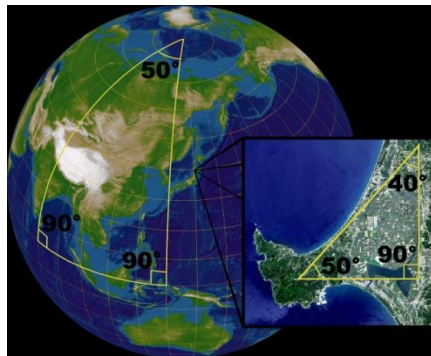
- Οι τρεις Μαθηματικοί που παράλληλα προσέγγισαν μη ευκλείδειες γεωμετρίες: ο Riemann και η γεωμετρία της σφαίρας και οι *Bolyai*, *Lobachevsky* με τη γεωμετρία της υπερβολής.



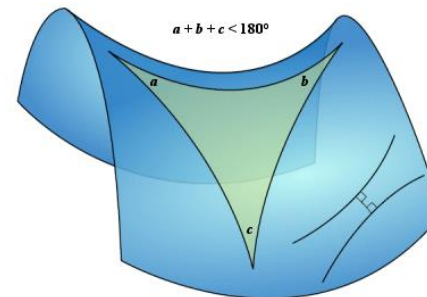
Εικόνα 17. Georg Friedrich Bernhard Riemann.



Εικόνα 18. Janos Bolyai (1802-1860) - Nikolai Lobachevsky (1792-1856).



Εικόνα 19. Γεωμετρία της σφαίρας.



Εικόνα 20. Γεωμετρία της υπερβολής.



Μαθηματική Επιστήμη: Νεότερα Μαθηματικά (1)

- Κατά το 17^ο – 18^ο αιώνα, καταγράφεται μια ουσιαστική ανάπτυξη των μαθηματικών.
- Η ανάπτυξη αυτή φέρνει στις αρχές του 20ου αιώνα αλματώδεις εξελίξεις οι οποίες στηρίζουν αλλά και στηρίζονται από την έκρηξη της τεχνολογίας.



Εικόνα 21. Τα πεδία των Μαθηματικών.

Μαθηματική Επιστήμη: Νεότερα Μαθηματικά (2)

- Τα Μαθηματικά έχουν μια ιστορία χιλιετηρίδων, δεν είναι ένα σύνολο από αιώνιες και αναλλοίωτες αλήθειες.
- Είναι μια επιστήμη που κτίζεται κομμάτι - κομμάτι με κόπο, όπως όλες οι επιστήμες, γίνεται αντιληπτή με διαφορετικό τρόπο σε διαφορετικές κοινωνίες και σε διαφορετικές εποχές.
- Εξελίσσεται με βάση τις ανάγκες του ανθρώπου και με ρυθμούς που ποικίλουν.



Διδασκαλία των Μαθηματικών (1)

- «Μαθαίνω Μαθηματικά» σημαίνει κάτι παραπάνω από το μαθαίνω να μετρώ, να κάνω πράξεις, να αναγνωρίζω τα σχήματα ή να λύνω ένα απλό πρόβλημα.
- «Μαθαίνω Μαθηματικά» σημαίνει ότι αναπτύσσω μια υψηλή διανοητική ικανότητα που θα μπορούσε να περιγραφεί με απλά λόγια ως εξής:

«ικανότητα αφαίρεσης και γενίκευσης της εμπειρίας, αναγνώρισης ομοιοτήτων και κοινών δομών πίσω από καταστάσεις διαφορετικού περιεχομένου, δημιουργία νέων αντικειμένων, τυποποίησης και παραστασιοποίησης των αντικειμένων και των τρόπων λύσης προβλημάτων».



Διδασκαλία των Μαθηματικών (2)

- Τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των Μαθηματικών κάνουν τη διδασκαλία τους ιδιαίτερη.
- *Η αποτελεσματική διδασκαλία των Μαθηματικών απαιτεί:*
 - Γνώση της των ίδιων των Μαθηματικών όπως και της ιστορίας των εννοιών και της εξέλιξής τους – αξιοποίηση στη διδασκαλία.
 - Επιδίωξη η δημιουργία μαθηματικών ιδεών με γενικεύσεις – αφαιρέσεις και συμβολισμούς.
 - Ανάπτυξη συλλογιστικής ικανότητας και ικανότητας τεκμηρίωσης.





Εικόνα 22. Δραστηριότητα.



Εικόνα 23. Δραστηριότητα



Εικόνα 24. Δραστηριότητα.



Εικόνα 25. Δράσεις οπτικοποίησης.



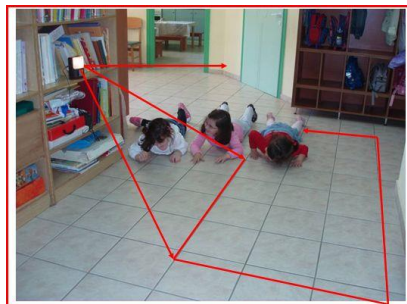
Εικόνα 26. Δράσεις με μοτίβα.



Εικόνα 27. Συνθέσεις σχημάτων.



Εικόνα 28. Μετρικές συγκρίσεις.



Εικόνα 29. Συναγερμός.



Εικόνα 30. Δράσεις με μοτίβα.

Ερωτήσεις στην 3^η ενότητα

1. Γιατί είναι απαραίτητη η γνώση της βασικής ιστορικής εξέλιξης των Μαθηματικών για τη διδασκαλία τους;
2. Ποια είναι διαγραμματικά η ιστορική εξέλιξη των Μαθηματικών;
3. Ποια η σημασία της ελληνικής περιόδου και η διαφορά της από τη προηγούμενη περίοδο;
4. Ποιο είναι το βασικό περιεχόμενο των ινδοαραβικών μαθηματικών;
5. Τα προγράμματα για τις μικρές ηλικίες εισάγουν αριθμητικές, γεωμετρικές και δραστηριότητες μέτρησης. Πώς τεκμηριώνεται η εισαγωγή των εννοιών αυτών;



Υλικό μελέτης - Βιβλιογραφία

1. Davis, P. & Hersh, R. (1981). *Η Μαθηματική Εμπειρία*. Αθήνα: Τροχαλία.
2. [Boyer, C.B., & Merzbach. U.C. \(1997\). Η Ιστορία των Μαθηματικών. Αθήνα: Εκδόσεις Πνευματικός.](#)
3. [Eves, H \(1983\). Μεγάλες στιγμές των Μαθηματικών. Αθήνα \(1989\): Τροχαλία.](#)
4. [Struik, D.J. \(1994\). Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών. Αθήνα: Δαίδαλος.](#)
5. [Wilder, Raymond Louis \(1986\). Εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών. Αθήνα: Κουτσομπός.](#)
6. Ιστορικά Παραδείγματα
[http://www.e-yliko.gr/Lists/List7/istoria.aspx.](http://www.e-yliko.gr/Lists/List7/istoria.aspx)



Αναφορές εικόνων (1)

1. Paintings from the Chauvet cave (museum replica).jpg
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c0/Paintings from the Chauvet cave %28museum replica%29.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c0/Paintings_from_the_Chauvet_cave_%28museum_replica%29.jpg)
See page for author [Public domain], via Wikimedia Common
2. Ishango bone.jpg
http://math2033.uark.edu/wiki/images/0/08/Ishango_bone.jpg
By L.M. East
[http://math2033.uark.edu/wiki/index.php/File:Ishango_bone.jpg],
powered by MediaWiki
3. By ΡΟΔΑΜΟΣ (<http://rodamos.gr/?p=1244>).
4. Egyptian A'h-mosè or Rhind Papyrus (1065x1330).png
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4b/Egyptian A %27h-mos%C3%A8 or Rhind Papyrus %281065x1330%29.png](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4b/Egyptian_A%27h-mos%C3%A8_or_Rhind_Papyrus_%281065x1330%29.png)
See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons
5. Πρόβλημα 10. σ. 22



Αναφορές εικόνων (2)

Από [Βαρβέρη, Δ. \(2009\) Ο κύκλος και η μέτρησή του. Μια διαδρομή στα αρχαία μαθηματικά. Δημοσιευμένη μεταπτυχιακή διατριβή. Πανεπιστήμιο Αθηνών & Πανεπιστήμιο Κύπρου, Αθήνα.](#)

6. Archimedes pi.svg
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c9/Archimedes pi.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c9/Archimedes_pi.svg)
By Leszek Krupinski (disputed, see File talk:Archimedes pi.svg) (Own work) [GFDL (<http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html>), CC-BY-SA-3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>) or CC BY-SA 2.5-2.0-1.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5-2.0-1.0/>)], via Wikimedia Commons
7. GeometricSquares.svg
<https://en.wiki2.org/wiki/File:GeometricSquares.svg#globalusage>
See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons
8. By Perdaily.com (<http://www.perdaily.com/2012/09/lausd--a-complete-and-utter-lack-of-institutional-memory-video.html>).



Αναφορές εικόνων (3)

9. P. Oxy. I 29.jpg
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8d/P. Oxy. I 29.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8d/P._Oxy._I_29.jpg)
See page for author [Public domain], via Wikimedia Common
10. Euclid Vat ms no 190 I prop 47.jpg
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/af/Euclid Vat ms no 190 I prop 47.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/af/Euclid_Vat_ms_no_190_I_prop_47.jpg)
See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons
11. 1983 CPA 5426 (1).png
[https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:1983 CPA 5426 \(1\).png&redirect=no](https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:1983_CPA_5426_(1).png&redirect=no)
See page for author [Public domain], via Wikimedia Common
12. Image-Al-Kitāb al-muḥtaṣar fī ḥisāb al-ğabr wa-l-muqābala.jpg
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/Image-Al-Kit%C4%81b al-mu%E1%B8%ABta%E1%B9%A3ar f%C4%AB %E1%B8%A5is%C4%81b al-%C4%9Fabr wa-l-muq%C4%81bala.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/23/Image-Al-Kit%C4%81b_al-mu%E1%B8%ABta%E1%B9%A3ar_f%C4%AB_%E1%B8%A5is%C4%81b_al-%C4%9Fabr_wa-l-muq%C4%81bala.jpg)



Αναφορές εικόνων (4)

See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons

13. Προσωπικό αρχείο.

14. Srinivasa Ramanujan - OPC - 1.jpg

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Srinivasa_Ramanujan - OPC - 1.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Srinivasa_Ramanujan_-_OPC_-_1.jpg)

By Konrad Jacobs (Oberwolfach Photo Collection) [CC-BY-SA-2.0-DE (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/de/deed.en)], via Wikimedia Commons

15. Evariste galois.jpg

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/53/Evariste_galois.jpg

See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons

16. Galois-notes. Jpg

[http://vi.wikipedia.org/wiki/%C3%89variste Galois#mediaviewer/T%E1%BA%ADp tin:Galois-notes.jpg](http://vi.wikipedia.org/wiki/%C3%89variste_Galois#mediaviewer/T%E1%BA%ADp_tin:Galois-notes.jpg)



Αναφορές εικόνων (5)

[CC BY-SA 3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.vi>)], via Wikipedia

17. Georg Friedrich Bernhard Riemann.jpeg
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/82/Georg_Friedrich_Bernhard_Riemann.jpeg
See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons
18. By eisatopon.blogspot
(http://eisatopon.blogspot.gr/2012_01_19_archive.html).
19. Triangles (spherical geometry).jpg
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/97/Triangles_%28spherical_geometry%29.jpg
By Lars H. Rohwedder, Sarregouset (Own work) [GFDL and CC-BY-SA, GNU Free Documentation License (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.en>)], via Wikimedia Commons



Αναφορές εικόνων (6)

20. Hyperbolic triangle.svg
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/Hyperbolic triangle.svg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/Hyperbolic_triangle.svg)
See page for author [Public domain], via Wikimedia Commons
21. By The story of mathematics
(<http://www.storyofmathematics.com/20th.html>).
- 22-30. Προσωπικό αρχείο.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τζεκάκη Μαριάννα.
«Μαθηματική Εκπαίδευση για την Προσχολική και Πρώτη Σχολική Ηλικία.
Ενότητα 3. Ιστορία των Μαθηματικών». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS177/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Στοϊνίτση Αφροδίτη
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό εξάμηνο 2014-15



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

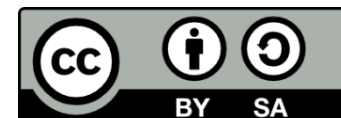


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

Σημειώματα

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

