



Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Γενικά Μαθηματικά II **Ασκήσεις 8^{ης} Ενότητας**

Λουκάς Βλάχος

Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ενότητα 8η: Σειρές Taylor και Πεπλεγμένες Συναρτήσεις

1. Βρείτε τις τιμές των σταθερών α, β έτσι ώστε οι $u = x + \alpha y$, $v = x + \beta y$ να μετασχηματίζουν την εξίσωση $9f_{xx} - 9f_{xy} + 2f_{yy} = 0$ στην $f_{uv} = 0$.

2. Δείξτε ότι η εξίσωση $F(x, y, z) = z + xe^z - y = 0$ ορίζει τη συνάρτηση $z(x, y)$ στο σημείο $M_0(0, 0)$. (2) Προσεγγίστε τη συνάρτηση $z(x, y)$ στην αρχή των αξόνων με ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού ως προς x, y .

3. α) Να προσεγγισθεί πολύ κοντά στο σημείο $P(0, 0, 1)$ με επίπεδο η επιφάνεια με εξίσωση

$$z = \frac{1}{\sqrt{1 - x + y}}$$

(β) Να προσεγγισθεί η επιφάνεια αυτή, κοντά στο σημείο P με μία δευτεροβάθμια επιφάνεια.

4. Να βρεθεί η μεταβολή του όγκου του κώνου ακτίνας $r = 1\text{m}$ και ύψους $h = 2\text{m}$ αν η ακτίνα του αυξηθεί κατά 3cm και το ύψος του μειωθεί κατά 2cm .

5. Να δειχτεί ότι αν για την συνάρτηση $f(x, y)$ ισχύει

$$f(x, y) = \frac{1}{y}(g(ax + y) + h(ax - y))$$

όπου g, h συναρτήσεις δύο φορές παραγωγίσιμες, τότε

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{a^2}{y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

6. Θεωρούμε τη συνάρτηση $f = e^x + e^{-2y} + e^z$. Να βρεθεί η παράγωγος της f στο σημείο $M(1, 0, 0)$ κατά τη διεύθυνση του διανύσματος $\vec{a} = (2, 1, 2)$ και να

ορισθεί το διάνυσμα \vec{b} κατά τη διεύθυνση του οποίου η παράγωγος της $D_{\vec{b}} f$ γίνεται μέγιστη στο σημείο $M(1,0,1)$.