



# Αυτόματος Έλεγχος

Ενότητα 6<sup>η</sup>: Στοιχεία, δυναμικά χαρακτηριστικά και προδιαγραφές βρόχου ανάδρασης

Παναγιώτης Σεφερλής



Εργαστήριο Δυναμικής Μηχανών  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Έλεγχος ανάδρασης

## Στόχοι της ενότητας

- Επιλογή κατάλληλων στοιχείων (ενεργοποιητές, αισθητήρες) βρόχου ανάδρασης.
- Κριτήρια επιλογής κατάλληλων ρυθμιζόμενων και χειραγωγούμενων μεταβλητών.
- Δυναμικά χαρακτηριστικά βρόχου ανάδρασης.
- Προσδιορισμός επίδοσης βρόχου ανάδρασης με βάση δείκτες δυναμικής συμπεριφοράς.



# Έλεγχος ανάδρασης

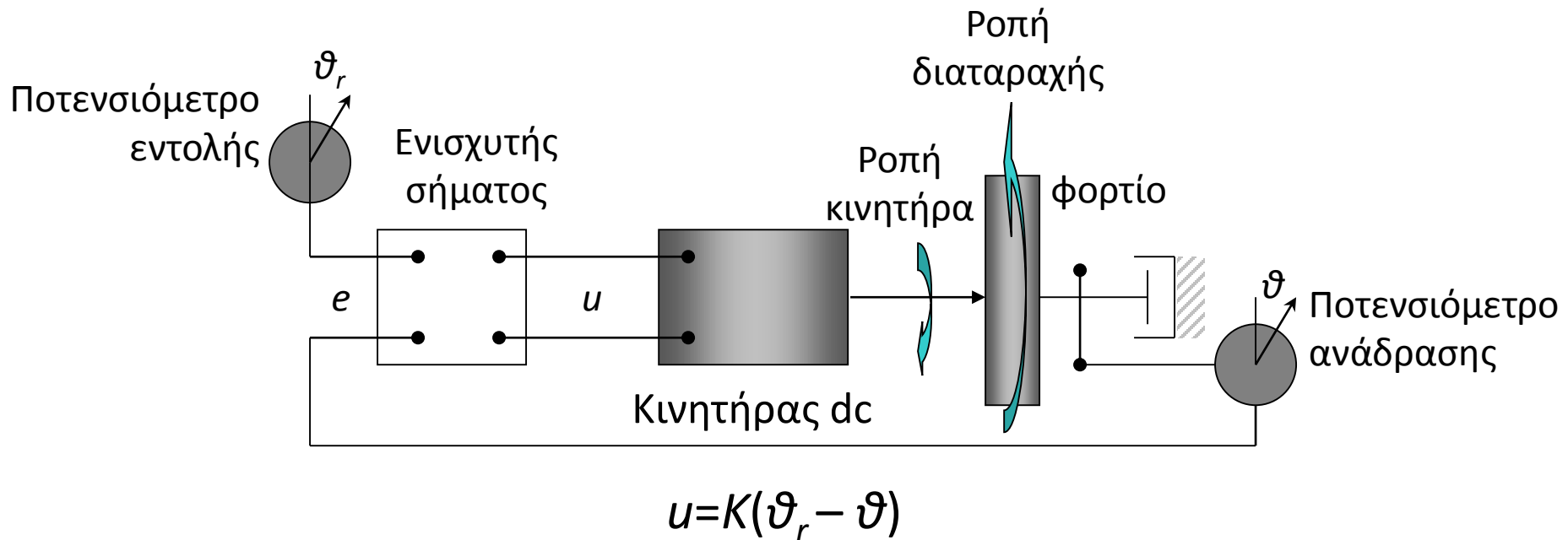
## Περίληψη της ενότητας

- Τυπικά στοιχεία βρόχου ανάδρασης.
- Συσχέτιση μεταβλητών με κριτήρια ελέγχου.
- Επιλογή χειραγωγούμενων μεταβλητών.
- Δείκτες επίδοσης δυναμικής συμπεριφοράς.
- Προδιαγραφές συστημάτων ελέγχου ανάδρασης.



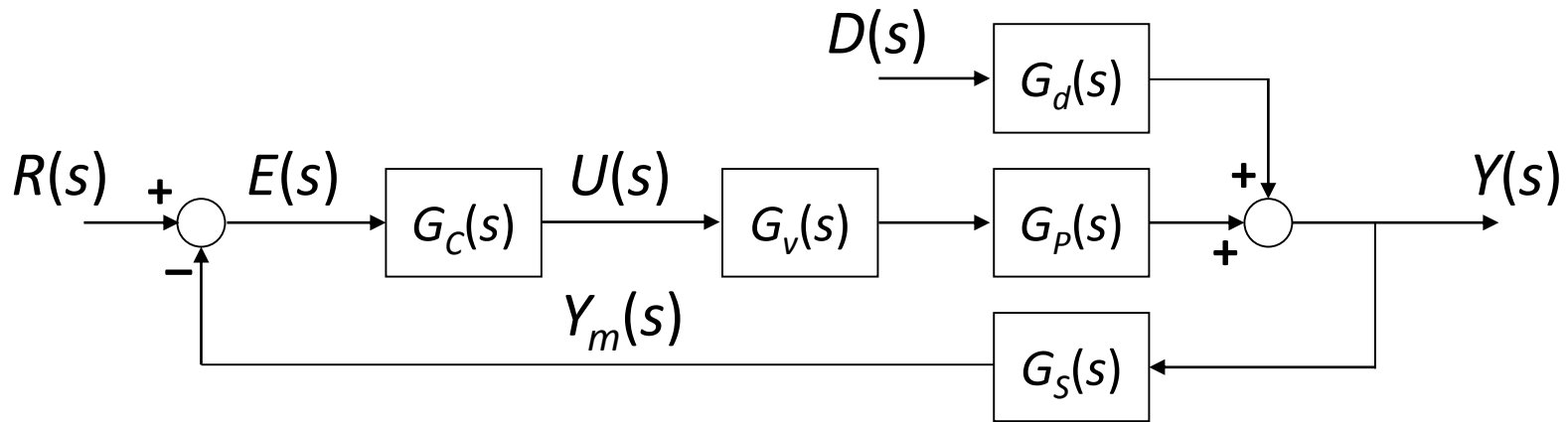
# Έλεγχος ανάδρασης

Μοντέλο κλειστού βρόχου: Στον κλειστό βρόχο η διεργασία και ο ελεγκτής λειτουργούν σαν ένα ολοκληρωμένο σύστημα.



# Έλεγχος ανάδρασης

Διάγραμμα βαθμίδων κλειστού βρόχου.



## Συναρτήσεις μεταφοράς

$G_C(s)$ : ελεγκτής.

$G_V(s)$ : ενεργοποιητής.

$G_P(s)$ : διεργασία.

$G_S(s)$ : αισθητήρας.

$G_d(s)$ : διεργασία διαταραχής.

## Μεταβλητές

$Y(s)$ : ρυθμιζόμενη μεταβλητή.

$Y_m(s)$ : μετρούμενη τιμή της  $Y(s)$ .

$D(s)$ : διαταραχή.

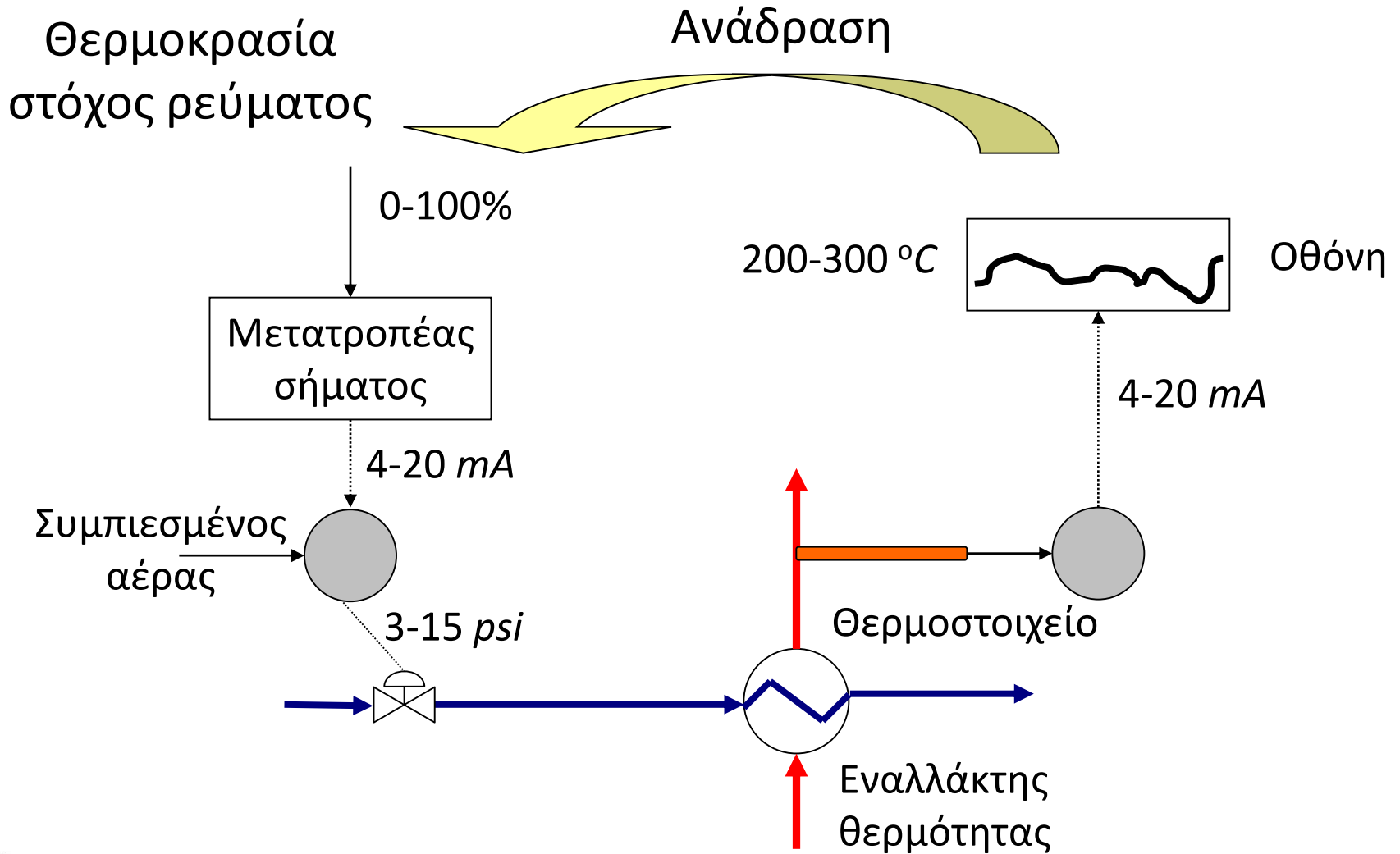
$E(s)$ : σφάλμα (απόκλιση από σημείο αναφοράς).

$U(s)$ : χειραγωγούμενη (ρυθμίζουσα) μεταβλητή ή μεταβλητή ελέγχου.

$R(s)$ : σημείο αναφοράς.



# Έλεγχος ανάδρασης





# Έλεγχος ανάδρασης

| Στοιχείο βρόχου   | Λειτουργία   | Τυπικό εύρος τιμών                            | Τυπική δυναμική συμπεριφορά (σταθερά χρόνου) |
|-------------------|--|---|--|
| Έξοδος ελεγκτή    | Πρωταρχικό σήμα για τον ενεργοποιητή.                        | 0-100%  |  |
| Μετάδοση σήματος  | Μεταφορά σήματος από τον ελεγκτή στον ενεργοποιητή.          | Πνευματικό: 3-15 psig<br>Ηλεκτρονικό: 4-20 mA | Πνευματικό: 1 - 5 s<br>Ηλεκτρονικό: Ακαριαία |
| Μετατροπή σήματος | Μετατροπή σήματος στην κατάλληλη μορφή για τον ενεργοποιητή. | Ηλεκτρονικό σε πνευματικό.                    | 0.5 – 1.0 s                                  |
| Ενεργοποιητής     | Εφαρμογή επιθυμητής αλλαγής.                                 | Βάνα: 0-100%<br>DC κιν: 0-100%                | 1 – 4 s<br>Ακαριαία                          |
| Αισθητήρας        | Μέτρηση ρυθμιζόμενης μεταβλητής.                             | Κατάλληλη κλίμακα για καλή ακρίβεια.          | Μερικά ms μέχρι αρκετά λεπτά.                |



# Έλεγχος ανάδρασης

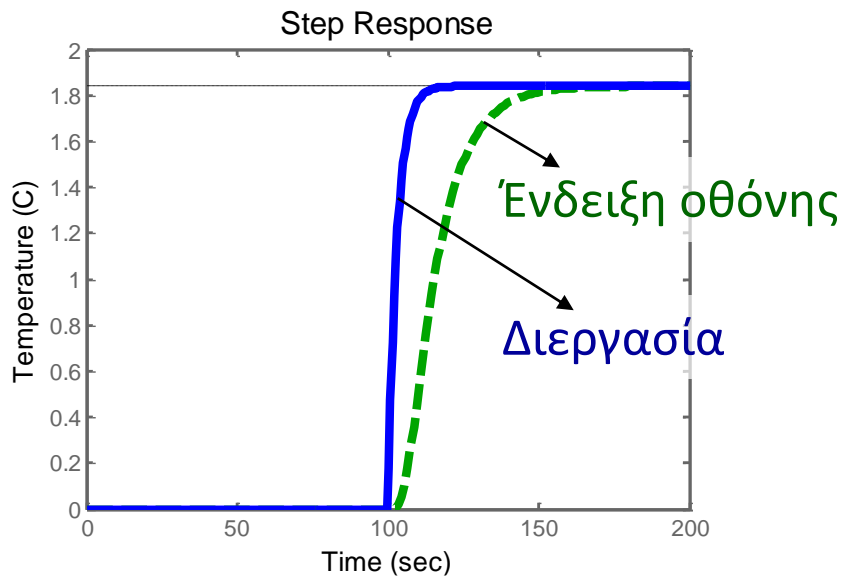
| Στοιχείο                | Μονάδες             | Περίπτωση Α         | Περίπτωση Β              |
|-------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|
| Χειροκίνητος σταθμός    | $mA/\%$ εξόδου      | 0.16                | 0.16                     |
| Μετάδοση σήματος        |                     | 1.0                 | 1.0                      |
| Μετατροπή σήματος       | $psi/mA$            | $0.75/(0.5s+1)$     | $0.75/(0.5s+1)$          |
| Τελικό στοιχείο ελέγχου | $\%$ άνοιγμα/ $psi$ | $8.33/(1.5s+1)$     | $8.33/(1.5s+1)$          |
| Διεργασία               | $^{\circ}C/psi$     | $1.84e^{-s}/(3s+1)$ | $1.84e^{-100s}/(300s+1)$ |
| Αισθητήρας              | $mV/^{\circ}C$      | $0.11/(10s+1)$      | $0.11/(10s+1)$           |
| Μετατροπή σήματος       | $mA/mV$             | $1.48/(0.51s+1)$    | $1.48/(0.51s+1)$         |
| Μετάδοση σήματος        |                     | 1.0                 | 1.0                      |
| Οθόνη                   | $^{\circ}C/mA$      | $6.25/(s+1)$        | $6.25/(s+1)$             |

Marlin T.E., *Process Control*, McGraw-Hill 1995

$$\frac{Y(s)}{T(s)} = \frac{(0.16)(1.0)(0.75)(8.33)(0.16)(1.84)(0.11)(1.48)(1.0)(6.25)e^{-100s}}{(0.5s+1)(1.5s+1)(300s+1)(10s+1)(0.51s+1)(s+1)}$$

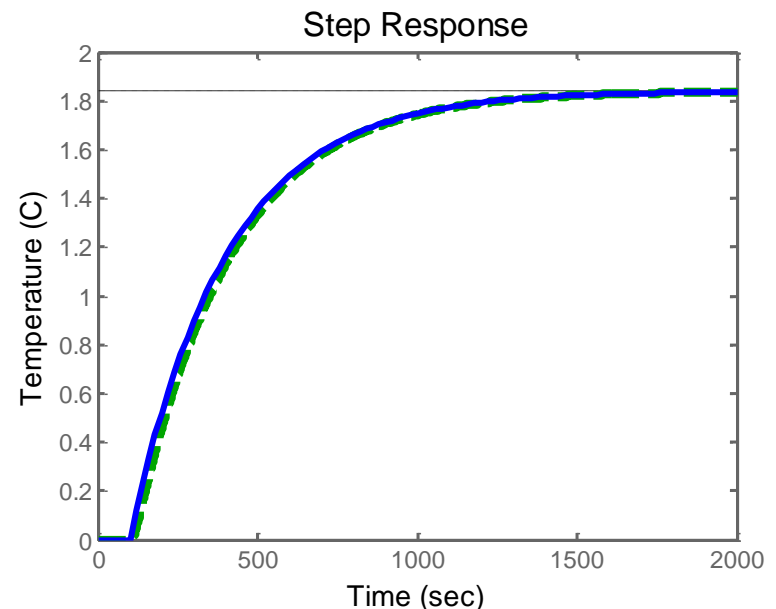


# Έλεγχος ανάδρασης



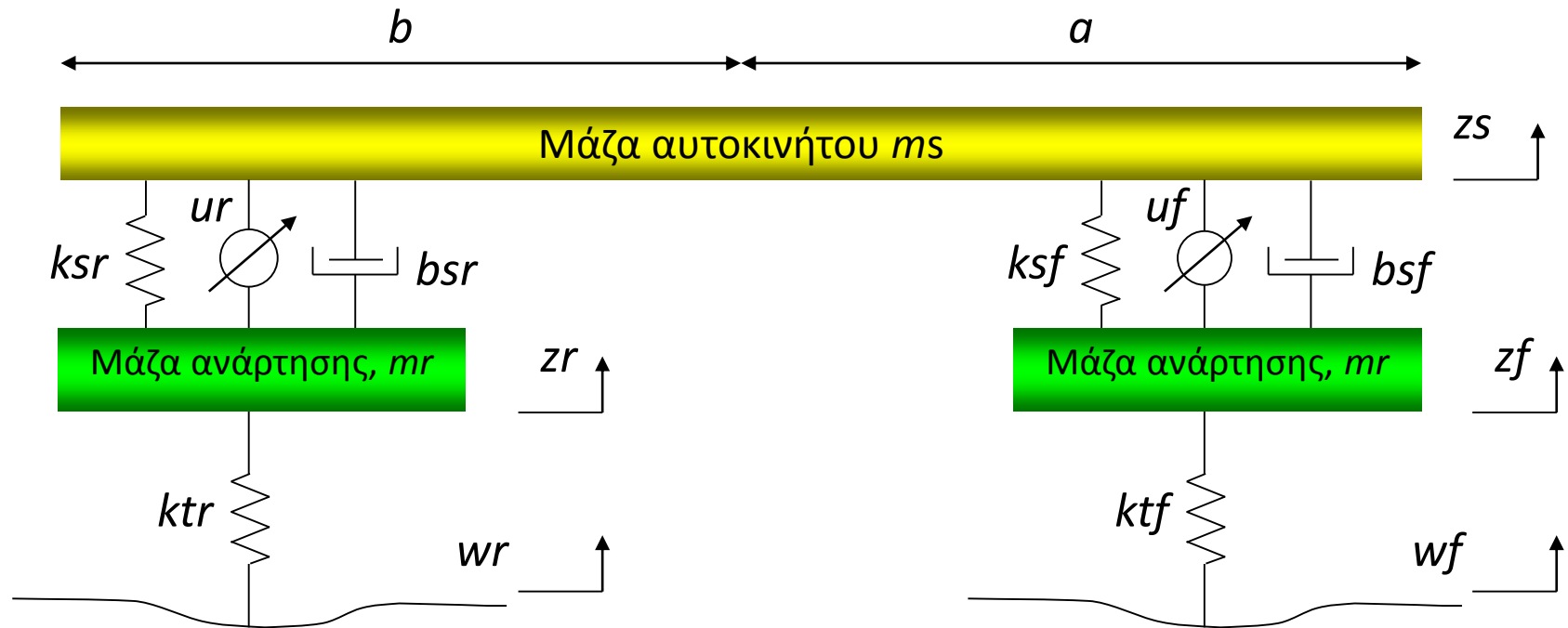
Περίπτωση Α:  
Τα δυναμικά των βοηθητικών στοιχείων έχουν σημαντικά δυναμικά στοιχεία σε σχέση με τη διεργασία.

Περίπτωση Β:  
Η διεργασία είναι πολύ πιο αργή από τα δυναμικά χαρακτηριστικά των βοηθητικών στοιχείων του βρόχου ανάδρασης.

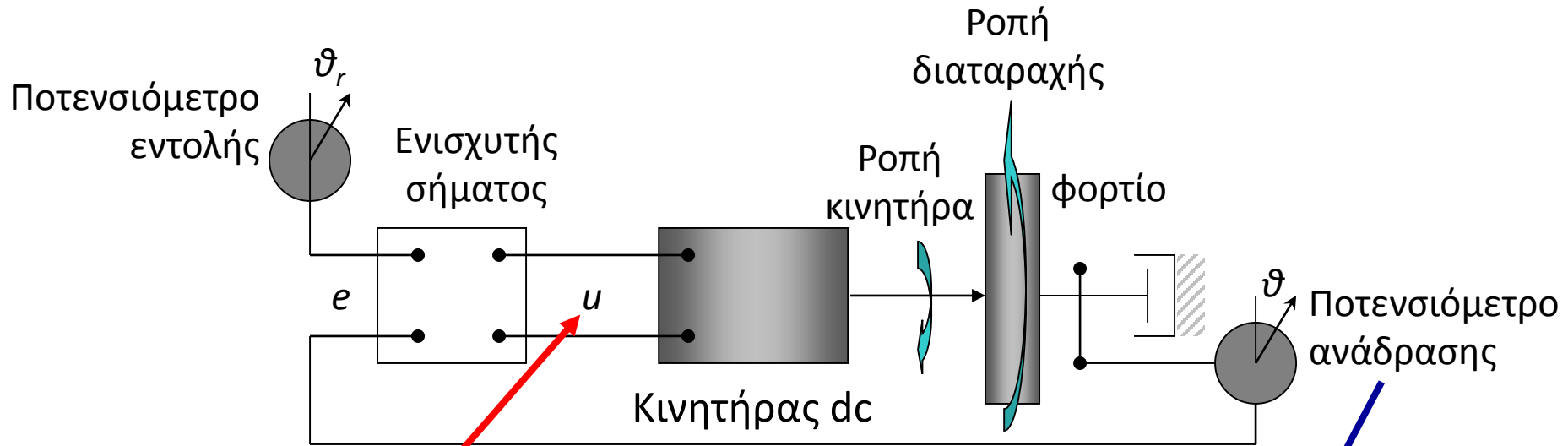


# Έλεγχος ανάδρασης

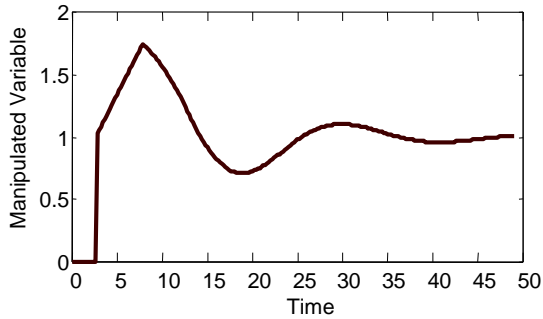
Ο μηχανικός πρέπει να αποφασίσει ποια μετρούμενη μεταβλητή να ελέγξει και ποιο ενεργοποιητή να χειραγωγήσει. Επίσης πρέπει να επιλέξει και τον κατάλληλο εξοπλισμό (αισθητήρες, ενεργοποιητές) για τον έλεγχο.



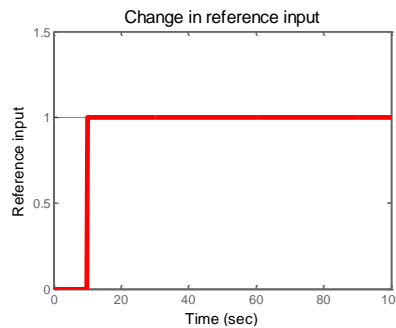
# Έλεγχος ανάδρασης – Στόχοι ελέγχου



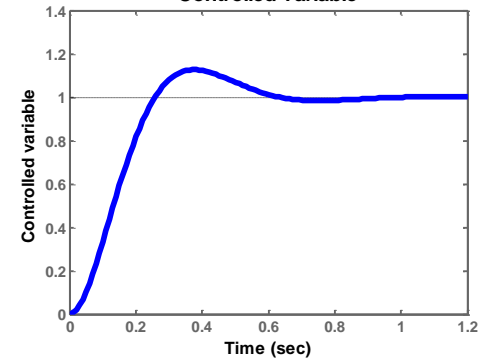
Τάση κυκλώματος κινητήρα



Επιθυμητή θέση



Controlled variable



# Έλεγχος ανάδρασης – Επιλογή ΡΜ

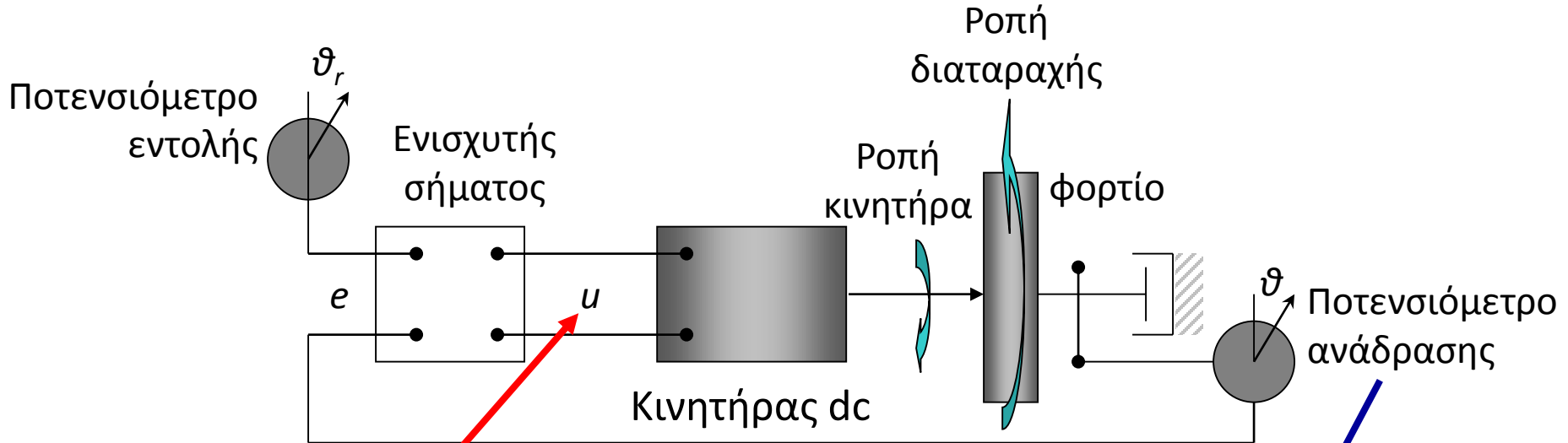
## Επιλογή Ρυθμιζόμενης Μεταβλητής

1. Ισχυρή σχέση με τους στόχους του ελέγχου.
2. Μετρήσιμη με ακρίβεια και ταχύτητα ή εκτιμώμενη από μια άλλη ευκόλως μετρήσιμη μεταβλητή.
3. Επηρεαζόμενη μέσω τουλάχιστον μιας χειραγωγούμενης μεταβλητής.

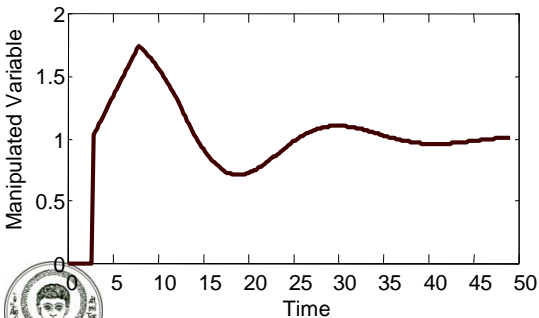


# Έλεγχος ανάδρασης – Στόχοι ελέγχου

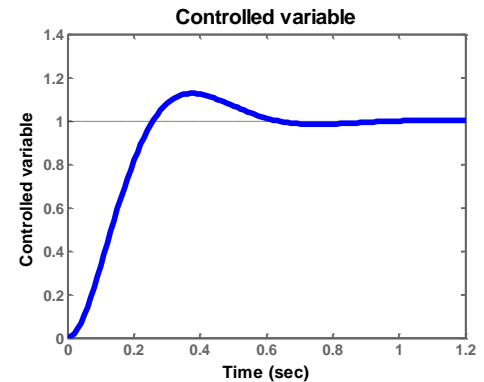
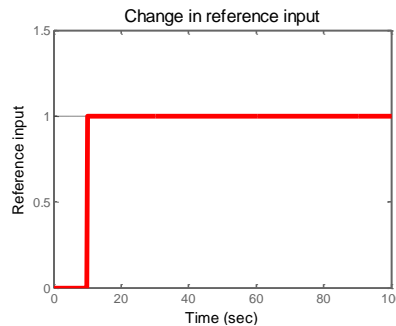
Πρέπει να οριστεί η επιθυμητή συμπεριφορά ώστε να μπορούμε να σχεδιάσουμε το κατάλληλο σύστημα αυτόματου ελέγχου για την επίτευξη των στόχων ελέγχου.



Τάση κυκλώματος κινητήρα



Επιθυμητή θέση



# Έλεγχος ανάδρασης – Επιλογή ΧΜ

## Επιλογή Χειραγωγούμενης Μεταβλητής

1. Ισχυρή σχέση αιτίας-αποτελέσματος με ΡΜ.
2. Αυτοματοποιημένη.
3. Ταχεία δυναμική απόκριση.
4. Ικανότητα αντιστάθμισης της επίδρασης μεγάλων σε μέγεθος διαταραχών.
5. Ταχεία μεταβολή χωρίς σημαντική μεταβολή στην επίδοση της διεργασίας.
6. Χαμηλό κόστος χρήσης της μεταβλητής.
7. Ικανοποιητικά όρια δράσης ενεργοποιητή.



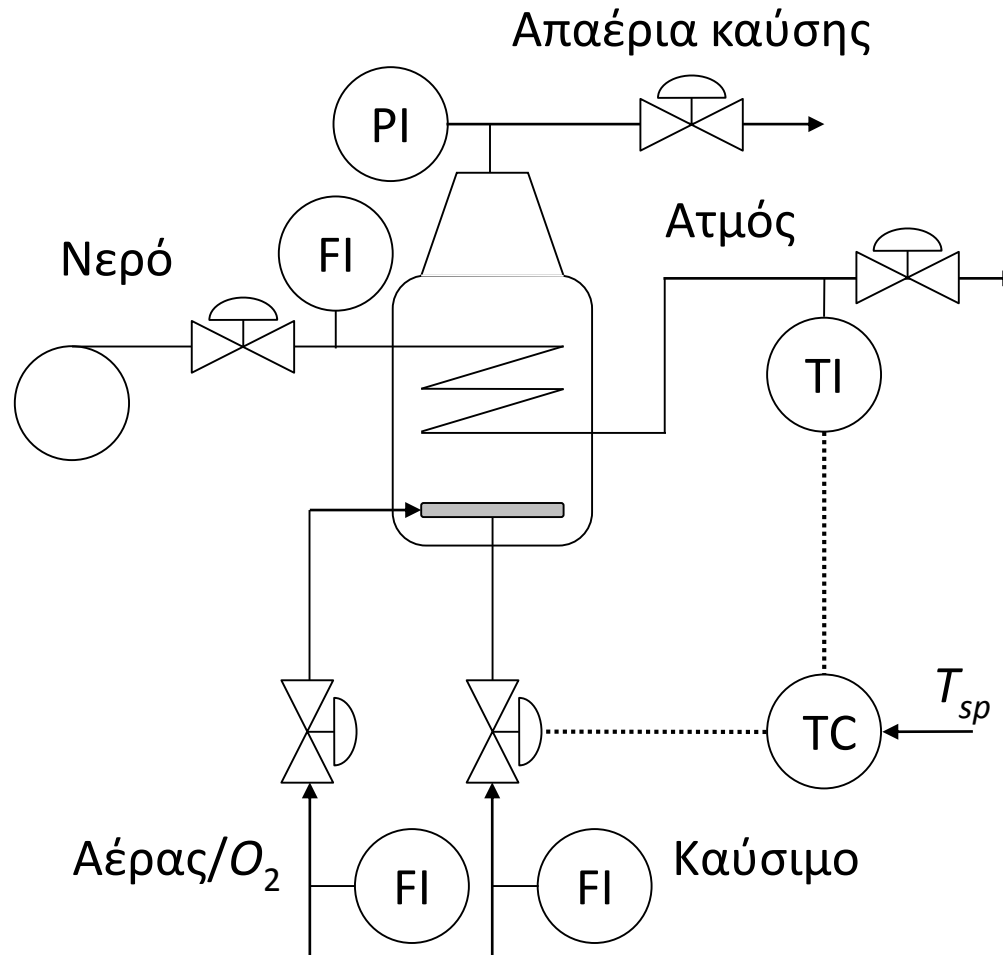


## Επιλογή αισθητήρων

1. Εξασφάλιση ταχείας και ακριβούς μέτρησης της ΡΜ.
2. Χαμηλή επίδραση θορύβου.
3. Ταχεία δυναμική απόκριση.
4. Ικανά όρια για κάλυψη του εύρους μεταβολής της ΡΜ.



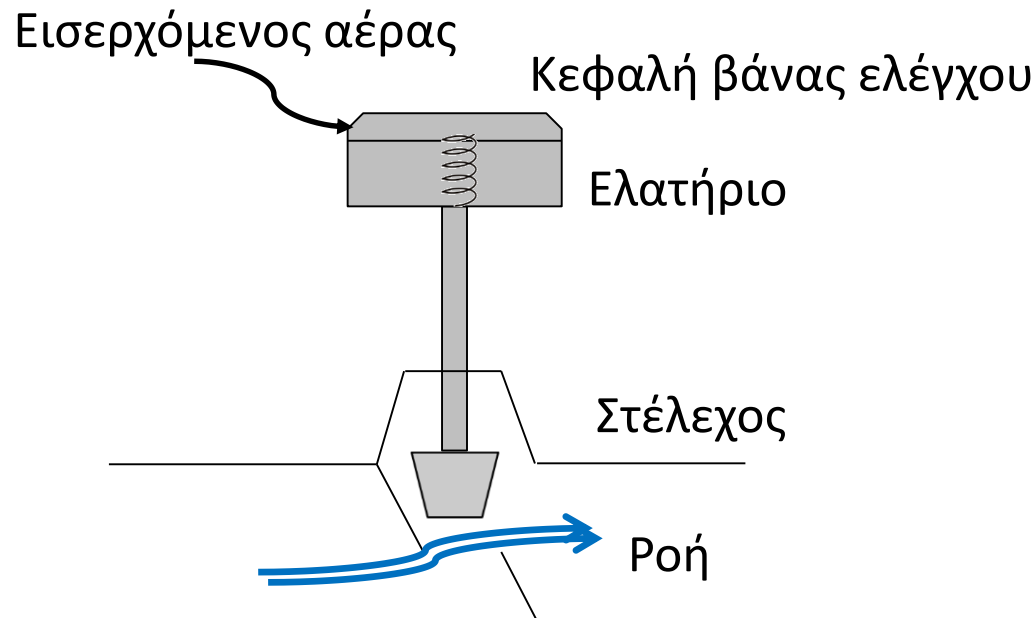
# Επιλογή ΡΜ και ΧΜ



# Βάνα ελέγχου

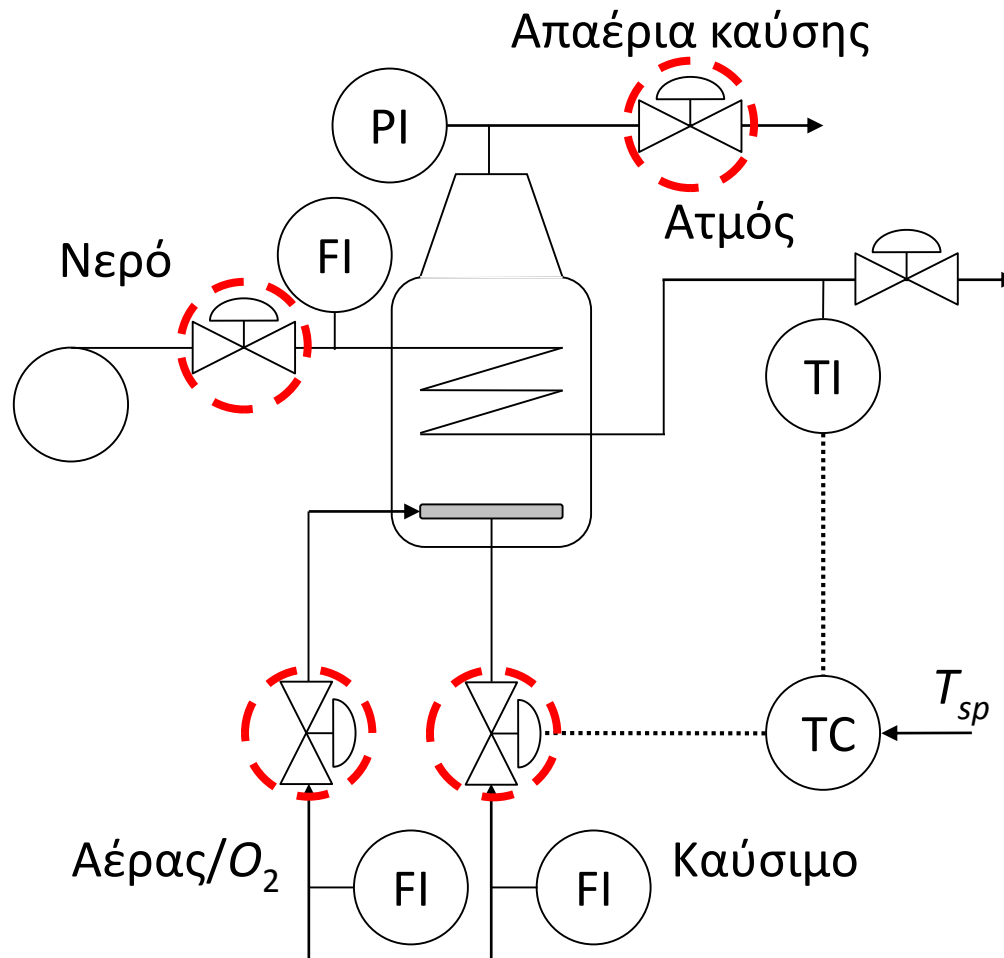
Η βάνα ελέγχου χρησιμοποιείται για την εισαγωγή αντίστασης στη ροή.

- Ποιος είναι ο ενεργοποιητής;
- Ποια είναι η πηγή ισχύος για τη βάνα ελέγχου;
- Τι συμβαίνει όταν χαθεί η πηγή ισχύος;



# Έλεγχος ανάδρασης - Ενεργοποιητές

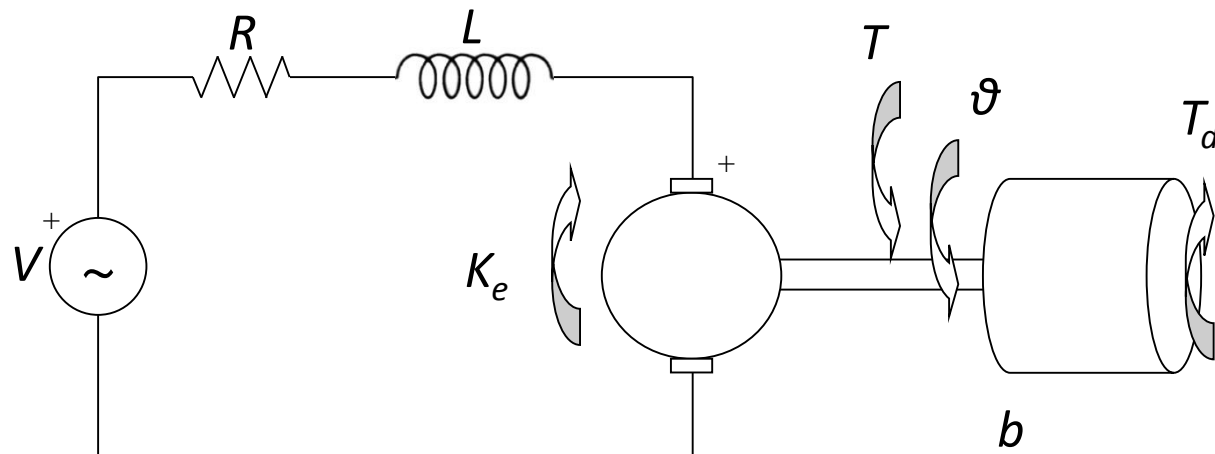
Προτείνετε την ορθή θέση αστοχίας (ανοικτή ή κλειστή) για κάθε μια από τις βάνες ελέγχου που σημειώνονται.



# Ηλεκτρικός κινητήρας DC

**Παραδοχή:**

Σταθερή μαγνητική  
ροή του στάτορα.



Εξισώσεις μοντέλου:  $J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = Ki - T_d$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\theta}$$

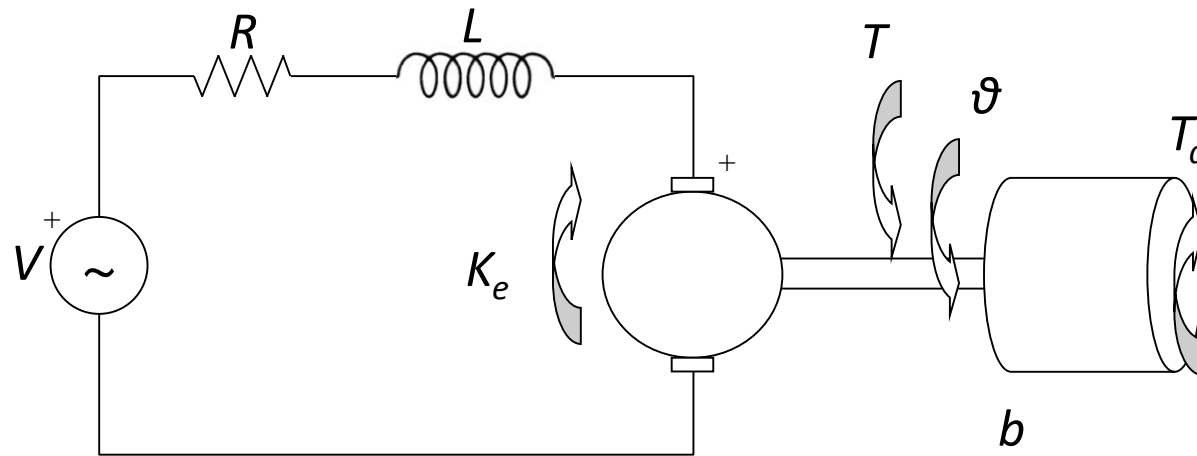
Συναρτήσεις μεταφοράς:

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{K}{s \left[ (Js + b)(Ls + R) + K^2 \right]}$$

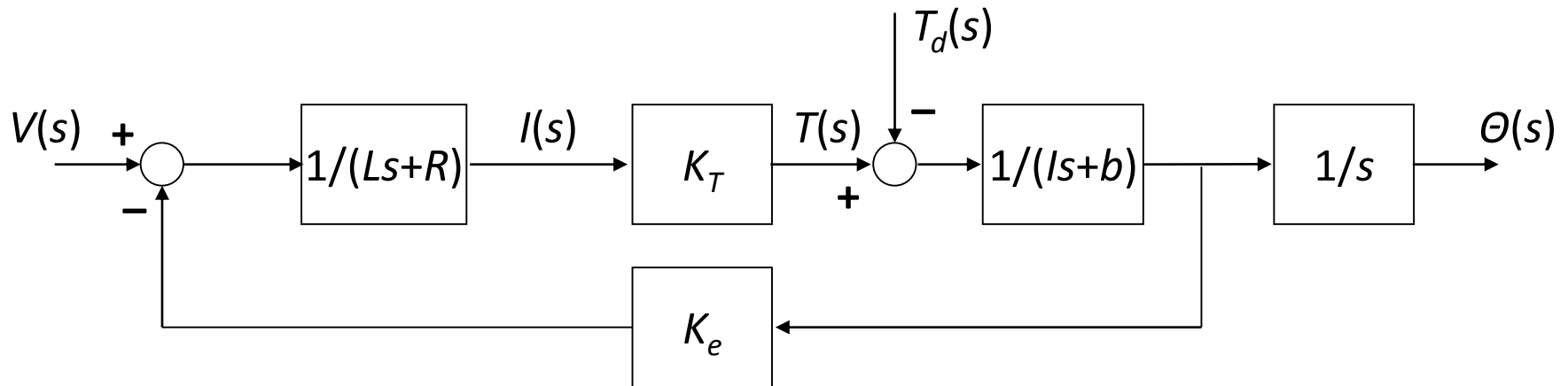
$$\frac{Q(s)}{T_d(s)} = \frac{-(Ls + R)}{s \left[ (Js + b)(Ls + R) + K^2 \right]}$$



# Ηλεκτρικός κινητήρας DC

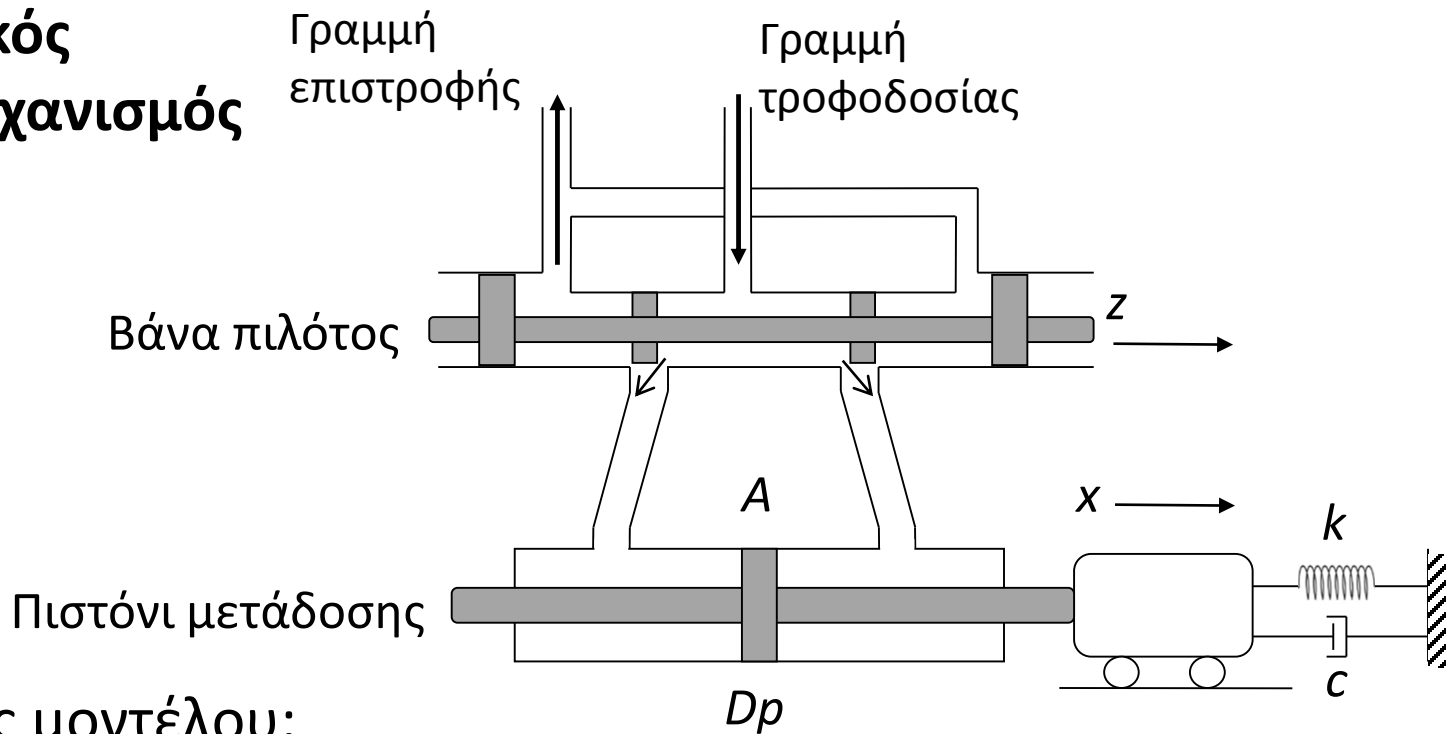


## Διάγραμμα Βαθμίδων



# Υδραυλικό σύστημα μετάδοσης

## Υδραυλικός σερβομηχανισμός



## Εξισώσεις μοντέλου:

(ασυμπιεστή ροή)

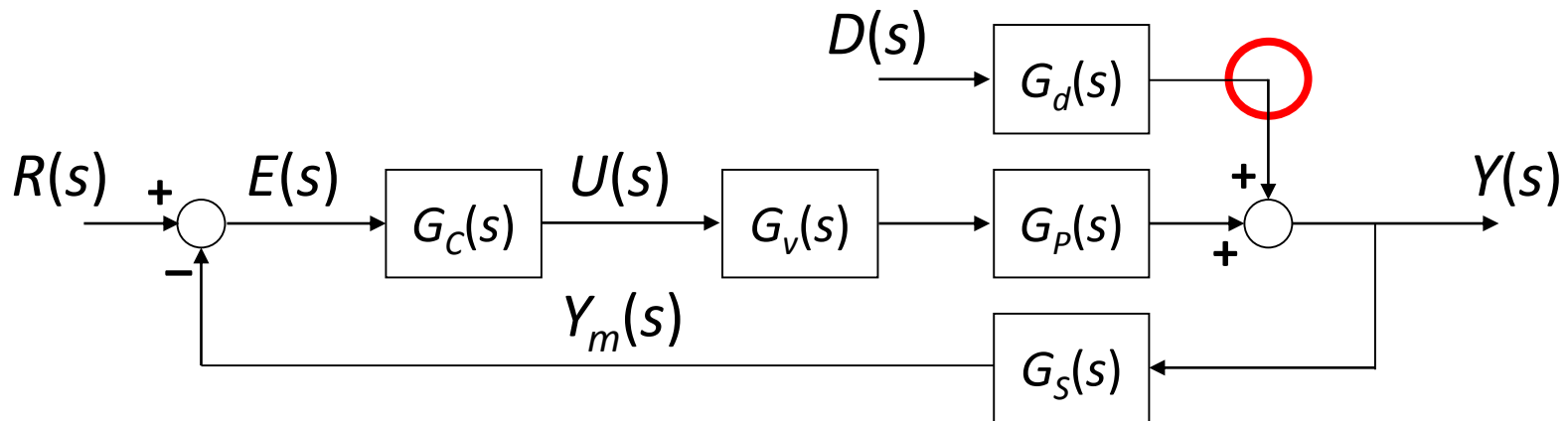
$$\text{Παροχή: } A\dot{x} = q_v = C_1 z - C_2 Dp$$

$$\text{Μετάδοση δύναμης: } M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ADp$$

$$\frac{C_2 M}{A} \ddot{x} + \left( \frac{c C_2}{A} + A \right) \dot{x} + \frac{C_2 k}{A} x = C_1 z$$



# Έλεγχος ανάδρασης

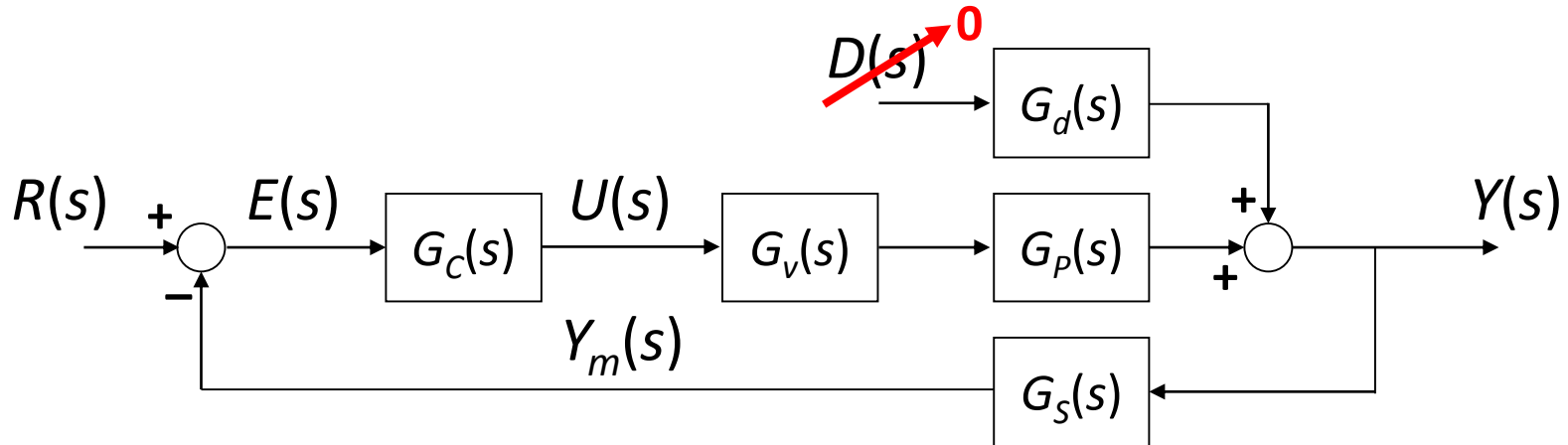


- Πού είναι τα μοντέλα για τη μετάδοση και μετατροπή των σημάτων;
- Ποια η διαφορά ανάμεσα στις  $Y(s)$  και  $Y_m(s)$ ;
- Ποια η διαφορά ανάμεσα στις  $G_p(s)$  και  $G_d(s)$ ;
- Πώς μετρούμε τη μεταβλητή με τον κόκκινο κύκλο;
- Ποιες μεταβλητές προσδιορίζονται από το χειριστή και ποιες από τον υπολογιστή;





# Έλεγχος ανάδρασης – Πρόβλημα καθοδήγησης



$$Y(s) = G_p(s)G_v(s)G_c(s)E(s) + G_d(s)D(s) \Leftrightarrow$$

$$Y(s) = G_p(s)G_v(s)G_c(s)[R(s) - G_s(s)Y(s)] \Leftrightarrow$$

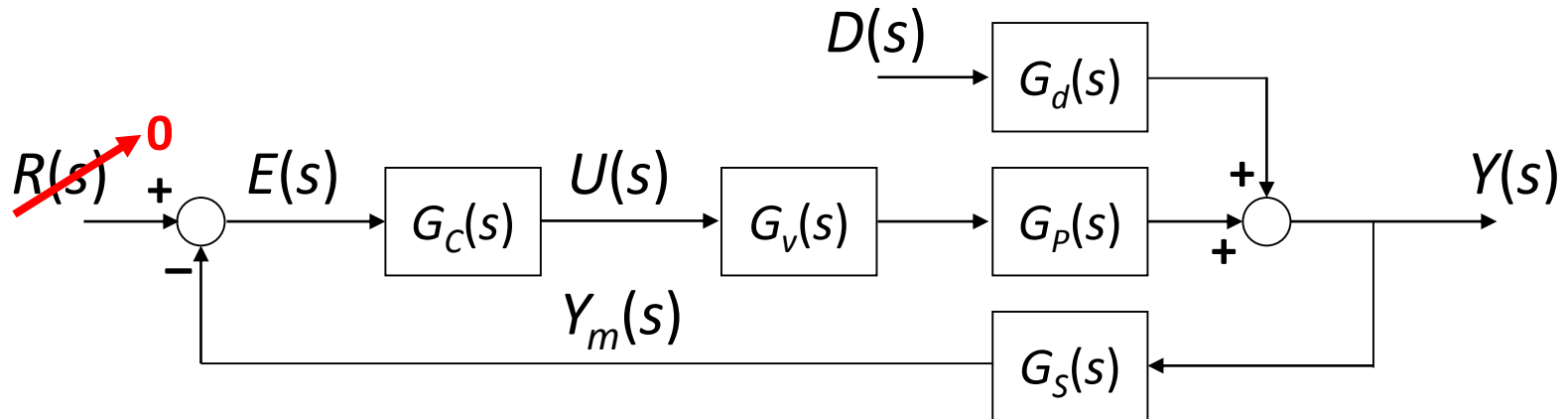
$$Y(s)[1 + G_p(s)G_v(s)G_c(s)G_s(s)] = G_p(s)G_v(s)G_c(s)R(s)$$

**Απόκριση σημείου αναφοράς**

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)G_v(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_v(s)G_c(s)G_s(s)}$$

- Ποια στοιχεία του συστήματος ελέγχου επηρεάζουν την ευστάθεια;
- Ποια στοιχεία επηρεάζουν τη δυναμική συμπεριφορά;

# Έλεγχος ανάδρασης – Αντιστάθμιση διαταραχών



$$Y(s) = G_p(s)G_v(s)G_c(s)E(s) + G_d(s)D(s) \Leftrightarrow$$

$$Y(s) = G_p(s)G_v(s)G_c(s)[R(s) - G_s(s)Y(s)] + G_d(s)D(s) \Leftrightarrow$$

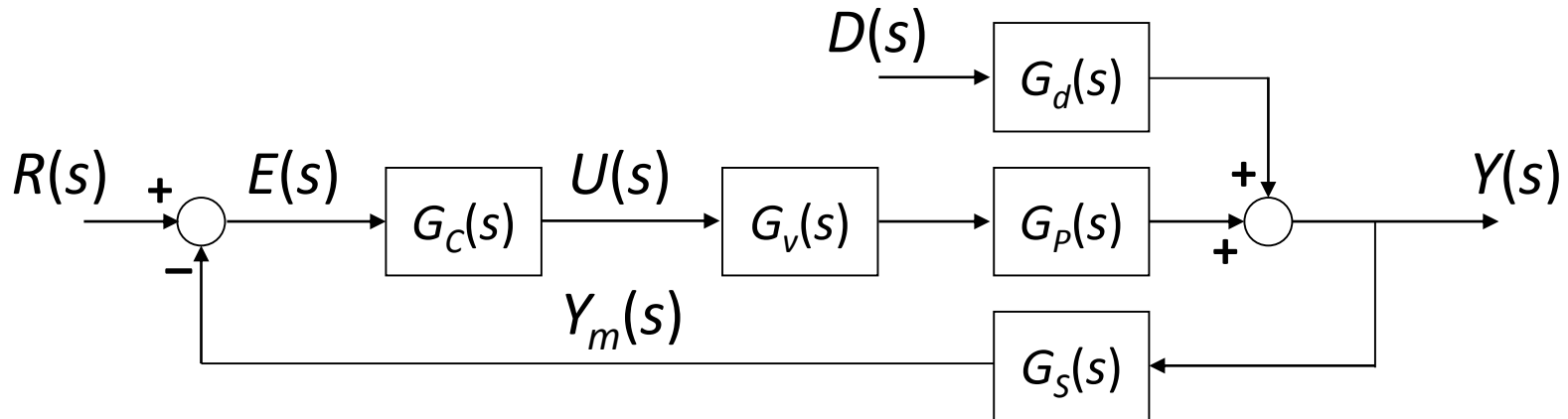
$$Y(s)[1 + G_p(s)G_v(s)G_c(s)G_s(s)] = G_d(s)D(s)$$

Απόκριση διαταραχής

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d(s)}{1 + G_p(s)G_v(s)G_c(s)G_s(s)}$$

- Ποια στοιχεία του συστήματος ελέγχου επηρεάζουν την ευστάθεια;
- Ποια στοιχεία επηρεάζουν τη δυναμική συμπεριφορά;

# Έλεγχος ανάδρασης – Συνάρτηση ευαισθησίας



Είναι σημαντική η μελέτη της μεταβολής της συνάρτησης μεταφοράς  $Y(s)/R(s)$  κλειστού βρόχου κατά τη μεταβολή της συνάρτησης μεταφοράς της ελεγχόμενης διεργασίας  $G(s)=G_p(s)G_v(s)G_c(s)$ .

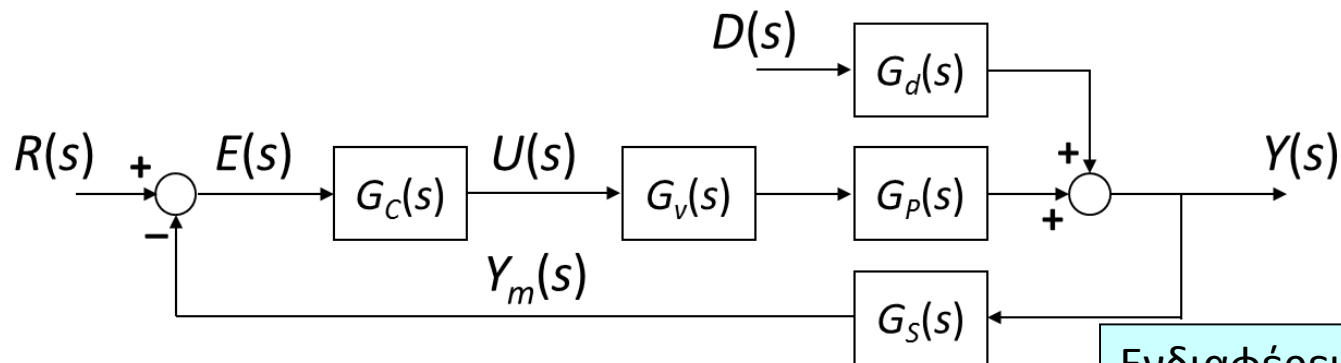
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \Rightarrow \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)} = S \Rightarrow$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

$$\frac{\partial T/T}{\partial G/G} = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln G} = S$$



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης



$$E'(s) = R(s) - Y(s)$$

$$E'(s) = R(s) - \frac{G_c(s)G_v(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_v(s)G_p(s)G_s(s)} R(s)$$

$$E'(s) = \frac{1 + G_c(s)G_v(s)G_p(s)G_s(s) - G_c(s)G_v(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_v(s)G_p(s)G_s(s)} R(s)$$

Ενδιαφέρει η θεωρητική ικανότητα του ελεγκτή να εξαλείφει το σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση.

$$G_s(s) = H(s) \quad G(s) = G_c(s)G_v(s)G_p(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s[1 + G(s)H(s) - G(s)]}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

$$H(s) = 1 \quad e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)} R(s)$$



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)} R(s)$$

Μοναδιαία  
βηματική μεταβολή  $R(s) = 1/s$

Σφάλμα θέσης

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)}$$

Σταθερά στατικού  
σφάλματος θέσης

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$$



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)} R(s)$$

Σύστημα τύπου 0:  $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(t_a s + 1)(t_b s + 1) \dots}{(t_1 s + 1)(t_2 s + 1) \dots} = K$

Σύστημα τύπου N:

Ο όρος  $s^N$  στον παρονομαστή υποδηλώνει το πλήθος των ολοκληρωτικών όρων στη διεργασία.

$$\begin{aligned} \text{Σύστημα τύπου 0:} & \quad e_{ss} = 1/(1+K_p) \\ \text{Σύστημα τύπου } N \geq 1: & \quad e_{ss} = 0 \end{aligned}$$



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)} R(s)$$

Μοναδιαία μεταβολή κλίσης  $R(s) = 1/s^2$

Σφάλμα ταχύτητας  $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)}$

Σταθερά στατικού σφάλματος ταχύτητας  $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v}$$

Σύστημα τύπου 0:  $e_{ss} = \infty$

Σύστημα τύπου 1:  $e_{ss} = 1/K_v$

Σύστημα τύπου  $N \geq 2$ :  $e_{ss} = 0$



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e'(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE'(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)} R(s)$$

Παραβολική μεταβολή  $r(t) = 0.5t^2$ ,  $R(s) = 1/s^3$

Σφάλμα επιτάχυνσης

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 G(s)}$$

Σταθερά στατικού  
σφάλματος επιτάχυνσης

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a}$$

Σύστημα τύπου 0,1:  $e_{ss} = \infty$

Σύστημα τύπου 2:  $e_{ss} = 1/K_a$

Σύστημα τύπου  $N \geq 3$ :  $e_{ss} = 0$





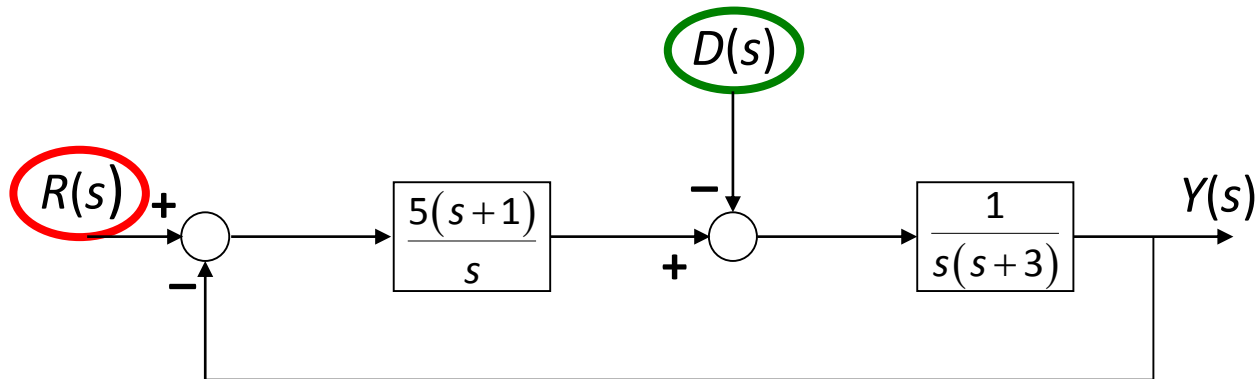
# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

|                 | Βηματική μεταβολή<br>$r(t)=1$ | Μεταβολή κλίσης<br>$r(t)=t$ | Παραβολική μεταβολή<br>$r(t)=t^2$ |
|-----------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|
| Σύστημα τύπου 0 | $1/(1+K_p)$                   | $\infty$                    | $\infty$                          |
| Σύστημα τύπου 1 | 0                             | $1/K_v$                     | $\infty$                          |
| Σύστημα τύπου 2 | 0                             | 0                           | $1/K_a$                           |

Σημείωση: Οι σταθερές σφάλματος υποδηλώνουν την απόκλιση από την επιθυμητή τιμή εξόδου σε μόνιμη κατάσταση (μετά την πλήρη εξασθένιση όλων των δυναμικών μεταβατικών χαρακτηριστικών). Για παράδειγμα ένα πεπερασμένο σφάλμα ταχύτητας σημαίνει ότι στη μόνιμη κατάσταση οι μεταβλητές εισόδου και εξόδου κινούνται με την ίδια ταχύτητα αλλά έχουν διαφορετική θέση.



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης



Bishop & Dorf, Σύγχρονα Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου,  
Εκδ. Τζιόλα 2005.

Μεταβολή σημείου αναφοράς:  $r(t)=(2-t+0.5t^2)u(t)$ ,  $D(s)=0$

Μετασχηματισμός Laplace:  $R(s)=2/s-1/s^2+1/s^3$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} R(s) = \frac{1}{1 + \frac{5(s+1)}{s} \frac{1}{s(s+3)}} \left( \frac{2}{s} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3} \right)$$

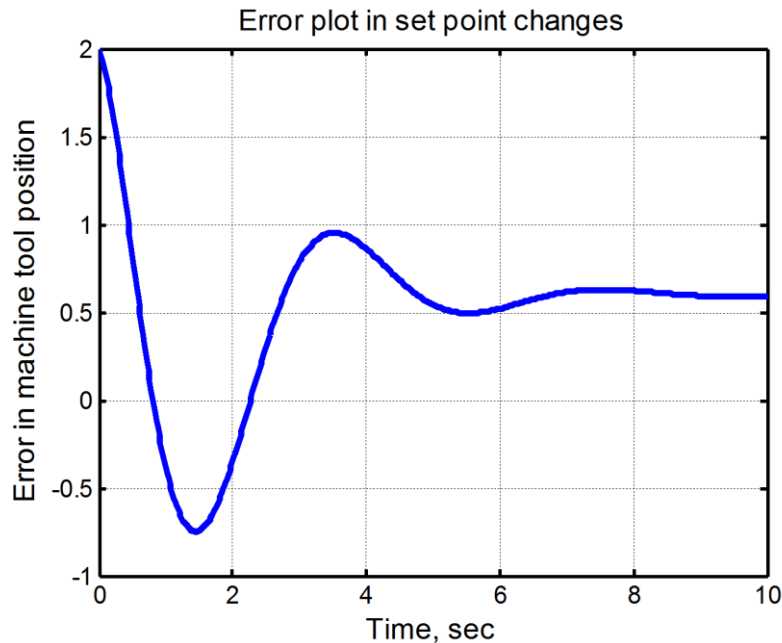
$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2(s+3)}{s^2(s+3) + 5(s+1)} \left( 2 - \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} \right) = \frac{3}{5} = 0.6$$



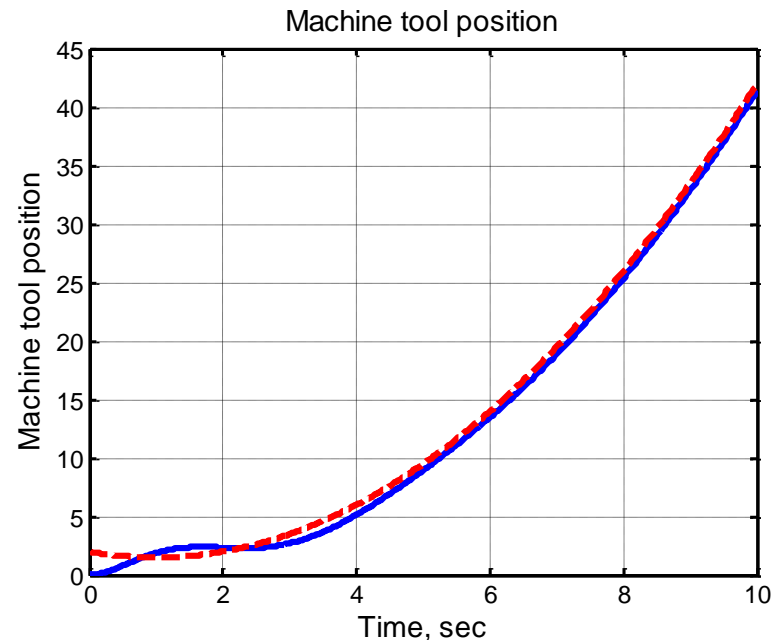
# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

## Εντολές Matlab

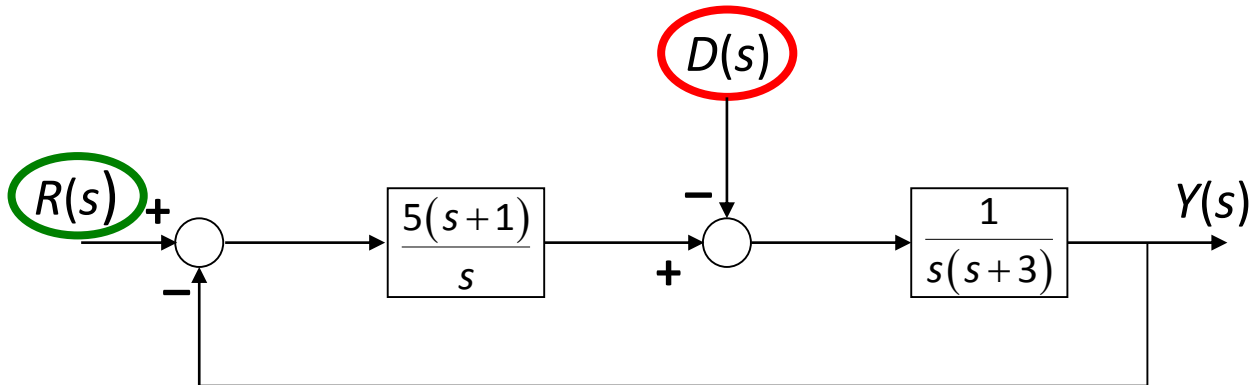
```
num=[1 3 0 0];  
den=[1 3 5 5];  
E=tf(num,den);  
t=[0:0.02:10];  
u=2-t+0.5*t.^2;  
e=lsim(E,u,t);  
plot(t,e)  
title('Error plot in set point changes')  
xlabel('Time, sec')  
ylabel('Error in machine tool position')
```



```
Gc=tf([5 5],[1 0]);  
Gp=tf([1],[1 3 0]);  
Gcl=feedback(Gc*Gp,1)  
y=lsim(Gcl,u,t)  
plot(t,y)  
hold on  
plot(t,u,'r:')  
title('Machine tool position')  
xlabel('Time, sec')  
ylabel('Machine tool position')
```



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης



Μεταβολή σημείου αναφοράς:  $r(t)=0$ ,  $D(s)=1u(t)$

Μετασχηματισμός Laplace:  $D(s)=1/s$

$$E(s) = R(s) - Y(s) = -G_c(s)G_p(s)E(s) + G_p(s)D(s) \Leftrightarrow$$

$$E(s) = \frac{G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} D(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s}{s^2(s+3) + 5(s+1)} \left( \frac{1}{s} \right) = 0$$



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

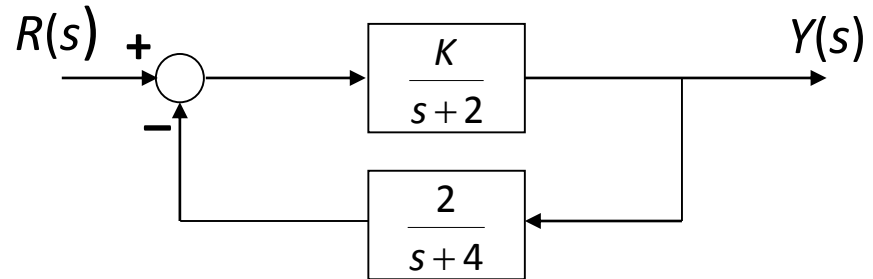


```
Gc=tf([5 5],[1 0]);  
Gp=tf([1],[1 3 0]);  
Gdl=feedback(Gp,Gc);  
t=[0:0.02:10];  
u=ones(1,501);  
e=lsim(Gdl,u,t);  
plot(t,e)  
title('Error plot in disturbance changes')  
xlabel('Time, sec')  
ylabel('Error in machine tool position')
```



# Σφάλμα μόνιμης κατάστασης

Μοναδιαία βηματική μεταβολή:  $R(s)=1/s$ .  
Να βρεθεί το κατάλληλο κέρδος,  $K$ , για  
μηδενικό σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση.



Bishop & Dorf, *Σύγχρονα Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου*,  
Εκδ. Τζιόλα 2005.

$$E(s) = \left[ 1 - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \right] R(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ 1 - \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \right] \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ 1 - \frac{K(s+4)}{(s+2)(s+4) + 2K} \right] = 1 - \frac{4K}{8 + 2K}$$

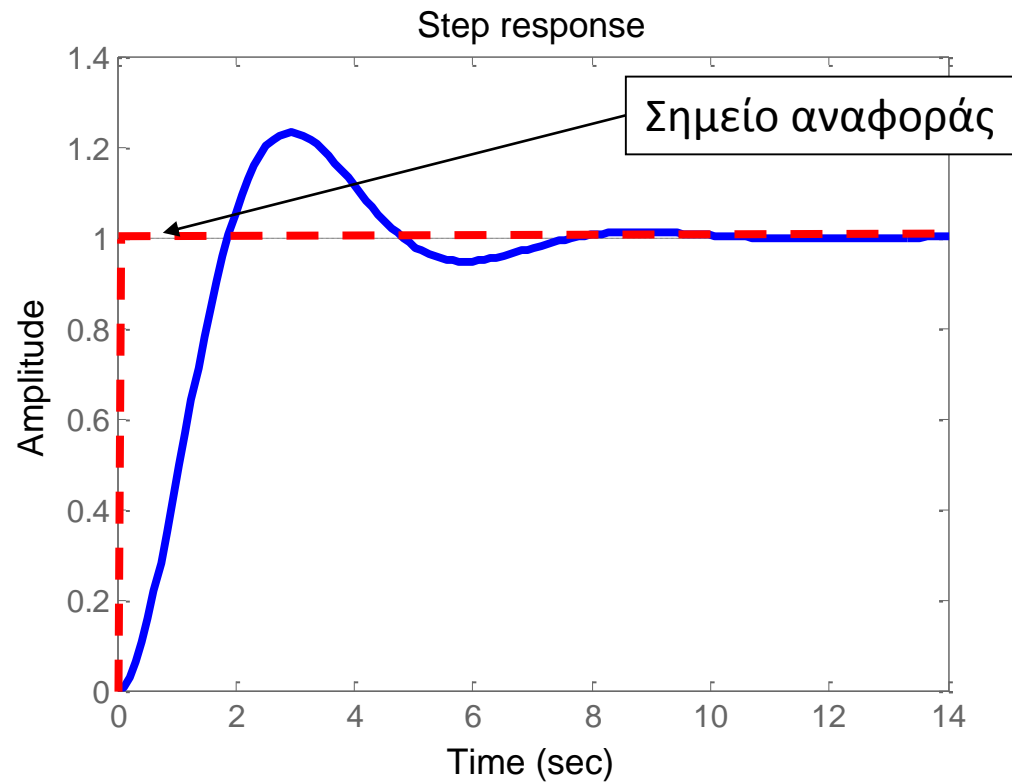
$$e_{ss} = 0 \Rightarrow \frac{4K}{8 + 2K} = 1 \Rightarrow \boxed{K = 4}$$

Για μηδενικό σφάλμα επιλέγουμε  $K=4$ .

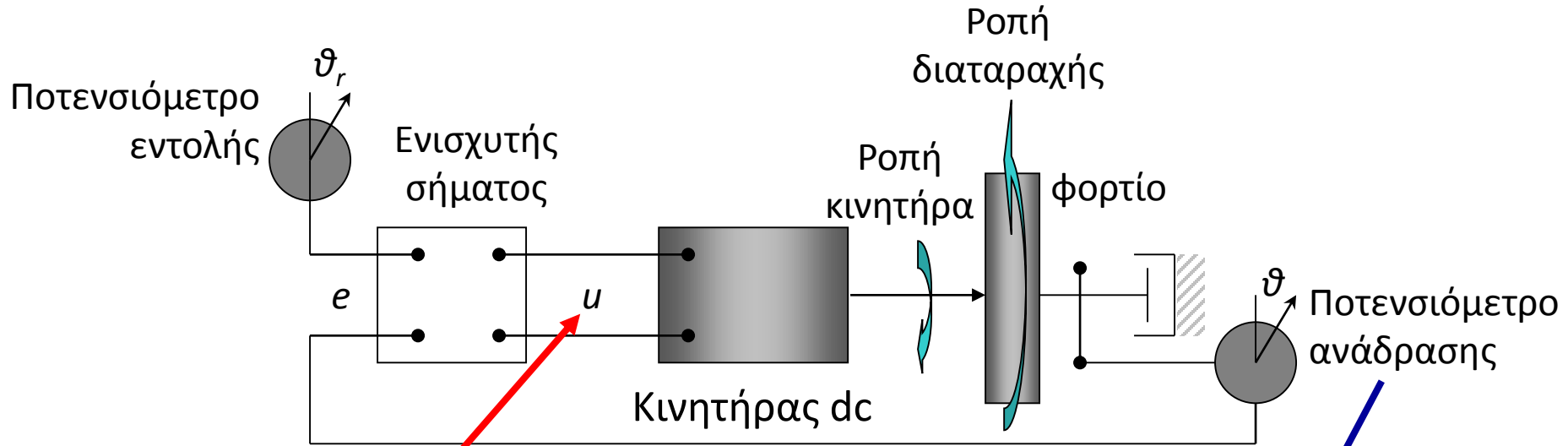


# Έλεγχος ανάδρασης – Στόχοι ελέγχου

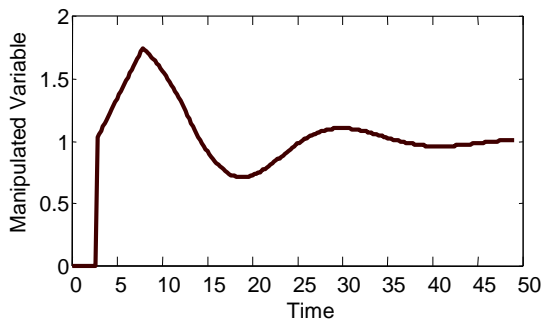
**Επίδοση συστήματος ελέγχου:** Πρέπει να είμαστε σε θέση να ορίσουμε την επιθυμητή συμπεριφορά ώστε να μπορούμε να σχεδιάσουμε το κατάλληλο σύστημα αυτόματου ελέγχου για την επίτευξη των στόχων ελέγχου.



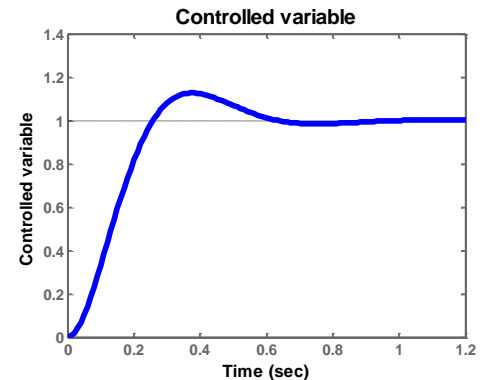
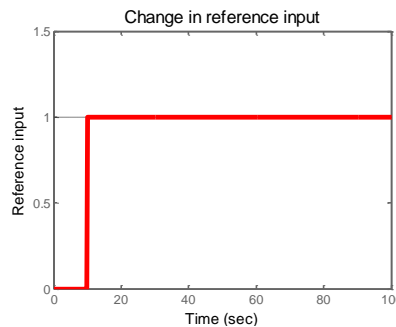
# Έλεγχος ανάδρασης – Στόχοι ελέγχου



Τάση κυκλώματος κινητήρα



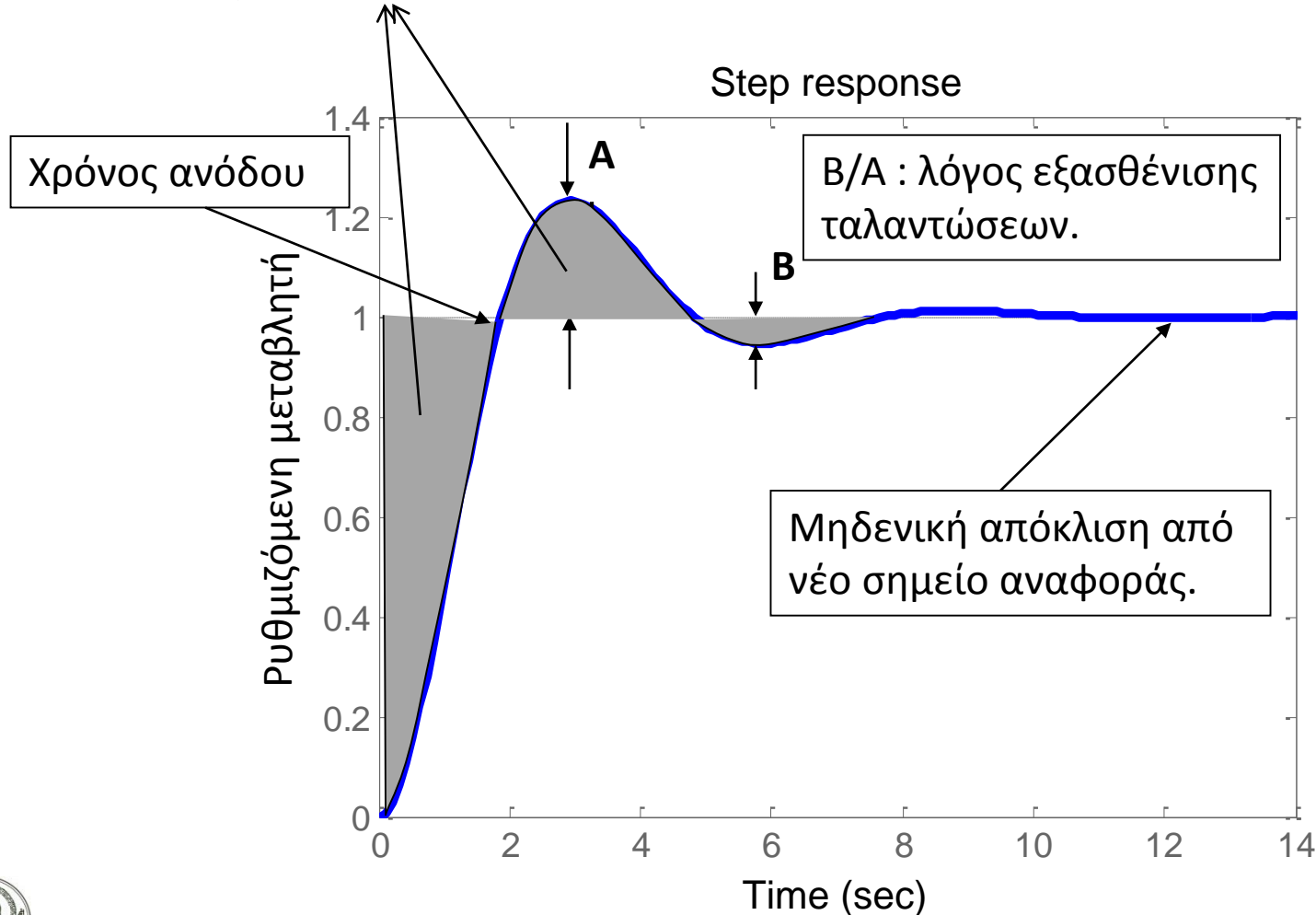
Επιθυμητή θέση





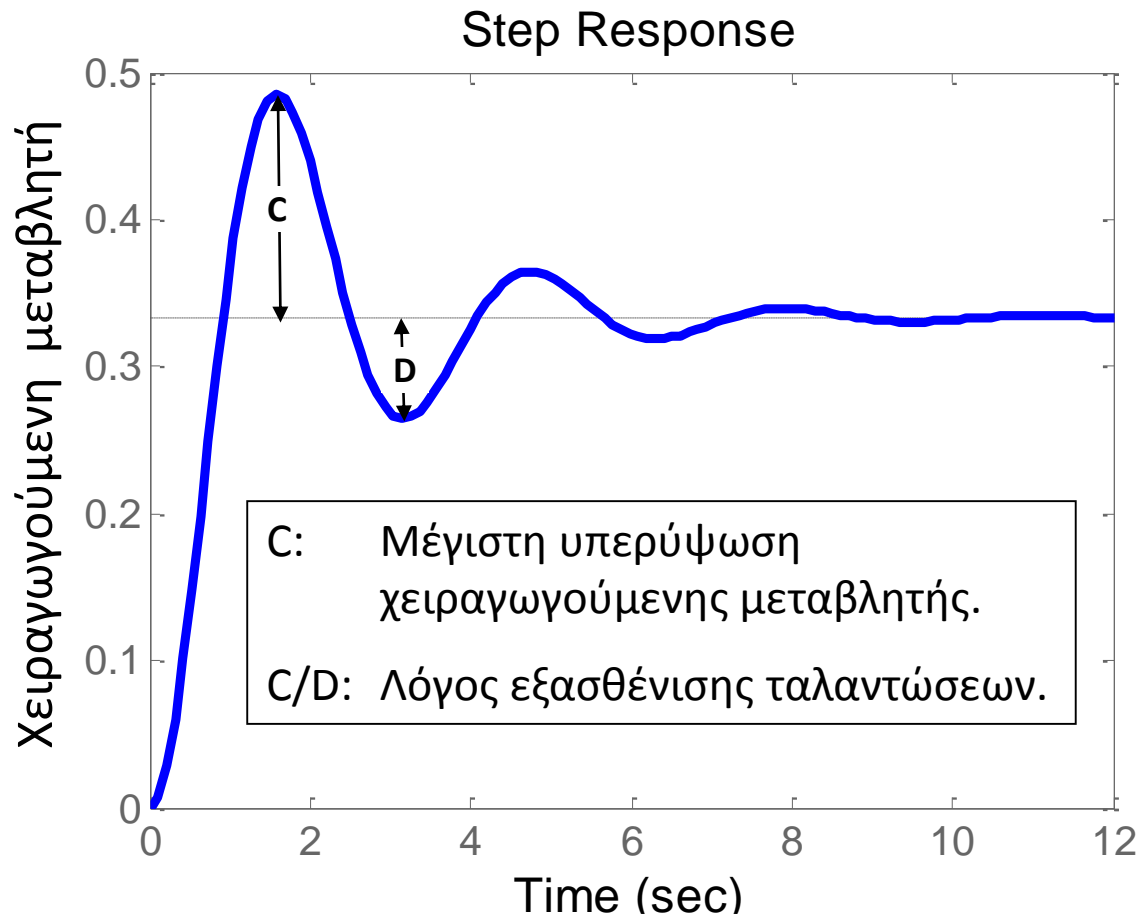
# Προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου

$$IAE = \int |SP(t) - CV(t)| dt \quad \text{Μεταβολή σημείου αναφοράς.}$$



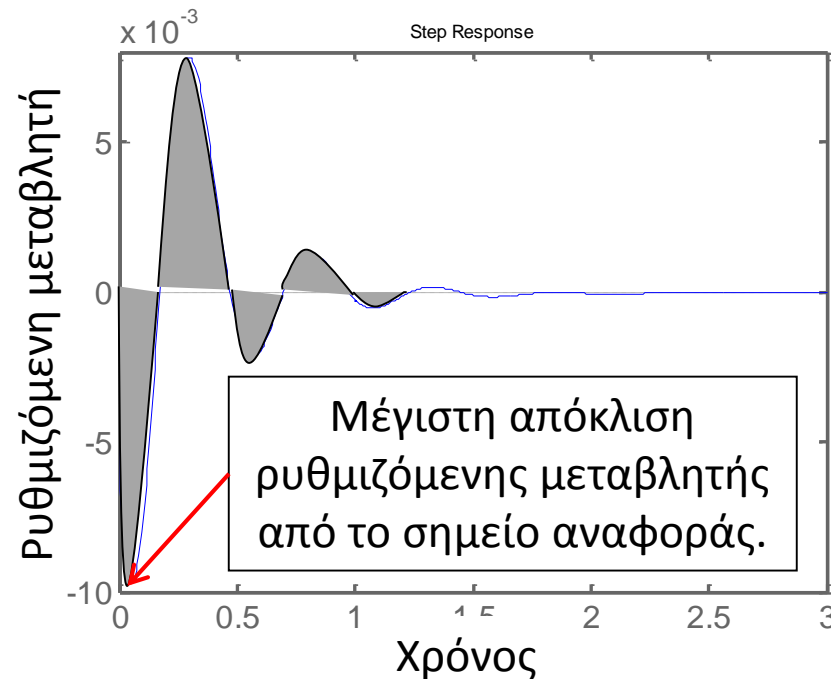
# Προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου

$$IAE = \int |MV_{ss}(t) - MV(t)| dt \quad \text{Μεταβολή σημείου αναφοράς.}$$



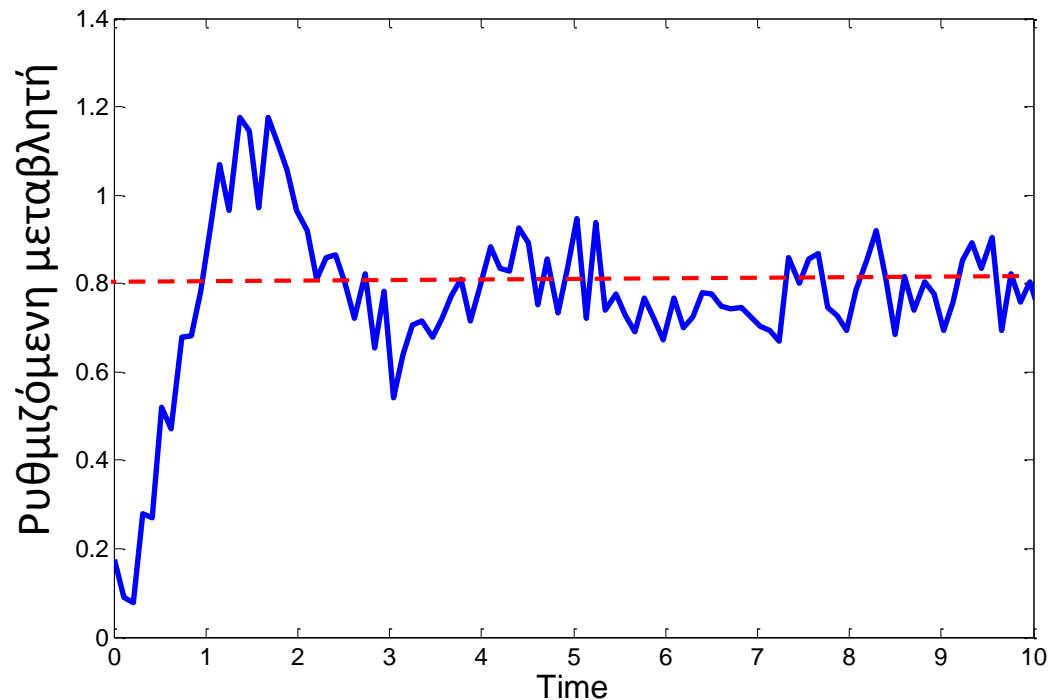
# Προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου

$$IAE = \int |SP(t) - CV(t)| dt \quad \text{Επίδραση διαταραχής.}$$



# Προδιαγραφές στο πεδίο του χρόνου

Συχνά η διεργασία υπόκειται ταυτόχρονα σε πολλές μικρές και μεγάλες διαταραχές και θόρυβο αισθητήρων. Το μέτρο της επίδοσης είναι η μεταβλητότητα των PM και XM.



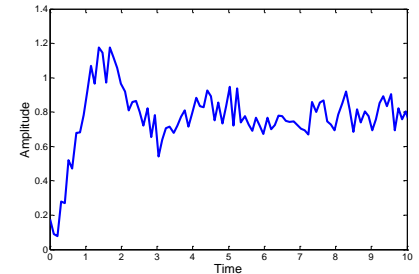
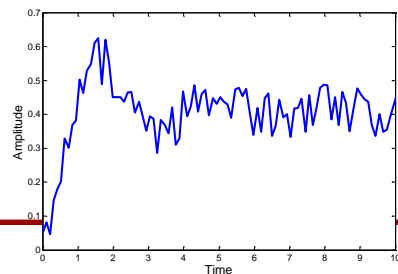
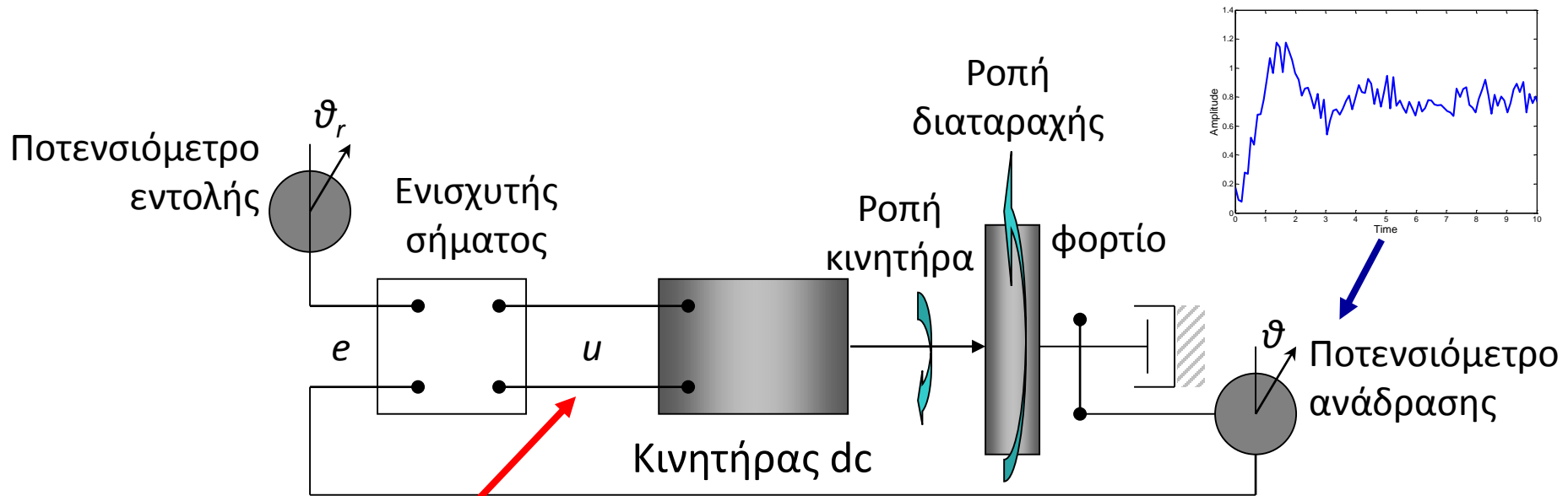
Μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση της PM.

Μεταβλητότητα ή τυπική απόκλιση της XM.



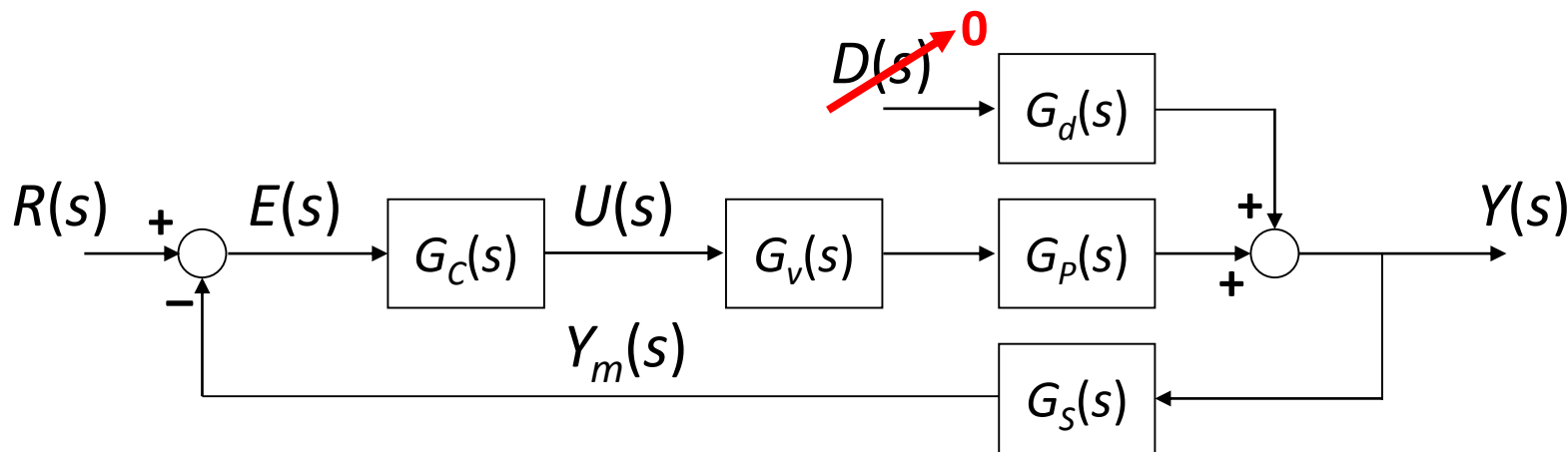
# Έλεγχος ανάδρασης

Για να μειώσουμε τη μεταβλητότητα της ρυθμιζόμενης μεταβλητής αυξάνουμε τη μεταβλητότητα της χειραγωγούμενης μεταβλητής. Πρέπει να σχεδιάσουμε τη διεργασία με χειραγωγούμενες μεταβλητές που μεταβάλλονται με χαμηλό κόστος.



# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας

Πρόβλημα καθοδήγησης  
(μεταβολή στο σημείο αναφοράς).

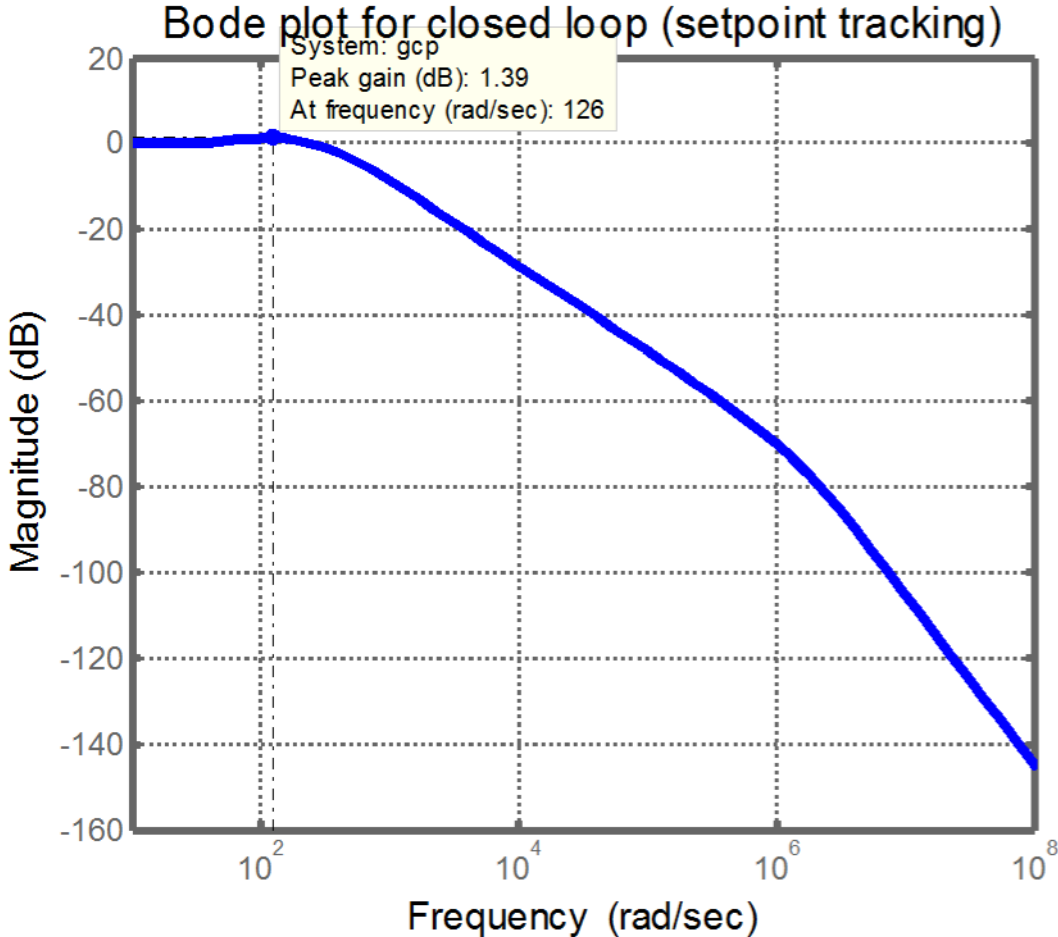


$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)G_v(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_v(s)G_c(s)G_s(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

**Τέλειος έλεγχος:** Μηδενική απόκλιση από το σημείο αναφοράς για κάθε συχνότητα – **πρακτικά αδύνατο!**



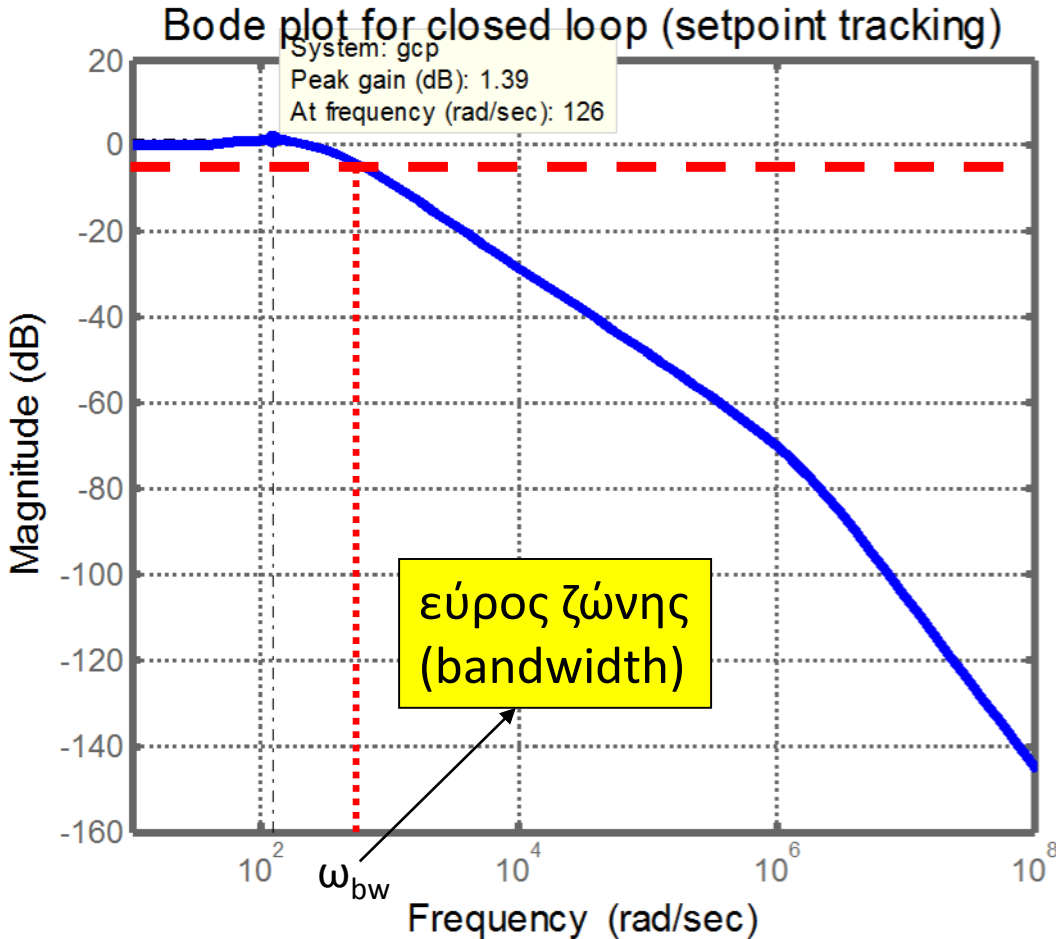
# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας



- Επιτυγχάνεται καλή απόδοση για χαμηλές συχνότητες όπου και η περιοχή ενδιαφέροντος.
- Σύγκλιση στα μηδέν dB (ή μονάδα) για μεγαλύτερο φάσμα συχνοτήτων.
- Είναι αδύνατη η παρακολούθηση μεταβολών με υψηλή συχνότητα.
- Επίσης μπορεί να εμφανιστούν φαινόμενα συντονισμού!



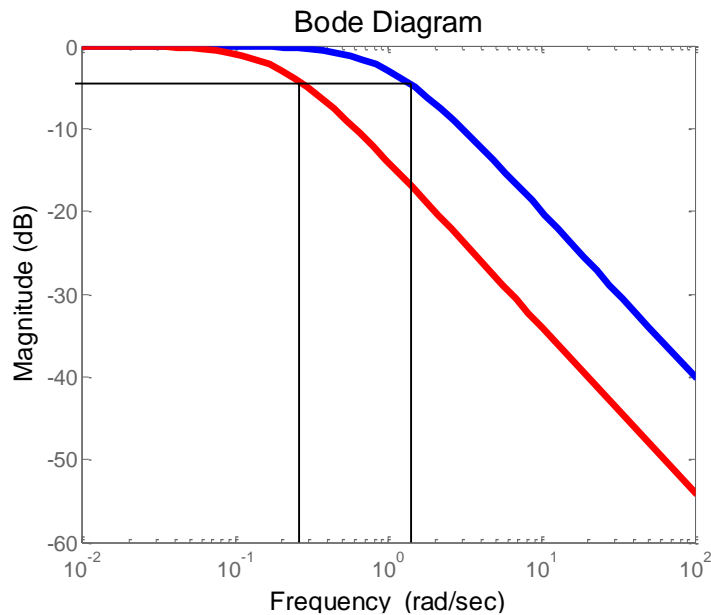
# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας



- Το **εύρος ζώνης** ορίζει το εύρος των συχνοτήτων για τις οποίες είναι δυνατή η παρακολούθηση του σημείου αναφοράς.
- **Εύρος ζώνης (bandwidth)** ορίζεται ως η συχνότητα που αντιστοιχεί σε λόγο πλάτους -3dB (0.707 σε απόλυτη τιμή).
- Μεγάλο εύρος ζώνης σημαίνει σχετικά ταχεία απόκριση στο πρόβλημα καθοδήγησης (σύντομος χρόνος ανόδου).

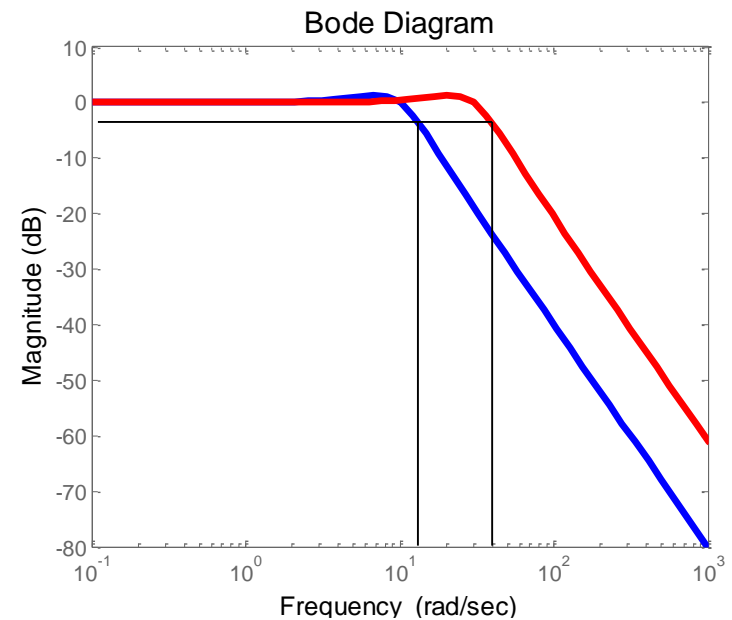


# Εύρος ζώνης συστήματος (bandwidth)



$$G_1(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{5s+1}$$



$$G_3(s) = \frac{100}{s^2 + 10s + 100}$$

$$G_4(s) = \frac{900}{s^2 + 30s + 900}$$



# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας

Για σύστημα 2ης τάξης (ή για συζυγείς κυρίαρχους πόλους του συστήματος) ισχύει:

$$\omega_{BW} = \omega_n \sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

Εκτίμηση χρόνου αποκατάστασης από συχνότητα εύρους ζώνης:

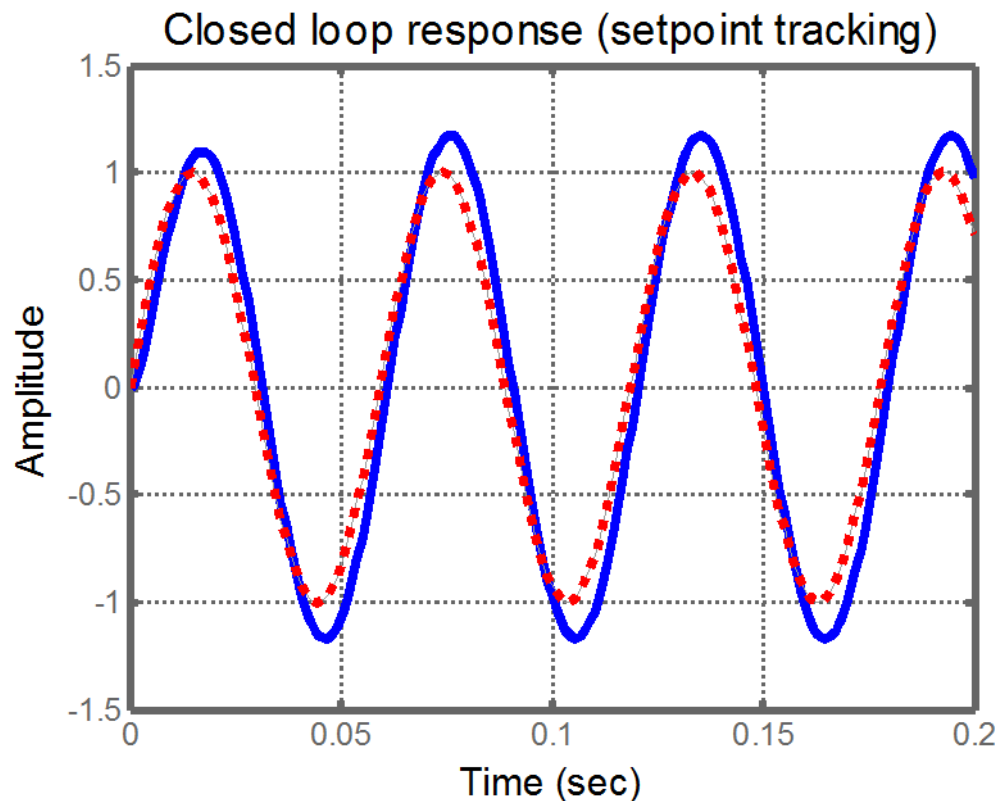
$$\omega_n = \frac{4}{T_s \zeta}$$
$$\omega_{BW} = \frac{4}{T_s \zeta} \sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

Εκτίμηση χρόνου ανόδου από συχνότητα εύρους ζώνης:

$$\omega_n = \frac{\pi}{T_r \sqrt{1-\zeta^2}}$$
$$\omega_{BW} = \frac{\pi}{T_r \sqrt{1-\zeta^2}} \sqrt{(1-2\zeta^2) + \sqrt{\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$



# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας

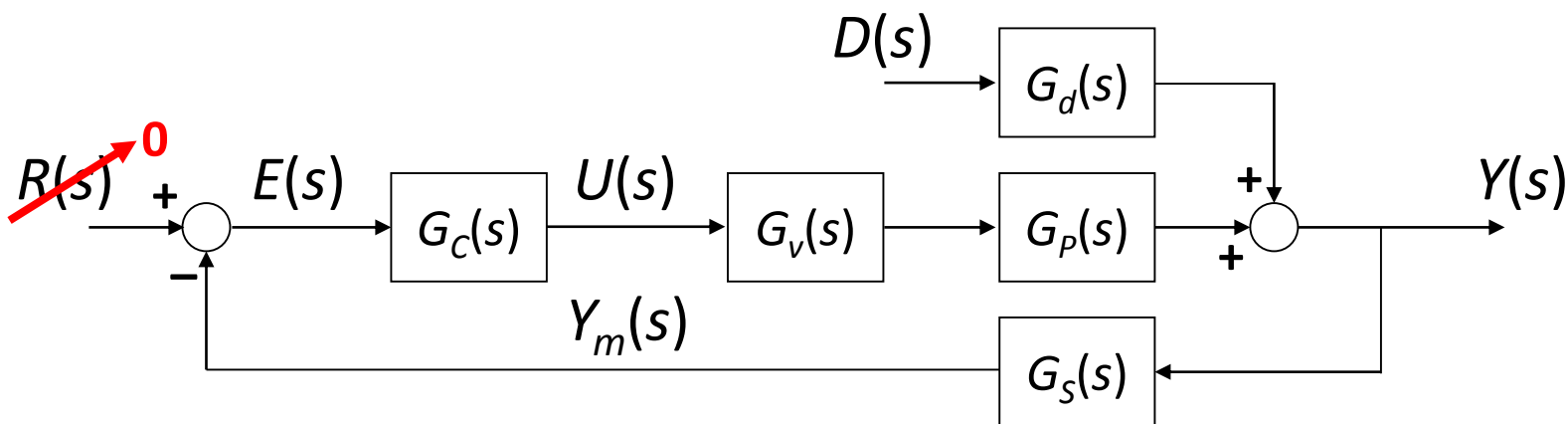


Μεταβολή του σημείου αναφοράς (συνήθως οι αλλαγές του σημείου αναφοράς εντοπίζονται σε πολύ χαμηλότερες συχνότητες) στην περιοχή των 86 rad/s προκαλεί υπέρβαση του σημείου αναφοράς.



# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας

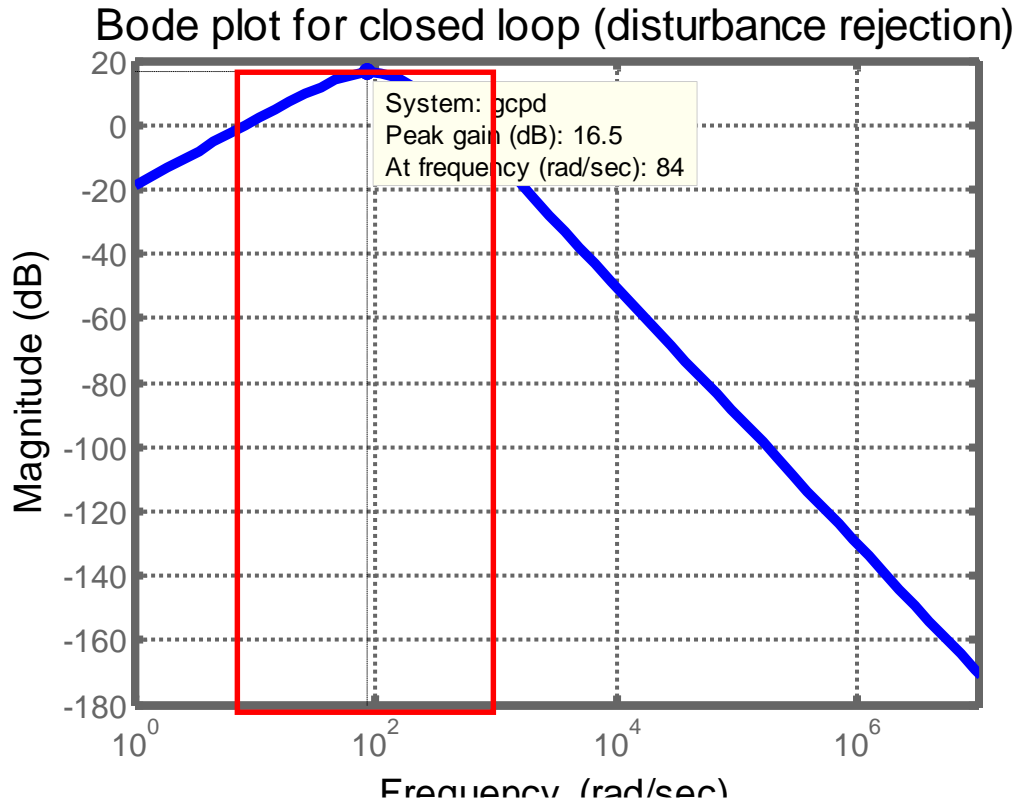
Πρόβλημα αντιστάθμισης διαταραχών.



$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_d(s)}{1 + G_p(s)G_v(s)G_c(s)G_s(s)} = \frac{G_d(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



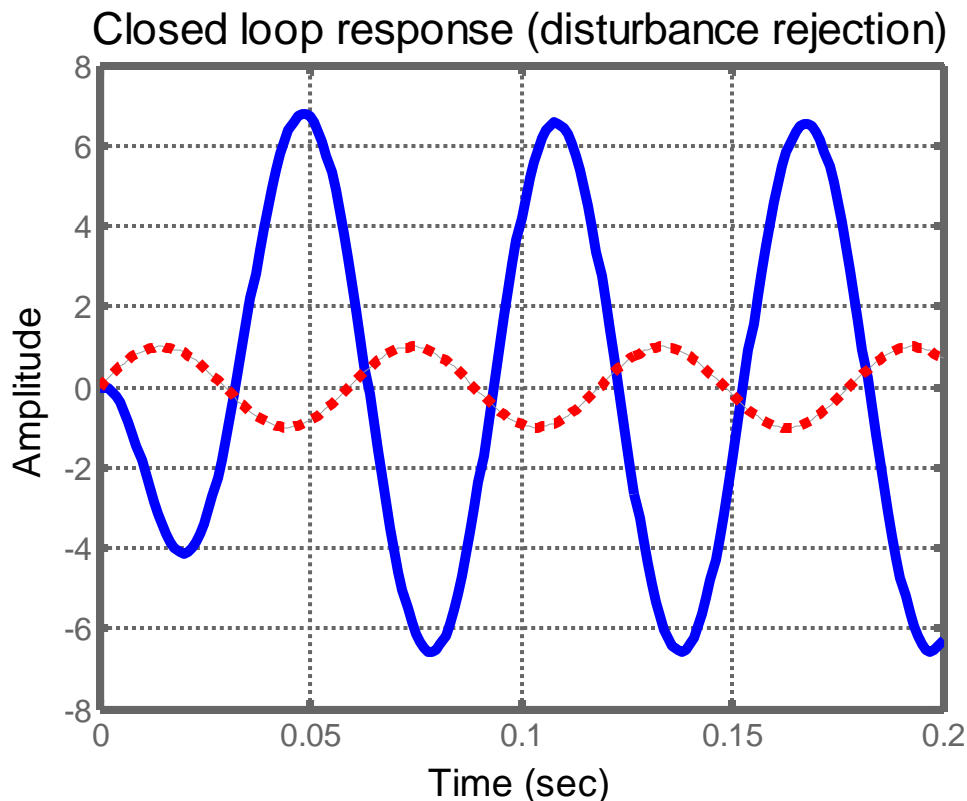
# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας



- Οι διαταραχές υψηλής συχνότητας αποσβένονται από τη διεργασία.
- Οι διαταραχές σε χαμηλές συχνότητες αποσβένονται από το βρόχο ανάδρασης.
- Ωστόσο υπάρχει μια περιοχή συχνοτήτων όπου οι διαταραχές αμβλύνονται μέσω του βρόχου ανάδρασης και μειώνεται σημαντικά η απόδοσή του συστήματος ελέγχου.



# Προδιαγραφές στο πεδίο της συχνότητας



Διαταραχή στην περιοχή των 86 rad/s δυσχεραίνει σημαντικά την επίδοση του συστήματος ελέγχου.

Ο ελεγκτής πρέπει να σχεδιαστεί έτσι ώστε να έχει ικανοποιητική επίδοση στην περιοχή συχνοτήτων των επικρατούντων διαταραχών.



# Έλεγχος ανάδρασης

**Άσκηση:** Για κάθε ένα από τους παρακάτω δείκτες επίδοσης δυναμικού συστήματος ελέγχου να ορισθεί μια **καλή** τιμή (π.χ. μικρή/μεγάλη, θετική/αρνητική κλπ).

- Μόνιμη απόκλιση από σημείο αναφοράς.
- ΙΑΕ.
- Λόγος εξασθένησης ταλαντώσεων.
- Χρόνος ανόδου.
- Χρόνος αποκατάστασης.
- Ποσοστό υπερύψωσης ΧΜ.
- Μέγιστη απόκλιση ΡΜ.
- Μεταβλητότητα ΡΜ.
- Μεταβλητότητα ΧΜ.

Μπορούμε να επιτύχουμε την ταυτόχρονη ικανοποίηση όλων των δεικτών δυναμικής επίδοσης;



# Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Προσδιορίζει τους στόχους του προβλήματος ελέγχου ενός δυναμικού συστήματος.
- Επιλέγει κατάλληλες ρυθμιζόμενες και χειραγωγούμενες μεταβλητές για την επίτευξη των στόχων του ελέγχου.
- Γνωρίζει τα χαρακτηριστικά κοινών ενεργοποιητών και αισθητήρων.





# Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Περιγράφει τις προδιαγραφές του ελέγχου στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας.
- Εκτιμά την εκπλήρωση των προδιαγραφών ελέγχου στα πεδία του χρόνου και της συχνότητας.





# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δρ Αθανάσιος Παπαδόπουλος  
Δρ Αγγελική Μονέδα  
Θεσσαλονίκη, Μάιος 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ