



# Μαθηματική Εκπαίδευση για την Προσχολική και την Πρώτη Σχολική Ηλικία

Ενότητα 4: Διδασκαλία των Μαθηματικών

Διδάσκουσα: Μαριάννα Τζεκάκη

Τμήμα Επιστημών Προσχολικής Αγωγής & Εκπαίδευσης



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





Μαριάννα Τζεκάκη, Καθηγήτρια ΤΕΠΑΕ, Α.Π.Θ.



**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

**ΑΝΟΙΧΤΑ  
ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΑ**



# **Διδασκαλία των Μαθηματικών**

# Περιεχόμενα ενότητας (1)

## Διδασκαλία και Μάθηση Μαθηματικών

1. Στοιχεία αποτελεσματικής διδασκαλίας.
2. Ατομική δραστηριοποίηση.
3. Προσαρμογή στην ηλικία και το μέλλον των παιδιών.
4. Ένα ιδιαίτερο επεισόδιο.
5. Άγνωστες και προκλητικές καταστάσεις.
6. Το παράδειγμα με το κουτί και τα αυτοκίνητα.
7. Συζήτηση και αναστοχασμός.
8. Εξηγώντας τη δράση τους.



# Περιεχόμενα ενότητας (2)

9. Χρήση αναπαραστάσεων.
10. Σημειωτική δραστηριότητα.

## **Αλλάζοντας την παραδοσιακή τάξη**

1. Βασικά σημεία αλλαγής.
2. Τι είναι μαθηματική δραστηριότητα;
3. Τι δεν είναι και τι είναι μαθηματική δραστηριότητα;
4. Μαθηματικές διαδικασίες.
5. Σκέψη πάνω στη δράση.
6. Τι σημαίνει εκχώρηση δραστηριότητας;



# Περιεχόμενα ενότητας (3)

7. Ο εκπαιδευτικός καθοδηγεί με ερωτήσεις.
8. Παρέμβαση εκπαιδευτικού.
9. Κατανόηση της κατάστασης.
10. Κατανόηση του προβλήματος.
11. Μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών.
12. Ενασχόληση με τετριμμένες ιδέες.
13. Διαχείριση του λάθους.
14. Διαδικασίες ελέγχου.
15. Τα παιδιά ελέγχουν τη δράση τους.





# Περιεχόμενα ενότητας (4)

16. Συζήτηση επεξήγηση ιδεών, τεκμηρίωση.
17. Εξαγωγή συμπερασμάτων.
18. Μια δυναμική τάξη.
19. Χαρακτηριστικές ιδέες.
20. Περιεχόμενο Προγράμματος.
21. Βασικές μαθηματικές ιδέες.
22. Ερωτήσεις στην 4<sup>η</sup> ενότητα.
23. Υλικό μελέτης - Βιβλιογραφία.



# Σκοποί ενότητας

- Να γίνουν σαφή:
  1. Τα βασικά σημεία αλλαγής της τάξης των Μαθηματικών.
  2. Η ιδιαιτερότητα της μαθηματικής δραστηριότητας;
  3. Η διάκριση της μαθηματικής από άλλες μορφές δράσης;
  4. Τα στοιχεία μιας δυναμικής τάξης των Μαθηματικών.
  5. Οι βασικές ενότητες διδασκαλίας Μαθηματικών.





# Διδασκαλία και Μάθηση Μαθηματικών

# Στοιχεία αποτελεσματικής διδασκαλίας

- Ατομική δραστηριοποίηση.
- Προσαρμογή στην ηλικία και το μέλλον των παιδιών.
- Αντιμετώπιση άγνωστων και προκλητικών καταστάσεων.
- Συζήτηση και αναστοχασμός.
- Χρήση συμβολικών αναπαραστάσεων: ανάπτυξη σημειωτικής δραστηριότητας.
  - *Βλέπουμε ένα βίντεο περιβάλλον & Σουγκάτα Μίτρα- αυτόνομη μάθηση.*



# Ατομική δραστηριοποίηση

- Ο εκπαιδευτικός προτείνει έργα και ενθαρρύνει τα παιδιά να *δράσουν αυτόνομα* και να δώσουν το δικό τους νόημα.
- Οι δράσεις αυτές βάζουν τα παιδιά σε μια πορεία ανάπτυξης εννοιών που *ολοκληρώνεται σε βάθος χρόνου*.



# Προσαρμογή στην ηλικία και το μέλλον των παιδιών

- Ο εκπαιδευτικός προτείνει μαθηματικές ιδέες που μπορούν να προσεγγισθούν με *κατάλληλο και χρήσιμο τρόπο* για την ηλικία αυτή.
- Ο εκπαιδευτικός γνωρίζει την ουσία των εννοιών που προσεγγίζει για την μελλοντική τους ανάπτυξη.
  - Παράδειγμα: το ανάπτυγμα του κύβου.



# Ένα ιδιαίτερο επεισόδιο (1)

- Ένα παιδί παίζει με ένα κομπιουτεράκι

...και λέει δυνατά «5 και 4 ίσο 9. Α! αυτό το πράγμα τα βρίσκει σωστά».

Μετά παίζει και με άλλες πράξεις και κάπου βρίσκει το κουμπί  $\sqrt{\quad}$  και ρωτάει τη δασκάλα του «τι κάνει αυτό;»

- Δ. Αυτό ονομάζεται τετραγωνική ρίζα, είναι μια δύσκολη μαθηματική ιδέα.
- Π. ΟΚ! (όχι για πολύ). Αυτό είναι καταστροφή! Πάτησα 2 και μετά αυτό το κουμπί κι έβγαλε ένα σωρό αριθμούς.
- Δ. Δοκίμασε το 1.
- Π. Μου ξαναδίνει 1.
- Δ. Δοκίμασε το 4 (το παιδί βρίσκει 2 και ρωτάει γιατί).
- Τι να του πει τώρα η δασκάλα;



# Ένα ιδιαίτερο επεισόδιο (2)

- Ένα παιδί παίζει με ένα κομπιουτεράκι.

Η δασκάλα δίνει στο παιδί 4 «κουμπιά» και το λέει να κάνει με αυτά ένα τετράγωνο.

– Δ. Πόσα είναι όλα;

– Π. 4

– Δ. Πόσα είναι κάτω και πόσα στο πλάι.

– Π. 2!

– Η Δ. του λέει να βάλει 4 στο κομπιουτεράκι και να πατήσει το κουμπί.

– Π. Α! βγάζει 2!

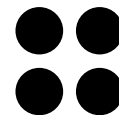
– Η Δ. προκαλεί το παιδί να βάλει άλλη μια σειρά «είναι αυτό τετράγωνο;»

– Π. Όχι, αυτό είναι ορθογώνιο.

– Δ. Συμπλήρωσε για να γίνει.

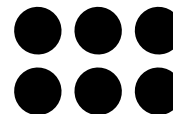
– Το παιδί δοκιμάζει και κοιτάζει το κομπιουτεράκι... στο τέλος της αναζήτησης λέει.

– Π. Λοιπόν, αν κάνεις ένα τετράγωνο, μετά μετράς όλα τα κομμάτια και πατάς αυτόν τον αριθμό και το  $\sqrt{\quad}$  και σου λέει πόσα έχεις σε κάθε πλευρά (!!!)



Εικόνα 1.

Τετράγωνο.



Εικόνα 2.

Ορθογώνιο.





# Άγνωστες και προκλητικές καταστάσεις

- Ο εκπαιδευτικός προτείνει μαθηματικά έργα που ενθαρρύνουν τον προβληματισμό και την αναζήτηση.
- Η αναζήτηση σχετίζεται απόλυτα με κάποιο *εσωτερικό κίνητρο* του παιδιού, ένα ουσιαστικό και βαθύ λόγο που αφορά την ανάγκη λύσης, την κατανόηση καταστάσεων, την επιτυχία ή ακόμα και τη συλλογική λειτουργία σε μια κοινότητα.
- Η διαδικασία αντιμετώπισης της άγνωστης κατάστασης οδηγεί σε μια *ανακατασκευή ή επανοργάνωση γνώσεων*.



# Το παράδειγμα με το κουτί και τα αυτοκίνητα

- Μετά την προσέγγιση του θέματος με αριθμοκάρτα 2 και ζεύγη, τώρα η ομάδα αντιμετωπίζει 2 τριάδες:

Παιδί 1: *Δύο ζευγάρια!*

Παιδί 2: *Όχι! Τώρα είναι τριάδα. Εγώ, τώρα ξέρω τι να κάνω. Δύο φορές αυτά (δείχνει την τριάδα των αυτοκινήτων).*

Παιδί 3: *Δηλαδή, τρία κι' άλλα τρία (δείχνει τρία και άλλα τρία δάχτυλα και τα μετράει) έξι αυτοκινητάκια!*

Παιδί 2: (σκέφτεται και κάνει νοερούς υπολογισμούς) *Έξι! Να πούμε έξι;*

Παιδί 4: *Η Ν. το βρήκε πριν. Έξι να πούμε.*

Παιδιά: *Ναι! Ναι!*

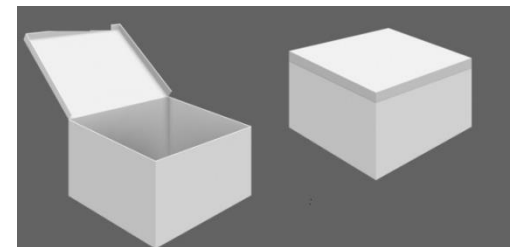
(στην άλλη ομάδα)

Παιδί 5: *Τέσσερα!*

Παιδί 6: *Τι λες; Αφού εδώ έχει τρία αυτοκίνητα!*

Παιδί 5: *Αφού η κάρτα έχει το 2 όπως και πριν!*

Παιδί 6: *Άλλο είναι τώρα. Πριν ήταν ζευγάρι. Τώρα είναι τριάδα!*



Εικόνα 3. Κουτί.



Εικόνα 4. Τριάδα αυτοκινήτων.



# Συζήτηση και αναστοχασμός

- Οι μαθηματικές γνώσεις δεν μπορούν να προκύψουν από την απλή δράση σε πραγματικές καταστάσεις. Απαιτούν *αντίληψη σε ένα υψηλότερο και εκτός περιεχομένου πλαίσιο* ώστε να γίνουν αντιληπτές.
- Η διαδικασία αυτή είναι σύνθετη και απαιτεί *αναστοχασμό και μεταγνωστική επεξεργασία* που δεν είναι εύκολο να αναπτυχθούν στις μικρές ηλικίες.
- Τα παιδιά δρουν αλλά δεν σκέφτονται ή επεξεργάζονται χωρίς ενθάρρυνση.
- Ερευνητικά αποτελέσματα τεκμηριώνουν ότι τα μικρά παιδιά έχουν τη δυναμική να αναπτύξουν συλλογιστική και αναστοχαστική δράση.



# Εξηγώντας τη δράση τους

- Περίπου τα μισά παιδιά ανακαλούν στοιχεία της δράσης για το μοτίβο, έστω κι αν αυτά δεν είναι τόσο συστηματικά.
  - «Σκέφτηκα να βάλω καλαμάκια έτσι όπως είναι το σχήμα».
  - «Αυτό εδώ είναι αριστερά, αυτό είναι δεξιά όπως κι αυτό εδώ είναι αριστερά, αυτό είναι δεξιά, αυτά εδώ είναι σαν τα ίδια».
  - «Έπρεπε κίτρινο, κίτρινο, κίτρινο και κίτρινο και μετά πράσινο, πράσινο, πράσινο και πράσινο».



Εικόνα 5.  
Συγκεκριμένο μοτίβο  
από καλαμάκια.



# Χρήση αναπαραστάσεων

- Αν και οι μαθητές λειτουργούν σε ένα περιβάλλον όπου τουλάχιστον τα αριθμητικά σύμβολα και τα γεωμετρικά σχήματα βρίσκονται σε καθημερινή χρήση και είναι πολιτισμικά δεδομένα, το νόημα που αποκτούν στην αντίληψη των μικρών μαθητών δεν πρέπει να θεωρείται αυτονόητο.
- Ο εκπαιδευτικός χρειάζεται με τα κατάλληλα έργα και χρήση να ενθαρρύνει τα παιδιά να αναπτύξουν τη σημειωτική τους δραστηριότητα με την αρχικά αυθαίρετη και βαθμιαία πιο συστηματική χρήση αναπαραστατικών μέσων.



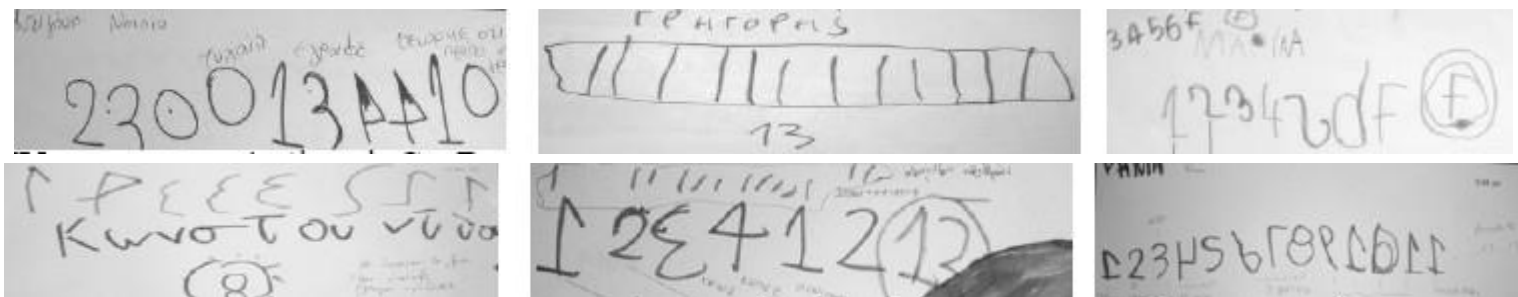
# Σημειωτική δραστηριότητα



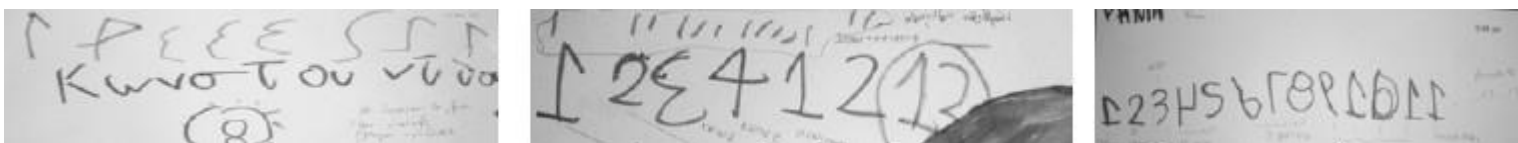
Εικόνα 6. Σημειώσεις - επίλυση προβλήματος. (Parandreu, 2009)



Εικόνα 7. Σημειώσεις - επίλυση προβλήματος. (Parandreu, 2009)



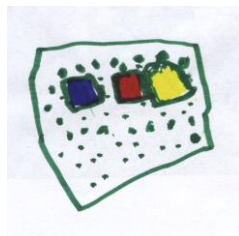
Εικόνα 8. Σημειώσεις - επίλυση προβλήματος. (Parandreu, 2009)



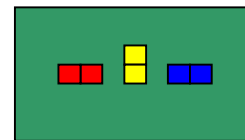
Εικόνα 9. Σημειώσεις - επίλυση προβλήματος. (Parandreu, 2009)



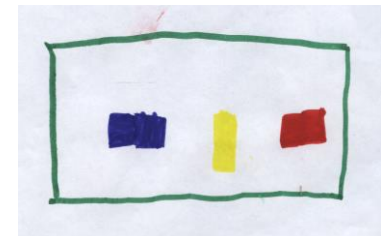
Εικόνα 10. Χωρική κατάσταση.



Εικόνα 11. Παραστάσεις παιδιών - χωρική κατάσταση.



Εικόνα 12. Χωρική κατάσταση.



Εικόνα 13. Παραστάσεις παιδιών - χωρική κατάσταση.





# Αλλάζοντας την παραδοσιακή τάξη

# Βασικά σημεία αλλαγής

- Επιλογή κατάλληλων μαθηματικών δραστηριοτήτων.
- Εκχώρηση της δράσης στα παιδιά.
- Συζήτηση, επεξήγηση ιδεών, τεκμηρίωση.
- Σκέψη πάνω στη δράση και εξαγωγή συμπερασμάτων.





# Τι είναι μαθηματική δραστηριότητα; (1)

- *Δραστηριότητα σημαίνει (αυτόνομη) δράση όπως: ότι οι κατασκευές έργων, η ανάπτυξη στρατηγικών για ένα παιχνίδι, η επίλυση ενός ενδιαφέροντος προβλήματος, η αντιμετώπιση μιας άγνωστης κατάστασης.*



# Τι δεν είναι και τι είναι μαθηματική δραστηριότητα;

## ❖ Αντιπαράδειγμα: ερωτήσεις και απαντήσεις

- Ν. Πόσα καπάκια έχουμε εδώ;
- Π: Τρία.
- Ν: Τρία καπάκια. Και πόσους μαρκαδόρους;
- Π: Τρία.
- Ν: Άρα, πόσοι ήταν οι μαρκαδόροι και τα καπάκια, για πέσ' το μας; Είναι τόσοι μαρκαδόροι όσα και τα καπάκια.
- Π: Είναι τόσοι μ.. (από τη νηπιαγωγό) μαρκαδόροι όσα και τα κ.. (από τη νηπιαγωγό) καπάκια.



Εικόνα 14.  
Αναγνώριση  
καρτών.

## ❖ Παράδειγμα: Αναγνώριση με μια ματιά

Σε ένα παιχνίδι αναγνώρισης καρτών με μια ματιά, ένα αγόρι ρωτά ένα κορίτσι:

- Αγόρι: Μπράβο, πώς μπορείς και μετράς τόσο γρήγορα;
- Κορίτσι 1: Δεν μετράω, τα βλέπω μαζί. Αν έχει 2 βούλες και 2 βούλες βρίσκω 4 βούλες.  
(Ένα κορίτσι είναι όμως ακόμα γρηγορότερο και την ρωτούν κι αυτή πώς τα καταφέρνει.)
- Κορίτσι 2: Εγώ δεν βλέπω μαζί, όπου μπορώ βγάζω. Όπως σε αυτή σκέφτομαι 6 βγάζω ένα, μας κάνει 5.



Εικόνα 15.  
Κάρτα.



# Τι είναι μαθηματική δραστηριότητα; (2)

- *Μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει μαθηματική δράση*
  - Όχι απλή χρήση μαθηματικών αντικειμένων!
  - Αλλά εντοπισμός ομοιοτήτων και διαφορών, ιδιοτήτων, σχέσεων και συσχετισμών, με γενικεύσεις που δημιουργούν ή κατευθύνονται προς μια μαθηματική ιδέα.
- *Μαθηματική επεξεργασία: η αντίληψη των μονάδων, η διαδικασία ανάλυσης και σύνθεσης και οι συνδέσεις με αναζήτηση κανονικοτήτων και κοινών δομών.*



# Μαθηματικές διαδικασίες

- **Αντίληψη μονάδων**

Η αναγνώριση των καρτών με μια ματιά όπου τα παιδιά χρειάζεται να αντιληφθούν επαναλαμβανόμενες μονάδες ποσοτήτων και να τις συνθέσουν.

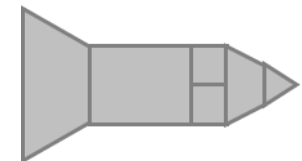


Εικόνα 16.  
Αναγνώριση καρτών.

- **Ανάλυση και σύνθεση**

Η επικάλυψη ενός περιγράμματος με σχήματα, όπου τα παιδιά θα χρειαστεί να κάνουν αναλύσεις και συνθέσεις, να ανακαλέσουν το σχήμα με τη μορφή του, να κάνουν στροφές ή μετατοπίσεις και να αντιληφθούν τα σχήματα σε ποιο αφηρημένο επίπεδο από ότι η απλή αναγνώριση.

Εικόνα 17. Επικάλυψη περιγράμματος με σχήματα.



# Τι είναι μαθηματική δραστηριότητα; (3)

*Μαθηματική ανάπτυξη σημαίνει σκέψη πάνω στη δράση και γενίκευση.*

- Συνήθως τα παιδιά εκτελούν ένα έργο ή ολοκληρώνουν μια δράση με αποτελεσματικό τρόπο αλλά δεν σκέφτονται παραπάνω, αν δεν υπάρχει κάποιος λόγος να το κάνουν, δεν συνδέουν το έργο ή τη δράση με άλλα αντίστοιχα και δε γενικεύουν.
- Ο αναστοχασμός είναι απαραίτητο στοιχείο για την ανάπτυξη μιας μαθηματικής ιδέας, και γενικότερα για την ανάπτυξη «επιστημονικών εννοιών», καθώς δεν είναι μόνο η δράση που δημιουργεί μια ιδέα, αλλά ο συνδυασμός δράσης και σκέψης πάνω στη δράση.



# Σκέψη πάνω στη δράση

## Αναγνώριση μοτίβων

- Το ενδιαφέρον στοιχείο και εμπειρία που αποκτούν τα παιδιά με τις κανονικότητες είναι του ασκούνται να εντοπίζουν κανόνες και σχέδια πίσω από τις διαφορετικές καταστάσεις. Η εκπαιδευτικός δίνει στα παιδιά μια διαδοχή από χάντρες και τους ρωτάει πως το έκαναν:
  - Ν. *Πώς ήταν φτιαγμένο;*
  - Π. *Μπλέ κόκκινο-κίτρινο, μπλέ – κόκκινο – κίτρινο.*
- Ο εκπαιδευτικός συνεχίζει τις ερωτήσεις, η προσοχή των παιδιών οδηγείται στην κατανόηση του «σχεδίου» που παράγει τη διαδοχή και στην ανάπτυξη ικανοτήτων κατανόησης κανόνων και κανονικότητων:
  - Ν. *Μπορείς να μου πεις πώς το έκανες;*
  - Π. *Παιδί μωβ-μωβ, κίτρινο- κίτρινο, μωβ-μωβ, κίτρινο- κίτρινο.*
  - Ν. *Αυτό είναι το σχέδιο του; Θα μπορούσες να το πεις αλλιώς;*
  - Π. *Έχει 2 μωβ και 2 κίτρινα.*



# Τι σημαίνει εκχώρηση δραστηριότητας; (1)

*Η βασική αλλαγή στη λειτουργία της τάξης είναι η αλλαγή του ρόλου του εκπαιδευτικού.*

- Το πιο σημαντικό στοιχείο αυτής της αλλαγής είναι το πέρασμα της ευθύνης μάθησης από τον εκπαιδευτικό στον ίδιο το μαθητή.
- Η αλλαγή αυτή δεν είναι απαραίτητη μόνο γιατί υποστηρίζεται από τις σύγχρονες παιδαγωγικές απόψεις, αλλά επειδή είναι ο αποδεδειγμένος και σήμερα γενικά αποδεκτός τρόπος ανάπτυξης γνώσης.



# Ο εκπαιδευτικός καθοδηγεί με ερωτήσεις

- **Αντιπαράδειγμα**

- Νηπιαγωγός : Για ποιόν αριθμό μιλάει το τραγούδι;
- Παιδιά : Για τα δύο.
- Ν. : Για τι δύο έλεγες;
- Π. : Δύο σαλιγκάρια.
- Ν. : Τι άλλα δύο έχουν τα σαλιγκάρια;
- Π. : Δύο μάτια, δύο αυτάκια.
- Ν. : Εμείς έχουμε δύο αυτάκια;
- Π. : Ναι.
- Ν. : Για πιάστε τα. Τι άλλα δύο έχουμε;
- Π. : Δύο μάγουλα. ....
- Ν. : Για κοιτάξτε τι άλλο δύο είναι μέσα στην τάξη :
- Π1 : Οι σωλήνες.
- Π2 : Οι καρφίτσες.
- Π3 : Τα ημερολόγια.
- Ν. : Πάρα πολύ ωραία! Μήπως βλέπει κανείς και τον αριθμό δύο;
- Π3 : Στο χρόνο.
- Ν.: Α! Μπράβο! το δύο από το 2006, στον καινούργιο χρόνο.





# Τι σημαίνει εκχώρηση δραστηριότητας; (2)

- Διδακτικό παράδοξο

«...όσο περισσότερο ο εκπαιδευτικός λέει συγκεκριμένα στο μαθητή τι πρέπει να κάνει, τόσο κινδυνεύει να χάσει την ευκαιρία για τη μάθηση στην οποία τελικά στοχεύει...».



# Παρέμβαση εκπαιδευτικού

## Αντι – Παράδειγμα:

- Στην κορυφή του τραπεζιού κάθονται δύο παιδιά κι έχουν ένα μοτίβο (καμπάνα, αστέρι, δένδρο) που θα αντιγράψουν μπροστά τους. Το ένα παιδί το κοιτάζει από δεξιά και το άλλο από αριστερά. Έτσι το ένα παιδί το αρχίζει την κατασκευή από την καμπάνα και το άλλο από το δένδρο.
  - Π1. Δεν το κάνεις καλά, από την καμπάνα αρχίζεις
  - Π . Εσύ δεν το κάνεις καλά, από το δένδρο αρχίζεις.
  - Π1. Μα αρχίζει από δω (και δείχνει την καμπάνα που είναι μπροστά του).
  - Π2. Όχι, κοίτα από εδώ αρχίζει (και δείχνει το δένδρο που είναι στο δικό του μπροστά).

(είναι ακριβώς η στιγμή να αρχίσει μία επιχειρηματολογία, αλλά παρεμβαίνει η Ν)

- Ν. Από την καμπάνα αρχίζεις...



Εικόνα 18. Μοτίβο.



# Τι σημαίνει εκχώρηση δραστηριότητας; (3)

- Κατανόηση της κατάστασης.
- Ενθάρρυνση αυτόνομης δράσης.
- Επικέντρωση στις μεγάλες ιδέες.
- Διαχείριση του λάθους.
- Η έρευνα έχει δείξει ότι οι εκπαιδευτικοί έχουν την τάση να δυσκολεύονται στην παραχώρηση της ευθύνης της λύσης των προτεινόμενων προβλημάτων στους μαθητές:
  - νομίζουν ότι δεν μπορούν,
  - νομίζουν ότι είναι στη δική τους ευθύνη.



# Κατανόηση της κατάστασης

- Συχνά οι μαθητές αντιλαμβάνονται διαφορετικά αυτό που προτείνεται από τον εκπαιδευτικό και με την έννοια αυτή αντιμετωπίζουν μια διαφορετική από την επιδιωκόμενη κατάσταση κι αυτό απαιτεί την προσοχή του εκπαιδευτικού για την κατανόηση της κατάστασης.



# Κατανόηση του προβλήματος

- Σε μια δραστηριότητας δίνονται σε ομάδες παιδιών κυκλικά χαρτόνια που παρίσταναν τούρτες με την προτροπή «να τις μοιράσουν μεταξύ τους ώστε να πάρουν όλα τα παιδιά ίσα μεταξύ τους κομμάτια».
- Η έννοια «μοιράζω» όσο και η έννοια «ίσα κομμάτια» γίνονται αντιληπτές από τα παιδιά με διαφορετικό τρόπο από ότι επιθυμεί ο εκπαιδευτικός.
- Μέχρι οι μαθητές να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα της μοιρασιάς της τούρτας, πραγματοποίησαν:
  - 1) μια τυχαία μοιρασιά κομματιών (όπως αυτή που γνωρίζουν από την εμπειρία τους στις γιορτές), στη συνέχεια και ύστερα από παραίνεση του εκπαιδευτικού,
  - 2) δοκίμασαν με βάση ένα οδηγό να πετύχουν τα ίσα κομμάτια, χωρίς αυτό να τους οδηγεί στο μοίρασμα και
  - 3) μόνο στο τέλος άρχισαν να αντιμετωπίζουν το πραγματικό πρόβλημα και αναζήτησαν στρατηγικές επίλυσή του.



Εικόνα 19. Μοιρασιά τούρτας.



# Μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών

- Με τον όρο μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών εννοούμε τις έννοιες – κλειδιά στις οποίες πρέπει να είναι στραμμένη η προσοχή του εκπαιδευτικού και να δοκιμάζει να στρέψει και την προσοχή των μαθητών του και για αναπτύξουν τόσο διαδικαστική όσο και εννοιολογική μάθηση.
- Παράλληλα με τη στόχευση στις μεγάλες ιδέες ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τους μαθητές στην ανάπτυξη διαδικασιών όπως η επίλυση προβλήματος, οι συλλογισμοί και η τεκμηρίωση όπως και η σημειωτική δραστηριότητα.



# Ενασχόληση με τετριμμένες ιδέες

## Αντιπαράδειγμα

- Εκπαιδευτικός.: *Πρώτα όμως θέλω να μου πει ο Χρήστος, τι υπάρχει κάτω από το σώμα του.*
- Χ: *Τα πόδια μου.*
- Ε.: *Όχι κάτω στο σώμα σου Χ. Κάτω από το **σώμα** σου. (Η εκπαιδευτικός εκφέρει την τελευταία πρόταση με έμφαση και συνοδεύοντας τη με τις ανάλογες κινήσεις)*
- Χ: *Η καρέκλα. Όχι, όχι κυρία το πάτωμα.*
- Ε.: *Μπράβο Χ! Και το πάτωμα και η καρέκλα που είπες πρώτα, βρίσκονται κάτω από το σώμα σου.*
- .....
- Ε.: *Ε., για πες μου και εσύ τι υπάρχει πάνω απ' το κεφαλάκι σου;*
- Π. (Η Ε., σηκώνει το κεφάλι): *Το ταβάνι;*
- Ε.: *Μπράβο και στην Ε. που το βρήκε!*



# Διαχείριση του λάθους (1)

- Σε μια παραδοσιακή τάξη ο εκπαιδευτικός αναμένει τη σωστή απάντηση σε κάθε ερώτηση που θέτει. Για το σκοπό αυτό καθοδηγεί, εκμαιεύει, προσεγγίζει βαθμιαία, υποβάλλει και κάποιες φορές ακόμα απαντά κι ο ίδιος στη θέση των παιδιών.
- Σε μια τάξη όπου αναπτύσσονται νέα μαθηματικά νοήματα η λάθος απάντηση, αντιμετώπιση, λύση ή συμπεριφορά είναι συνηθισμένη και αναμενόμενη από τη μεριά του μαθητή.
- Τα παιδιά αντιμετωπίζουν μια άγνωστη για αυτούς κατάσταση και αυτή η αναζήτηση θα τους οδηγήσει σε ατυχείς εκβάσεις και επανοργανώσεις που αναπτύσσουν μάθηση.





# Διαχείριση του λάθους (2)

- Απέναντι σε μια άγνωστη κατάσταση το παιδί θα κινητοποιήσει και θα εφαρμόσει τη γνώση που διαθέτει.
- Χρειάζεται να έχει τρόπο να διερευνήσει αν ότι χρησιμοποίησε ή εφάρμοσε είναι σωστό ή λάθος και αν είναι ανεπαρκές να κάνει τις απαραίτητες προσαρμογές.
- Με άλλα λόγια χρειάζεται μηχανισμούς που να το βοηθούν να ελέγξει για να επιβεβαιώσει ή να απορρίψει μια απάντηση, δράση, συμπεριφορά ή στρατηγική και να αναζητήσει μία νέα.



# Διαδικασίες ελέγχου (1)

- Αυτοί οι μηχανισμοί αποτελούν ό τι ονομάζουμε *διαδικασίες ελέγχου*, δηλαδή τρόπους με την βοήθεια των οποίων οι μαθητές διαπιστώνουν ό τι η τακτική με την οποία αντιμετωπίζουν μια κατάσταση είναι σωστός ή ανεπαρκής ώστε να τον διατηρήσουν ή να τον τροποποιήσουν, μετασχηματίζοντας, επανεξετάζοντας ή διευρύνοντας τις υπάρχουσες γνώσεις τους.
- Είναι φανερό ό τι η άσκηση των μηχανισμών ελέγχου και η διόρθωση των λανθασμένων αποφάσεων ή απαντήσεων πρέπει να πραγματοποιηθούν *από το ίδιο το παιδί*.



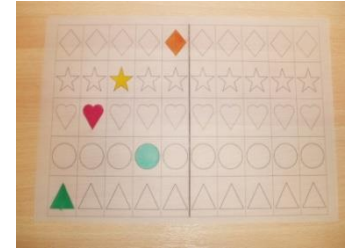
# Διαδικασίες ελέγχου (2)

- Τα παιδιά δεν είναι συνηθισμένα να ελέγχουν μόνα τους το αποτέλεσμα μίας δράσης ή την ορθότητα μιας απόφασης, τις περισσότερες μάλιστα φορές δεν ενδιαφέρονται ή δεν τα αναγνωρίζουν.
- Για το λόγο αυτό ο εκπαιδευτικός διαμορφώνει ένα περιβάλλον ή ενθαρρύνει την κοινότητα με τρόπο ώστε να εξετάζεται πάντα ως προς την ορθότητα το αποτέλεσμα μιας δράσης, με πληροφορίες που δίνονται είτε από την ίδια τη δραστηριότητα ή από τα υπόλοιπα παιδιά.

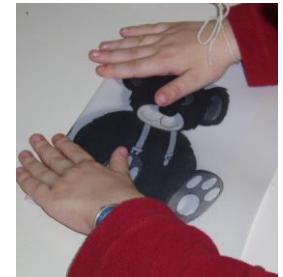


# Τα παιδιά ελέγχουν τη δράση τους

- Το παράδειγμα της δίπλωσης στη συμμετρία είναι πολύ χαρακτηριστικό και οδηγεί τα παιδιά να αναπτύξουν κριτήρια για τα συμμετρικά σχήματα:
- Στο παιχνίδι με τα «στοιχήματα» το ένα παιδί ελέγχει το άλλο.
- Στις κατασκευές ο εκπαιδευτικός δίνει πρότυπα για σύγκριση, ενώ στα προβλήματα η λύση δοκιμάζεται.
- Στο παράδειγμα τα παιδιά αν έκαναν το σχέδιο ενός μοτίβου σωστά:
  - Π. Μπλε-κίτρινο- πράσινο- μπλέ-κίτρινο- πράσινο – μπλε... (ένα παιδί έχει κάνει λάθος και τα άλλα στο τραπέζι το διορθώνουν. Απαγγέλλουν και του δείχνουν τα κουμπιά που έβαλε)
  - Π. Μπλε-κίτρινο- πράσινο- μπλέ... εδώ θέλει μπλε! (Και συνεχίζει λέγοντας και δείχνοντας για να φανεί το λάθος).



Εικόνα 20. Συμμετρία.



Εικόνα 21. Κατασκευή.



Εικόνα 22. Σχέδιο μοτίβου.



# Συζήτηση επεξήγηση ιδεών, τεκμηρίωση (1)

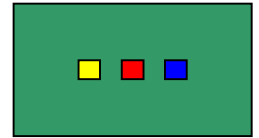
- Μια δραστηριότητα ολοκληρώνεται με τη συζήτηση πάνω στους τρόπους με τους οποίους δούλεψαν τα παιδιά, τις ιδέες που είχαν ή τις στρατηγικές που ανέπτυξαν.
- Η φάση αυτή είναι σημαντική γιατί επιτρέπει στα παιδιά να εκφράσουν με λόγια τη δράση τους και να τη μοιραστούν με τα υπόλοιπα παιδιά της τάξης.
- Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει τη λεκτική διατύπωση των σκέψεων που βοηθάει:
  - 1) την επικοινωνία κι άρα το μοίρασμα πολλών ιδεών στην τάξη, και
  - 2) διαμεσολαβεί στη διαμόρφωση εννοιών, συμμετέχοντας στην ανάπτυξή τους.



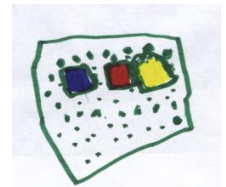
# Συζήτηση επεξήγηση ιδεών, τεκμηρίωση (2)

## Παράδειγμα: Σχέδια για σχηματισμούς με lego

- Η εκπαιδευτικός όλα μαζί τα σχέδια και ζήτησε τα παιδιά να τα παρατηρήσουν προσεκτικά, να τα συγκρίνουν με το πρωτότυπο έργο και να επιλέξουν αυτό που θεωρούν ως το καταλληλότερο σχέδιο ώστε να συμμετέχουν σε ένα διαγωνισμό με την άλλη τάξη.
- Στην αρχή τα παιδιά τα παιδιά δεν είχαν επιχειρήματα να υποστηρίξουν την επιλογή τους, που αρχικά στηρίχθηκε σε αυθαίρετες ή προσωπικές κρίσεις (φιλίες κλπ.).
- Βαθμιαία τα παιδιά κατανόησαν τα σημαντικά κριτήρια για την επιλογή τους κι έγιναν αρκετά «αυστηροί κριτές» εξετάζοντας σημαντικές λεπτομέρειες από τα χωρικά και μετρικά χαρακτηριστικά των έργων.



Εικόνα 23.  
Πρωτότυπος  
σχηματισμός lego.



Εικόνα 24.  
Σχέδιο παιδιών.



# Συζήτηση επεξήγηση ιδεών, τεκμηρίωση (3)

- Ο εκπαιδευτικός κάνει τις κατάλληλες ερωτήσεις:

Εξήγηση αποτελέσματος	<i>Με ποιο τρόπο έφτασες σε αυτό το αποτέλεσμα, λύση κλπ.;</i>
Εξήγηση συλλογισμού	<i>Μπορείς να εξηγήσεις τη σκέψη σου ή τη λύση σου ή την κατασκευή σου; Τι παρατήρησες για να το κάνεις; Τι στοιχεία σε βοηθούν να φτάσεις σε αυτή την απάντηση; Μπορείς να πεις περισσότερο για αυτό; Μπορείς να εξηγήσεις στο φίλο σου πώς να το κάνει;</i>
Επιβεβαίωση - τεκμηρίωση	<i>Νομίζεις ότι αυτό που έκανες είναι σωστό; Μπορείς να εξηγήσεις γιατί είναι σωστό; Τι σε έκανε να σκεφτείς έτσι; Τι θα γινόταν αν...;</i>

# Συζήτηση επεξήγηση ιδεών, τεκμηρίωση (4)

Γενίκευση	<i>Αυτός ο τρόπος ισχύει πάντα ή κάποτε δεν ισχύει; Τι θα θυμάσαι από αυτό που έκανες; Τι θα πεις στο φίλο σου ότι έκανες;</i>
Αναδιατύπωση	<i>Για να δούμε αν καταλάβαμε τη σκέψη σου. Λες ότι.. .... (αφήνουμε στο παιδί να συνεχίσει)</i>
Εξηγήσεις των άλλων	<i>Μπορείς να πεις τι είπε με δικά σου λόγια?</i>
Μοίρασμα συλλογισμών	<i>Νομίζει κανείς ότι δεν είναι σωστό; Τι θα μπορούσε να διορθώσει;</i>
Διόρθωση	<i>Καλή ιδέα αλλά δεν περπάτησε, μπορείς να σκεφτείς μια άλλη;</i>
Ενθάρρυνση των παιδιών για συμμετοχή	<i>Θέλει κανείς να προσθέσει κάτι?</i>
Αναμονή	<i>Σκέψου όσο θες, θα περιμένουμε.</i>
Νοερές εικόνες	<i>Δοκίμασε να το σκεφτεί με το μυαλό, Τι φαντάζεσαι...;</i>





# Εξαγωγή συμπερασμάτων (1)

- Η ενασχόληση των παιδιών με μία δράση, η λύση ενός προβλήματος, μια κατασκευή ή γενικότερα η αντιμετώπιση μιας κατάστασης που σχετίζεται με μαθηματικές ιδέες δεν οδηγεί αυτό αυτόματα στην μάθηση μαθηματικών εννοιών.
- Τα παιδιά περιορίζονται στο αποτέλεσμα, επικεντρώνονται στην κατάσταση ή το υλικό και δεν προσπαθούν να σκεφθούν παραπάνω ή να οδηγηθούν σε μια περαιτέρω εξήγηση ή κατανόηση.

– Παράδειγμα «έχεις ξανακάνει κάτι παρόμοιο;»

Παιδί 1. *Ναι, είναι ένα κάστρο. Το έκανα πολλές φορές.*

Παιδί 2. *Ναι, είναι ένα τρένο. Πρέπει να κάνω το ίδιο.*



Εικόνα 25. Δημιουργία μοτίβου.



# Εξαγωγή συμπερασμάτων (2)

- Είναι στην ευθύνη του εκπαιδευτικού να αναπτύξει μια κοινότητα που αναστοχάζεται πάνω στη δράση της, γιατί όταν η τάξη παραμένει στο επίπεδο της δράσης, παρά τα ενδιαφέροντα έργα με τα οποία μπορεί να ασχοληθεί, τα παιδιά δεν αναπτύσσουν καμία μαθηματική ιδέα.
- Η διαδικασία κατά την οποία τα παιδιά γενικεύουν και επισημοποιούν τα συμπεράσματά τους είναι αρκετά πολύπλοκη και απαιτεί σημαντική εξάσκηση ώστε οι μαθητές να μπορούν να συνδυάζουν τις πράξεις και τις σκέψεις τους και να τις αντιλαμβάνονται σε ένα ανώτερο επίπεδο.
- Τα παιδιά μπορεί να ασκηθούν αρκεί να δημιουργείται ένα κίνητρο για αυτό.



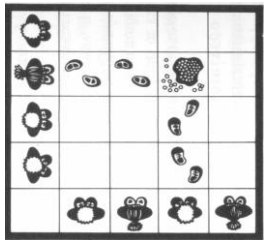
# Μια δυναμική τάξη (1)

- *Δημιουργία ενός περιβάλλοντος με προκλήσεις για δημιουργικότητα.*
- *Χρήση ενός συνόλου έργων που προσανατολίζουν τη δράση των παιδιών στις διαφορετικές ιδέες των μαθηματικών.*
- *Χρήση ποικιλίας υλικού.*
- *Δημιουργία ενός δυναμικού ανθρώπινου περιβάλλοντος – μιας κοινότητας μάθησης.*

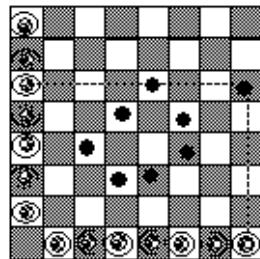


# Μια δυναμική τάξη (2)

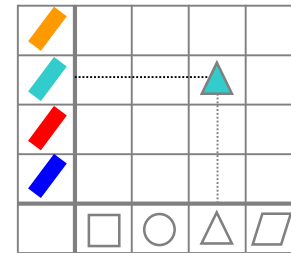
- Δραστηριότητες με διαφορετικές προσεγγίσεις της ίδιας ιδέας.



Εικόνα 26.  
Τετραγωνισμένο περιβάλλον.

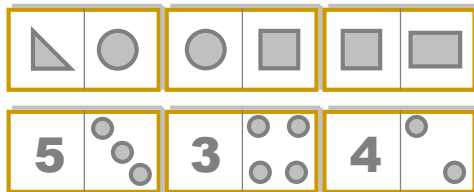


Εικόνα 27.  
Τετραγωνισμένο περιβάλλον.

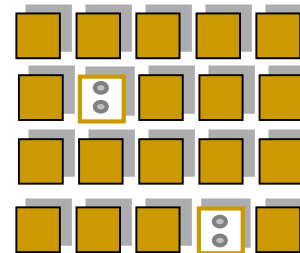


Εικόνα 28. Εύρεση μιας θέσης.

- Ίδιες δραστηριότητες με διαφορετικό περιεχόμενο.

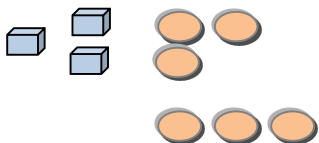


Εικόνα 29.  
Domino.



Εικόνα 30.  
Memory.

- Ποικιλία υλικού.



Εικόνα 31.  
Ποσότητες.



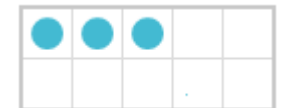
Εικόνα 32. Ποσότητες αντικειμένων.



Ποσότητες με Lego.



Εικόνα 34. Ποσότητες με κάρτες.



Εικόνα 35.  
Ποσότητες.



# Χαρακτηριστικές ιδέες

- *Εισαγωγή ενός θέματος με συζήτηση, υλικό και δράσεις τύπου «συστήνω».*
- *Κλείσιμο ενός θέματος με συζήτηση και ανάρτηση υλικού που ετοιμάζουν οι μαθητές.*
- *Χαρακτηριστικές επαναλαμβανόμενες δράσεις: ομαδοποιήσεις, οι διατάξεις, η εύρεση ομοιοτήτων και διαφορών, η αναζήτηση κοινών ιδιοτήτων και χαρακτηριστικών, η αναζήτηση του στοιχείου που επαναλαμβάνεται κλπ.*
- *Η αναζήτηση του λάθους και το αντιπαράδειγμα.*
- *Χρήση αναπαραστάσεων: ζωγραφιές, σχέδια, σχήματα, τους ενθαρρύνει να «κρατούν σημειώσεις» ή να κάνουν μια ζωγραφιά για μια ιδέα που ανέπτυξαν.*
- *Προπόνηση.*
- *Γωνιά «άλυτων προβλημάτων».*



# Περιεχόμενο Προγράμματος

- Είχαμε αναφερθεί στο περιεχόμενο της διδασκαλίας των Μαθηματικών, σε 5 μεγάλες θεματικές ενότητες:
  - Χώρος και Γεωμετρία.
  - Μετρήσεις.
  - Αλγεβρική σκέψη.
  - Αριθμοί και πράξεις.
  - Στοχαστικά Μαθηματικά.
- Ακολουθεί η εξειδίκευση του στην προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία.



# Βασικές μαθηματικές ιδέες (1)

- **Αριθμοί και πράξεις**

Εύρεση ποσότητας, διάταξη ποσότητας και μέτρηση μεγεθών. Ανάπτυξη αριθμητικών ιδιοτήτων και αναπαραστάσεις με πολλούς τρόπους.

Οι αριθμητικές πράξεις μοντελοποιούν μια ποικιλία από πραγματικά προβλήματα και τα επιλύουν. Εκτελούνται με διαφορετικούς τρόπους.

- **Χώρος και Γεωμετρία**

Τοποθετήσεις, διευθύνσεις και Συντεταγμένες.

Μελέτη και παράσταση θέσεων, διευθύνσεων και διαδρομών.

Γεωμετρικά σχήματα 2Δ και 3Δ περιγράφονται, αναλύονται, μετασχηματίζονται και συνθέτουν ή αναλύουν άλλα σχήματα. (την ανάπτυξη γνώσης για τα στοιχεία και τις ιδιότητές τους)



# Βασικές μαθηματικές ιδέες (2)

Μετασχηματισμοί και συμμετρία μετακίνηση και αλλαγή σχημάτων, ανάλυση, κατανόηση και δημιουργία σχημάτων (και στην τέχνη).

Οπτικοποίηση και Χωρικός Συλλογισμός, Νοερές εικόνες για διαχείριση σχημάτων, διευθύνσεων και θέσεων.

Αντικείμενα από διαφορετικές οπτικές γωνίες.

- **Μετρήσεις**

Σύγκριση και μέτρηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το «πόσο» αναφορικά με στοιχεία των αντικειμένων (πχ. μήκος).

Μέτρηση με την επανάληψη μονάδας ή χρήση εργαλείου.

- **Ανάλυση Δεδομένων**

Κατάταξη, παράσταση και χρήση πληροφορίας για εξαγωγή συμπερασμάτων και απάντηση σε ερωτήσεις.





# Ερωτήσεις στην 4<sup>η</sup> ενότητα

1. Ποια είναι τα στοιχεία μιας αποτελεσματικής διδασκαλίας;
2. Ποια είναι τα βασικά σημεία αλλαγής της τάξης των Μαθηματικών.
3. Τι είναι μια μαθηματική δραστηριότητα;
4. Τι είναι μαθηματική δράση;
5. Τι σημαίνει εκχώρηση δράσης στο μαθητή;
6. Πώς διαχειρίζεται ο εκπαιδευτικό το λάθος των παιδιών;
7. Τι είναι οι διαδικασίες ελέγχου;
8. Πώς αναπτύσσει στην τάξη διάλογο;
9. Ποια είναι τα στοιχεία μιας δυναμικής τάξης των Μαθηματικών;
10. Ποιες είναι οι βασικές ενότητες διδασκαλίας Μαθηματικών;



# Υλικό μελέτης - Βιβλιογραφία

1. [Τζεκάκη, Μ. \(2010\). Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία. Θεσσαλονίκη: Ζυγός. – σελίδες 43-83](#)
2. [Τζεκάκη, Μ. \(2010\). Μικρά Παιδιά, Μεγάλα Μαθηματικά νοήματα. Αθήνα: Gutenberg – σελίδες 123-137](#)
3. Μαθησιακό περιβάλλον  
<http://www.youtube.com/watch?v=kmnFIH1XgqU>.
4. Αυτόνομη μάθηση  
[http://www.ted.com/talks/sugata mitra shows how kids t each themselves.html](http://www.ted.com/talks/sugata_mitra_shows_how_kids_teach_themselves.html).



# Αναφορές εικόνων

- 1.-2. Προσωπικό αρχείο.
3. By Robertas Pezas (<http://www.greatvectors.com/2012/05/white-packaging-box-templates/>).
- 4-5. Προσωπικό αρχείο.
- 6-9. [Papandreou, M. \(2009\). Preschoolers' semiotic activity: additive problem solving and the representation of quantity. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & C. Sakonidis \(eds.\), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, 321-328. Thessaloniki: PME.](#)
- 10-18. Προσωπικό αρχείο.
19. Donauwelle rund hg.jpg  
[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8a/Donauwelle\\_rund\\_hg.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/8a/Donauwelle_rund_hg.jpg)  
By Hannes Grobe (Own work) [CC-BY-SA-2.5, (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5/deed.en>)], via Wikimedia Commons
- 20-35. Προσωπικό αρχείο.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τζεκάκη Μαριάννα.  
«Μαθηματική Εκπαίδευση για την Προσχολική και Πρώτη Σχολική Ηλικία.  
Ενότητα 4. Διδασκαλία των Μαθηματικών». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2015.  
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://eclass.auth.gr/courses/OCRS177/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





# Τέλος Ενότητας

Επεξεργασία: Στοϊνίτση Αφροδίτη  
Θεσσαλονίκη, Χειμερινό εξάμηνο 2014-15



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

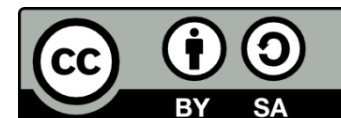


ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ





**ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ**

---

# **Σημειώματα**

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

