



---

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

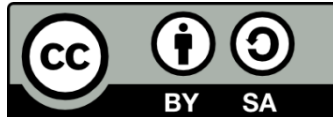
## **Γενικά Μαθηματικά II** **Απαντήσεις 3<sup>ης</sup> Ενότητας**

Λουκάς Βλάχος

Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

## Άδειες Χρήσης

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons. Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



**Ενότητα 3η: Εισαγωγικές Έννοιες II**

1. (α) Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέρη της εξίσωσης με  $\rho$  θα έχουμε  $\rho^2 = \rho \sin \phi \cos \theta$ . Επιστρέφοντας στις καρτεσιανές συντεταγμένες θα έχουμε  $(x^2 + (y - 1/2)^2 + z^2 = (1/4)$  άρα παριστά σφαίρα με κέντρο το  $(0, 1/2, 0)$  και ακτίνα  $(1/2)$ ,  $x^2 + (y - 1/2)^2 + z^2 = 1/4$ . (β) Αν το δυναμικό μεταβάλλεται με σταθερά βήματα  $U = k$  όπου  $k = 1, 2, 3, \dots$  και σταθερά, τότε

$$x^2 + y^2 = 100 - 9/k^2$$

Άρα οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο το  $(0, 0)$  και ακτίνα που θα πλησιάζει το 10 όταν το δυναμικό γίνει πολύ ισχυρό.

2. α) Έχουμε :

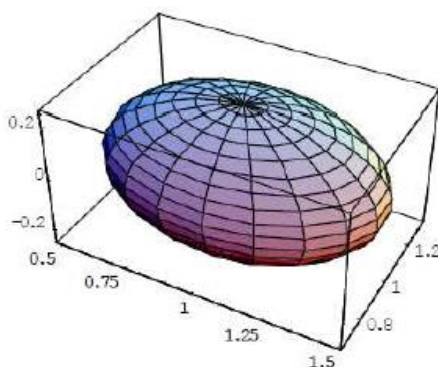
$$4x^2 + 9y^2 + 16z^2 - 8x - 18y + 12 = 0 \Leftrightarrow$$

$$4(x^2 - 2x + 1) + 9(y^2 - 2y + 1) + 16z^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$4(x - 1)^2 + 9(y - 1)^2 + 16z^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$(x - 1)^2 / (1/4) + (y - 1)^2 / (1/9) + z^2 / (1/16) = 1$$

Επομένως πρόκειται για την επιφάνεια ενός ελλειψοειδούς :



Σχήμα 4: άσκηση 6α

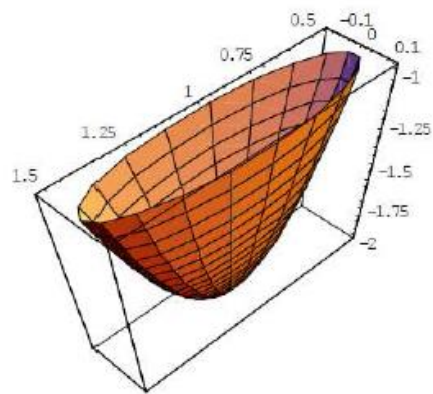
- β) Έχουμε :

$$z - 2x^2 + 4x - 8y^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$z = 2(x^2 - 2x + 1) + 8y^2 - 2 \Leftrightarrow$$

$$z + 2 = (x - 1)^2 / (1/2) + y^2 / (1/8)$$

οπότε παίρνουμε την επιφάνεια ενός παραβολοειδούς :



Σχήμα 5: άσκηση 66