



Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Γενικά Μαθηματικά II **Απαντήσεις 2^{ης} Ενότητας**

Λουκάς Βλάχος
Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



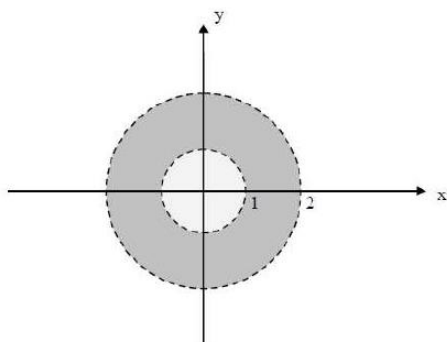
Ενότητα 2η: Εισαγωγικές Έννοιες I

1. Πρέπει

$$(4 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow$$

$$1 < x^2 + y^2 < 4$$

Επομένως το πεδίο ορισμού της συνάρτησης θα είναι



Σχήμα 1: άσκηση 1

2. $\forall x, y \in \mathbb{R}^2$ είναι :

$$-1 \leq \sin(x^2 + y^2) \leq 1 \text{ και } -2 \leq 2 \sin(xy) \leq 2 \Rightarrow$$

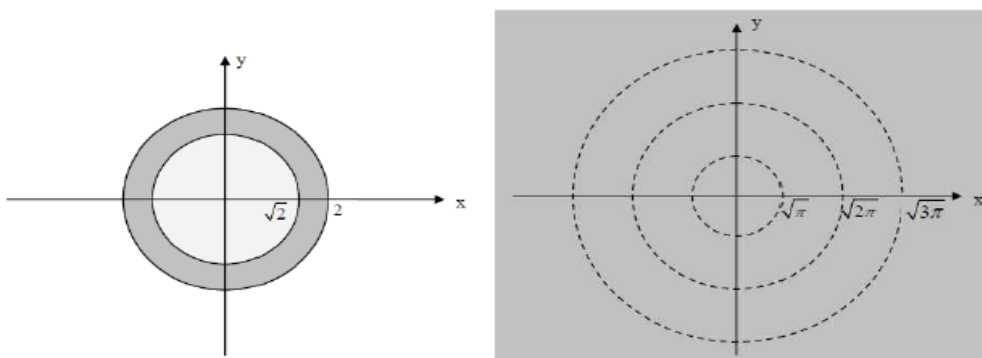
$$-2 \leq \sin(x^2 + y^2) + 2 \sin(xy) + 1 \leq 4$$

Επομένως η $f(x, y)$ είναι φραγμένη στο \mathbb{R}^2 .

3. α) Πρέπει :

$$-1 \leq x^2 + y^2 - 3 \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq x^2 + y^2 \leq 4$$

και ο δακτύλιος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 2: άσκηση 3α και 3β

β) Πρέπει :

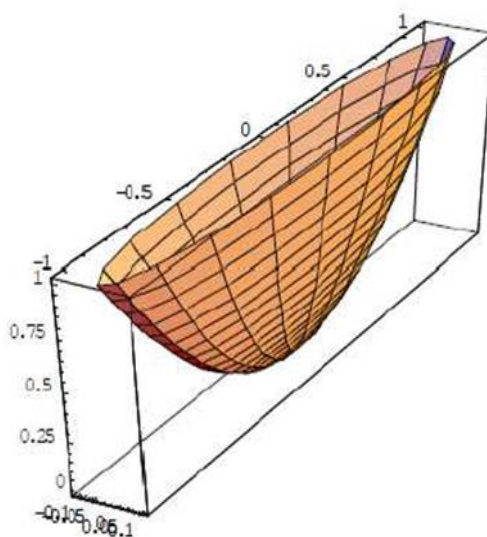
$$\sin(x^2 + y^2) \neq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Επομένως το πεδίο ορισμού είναι όλο το επίπεδο xy εκτός από το κέντρο $O(0, 0)$ και τους κύκλους με κέντρο το O και ακτίνες $\sqrt{k\pi}$ για $k = 1, 2, 3, \dots$ όπως φαίνεται στο σχήμα

4. Πρέπει :

$$9x^2 + y^2 - z \neq 0 \Leftrightarrow z \neq 9x^2 + y^2$$

Επομένως το πεδίο ορισμού είναι όλος ο χώρος εκτός από την επιφάνεια



Σχήμα 3: άσκηση 4