



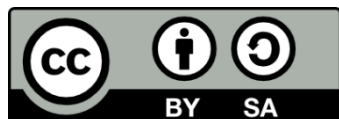
# Αυτόματος Έλεγχος

Ενότητα 7<sup>η</sup>: Αναλογικός – Ολοκληρωτικός –  
Διαφορικός (PID) ελεγκτής – Α. Στοιχεία ελεγκτή

Παναγιώτης Σεφερλής



Εργαστήριο Δυναμικής Μηχανών  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Έλεγχος ανάδρασης – Ελεγκτής PID

## Στόχοι της ενότητας (Μέρος Α)

- Κατανόηση των πλεονεκτημάτων και των αδυναμιών των τριών δράσεων ενός αναλογικού-ολοκληρωτικού-διαφορικού ελεγκτή (PID).
- Εδραίωση γενικών ιδιοτήτων του ελεγκτή PID από το μοντέλο του κλειστού βρόχου.
- Επιλογή παραμέτρων ελεγκτή PID.



## Περίληψη της ενότητας (Μέρος A)

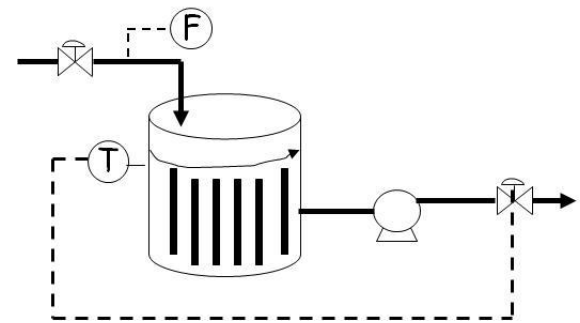
- Γενικές ιδιότητες και ιστορία του ελεγκτή PID.
- Δράσεις του ελεγκτή PID
  - Αναλογική (proportional, P)
  - Ολοκληρωτική (integral, I)
  - Διαφορική (differential, D)
- Δυναμική απόκριση συστημάτων ανάδρασης με PID.



# Έλεγχος ανάδρασης – Ελεγκτής PID

Ιδιότητες που αναζητούμε από ένα ελεγκτή.

- Καλή επίδοση – κριτήρια απόδοσης βρόχου ανάδρασης.
- Ευρεία προσαρμοστικότητα – ρυθμιζόμενοι παράμετροι.
- Γρήγοροι υπολογισμοί – αποφυγή προβλημάτων αριθμητικής σύγκλισης.
- Μετάβαση από/σε χειροκίνητο έλεγχο – ομαλή.
- Επέκταση – εύκολη βελτίωση.

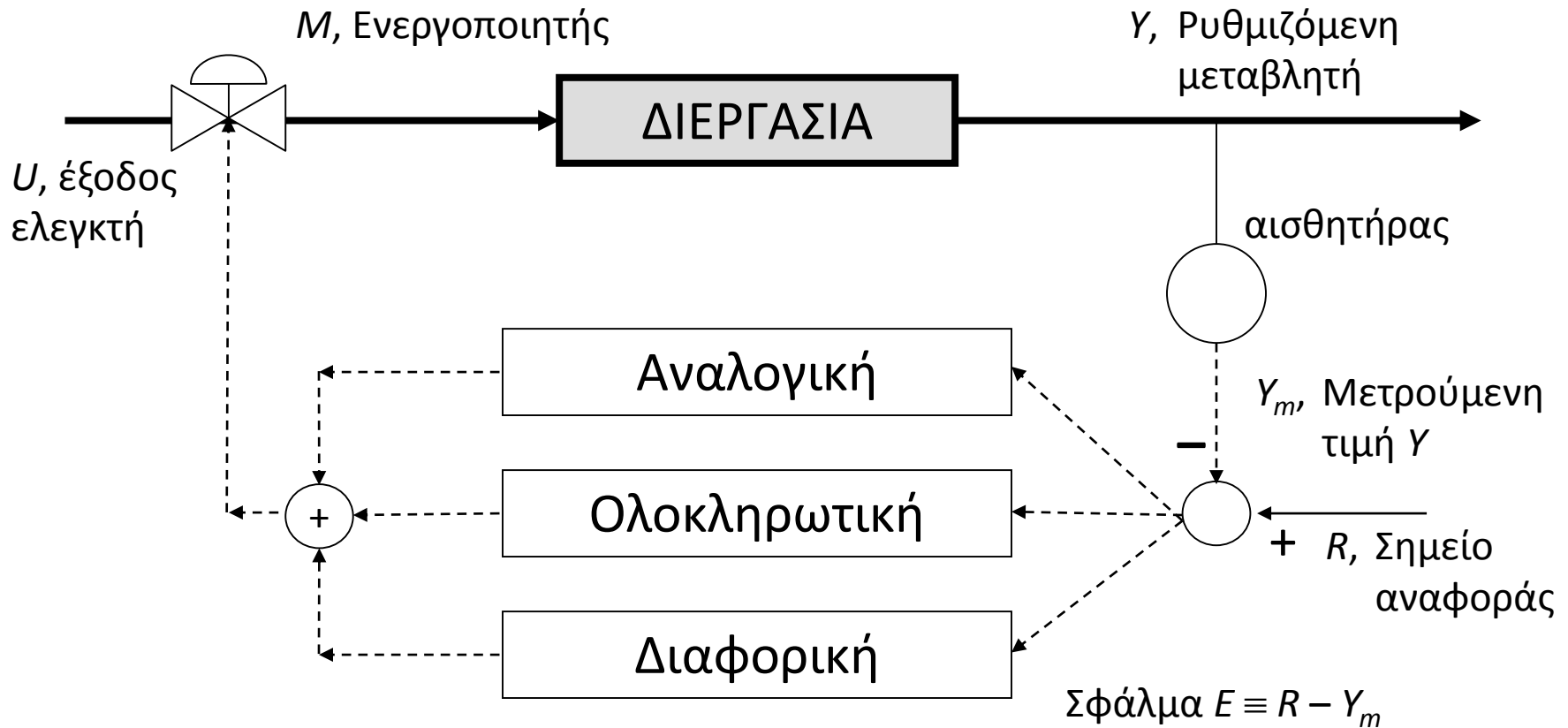


# Ελεγκτής PID

- Αναπτύχθηκε τη δεκαετία του '40, παραμένει η κοινή πρακτική της βιομηχανίας.
- Δεν είναι “βέλτιστος” καθώς στηρίζεται στις καλές ιδιότητες κάθε δράσης.
- Προγραμματίζεται σε κάθε ψηφιακό σύστημα ελέγχου.
- Απαιτεί **MIA** ρυθμιζόμενη (CV) και **MIA** ρυθμιζουσα μεταβλητή (MV).
- Πολλοί PID χρησιμοποιούνται σε μια βιομηχανική εγκατάσταση ή σύστημα.



# Ελεγκτής PID



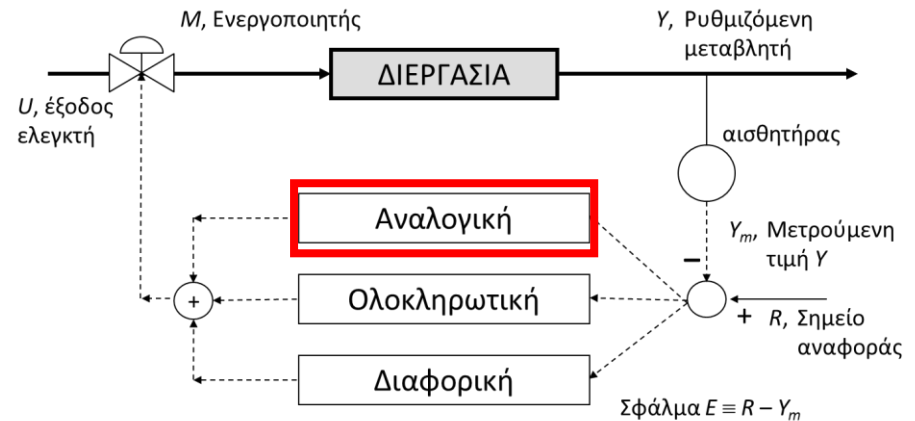
**Τρεις “δράσεις”:** Τρεις τρόποι χρησιμοποίησης της χρονικά μεταβαλλόμενης συμπεριφοράς της μετρούμενης μεταβλητής.





# Ελεγκτής PID – Αναλογική δράση

“Διόρθωση ανάλογη προς το σφάλμα”.



Δράση ελεγκτή:  $U(t) = K_c E(t) + I_p$

Συνάρτηση μεταφοράς:  $G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_C$

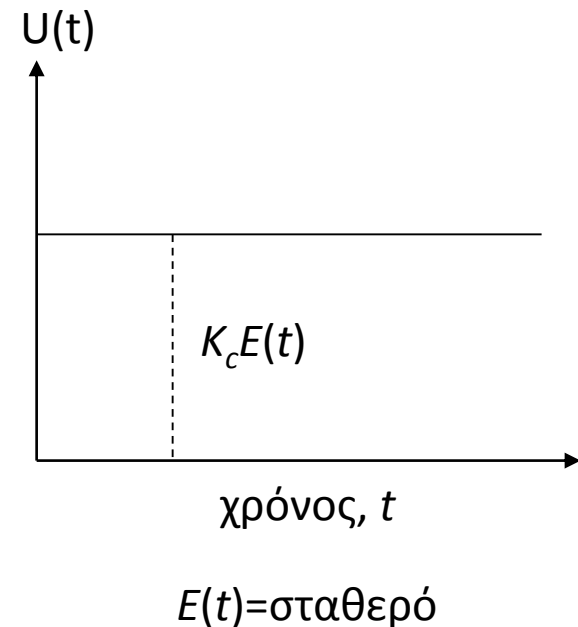
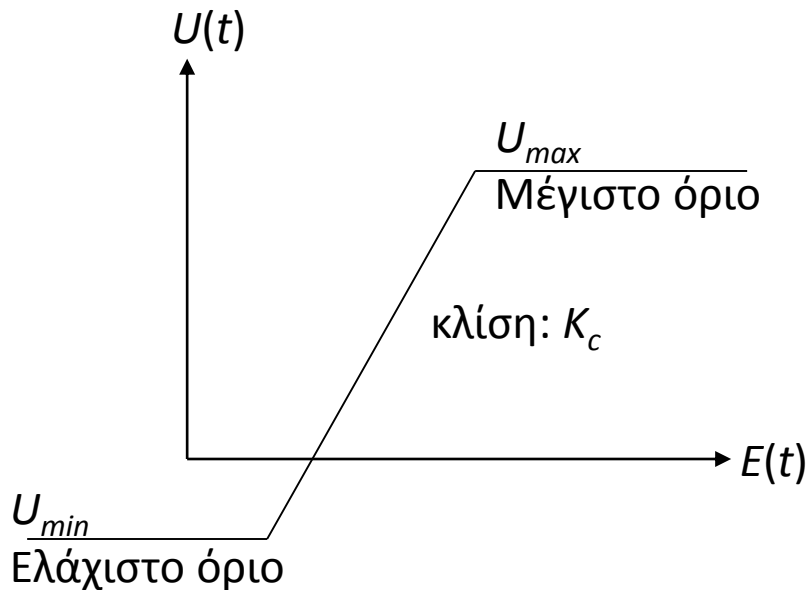
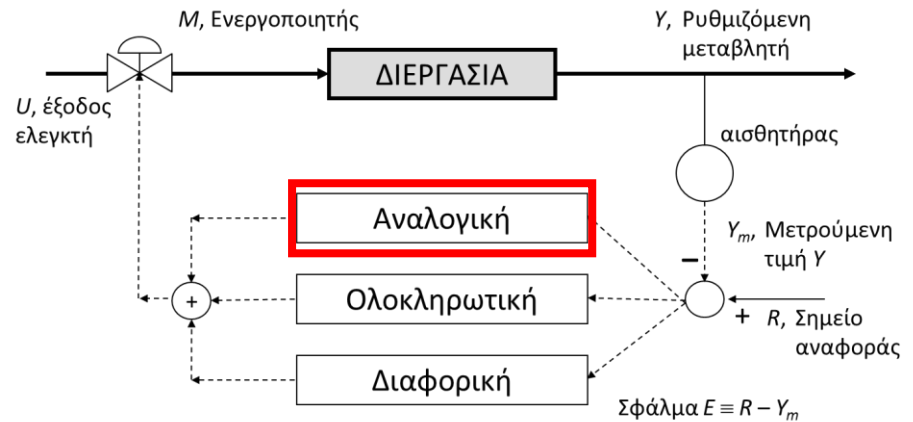
$K_C$  = κέρδος ελεγκτή [=] μονάδες MV/μονάδες CV.



# Ελεγκτής PID – Αναλογική δράση

Χρονική μεταβολή χειραγωγούμενης μεταβλητής,  $U$ .

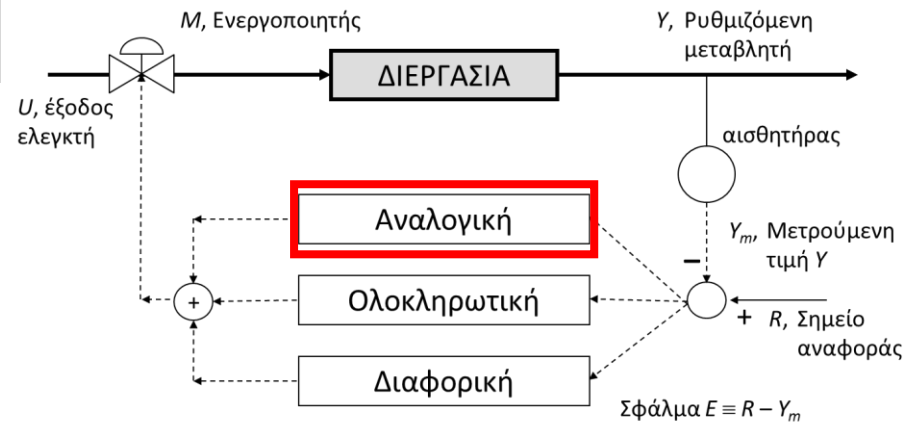
$$U(t) = K_c E(t) + I_p$$



# Ελεγκτής PID – Αναλογική δράση

Κύρια δυναμικά χαρακτηριστικά

Επιτάχυνση της δυναμικής απόκρισης της διεργασίας.



$$G(s) = \frac{K_c \frac{K}{(\tau s + 1)}}{1 + K_c \frac{K}{(\tau s + 1)}} = \frac{K_c K}{(\tau s + 1) + K_c K} = \frac{K'}{(\tau' s + 1)}$$

$$K' = K_c K / (1 + K_c K) \quad \tau' = \tau / (1 + K_c K)$$

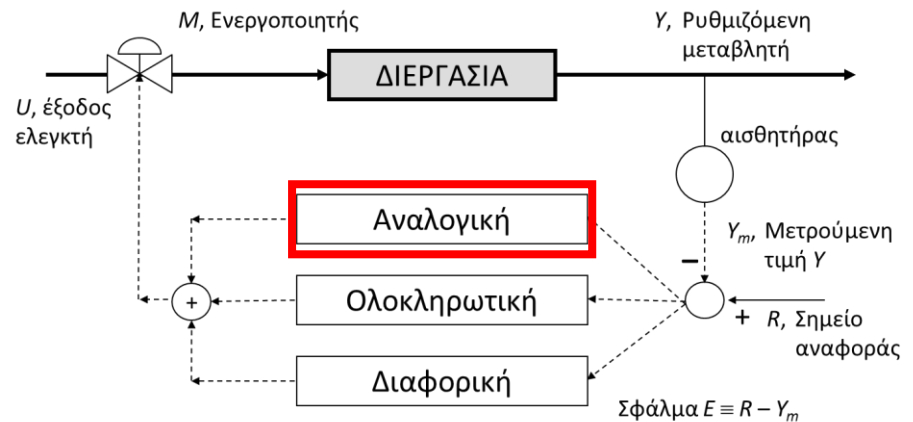
Μικρότερη σταθερά χρόνου από το σύστημα ανοικτού βρόχου.



# Ελεγκτής PID – Αναλογική δράση

## Κύρια δυναμικά χαρακτηριστικά

Σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση ισορροπίας υπό την επίδραση βηματικής διαταραχής.



$$Y(t)\Big|_{t \rightarrow \infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\Delta D}{s} \frac{K_d}{1 + K_c K_p} = \frac{\Delta D K_d}{1 + K_c K_p} \neq 0$$

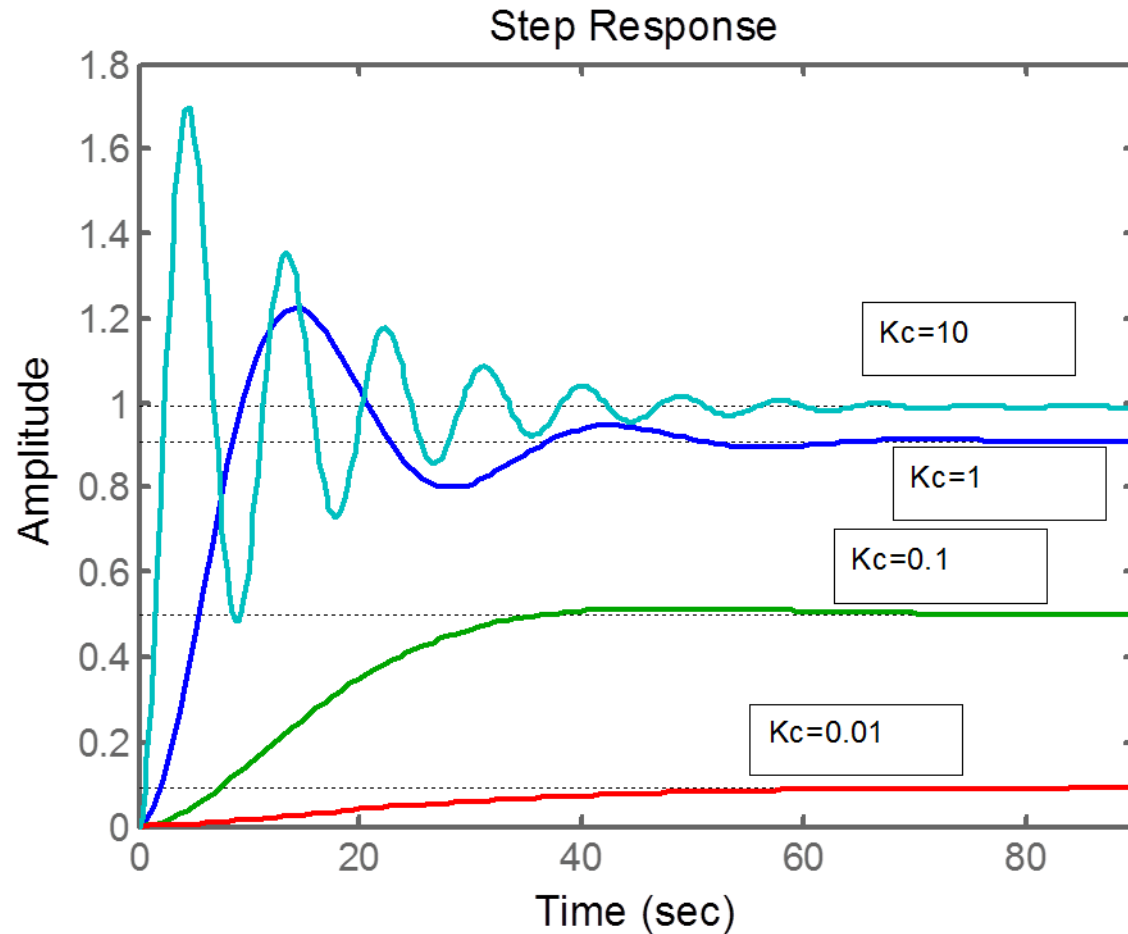
Δεν επιτυγχάνεται μηδενικό σφάλμα καθώς η ρυθμιζόμενη μεταβλητή δεν επιστρέφει στο σημείο αναφοράς.

Πώς μπορούμε να επηρεάσουμε το μόνιμο σφάλμα αλλάζοντας κάποια παράμετρο του ελεγκτή;

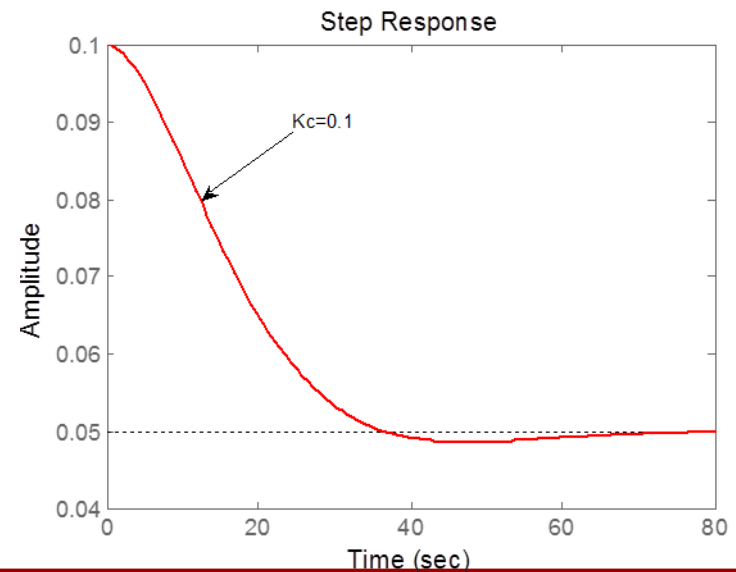
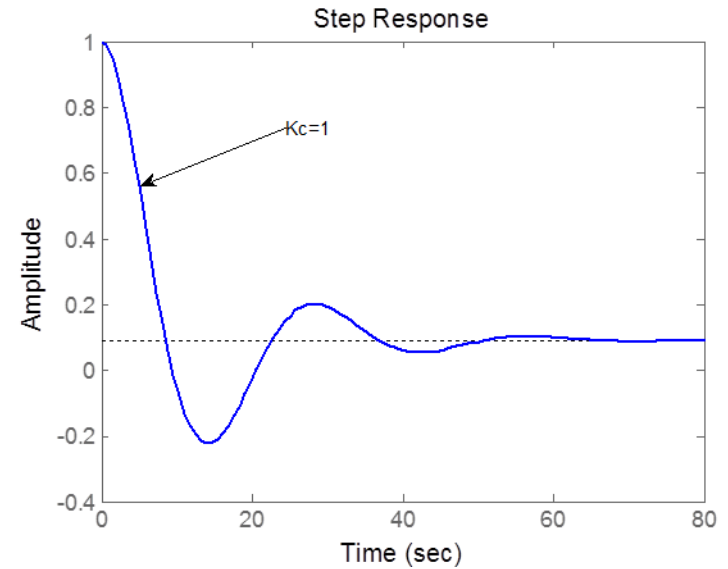
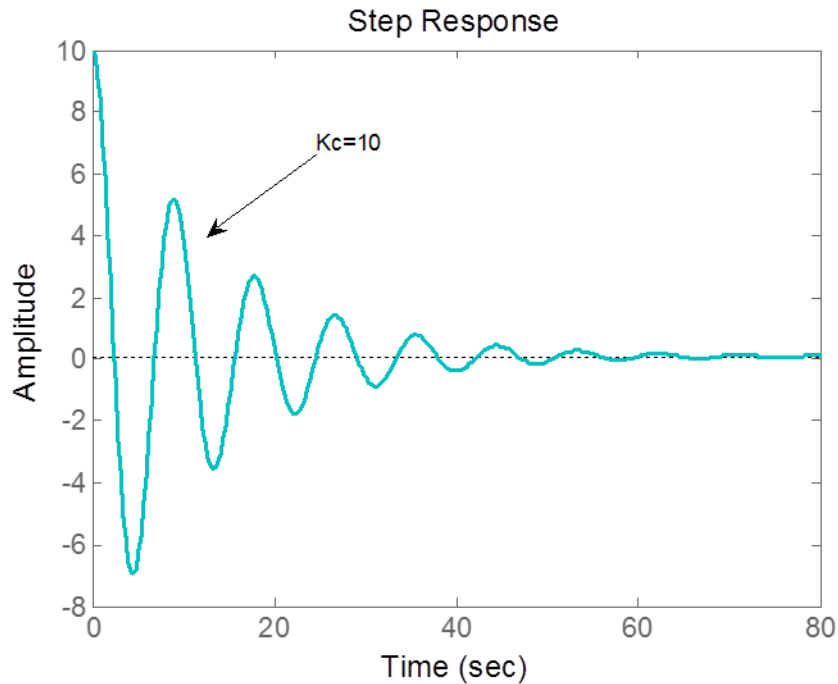
Ποια τα πιθανά προβλήματα από την αλλαγή;



# Ελεγκτής PID – Αναλογική δράση



# Ελεγκτής PID – Αναλογική δράση

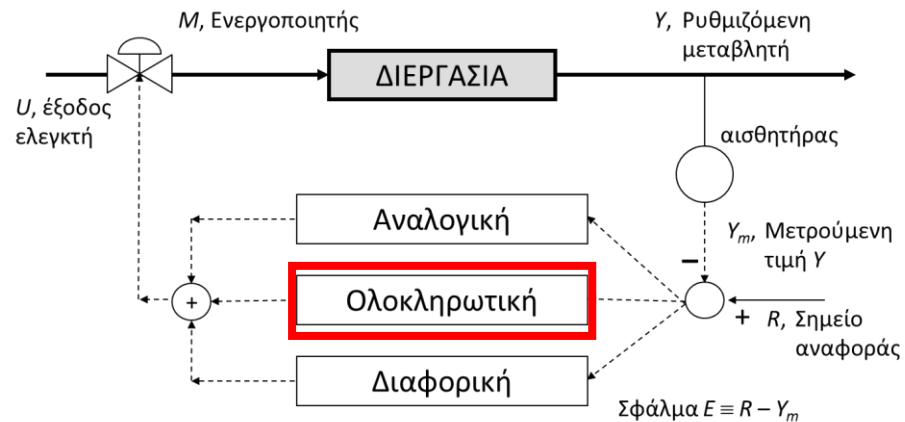


Απότομες μεταβολές στη χειραγωγούμενη μεταβλητή απαιτούνται για ταχύτερη απόκριση του συστήματος.



# Ελεγκτής PID – Ολοκληρωτική δράση

“Η επίμονη δράση”



Δράση ελεγκτή:

$$U(t) = \frac{K_C}{\tau_I} \int_0^t E(t') dt' + I_I$$

Συνάρτηση μεταφοράς:

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_C}{\tau_I} \frac{1}{s}$$

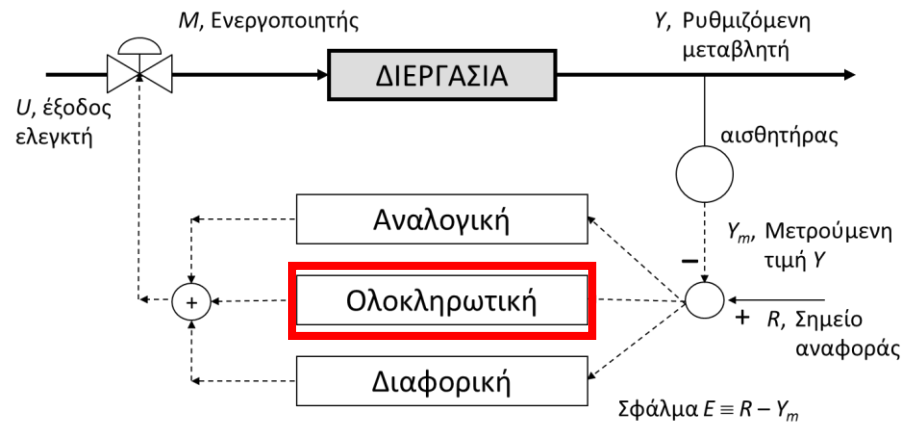
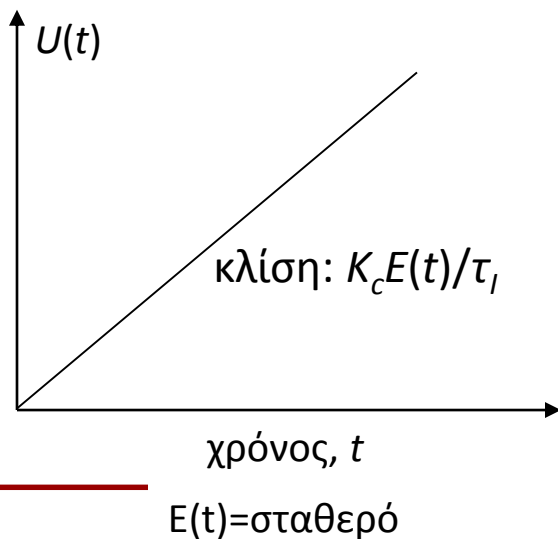
$\tau_I$  = χρόνος ολοκλήρωσης [=] μονάδες χρόνου.



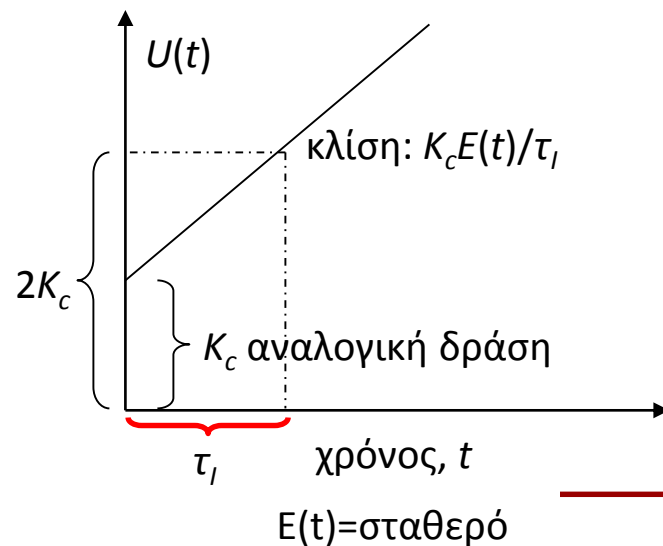
# Ελεγκτής PID – Ολοκληρωτική δράση

$\tau_I$ : χρόνος που απαιτείται ώστε η συμβολή του ολοκληρωτικού όρου να ισούται με αυτήν του αναλογικού όρου.

$$U(t) = \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t E(t') dt' + I_I$$



$$U(t) = K_c \left( E(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t E(t') dt' \right) + I_I$$

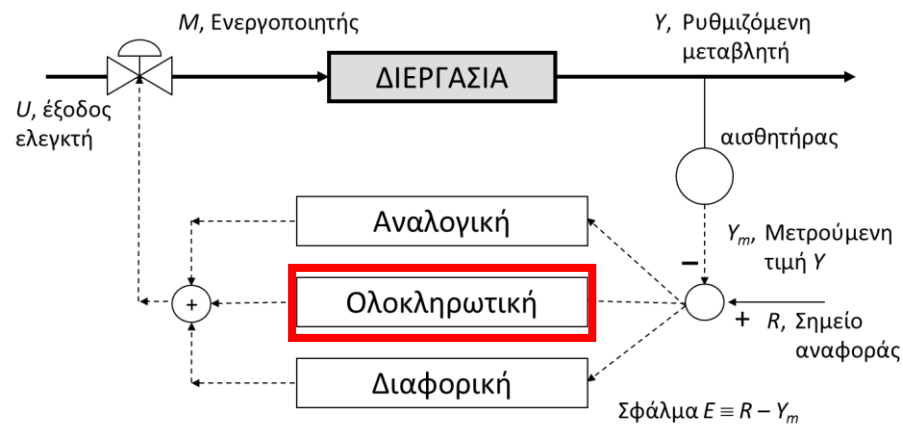




# Ελεγκτής PID – Ολοκληρωτική δράση

Κύρια δυναμικά χαρακτηριστικά

Αυξάνεται η τάξη του συστήματος.



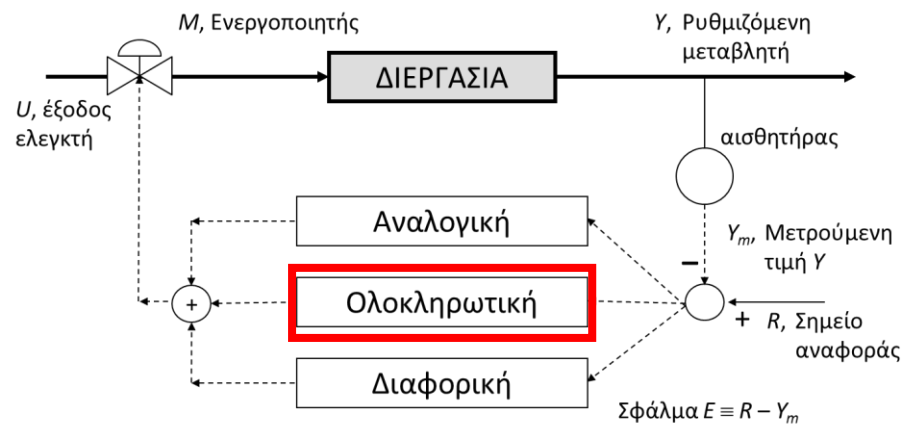
$$G(s) = \frac{KK_c}{\tau_I s(\tau s + 1) + KK_c} = \frac{KK_c / \tau_I \tau}{s^2 + \tau s + KK_c / \tau_I \tau}$$
$$\omega_n = \sqrt{KK_c / \tau_I \tau} \quad \zeta = \frac{1}{2} \tau \sqrt{\tau_I \tau / KK_c}$$



# Ελεγκτής PID – Ολοκληρωτική δράση

## Κύρια δυναμικά χαρακτηριστικά

Σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση ισορροπίας υπό την επίδραση βηματικής διαταραχής.



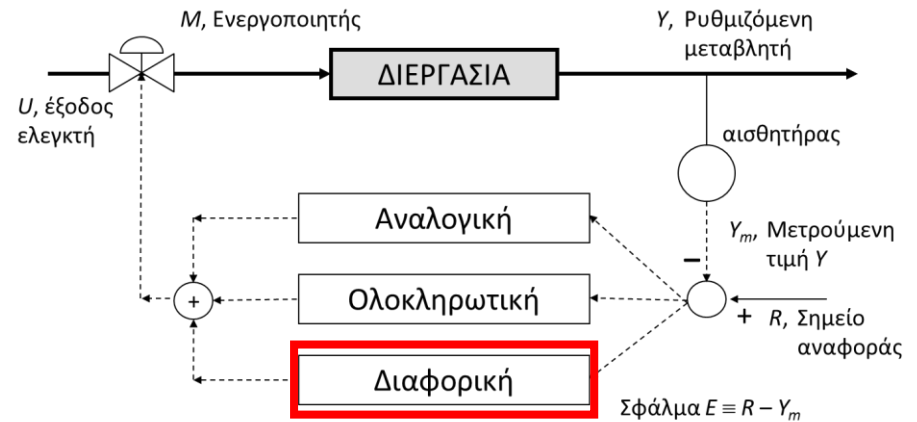
$$Y(t)|_{t \rightarrow \infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d}{1 + \frac{K_c K_p}{s \tau_I}} \frac{\Delta D}{s} = 0$$

Επιτυγχάνετε μηδενικό σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση καθώς η ρυθμιζόμενη μεταβλητή επιστρέφει στο σημείο αναφοράς.  
**Σε ποια περίπτωση δεν έχουμε μηδενικό σφάλμα;**



# Ελεγκτής PID – Διαφορική δράση

“Η προληπτική δράση”



Δράση ελεγκτή:

$$U(t) = K_c \tau_D \frac{dE(t)}{dt} + I_D$$

Συνάρτηση μεταφοράς:

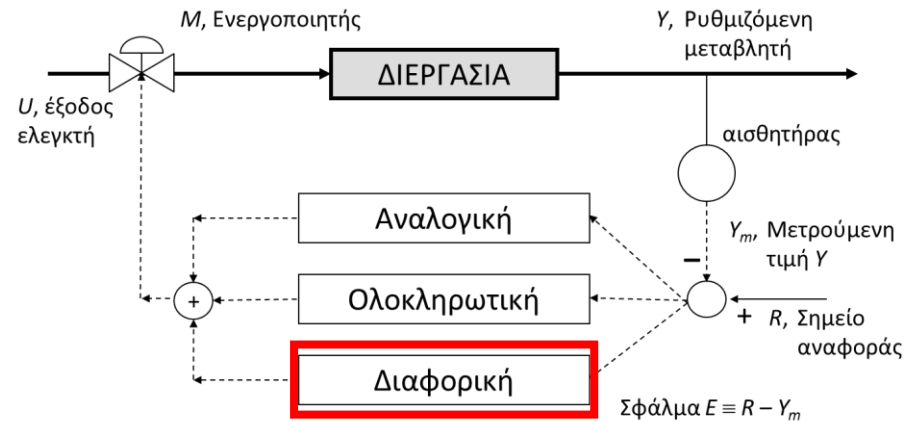
$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c \tau_D s$$

$\tau_D$  = χρόνος διαφόρισης [=] μονάδες χρόνου.



# Ελεγκτής PID – Διαφορική δράση

Κανονική συνάρτηση μεταφοράς για πρακτική εφαρμογή της διαφορικής δράσης.



$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_C \tau_D s}{\alpha \tau_D s + 1}$$

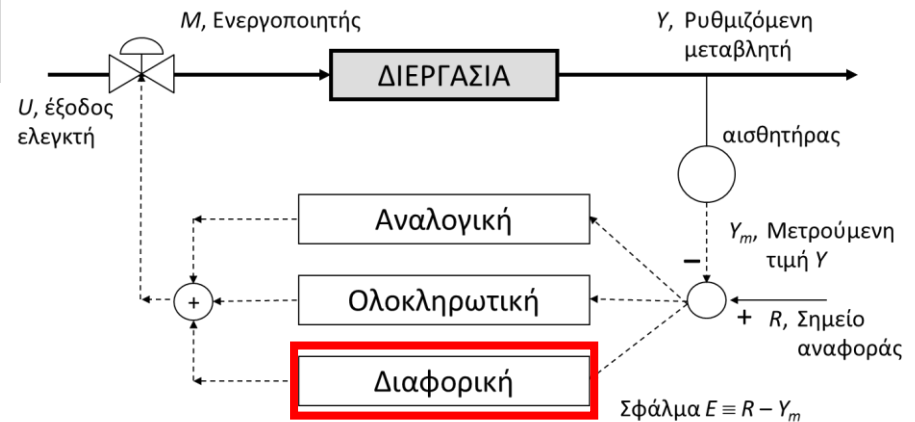
$\tau_D$  = χρόνος διαφόρισης [=] μονάδες χρόνου,  $0 < \alpha < 1$ .



# Ελεγκτής PID – Διαφορική δράση

## Κύρια δυναμικά χαρακτηριστικά

Σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση ισορροπίας υπό την επίδραση διαταραχής.



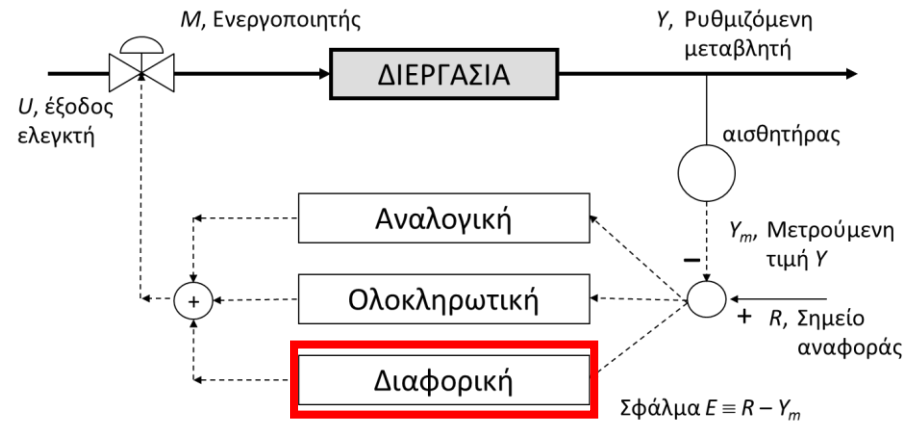
$$Y(t)|_{t \rightarrow \infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_d}{1 + K_c \tau_D s} \frac{\Delta D}{s} = \Delta D K_d$$

Δεν επιτυγχάνεται μηδενικό σφάλμα καθώς η ρυθμιζόμενη μεταβλητή δεν επιστρέφει στο σημείο αναφοράς. Προκαλεί ταλαντώσεις στη χειραγωγούμενη μεταβλητή (ανεπιθύμητες λόγω φθοράς και κόπωσης ενεργοποιητή).



# Ελεγκτής PID – Διαφορική δράση

Εναλλακτική μορφή εισαγωγής διαφορικού όρου.



$$U(t) = K_c \tau_D \frac{dE(t)}{dt} + I_D$$

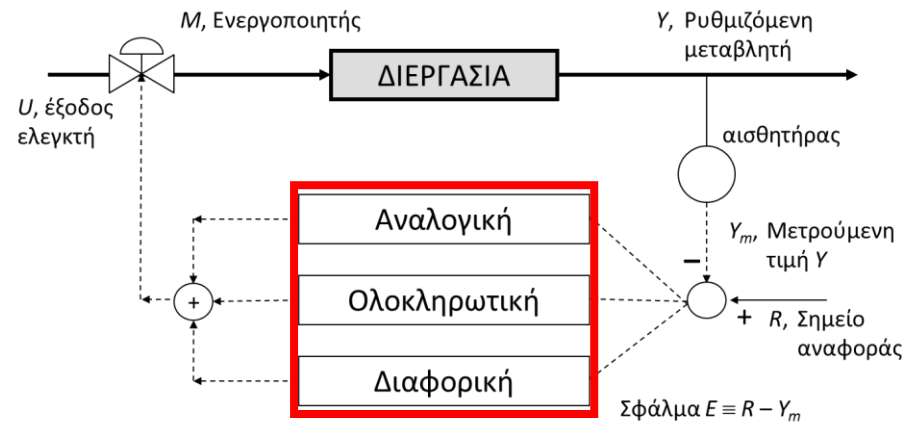
- Ποια θα είναι η συμπεριφορά της ρυθμίζουσας μεταβλητής σε μια βηματική μεταβολή του σημείου αναφοράς;
- Προτεινόμενη μεταβολή της δράσης:

$$U(t) = -K_c \tau_D \frac{dY(t)}{dt} + I_D$$



# Ελεγκτής τριών δράσεων – PID

Συνδυασμός όλων των δράσεων δημιουργεί τον PID.



$$E(t) = R(t) - Y_m(t)$$

$$U(t) = K_c \left[ E(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t E(t') dt' - \tau_D \frac{dY}{dt} \right] + I$$



# Έλεγχος ταχύτητας οχήματος

## Εφαρμογή PID στον έλεγχο ταχύτητας οχήματος.

$Y$ : ταχύτητα οχήματος

$U$ : δύναμη στην κατεύθυνση της κίνησης.

Προδιαγραφές απόκρισης:

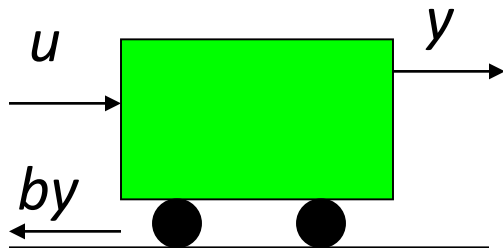
Χρόνος ανόδου  $< 5$  s.

Ποσοστό υπερέψωσης  $< 10\%$ .

Σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση  $< 2\%$ .

**Παραδοχές:**

- 1) Η οπισθέλκουσα δύναμη λόγω (ιξώδους) τριβής είναι ανάλογη της ταχύτητας.
- 2) Η δυναμική του ταχύμετρου είναι αμελητέα.
- 3) Η δυναμική του ενεργοποιητή είναι αμελητέα.



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms + b}$$

$$m=1000 \text{ kg}$$

$$b=50 \text{ N s/m}$$

$$u=500 \text{ N}$$



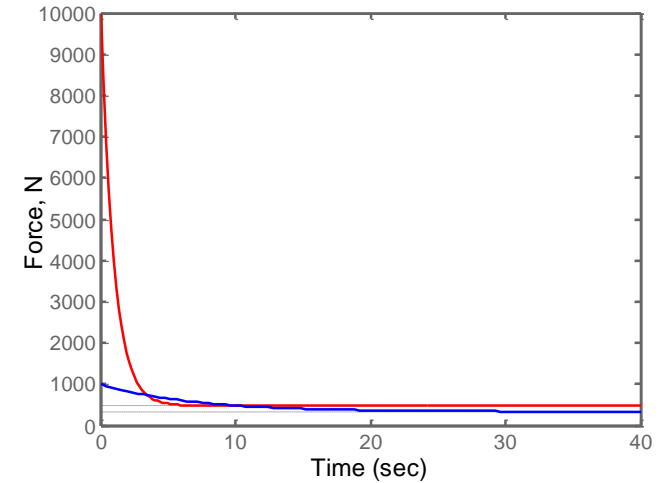
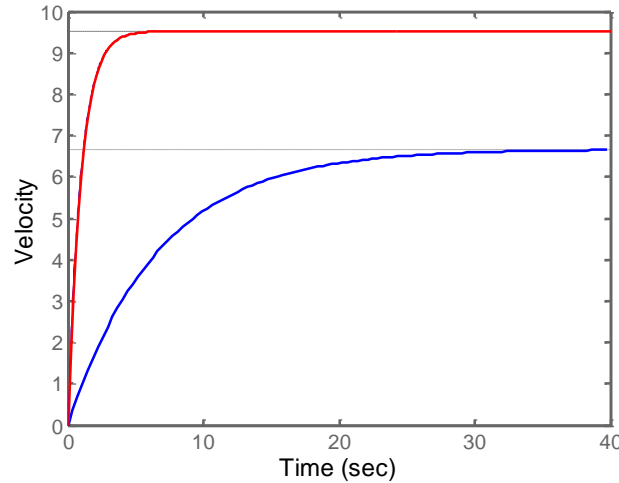


# Έλεγχος ταχύτητας οχήματος

P ελεγκτής

$K_c=100$

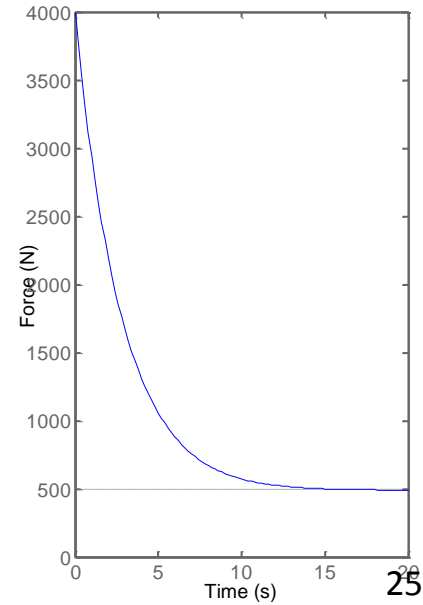
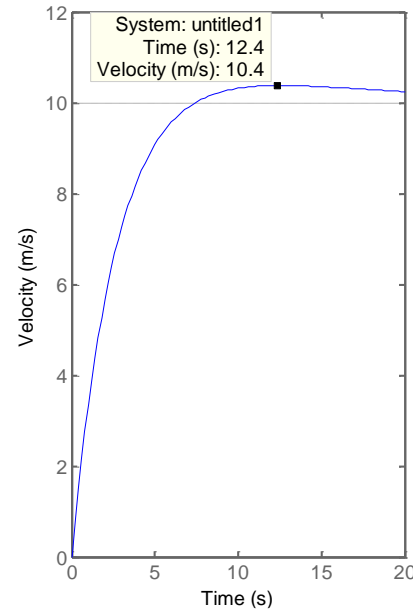
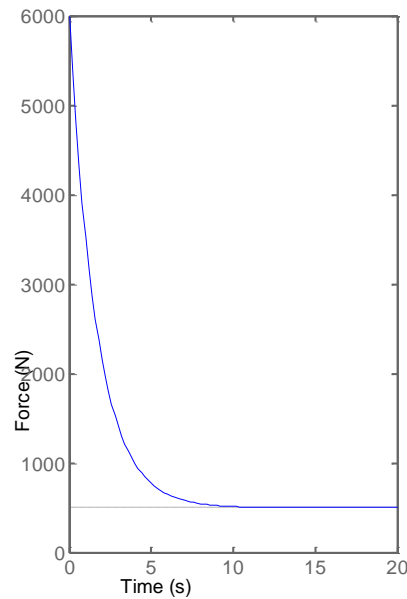
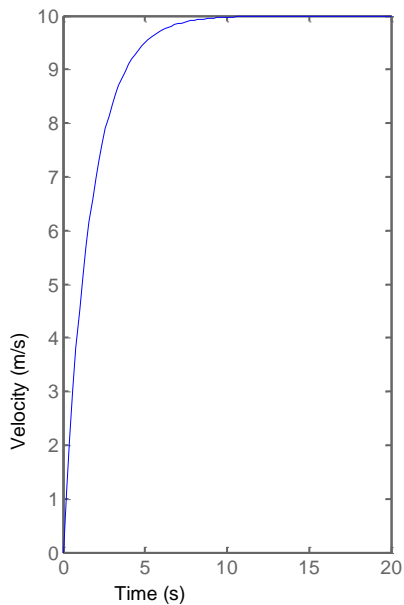
$K_c=1000$



PI ελεγκτής

$K_c=600, \tau_i=20$

$K_c=400, \tau_i=12$



# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

Εφαρμογή PID στο σύστημα ανάρτησης οχήματος.

Ρυθμιζόμενη μεταβλητή  $Y =$  μετατόπιση  $X_1 - X_2$ .

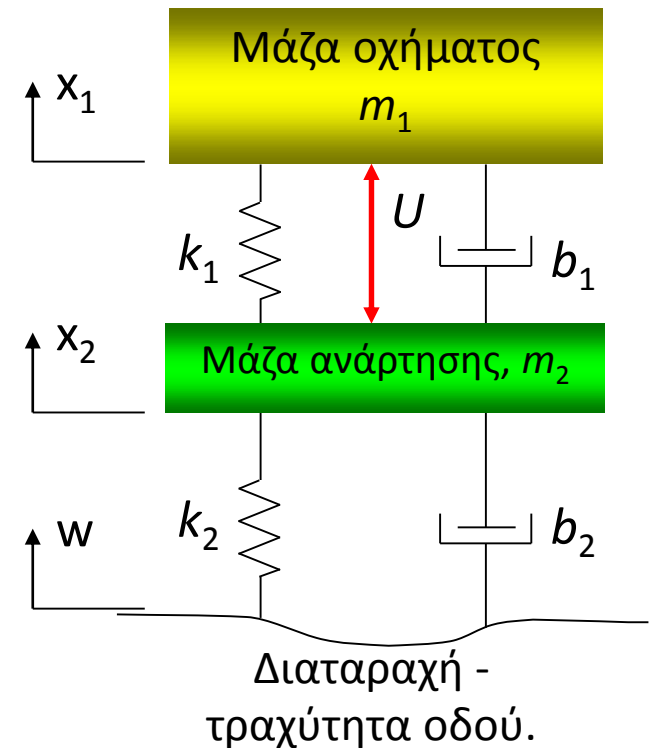
Χειραγωγούμενη μεταβλητή  $U$ : δύναμη που ασκείται από τον ενεργοποιητή.

Προδιαγραφές συστήματος κλειστού βρόχου:

Χρόνος αποκατάστασης  $< 5$  s.

Ποσοστό υπερύψωσης  $< 5\%$ .

(π.χ. για 10 cm διαταραχή – πλάτος ταλάντωσης  $\pm 5$  mm).



# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

Εξισώσεις προτύπου συστήματος:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1(x_1 - x_2) + u$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1(x_1 - x_2) + b_2(\dot{w} - \dot{x}_2) + k_2(w - x_2) - u$$

Συναρτήσεις μεταφοράς:

$$G_1(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{U(s)} = \frac{(m_1 + m_2)s^2 + b_2s + k_2}{\Delta}$$

$$G_2(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{m_1 b_2 s^3 - m_1 k_2 s}{\Delta}$$

$$\Delta = (m_1 s^2 + b_1 s + k_1) (m_1 s^2 + (b_1 + b_2) s + (k_1 + k_2)) + (b_1 s + k_1) (b_1 s + k_1)$$

Μάζα οχήματος  $m_1 = 2500$  kg

Μάζα ανάρτησης  $m_2 = 320$  kg

Σταθερά ελατηρίου ανάρτησης  $k_1 = 80000$  N/m

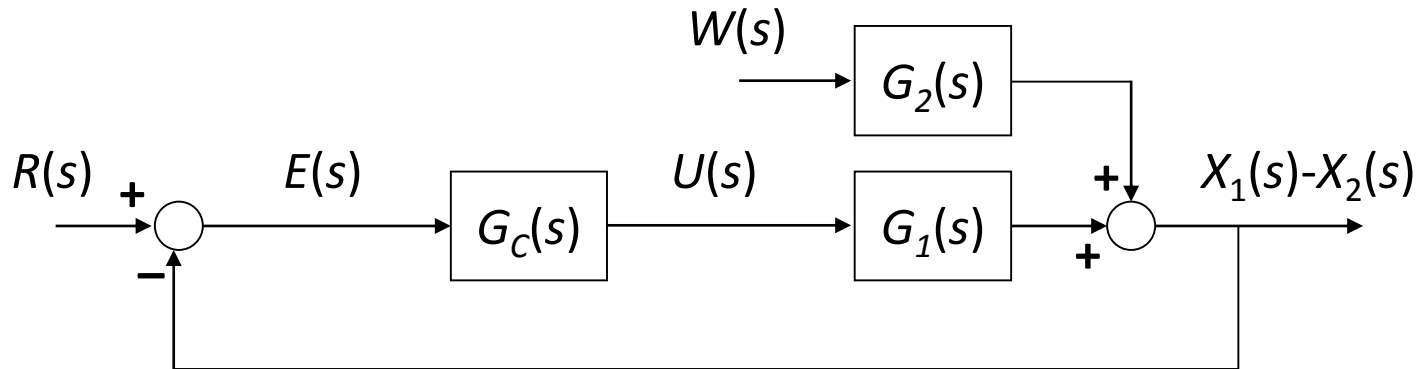
Σταθερά ελατηρίου τροχού και ελαστικού  $k_2 = 500000$  N/m

Σταθερά απόσβεσης ανάρτησης  $b_1 = 350$  N s/m

Σταθερά απόσβεσης τροχού και ελαστικού  $b_2 = 15020$  N s/m



# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης



$$G_1(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{U(s)} = \frac{(m_1 + m_2)s^2 + b_2s + k_2}{\Delta}$$

$$G_2(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{m_1b_2s^3 - m_1k_2s}{\Delta}$$

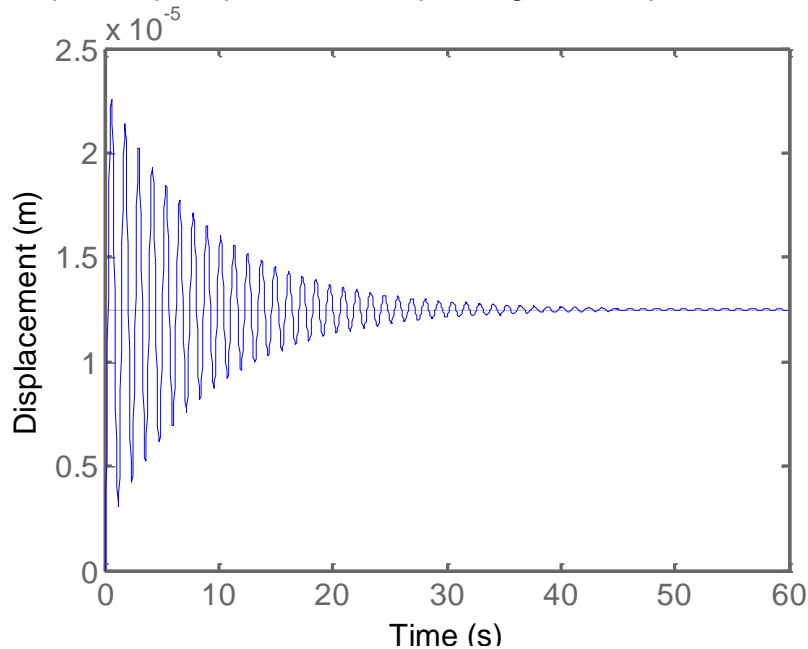
$$\Delta = (m_1s^2 + b_1s + k_1) \left[ m_1s^2 + (b_1 + b_2)s + (k_1 + k_2) \right] + (b_1s + k_1)(b_1s + k_1)$$



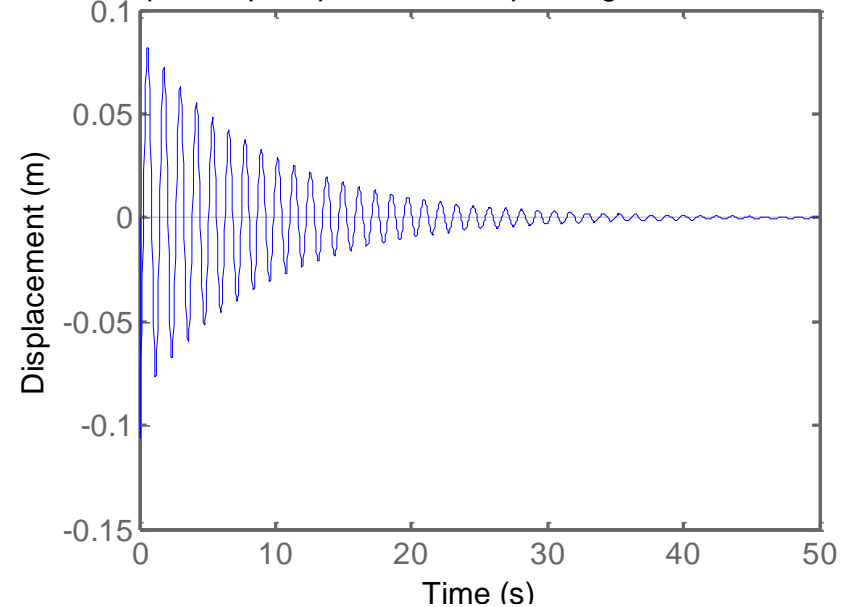
# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

## Απόκριση ανοικτού βρόχου.

Open loop response to a step change in manipulated variable



Open loop response to a step change in disturbance

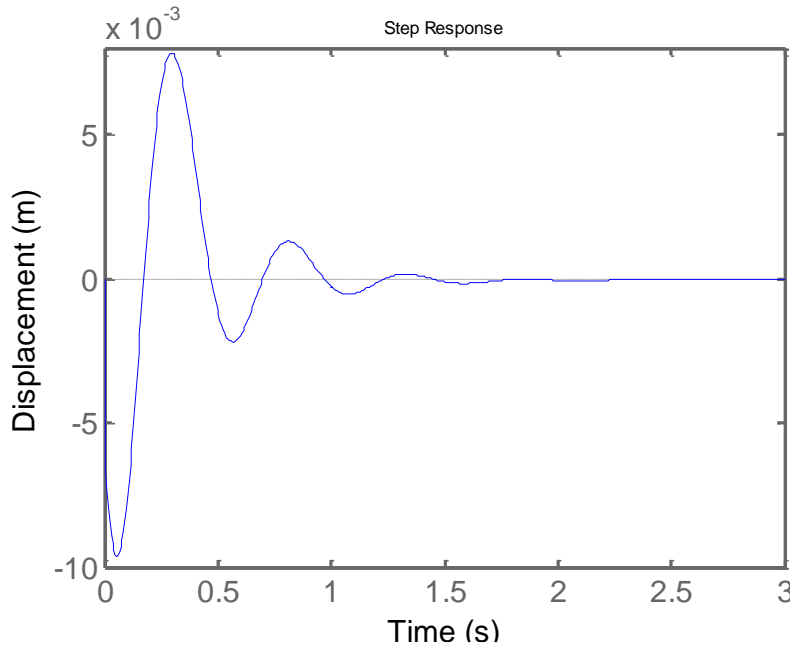


Διαταραχή μεγέθους 10 cm προκαλεί μέγιστο πλάτος ταλάντωσης 10.5 cm!



# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

Απόκριση κλειστού βρόχου  
σε βηματική μεταβολή της διαταραχής  $w$ .

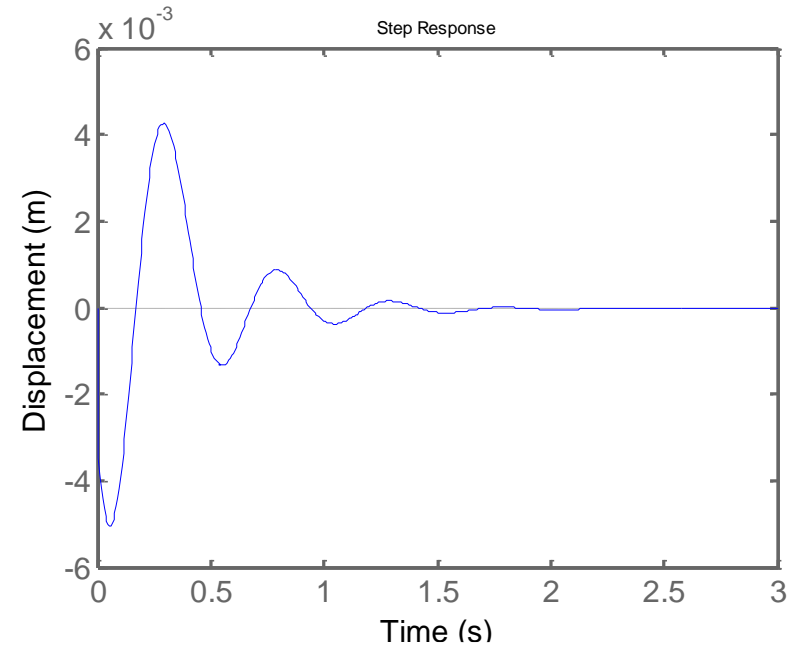


Παράμετροι ελεγκτή PID:

$$K_c=832100$$

$$\tau_I=1.333$$

$$\tau_D=0.25$$



Παράμετροι ελεγκτή PID:

$$K_c=1664200$$

$$\tau_I=1.333$$

$$\tau_D=0.25$$

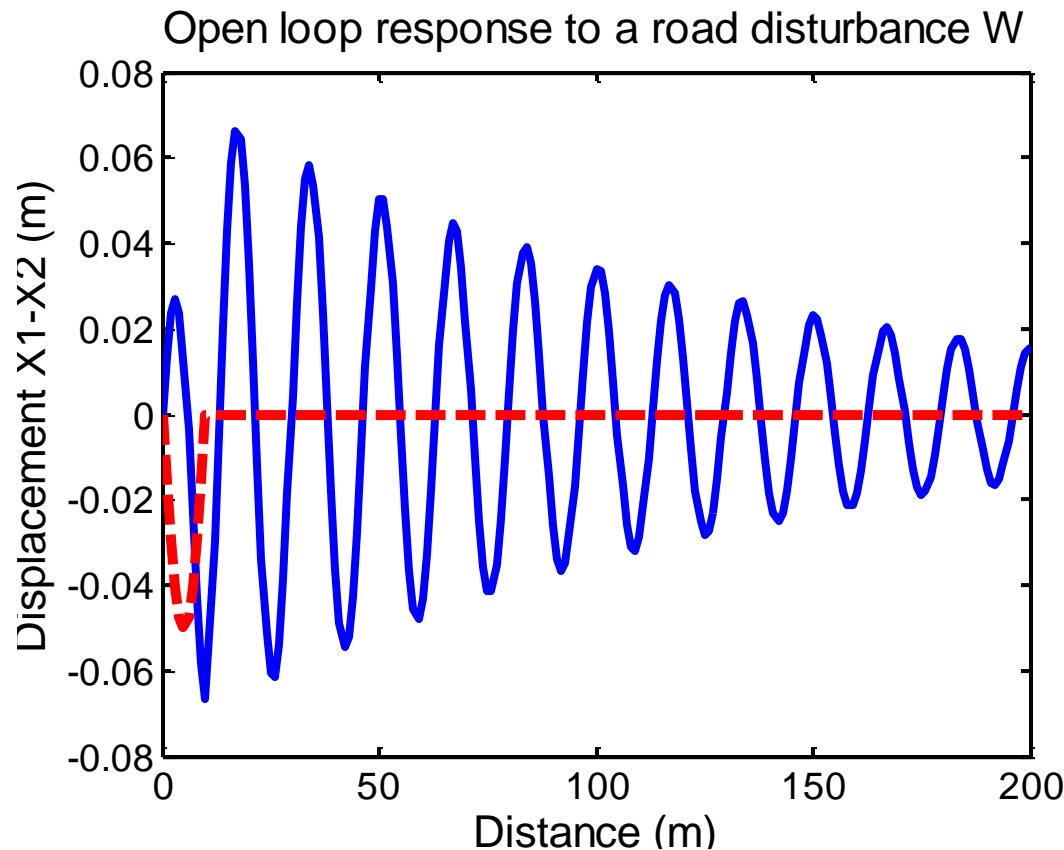


# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

## Απόκριση ανοικτού βρόχου

σε «λακούβα» μέγιστου βάθους 5cm, μήκους 10m με ταχύτητα οχήματος 50 km/hr.

$$w=0.05\sin(\pi s/10), s=[0,10]$$



# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

## Απόκριση κλειστού βρόχου (μετατόπιση)

σε «λακούβα» μέγιστου βάθους  $5\text{cm}$ , μήκους  $10\text{m}$  με ταχύτητα οχήματος  $50\text{ km/hr}$ .

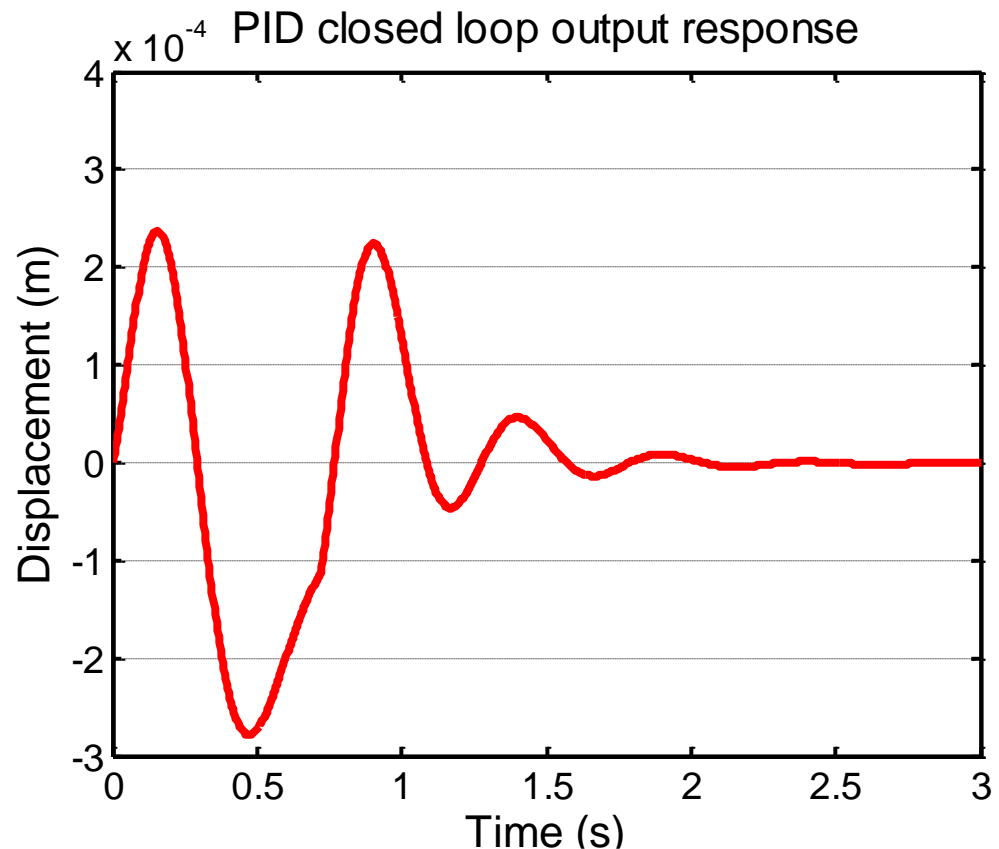
$$w=0.05\sin(\pi s/10), s=[0,10]$$

Παράμετροι ελεγκτή PID:

$$K_c=1664200$$

$$\tau_I=1.333$$

$$\tau_D=0.25$$





# Έλεγχος συστήματος ανάρτησης

## Απόκριση κλειστού βρόχου (ενεργοποιητής)

σε «λακούβα» μέγιστου βάθους  $5\text{cm}$ , μήκους  $10\text{m}$  με ταχύτητα οχήματος  $50\text{ km/hr}$ .

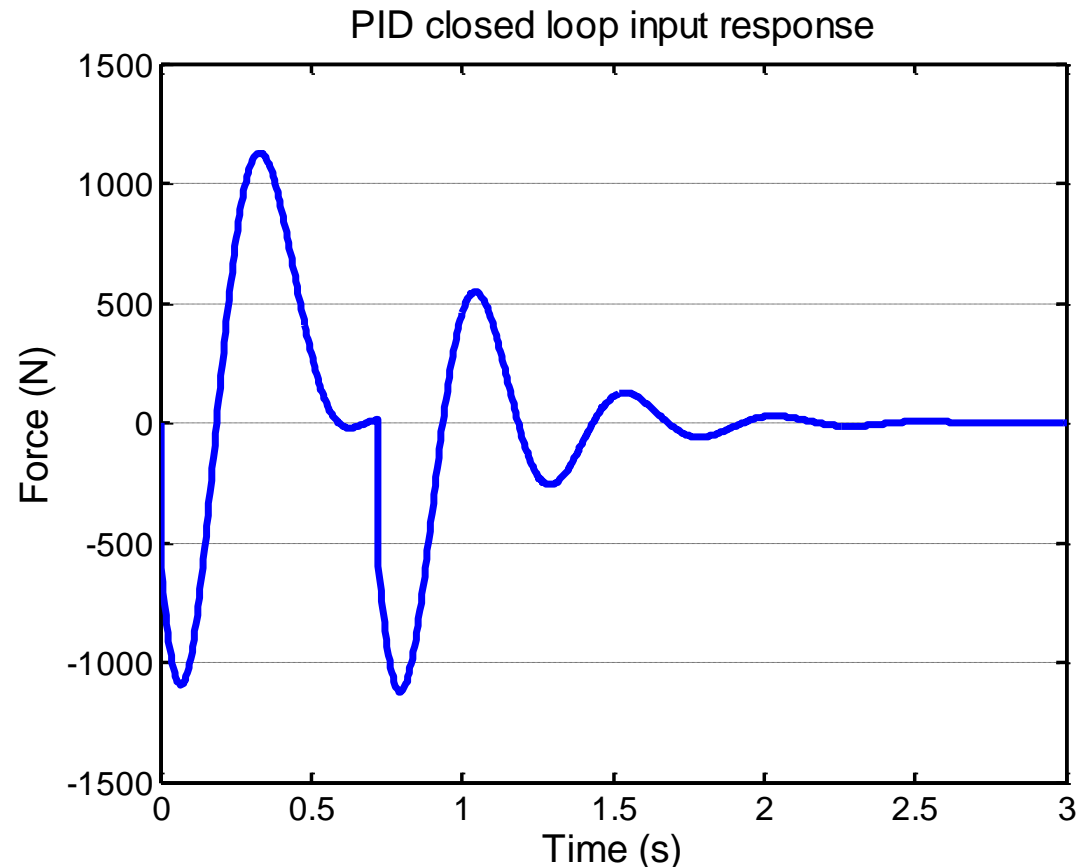
$$w=0.05\sin(\pi s/10), s=[0,10]$$

Παράμετροι ελεγκτή PID:

$$K_c=1664200$$

$$\tau_I=1.333$$

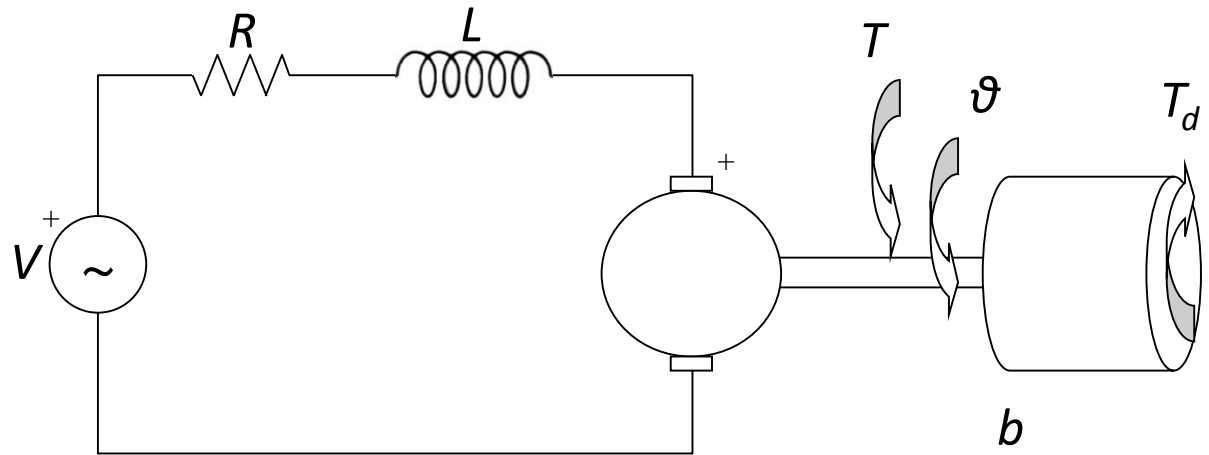
$$\tau_D=0.25$$



# Έλεγχος ταχύτητας κινητήρα DC

Εφαρμογή PID στο σύστημα ηλεκτρικού κινητήρα.

$Y$  = Ταχύτητα  
κινητήρα.  
 $V$  = Τάση πηγής.



**Προδιαγραφές συστήματος κλειστού βρόχου:**

Χρόνος αποκατάστασης  $< 2s$ .

Ποσοστό υπερέψωσης  $< 5\%$ .

Σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση  $< 1\%$ .



# Έλεγχος ταχύτητας κινητήρα DC

Εξισώσεις μοντέλου:  $J\ddot{\vartheta} + b\dot{\vartheta} = Ki$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = V - K\dot{\vartheta}$$

Συνάρτηση μεταφοράς: 
$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + R) + K^2}$$

Ροπή αδράνειας ρότορα:  $J = 0.01 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$ .

Σταθερά απόσβεσης μηχανικού μέρους:  $b = 0.1 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$ .

Σταθερά αντιηλεκτρεγερτικής δύναμης:  $K=K_e=K_t = 0.01 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$ .

Ηλεκτρική αντίσταση:  $R = 1 \ \Omega$ .

Ηλεκτρική αυτεπαγωγή:  $L = 0.5 \text{ H}$ .

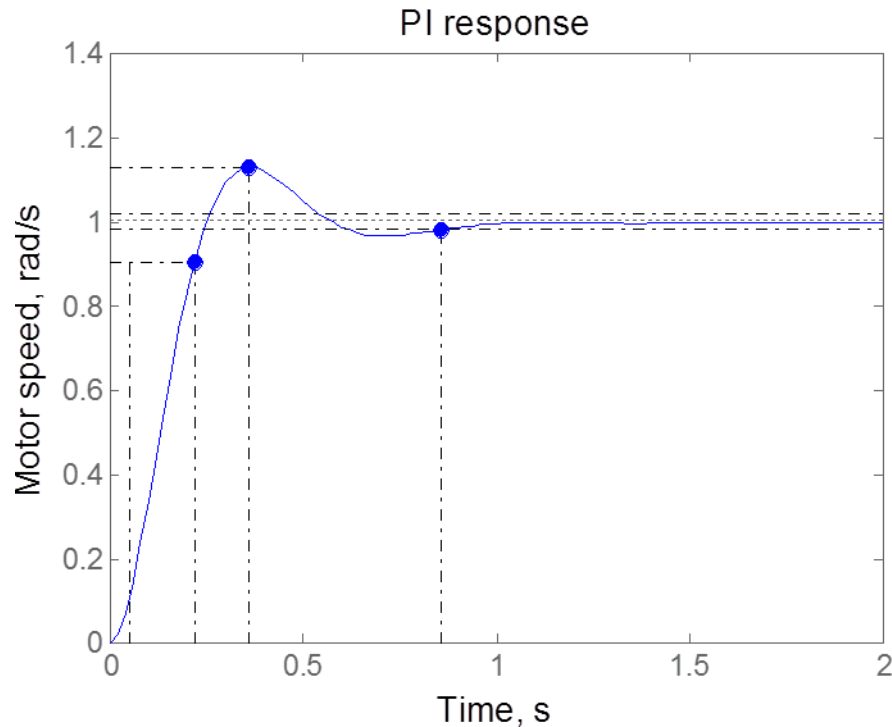
**Είσοδος:**  $V$ : τάση πηγής.

**Έξοδος:**  $\vartheta = Y$ : ταχύτητα κινητήρα.



# Έλεγχος ταχύτητας κινητήρα DC

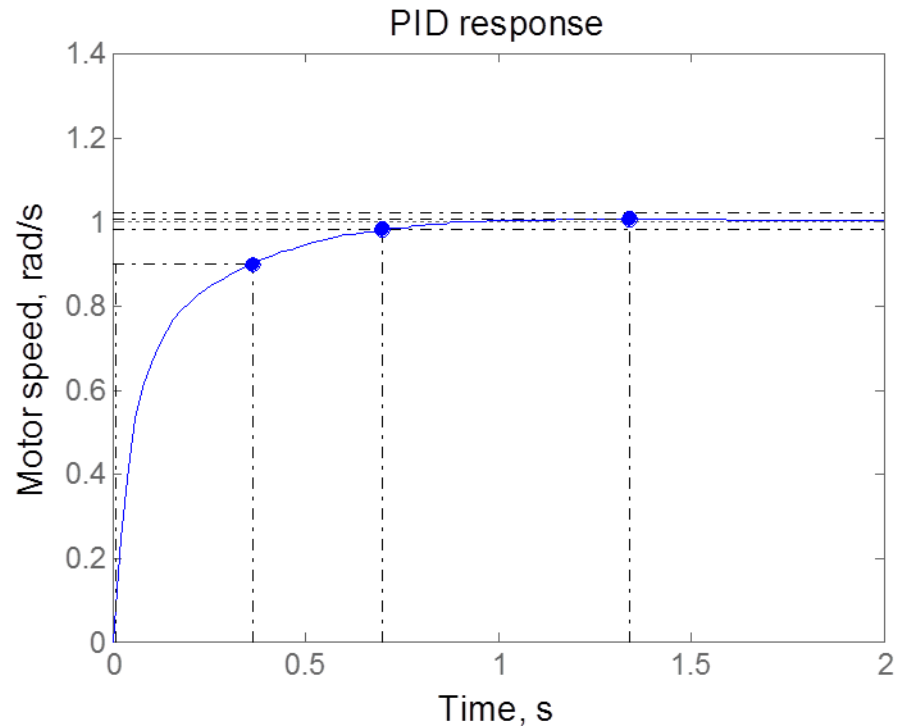
## Απόκριση κλειστού βρόχου



Παράμετροι ελεγκτή:

$$K_c=50$$

$$\tau_I=0.6$$



Παράμετροι ελεγκτή:

$$K_c=60$$

$$\tau_I=0.6$$

$$\tau_D=0.1$$



# Ελεγκτής PID

**Πώς υπολογίζεται η δυναμική απόκριση του κλειστού βρόχου;**

- Σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να γίνει αναλυτικά.
- Στις περισσότερες περιπτώσεις πρέπει να λυθούν οι εξισώσεις αριθμητικά. Σε κάθε χρονικό βήμα πρέπει να ολοκληρώσουμε:
  - Τις διαφορικές εξισώσεις της διεργασίας.
  - Τις διαφορικές εξισώσεις του ελεγκτή.
  - Συνυπολογίζοντας τις πιθανές αλγεβρικές σχέσεις (όρια στις ρυθμίζουσες μεταβλητές).
- Πολλές αριθμητικές μέθοδοι είναι διαθέσιμες.



# Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

- Γνωρίζει τα χαρακτηριστικά της αναλογικής, ολοκληρωτικής και διαφορικής δράσης ενός ελεγκτή PID.
- Εφαρμόζει τον αλγόριθμο του ελεγκτή PID σε απλά δυναμικά συστήματα απλού βρόχου ανάδρασης.





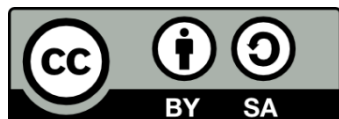
# Αυτόματος Έλεγχος

Ενότητα 7<sup>η</sup>: PID Ελεγκτής – Β. Επιλογή  
παραμέτρων ελεγκτή για δυναμική επίδοση

Παναγιώτης Σεφερλής



Εργαστήριο Δυναμικής Μηχανών  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών



# Επιλογή παραμέτρων PID

## Στόχοι της ενότητας (Μέρος Β)

- Παράθεση στόχων απόκρισης κλειστού βρόχου με τη ρύθμιση του ελεγκτή.
- Εφαρμογή διαδικασίας ρύθμισης χρησιμοποιώντας την απόκριση της διεργασίας και κατάλληλες συσχετίσεις.
- Ακριβής ρύθμιση.





# Επιλογή παραμέτρων PID

## Περίληψη της ενότητας (Μέρος Β)

- Δοκιμή και σφάλμα – γιατί δε συνίσταται.
- Ορισμός προβλήματος ρύθμισης παραμέτρων ελεγκτή.
- Επίλυση και ανάπτυξη συσχετίσεων.  
Ziegler-Nichols, Ciancone-Marlin, καμπύλη απόκρισης.
- Σύνθεση ελεγκτών με βάση την απόκριση κλειστού βρόχου.
- Επιλογή παραμέτρων με βελτιστοποίηση δυναμικής απόκρισης.
- Εφαρμογή συσχετίσεων σε παραδείγματα.
- Ακριβής ρύθμιση.



# Επιλογή παραμέτρων PID

Πώς εφαρμόζεται η ίδια εξίσωση σε διαφορετικές διεργασίες;  
Πώς επιτυγχάνεται η επιθυμητή δυναμική απόδοση;

## ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΕΛΕΓΚΤΗ

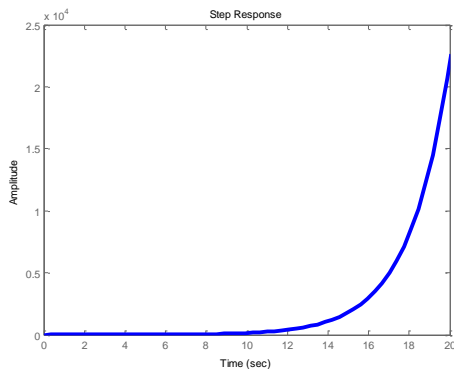
$$U(t) = K_c \left[ E(t) + \tau_I \int_0^t E(t') dt' - \tau_d \frac{dY}{dt} \right] + I$$

Οι παράμετροι ρυθμίζονται ανάλογα με τη διεργασία για να επηρεασθεί η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος κλειστού βρόχου.

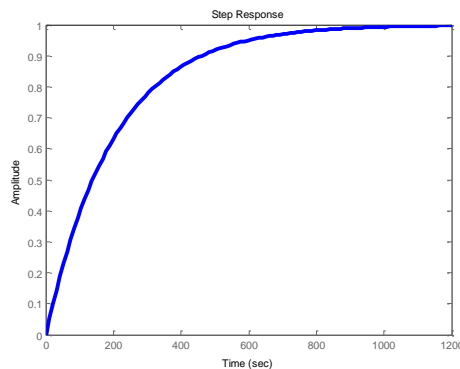


# Επιλογή παραμέτρων PID

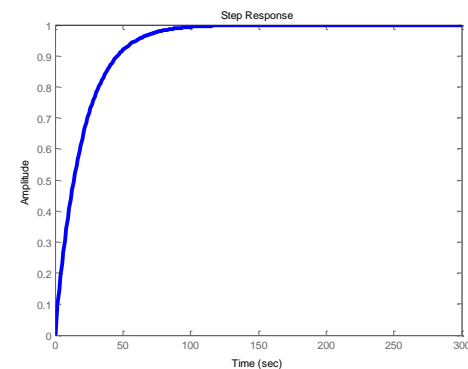
Υπάρχει απλούστερος τρόπος από τη δοκιμή και σφάλμα;



**Δοκιμή 1:** ασταθής, ζημιά 35000 € .



**Δοκιμή 2:** πολύ αργή, ζημιά 5000 € .



**Δοκιμή n:** Ικανοποιητική, αλλά μετά από πολλές προσπάθειες και υψηλό κόστος.



# Επιλογή παραμέτρων PID

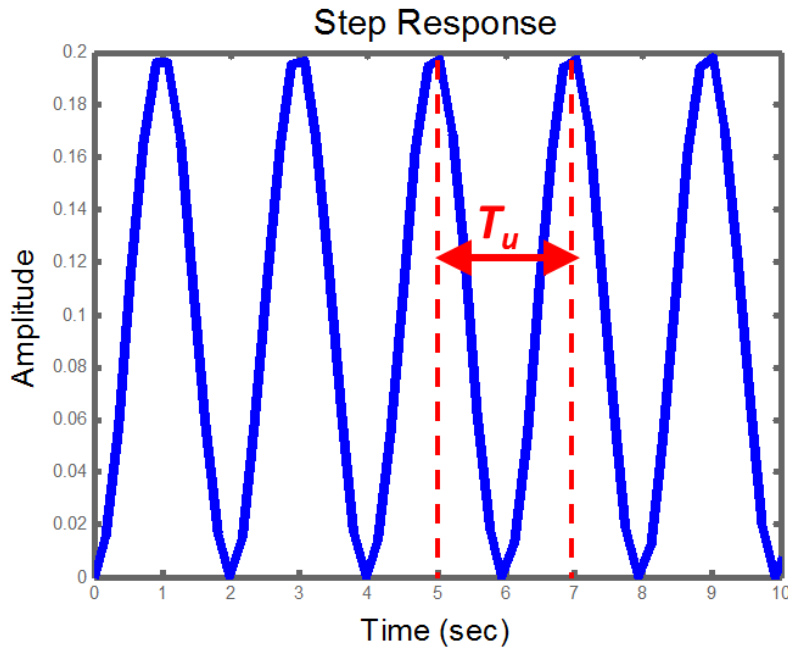
## Μέθοδος Ziegler-Nichols

*Trans ASME, v. 64, p. 759, 1942*

- Διατηρείται μόνο ο αναλογικός όρος του ελεγκτή (δηλαδή μηδενίζεται ο ολοκληρωτικός και ο διαφορικός όρος).
- Επιβάλλεται μια μικρή βηματική μεταβολή στο σημείο αναφοράς.
- Απορυθμίζεται ο ελεγκτής, αυξάνοντας σταδιακά το αναλογικό κέρδος,  $K_c$ , μέχρι να επιτευχθεί οριακή ταλάντωση σταθερού εύρους για τη ρυθμιζόμενη μεταβλητή για το οριακό κέρδος  $K_c = K_{cu}$  (**ultimate gain**).
- Μετράται η οριακή περίοδος της ταλάντωσης  $T_u$  (**ultimate period**).
- Ορίζεται ως επιθυμητή απόκριση ένας λόγος απόσβεσης των ταλαντώσεων ίσος με  $1/4$ .



# Επιλογή παραμέτρων PID: Ziegler – Nichols



	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P	$K_{cu}/2$	-	-
PI	$K_{cu}/2.2$	$T_u/1.2$	-
PID*	$K_{cu}/1.7$	$T_u/2$	$T_u/8$

Σχόλια:

- $K_c$  μικρότερο στον PI λόγω καθυστέρησης φάσης από ολοκληρωτικό όρο.
- $K_c$  μεγαλύτερο στον PID λόγω προήγησης φάσης από διαφορικό όρο.

$$G_{PID}^*(s) = K'_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau'_I s} \right] \left[ \frac{\tau'_D s + 1}{a \tau'_D s + 1} \right] \quad G_{PID}(s) = K_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \frac{\tau_D s}{a \tau_D s + 1} \right]$$

$$K_c = K'_c \left( 1 + \tau'_D / \tau'_I \right), \tau_I = \tau'_I + \tau'_D, \tau_D = \tau'_I \tau'_D / \left( \tau'_I + \tau'_D \right)$$

# Επιλογή παραμέτρων PID: Tyreus-Luyben

Tyreus and Luyben (*Ind. & Eng. Chem. Research*, 31, p 2625, 1992)

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
PI	$0.31K_{cu}$	$2.2T_u$	-
PID	$0.45K_{cu}$	$2.2T_u$	$T_u/6.3$



# Επιλογή παραμέτρων PID: Ziegler – Nichols

Χαρακτηριστική εξίσωση συστήματος:

$$0.387s^5 + 3.272s^4 + 7.859s^3 + (6.043 + 1.205K_c\tau_D)s^2 + (0.617 + 1.205K_c)s + 1.205\frac{K_c}{\tau_I} = 0$$

Θέτουμε  $1/\tau_I=0$  και  $\tau_D=0$ :  $0.387s^4 + 3.272s^3 + 7.859s^2 + 6.043s + 0.617 + 1.205K_c = 0$

Για τον υπολογισμό του “απόλυτου κέρδους” θέτουμε  $s=j\omega$  και  $K_c=K_{cu}$

Από την εξίσωση του πραγματικού και μιγαδικού μέρους με το μηδέν λαμβάνουμε

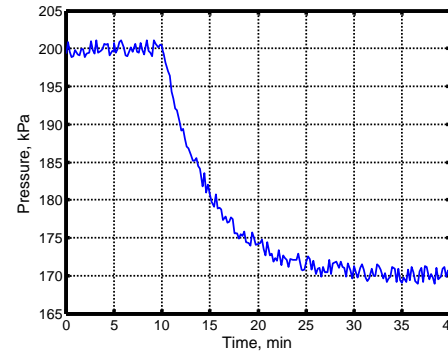
$$\omega_u=1.359 \text{ rad/s}, K_{cu}=10.44, T_u=2\pi/\omega_u$$

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
PID	6.14	2.31	0.58



# Επιλογή παραμέτρων PID

Προσδιορισμός μοντέλου διεργασίας από πειραματικά δεδομένα.



Ορισμός προβλήματος επιλογής παραμέτρων ελεγκτή

1. Δυναμική διεργασίας.
2. Μετρούμενη μεταβλητή.
3. Σφάλμα μοντέλου.
4. Εξαναγκασμένη διέγερση.
5. Τύπος ελεγκτή.
6. Δείκτες δυναμικής επίδοσης.



Εφαρμογή ελεγκτή.



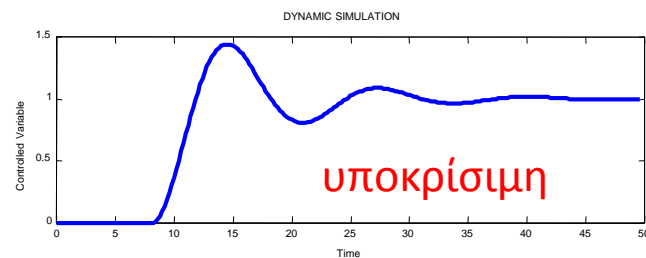
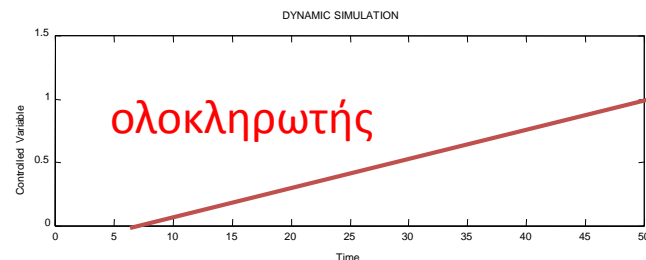
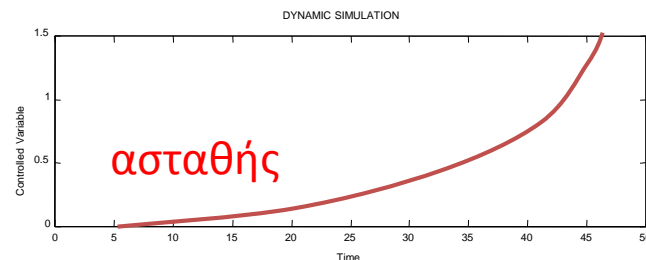
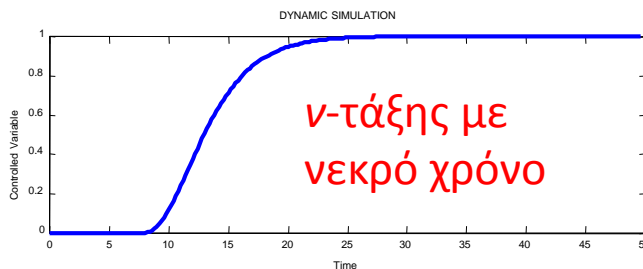
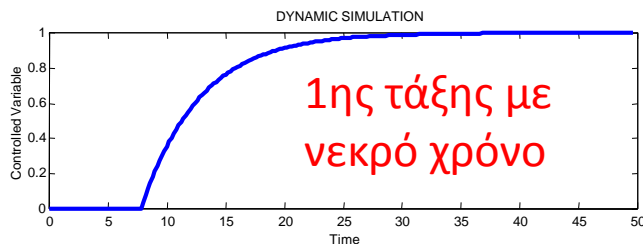


# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Ο ελεγκτής PID λειτουργεί επιτυχώς για μια μεγάλη ομάδα διεργασιών ανάδρασης.



Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995

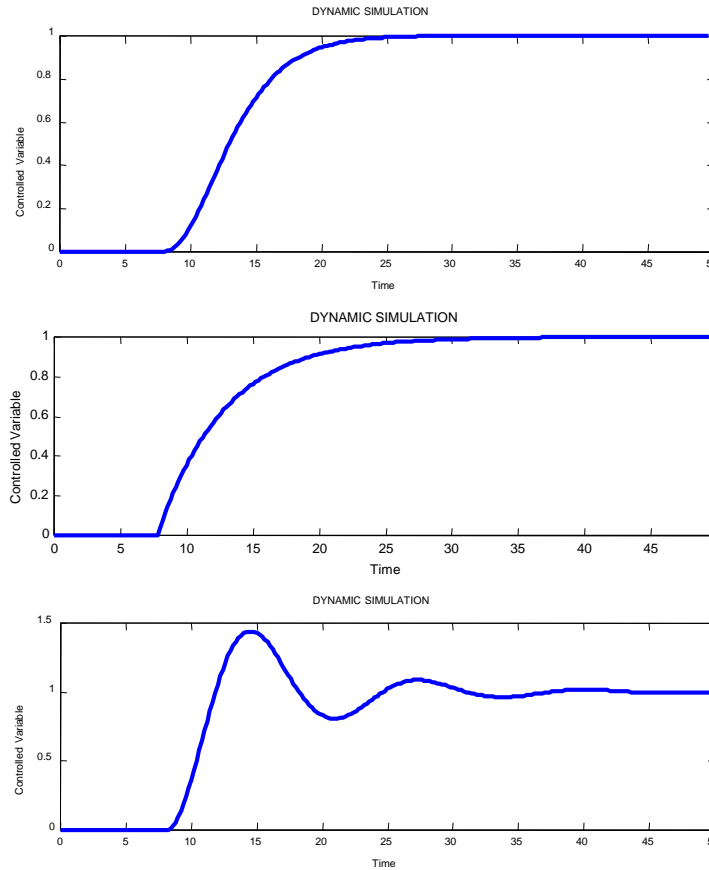


# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995



Αναπτύσσονται συσχετίσεις επιλογής παραμέτρων για αυτές τις δυναμικές.

- Πιο συχνά εμφανιζόμενες.
- Παλινδρόμηση μοντέλου με βάση την καμπύλη απόκρισης.
- Λοιπές διεργασίες χρειάζονται ίσως περισσότερες προσπάθειες.



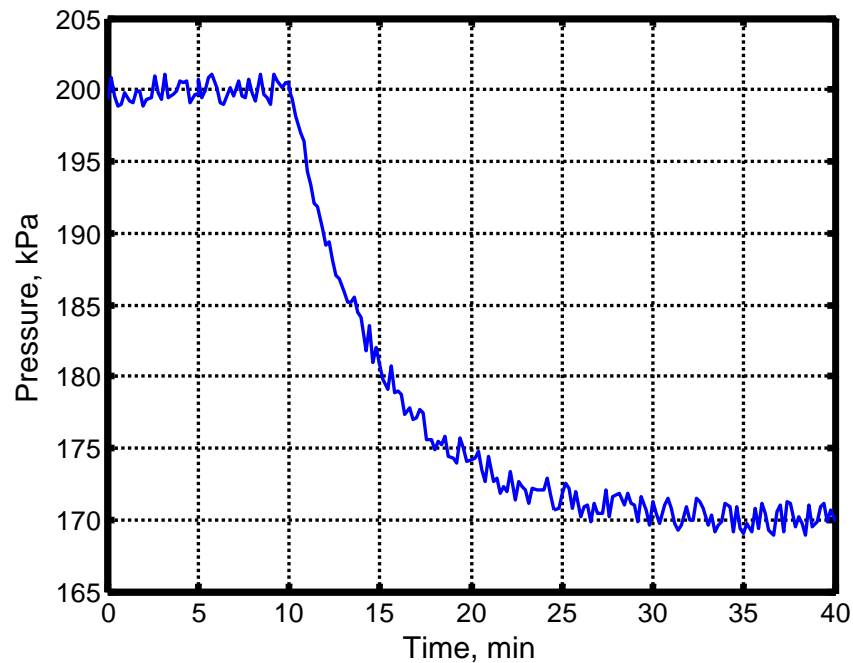
# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995

**Πραγματική κατάσταση:** Η μετρούμενη μεταβλητή περιλαμβάνει το θόρυβο του αισθητήρα και την επίδραση διαταραχών υψηλής συχνότητας.



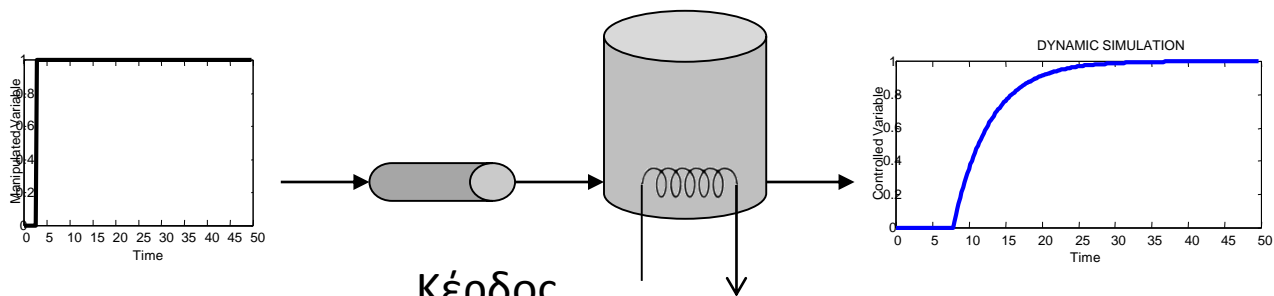
# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*, McGraw-Hill, 1995

**Πραγματική κατάσταση:** Το μοντέλο δεν αντιπροσωπεύει τη διεργασία ακριβώς. Θεωρείται ότι το μοντέλο έχει  $\pm 25\%$  σφάλμα στο κέρδος, τη σταθερά χρόνου και το νεκρό χρόνο. **Παράδειγμα:**



Κέρδος

1.5 – 2.5

Νεκρός χρόνος

3.75 – 6.25

$$G_P(s) = \frac{CV(s)}{MV(s)} = \frac{2.0e^{-5s}}{10s + 1}$$

Σταθερά χρόνου

7.5 – 12.5



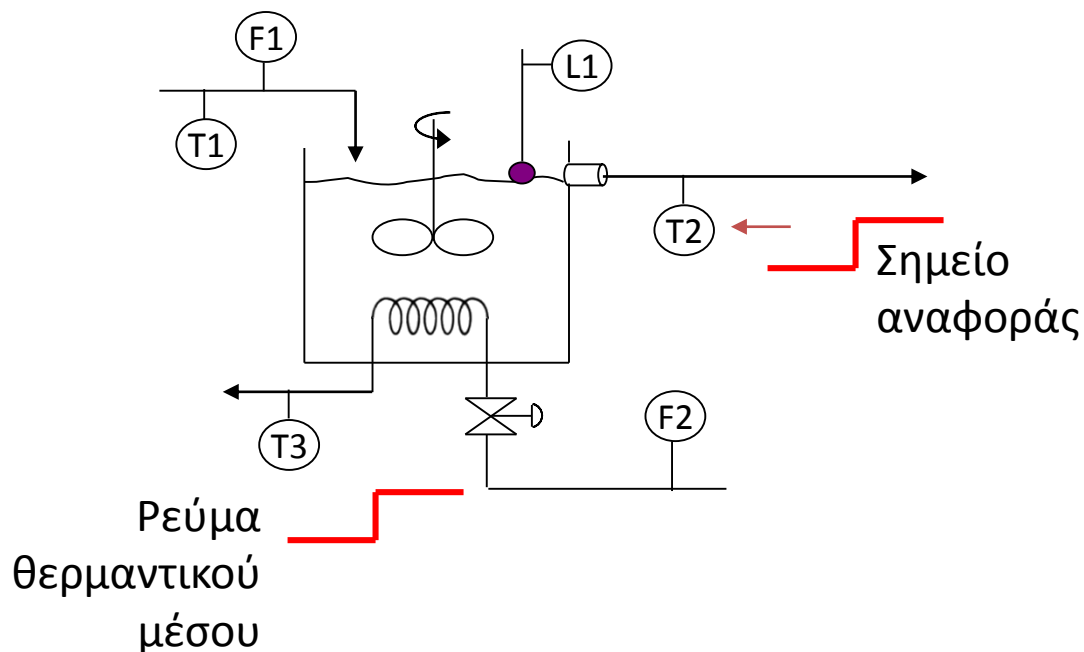
# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995

**Πραγματική κατάσταση:** Δυο τύποι σήματος εισόδου χρησιμοποιούνται, βηματικές μεταβολές στο σημείο αναφοράς και στη διαταραχή.

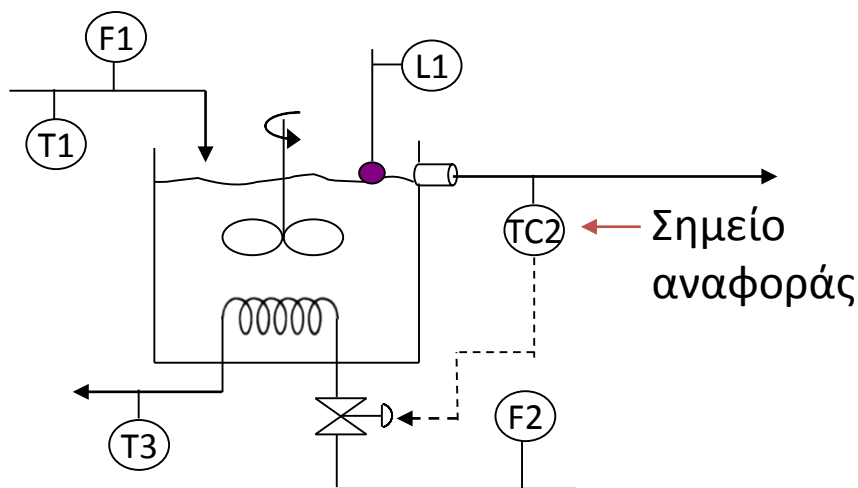


# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Πραγματική κατάσταση: Χρησιμοποιούμε τον ελεγκτή PID που ενδείκνυται για κάθε απλό βρόχο (1-PM, 1-XM).



Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995

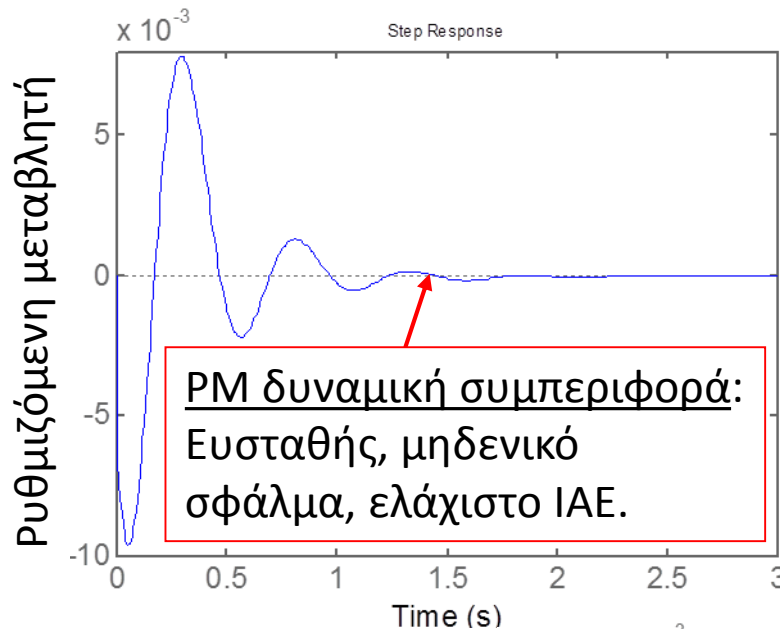


# Επιλογή παραμέτρων PID

## Ορισμός προβλήματος

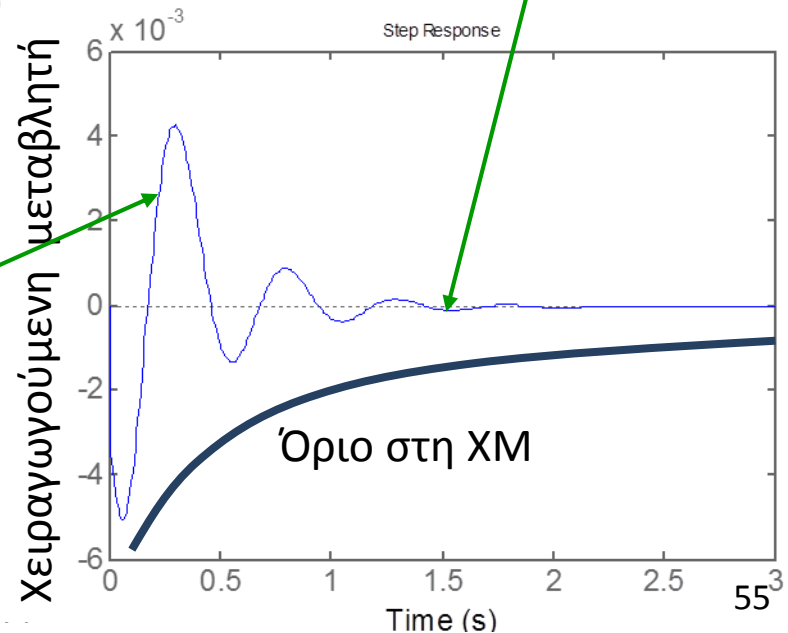
1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995



XM δυναμική συμπεριφορά:  
ταλαντώσεις και μικρές διακυμάνσεις λόγω σφάλματος (ΙΑΕ, ΙΣΕ).

Οι XM μπορούν να είναι πιο απότομες στο πρώτο στάδιο της απόκρισης.



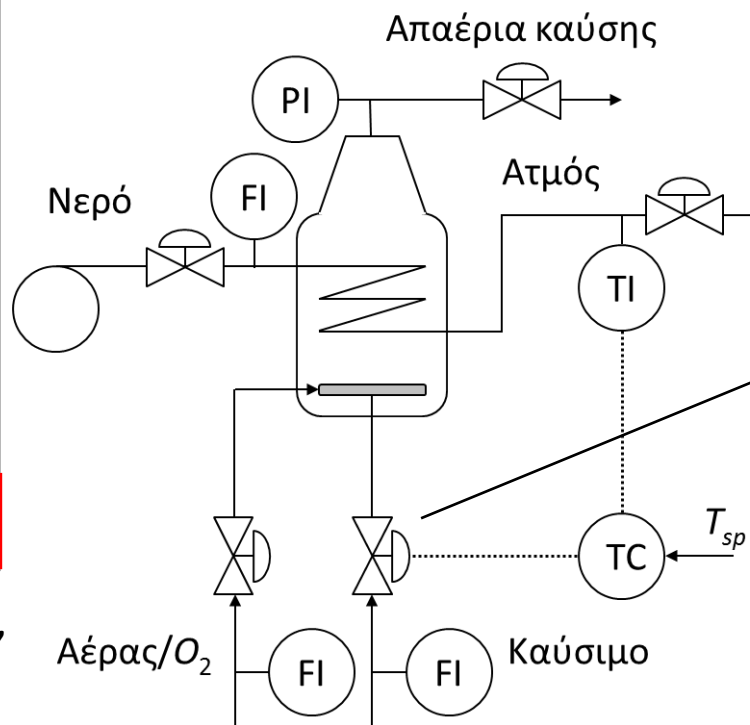
# Επιλογή παραμέτρων PID

Ορισμός προβλήματος

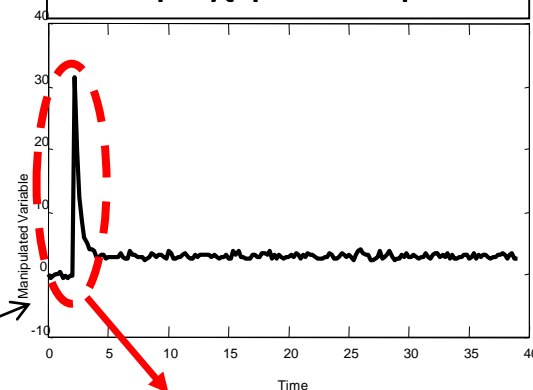
1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995

Ο κύριος στόχος είναι η διατήρηση της PM κοντά στο σημείο αναφοράς. Ωστόσο επιβάλλεται και η τήρηση στόχων για τη ΧΜ.



Παροχή καυσίμου



Μεγάλη, ταχεία μεταβολή στην παροχή του καυσίμου μπορεί να δημιουργήσει υπερβολική θερμική τάση στους σωλήνες και τα υλικά του καυστήρα.

Αυτόματος Έλεγχος

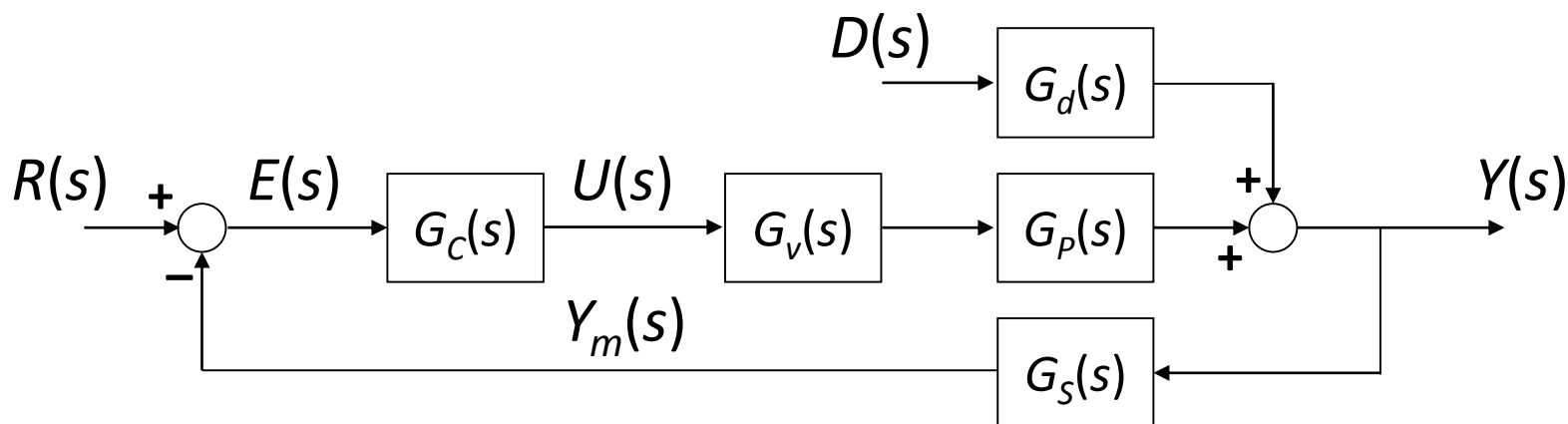
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών





# Επιλογή παραμέτρων PID

## Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

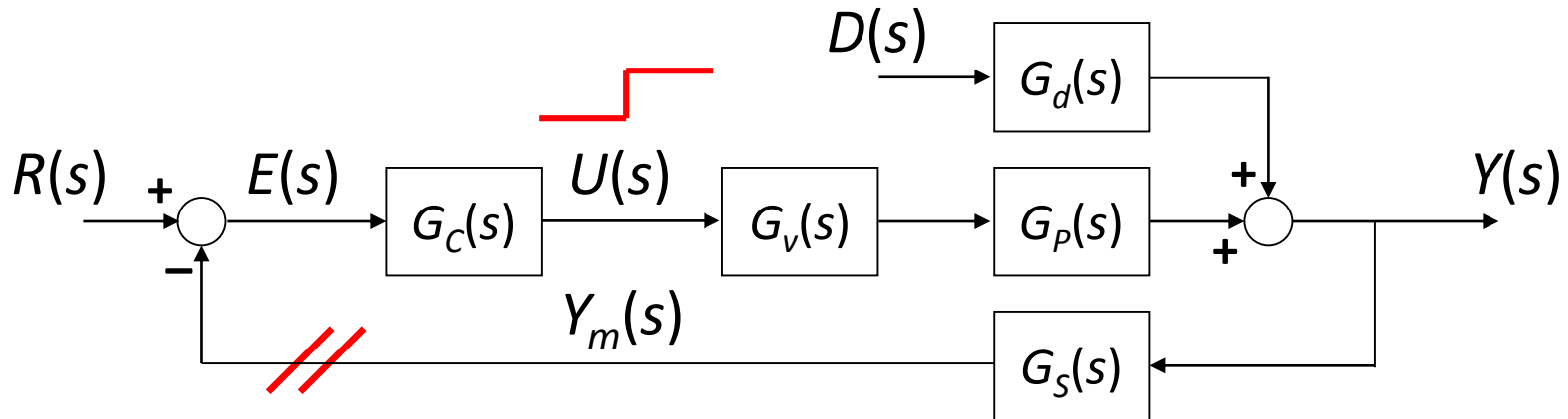


$$G(s) = \frac{Ke^{-\vartheta s}}{\tau s + 1}$$
$$G(s) = \frac{Ke^{-\vartheta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$
$$G(s) = \frac{Ke^{-\vartheta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

Η διεργασία  $G(s) = G_V(s)G_P(s)G_S(s)$  χαρακτηρίζεται από ένα μοντέλο 1ης ή 2ης τάξης με νεκρό χρόνο.



# Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης



- Τίθεται το σύστημα σε χειροκίνητο έλεγχο (ανοικτός βρόχος).
- Εφαρμόζεται μια βηματική μεταβολή στο σήμα του ενεργοποιητή, αρκετά μεγάλη ώστε να γίνει αισθητή στην έξοδο του συστήματος αλλά όχι να προκαλέσει την εμφάνιση μη γραμμικών φαινομένων.
- Καταγράφεται η καμπύλη απόκρισης της μεταβλητής εξόδου.
- Προσεγγίζεται η καμπύλη απόκρισης με μία συνάρτηση 1ης τάξης με νεκρό χρόνο.

$$C(s) = \frac{Ke^{-\vartheta s}}{(\tau s + 1)} \frac{\Delta m}{s}$$

$$C(t) = K\Delta m u(t - q) \left( 1 - e^{-(t - \vartheta)/\tau} \right)$$

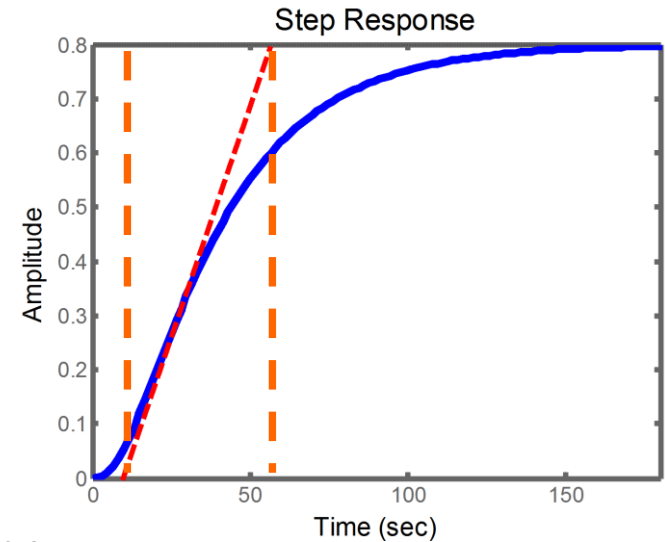


# Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

$$G(s) = \frac{1}{(10s+1)} \frac{50}{(30s+1)} \frac{0.016}{(3s+1)} \approx \frac{Ke^{-\vartheta s}}{(\tau s + 1)}$$

$$G_A(s) \approx \frac{0.8e^{-7.2s}}{(54.3s+1)}$$

$$G_B(s) \approx \frac{0.8e^{-7.2s}}{(37.1s+1)}$$



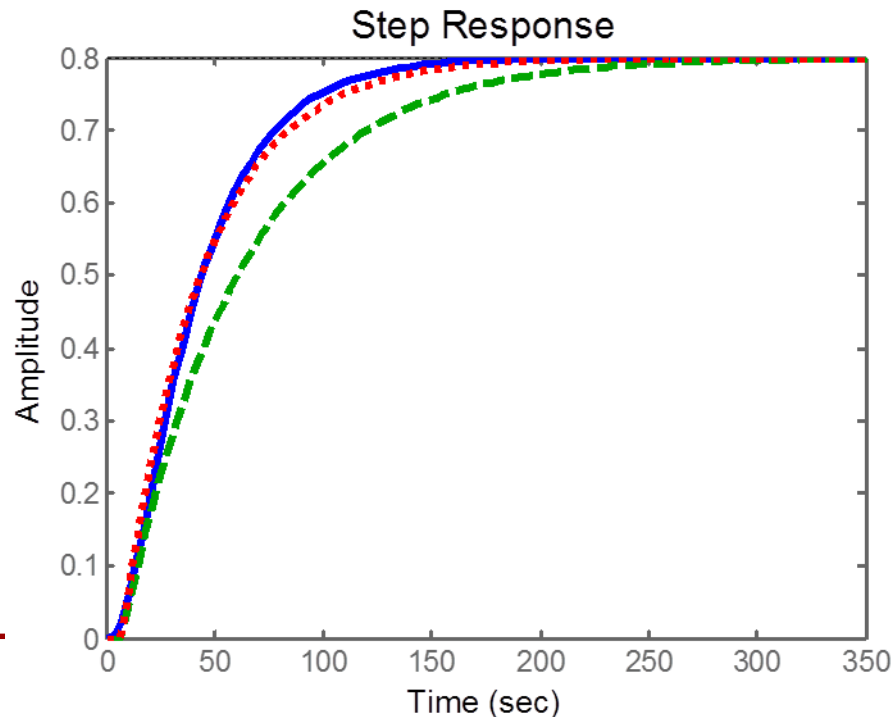
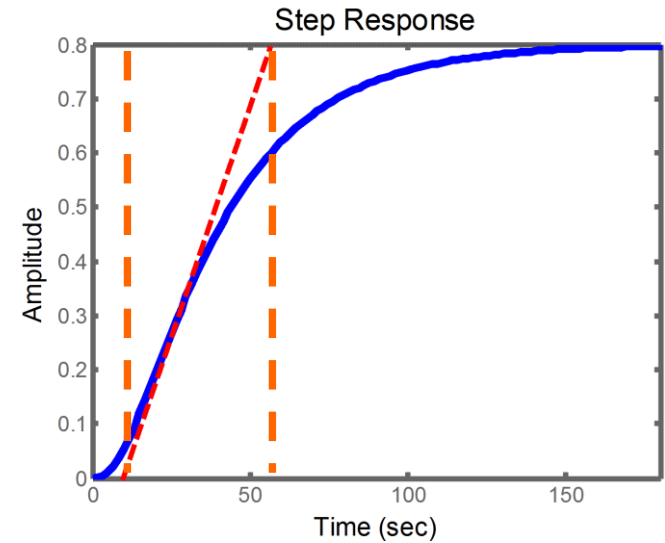
- Φέρεται την εφαπτόμενη από το σημείο μέγιστης κλίσης της σιγμοειδούς καμπύλης απόκρισης.
- Η τομή της εφαπτομένης με τον άξονα του χρόνου προσδιορίζει προσεγγιστικά το νεκρό χρόνο,  $\vartheta$ .
- Η ασύμπτωτος στην καμπύλη απόκρισης για  $t \rightarrow \infty$  χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του κέρδους  $K = \Delta Y_m / \Delta U$ .
- Προσεγγίζεται η σταθερά χρόνου από το χρόνο που η απόκριση χρειάζεται για να φθάσει το 63.2% της τελικής τιμής (αφαιρούμε την καθυστέρηση χρόνου).
- Εναλλακτικά υπολογίζεται από το σημείο τομής της καθέτου από το σημείο τομής της εφαπτομένης με την τελική τιμή της διεργασίας με τον οριζόντιο άξονα.

# Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

$$G(s) = \frac{1}{(10s+1)(30s+1)(3s+1)} \approx \frac{Ke^{-\vartheta s}}{(\tau s+1)}$$

$$G_A(s) \approx \frac{0.8e^{-7.2s}}{(54.3s+1)}$$

$$G_B(s) \approx \frac{0.8e^{-7.2s}}{(37.1s+1)}$$



# Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

Εμπειρικές συσχετίσεις με βάση καμπύλη απόκρισης 1ης τάξης με νεκρό χρόνο

- Ziegler-Nichols, Κριτήριο  $\frac{1}{4}$  λόγος απόσβεσης ταλαντώσεων.

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P	$(\tau/\vartheta)/K$	-	-
PI	$0.9(\tau/\vartheta)/K$	$3.33\vartheta$	-
PID	$1.2(\tau/\vartheta)/K$	$2.0\vartheta$	$1.2\vartheta$

- Cohen-Coon, Κριτήριο  $\frac{1}{4}$  λόγος απόσβεσης ταλαντώσεων.

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P	$(\tau/\vartheta)(1+\vartheta/3\tau)/K$	-	-
PI	$(\tau/\vartheta)(0.9+\vartheta/12\tau)/K$	$\vartheta(30+3\vartheta/\tau)/(9+20\vartheta/\tau)$	-
PID	$(\tau/\vartheta)(16\tau+3\vartheta)/(12K\tau)$	$\vartheta(32+6\vartheta/\tau)/(13+8\vartheta/\tau)$	$4\vartheta/(11+2\vartheta/\tau)$



# Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

Εμπειρικές συσχετίσεις με βάση καμπύλη απόκρισης 1ης τάξης με νεκρό χρόνο

- Ελαχιστοποίηση δείκτη ISE – για μεταβολές στις διαταραχές.

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
P	$0.902(\vartheta/\tau)^{-0.985}/K$	-	-
PI	$0.984(\vartheta/\tau)^{-0.986}/K$	$\tau(\vartheta/\tau)^{0.707}/0.608$	-
PID	$1.435(\vartheta/\tau)^{-0.921}/K$	$\tau(\vartheta/\tau)^{0.749}/0.878$	$0.482\tau(\vartheta/\tau)^{1.137}$

- Ελαχιστοποίηση δείκτη ISE – για μεταβολές του σημείου αναφοράς.

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
PI	$0.758(\vartheta/\tau)^{-0.861}/K$	$\tau/[1.02-0.323(\vartheta/\tau)]$	-
PID	$1.086(\vartheta/\tau)^{-0.869}/K$	$\tau/[0.740-0.130(\vartheta/\tau)]$	$0.348\tau(\vartheta/\tau)^{0.914}$



# Συστήματα 2ης τάξης + νεκρό χρόνο

$$G(s) = \frac{K_p e^{-\vartheta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
IMC-Chien	$\frac{2\zeta\tau}{K_p(\lambda + \vartheta)}$	$2\zeta\tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
IMC-Mac	$\frac{2\zeta\tau}{K_p(\lambda + \vartheta)}$	$2\zeta\tau - \frac{(2\lambda^2 - \vartheta^2)}{2(2\lambda + \vartheta)}$	$\tau_I - 2\tau + \left[ \tau^2 - \frac{\vartheta^3}{6(2\lambda + \vartheta)} \right] / \tau_I$

$$\lambda = \max(0.25\vartheta, 0.2\tau)$$

Panda et al, *ISA Trans*, v. 43, p. 283, 2004



# Μέθοδος Καμπύλης Απόκρισης

## Παρατηρήσεις:

- Η  $K_c$  επιλέγεται αντιστρόφως ανάλογη του κέρδους του ανοικτού βρόχου  $K_p K_v K_s$ .
- Η  $K_c$  ελαττώνεται με την αύξηση του  $\vartheta/\tau$ .
- Οι  $\tau_I$  και  $\tau_D$  αυξάνονται καθώς ο λόγος  $\vartheta/\tau$  αυξάνεται (συνήθως έχουμε  $\tau_D = 0.25\tau_I$ ).
- Μείωση της  $K_c$  αν αυξηθεί η ολοκληρωτική δράση (αποφυγή αστάθειας).
- Αύξηση της  $K_c$  αν αυξηθεί η διαφορική δράση (καθώς η διαφορική δράση βελτιώνει το περιθώριο ευστάθειας).
- Για μείωση των ταλαντώσεων μειώνουμε την  $K_c$  και αυξάνουμε την  $\tau_I$ .
- Συσχετίσεις για άλλα κριτήρια απόδοσης (ελαχιστοποίηση IAE, ISE, ITAE).





# Επιλογή παραμέτρων PID: Ciancone – Marlin

## Ορισμός προβλήματος

1. Δυναμική διεργασίας
2. Μετρούμενη μεταβλητή
3. Σφάλμα μοντέλου
4. Εξαναγκασμένη είσοδος
5. Ελεγκτής
6. Δείκτες απόδοσης

Marlin TE, *Process Control*,  
McGraw-Hill, 1995

## Κατάστροφη συσχετίσεων

- Μοντέλο διεργασίας: 1ης τάξης με νεκρό χρόνο.
- Θορυβώδες σήμα μέτρησης.
- $\pm 25\%$  σφάλμα μεταξύ μοντέλου διεργασίας.
- Ελεγκτής PID: προσδιορισμός  $K_c$ ,  $\tau_I$ ,  $\tau_d$ .
- Ελαχιστοποίηση IAE σε PM με ΧΜ εντός ορίων.

Επίτευξη στόχων με ρύθμιση των  $K_c$ ,  $\tau_I$  και  $\tau_D$ .

Η ρύθμιση του ελεγκτή δεν είναι η **βέλτιστη** για μια συγκεκριμένη περίπτωση, αλλά είναι η βέλτιστη για μια ομάδα πιθανών δυναμικών συμπεριφορών. Ενισχύει τη **σθεναρότητα του ελεγκτή**.



# Μέθοδος Ciancone – Marlin

Η επίλυση κάθε προβλήματος θα οδηγούσε σε χρονοβόρα διαδικασία. Οι Ciancone και Marlin δημιούργησαν συσχετίσεις με αδιάστατες μεταβλητές.

## Μέθοδος Ciancone-Marlin

Ανεξάρτητη μεταβλητή

$$\frac{CV(s)}{MV(s)} = \frac{K_c K_p \left( 1 + \frac{1}{s' \frac{T_I}{\vartheta + \tau}} + s' \frac{T_d}{\vartheta + \tau} \right) \begin{pmatrix} e^{-s \frac{\vartheta}{\vartheta + \tau}} \\ 1 + s' \frac{\tau}{\vartheta + \tau} \end{pmatrix}}{1 + K_c K_p \left( 1 + \frac{1}{s' \frac{T_I}{\vartheta + \tau}} + s' \frac{T_d}{\vartheta + \tau} \right) \begin{pmatrix} e^{-s' \frac{\vartheta}{\vartheta + \tau}} \\ 1 + s' \frac{\tau}{\vartheta + \tau} \end{pmatrix}}$$

Παράμετροι ελεγκτή  
σε αδιάστατη μορφή

Αυτόματος Έλεγχος

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

# Επιλογή παραμέτρων PID: Ciancone – Marlin

Γραφήματα για PID ελεγκτές

Μεταβολή στη διαταραχή

$\vartheta/(\vartheta+\tau)$	$K_c K_p$	$\tau_i/(\vartheta+\tau)$	$\tau_D/(\vartheta+\tau)$
0.1	1.2	0.24	0.00
0.2	2.0	0.52	0.00
0.3	1.2	0.68	0.01
0.4	1.0	0.66	0.07
0.5	0.8	0.62	0.10
0.6	0.7	0.60	0.12
0.7	0.5	0.56	0.14
0.8	0.45	0.52	0.22
0.9	0.35	0.48	0.15
1.0	0.3	0.45	0.05

Μεταβολή στο σημείο αναφοράς

$\vartheta/(\vartheta+\tau)$	$K_c K_p$	$\tau_i/(\vartheta+\tau)$	$\tau_D/(\vartheta+\tau)$
0.1	1.5	0.73	0.005
0.2	1.4	0.95	0.01
0.3	1.0	0.82	0.055
0.4	0.8	0.75	0.075
0.5	0.7	0.68	0.085
0.6	0.6	0.62	0.12
0.7	0.5	0.55	0.16
0.8	0.45	0.52	0.23
0.9	0.3	0.50	0.14
1.0	0.3	0.47	0.05

Marlin TE, *Process Control*, McGraw-Hill, 1995

Τα γραφήματα συνοψίζουν ένα μεγάλο αριθμό περιπτώσεων  
(Οι τιμές στους πίνακες είναι κατά εκτίμηση από τα αντίστοιχα διαγράμματα).



# Επιλογή παραμέτρων PID: Ciancone – Marlin

Γραφήματα για **PI** ελεγκτές

## Μεταβολή στη διαταραχή

$\vartheta/(\vartheta+\tau)$	$K_c K_p$	$\tau_i/(\vartheta+\tau)$
0.1	1.0	0.22
0.2	1.8	0.52
0.3	1.0	0.72
0.4	0.9	0.70
0.5	0.8	0.65
0.6	0.6	0.62
0.7	0.5	0.58
0.8	0.45	0.52
0.9	0.4	0.50
1.0	0.3	0.48

## Μεταβολή στο σημείο αναφοράς

$\vartheta/(\vartheta+\tau)$	$K_c K_p$	$\tau_i/(\vartheta+\tau)$
0.1	1.8	0.73
0.2	1.2	0.95
0.3	1.0	0.85
0.4	0.8	0.80
0.5	0.8	0.74
0.6	0.75	0.65
0.7	0.7	0.55
0.8	0.65	0.52
0.9	0.6	0.51
1.0	0.55	0.48

Marlin TE, *Process Control*, McGraw-Hill, 1995

Τα γραφήματα συνοψίζουν ένα μεγάλο αριθμό περιπτώσεων  
(Οι τιμές στους πίνακες είναι κατά εκτίμηση από τα αντίστοιχα διαγράμματα).



# Επιλογή παραμέτρων PID

Ακριβής Ρύθμιση: Οι μέθοδοι που παρουσιάστηκαν δίνουν τιμές για τις παραμέτρους του PID με αρκετά ικανοποιητική δυναμική επίδοση. Ωστόσο, καθώς οι συσχετίσεις προέρχονται από γενικευμένες μεθόδους χρειάζεται η προσαρμογή των παραμέτρων στην επιμέρους διεργασία και στην παρούσα επίδοση του βρόχου.

- Μερικοί βρόχοι έχουν διαφορετικά κριτήρια απόδοσης.
- Μερικοί βρόχοι μπορεί να έχουν διαφορετική δυναμική από σύστημα 1<sup>ης</sup> τάξης με νεκρό χρόνο.
- Η απόκριση του συστήματος μπορεί να έχει σφάλματα λόγω διαταραχής κατά τη διάρκεια του πειράματος.
- Η δυναμική του συστήματος μπορεί να αλλάξει με αλλαγή στο σημείο λειτουργίας.



# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = T(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

**Βήμα 1ο:** Ορίζεται η επιθυμητή απόκριση του κλειστού βρόχου.

$$\left( \frac{Y(s)}{R(s)} \right)_g = T_g(s)$$

**Βήμα 2ο:** Προσδιορίζεται το μοντέλο της διεργασίας.

$$G(s) = G_v(s)G_p(s)G_s(s)$$

**Βήμα 3ο:** Λύνεται ως προς  $G_c(s)$ .

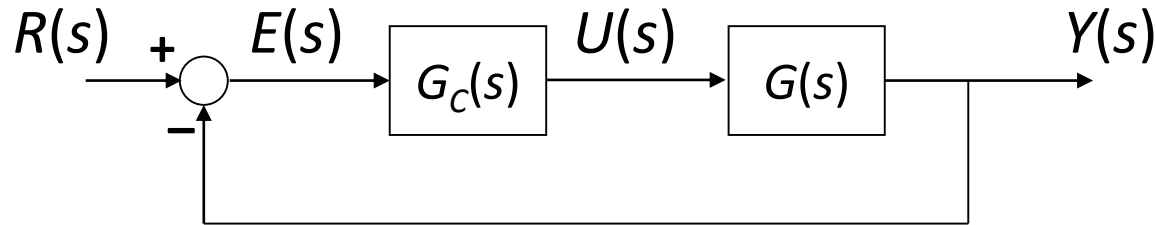
$$G_c(s) = \frac{T_g(s)}{1 - T_g(s)G(s)}$$



# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

Επιλέγεται ο ελεγκτής PID με βάση την επιθυμητή απόκριση του συστήματος **κλειστού βρόχου**  $T(s)$ .

$$T(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} = T_g(s)$$
$$T(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} = \frac{\omega_{cl}^2}{s^2 + 2\xi\omega_{cl}s + \omega_{cl}^2} = T_g(s)$$



Λύνοντας ως προς  $G_c(s)$ :

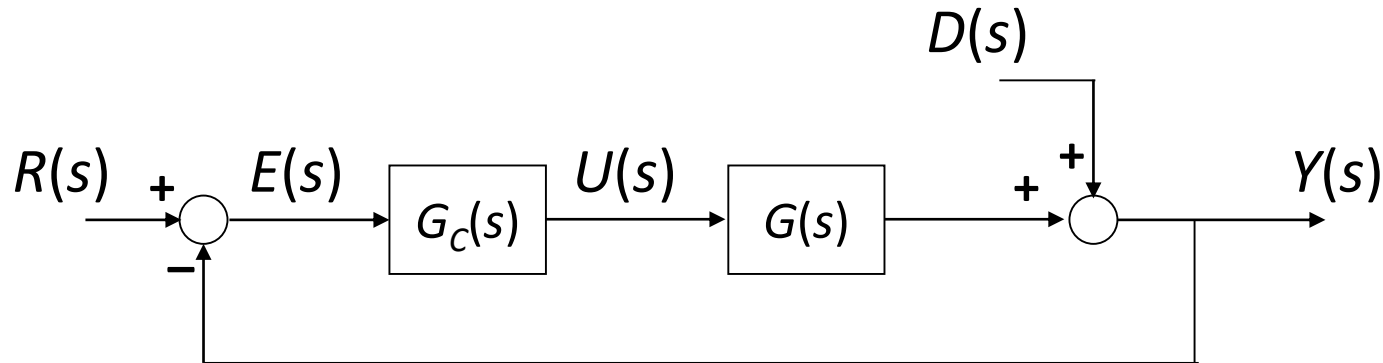
$$G_c(s) = \frac{T_g(s)}{1 - T_g(s)} \frac{1}{G(s)}$$

Αντιστροφή μοντέλου  
Διεργασίας.

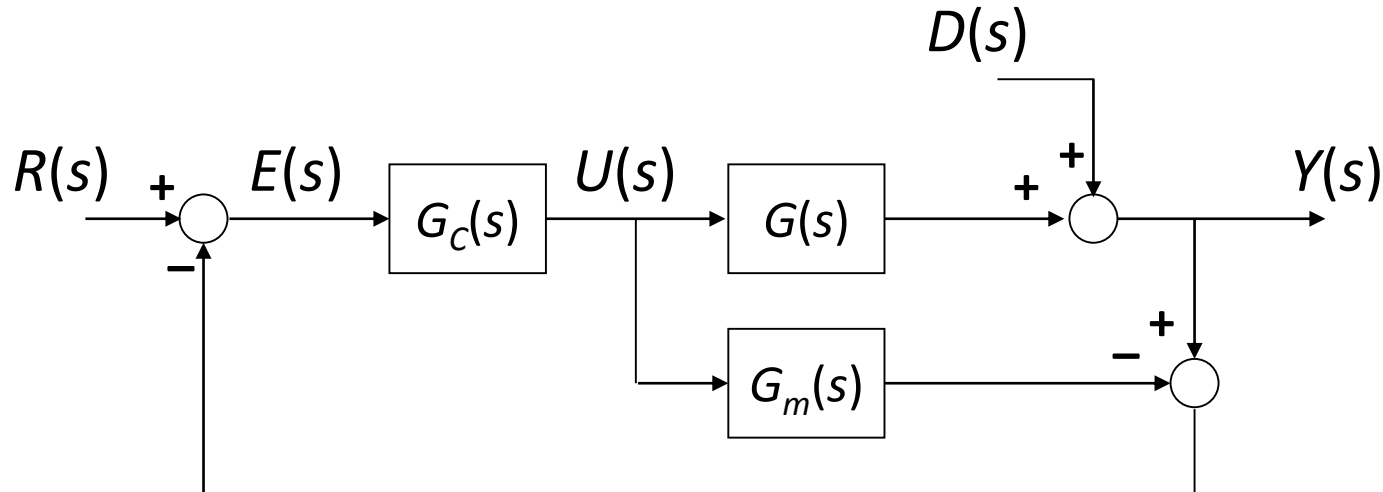


# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

Σύστημα ελέγχου ανάδρασης



Σύστημα ελέγχου ανάδρασης με «εσωτερικό μοντέλο» διεργασίας.





# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

Μοντέλο διεργασίας:  $G(s) = K/(\tau s + 1)$

Επιθυμητή απόκριση κλειστού βρόχου:  $T_g(s) = 1/(\lambda s + 1)$

$$G_c(s) = \frac{T_g(s)}{1 - T_g(s)} \frac{1}{G(s)} = \frac{\frac{1}{\lambda s + 1}}{1 - \frac{1}{\lambda s + 1}} \frac{1}{\frac{K}{\tau s + 1}} = \frac{1}{\lambda s} \frac{\tau s + 1}{K}$$

$$G_c(s) = \frac{\tau}{\lambda K} + \frac{1}{\lambda K s}$$

PI ελεγκτής

$$K_c = \tau/(\lambda K), \quad \tau_i = \tau$$



# Έλεγχος ταχύτητας οχήματος

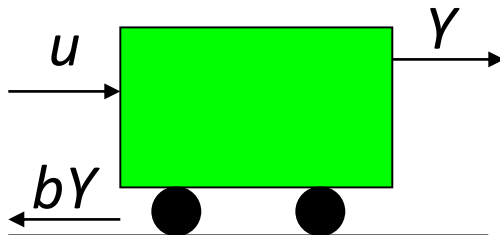
## Εφαρμογή PID στον έλεγχο ταχύτητας οχήματος.

$Y$  = ταχύτητα οχήματος.

$U$  = δύναμη στην κατεύθυνση της κίνησης.

Προδιαγραφές απόκρισης κλειστού βρόχου.

- Χρόνος ανόδου < 5 sec.
- Ποσοστό υπερέψωσης < 10%.
- Σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση < 2%.



Παραδοχές:

1. Η οπισθέλκουσα δύναμη λόγω (ιξώδους) τριβής είναι ανάλογη της ταχύτητας.
2. Η δυναμική του ταχύμετρου είναι αμελητέα.
3. Η δυναμική του ενεργοποιητή είναι αμελητέα.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms + b}$$

$$m=1000 \text{ kg}$$

$$b=50 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$$

$$u=500 \text{ N}$$

$$K=1/b=0.02 \text{ m}/(\text{N}\cdot\text{s}), \tau=m/b=20 \text{ s}$$

Matlab αρχείο: `cruise.m`



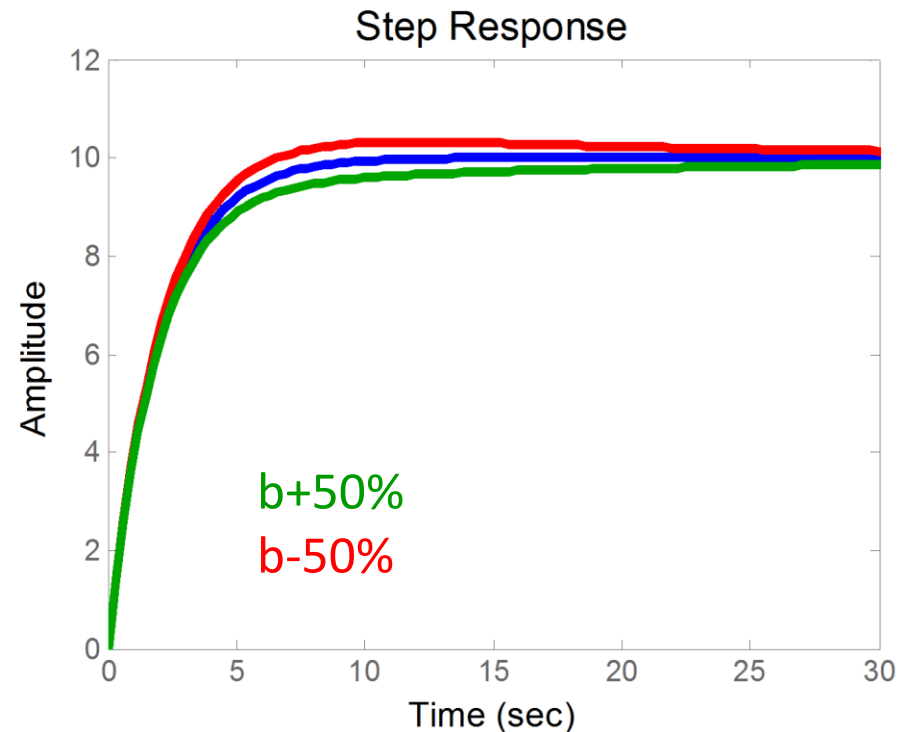
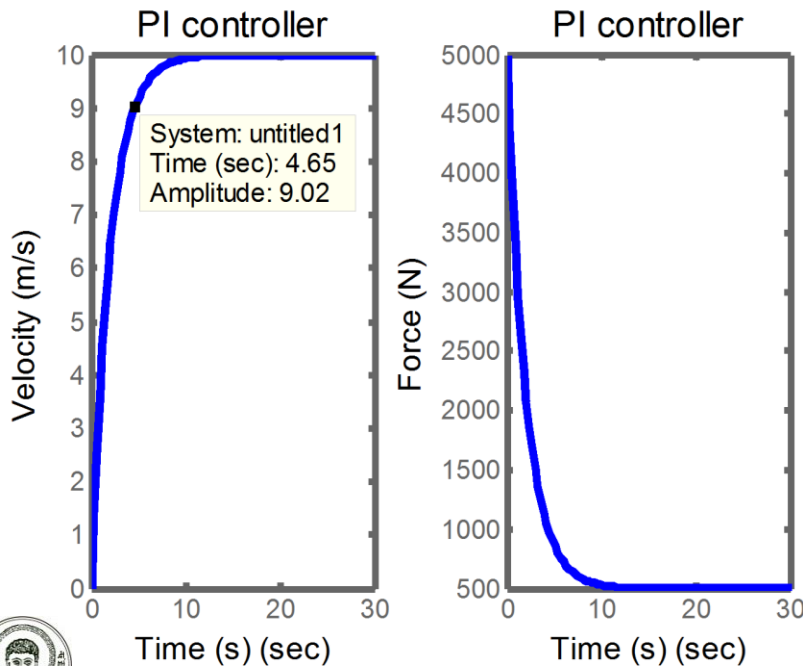
# Έλεγχος ταχύτητας οχήματος

$$K_c = \tau / (\lambda K), \quad \tau_I = \tau$$

$\lambda = 10 \text{ s} \rightarrow K_c = 100, \tau_I = 20$     $\lambda = 5 \text{ s} \rightarrow K_c = 200, \tau_I = 20$     $\lambda = 2 \text{ s} \rightarrow K_c = 500, \tau_I = 20$

Σύνθεση ελεγκτή (ρύθμιση PI).

$K_c = 500, \tau_I = 20$



# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

Μοντέλο διεργασίας μεσαίας απόσβεσης  $\zeta > 0.6$ .

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

Επιθυμητή απόκριση **κλειστού βρόχου**:

$$T_g(s) = \frac{\omega_{cl}^2}{s^2 + 2\xi\omega_{cl}s + \omega_{cl}^2} = \frac{1}{a_2s^2 + a_1s + 1}$$

$$G_c(s) = \frac{T_g(s)}{1 - T_g(s)G(s)} = \frac{1}{a_2s^2 + a_1s} \frac{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}{K}$$

$$G_c(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D \frac{s}{\tau_D s + 1}$$

Ισοδύναμος με  
PID ελεγκτή.



# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

$$K_P = \frac{2\zeta\omega a_1 - a_2\omega^2}{Ka_1^2}, \quad K_I = \frac{\omega^2}{Ka_1}$$
$$K_D = \frac{a_1^2 - 2\zeta\omega a_1 a_2 + a_2^2\omega^2}{Ka_1^3}, \quad \tau_D = \frac{a_2}{a_1}$$
$$a_2 = \frac{1}{\omega_{cl}^2}, \quad a_1 = \frac{2\xi}{\omega_{cl}}$$



# Επιλογή παραμέτρων PID με σύνθεση ελεγκτή

Παρατηρήσεις:

- Η επίδοση του ελεγκτή στηρίζεται στην **καλή γνώση του μοντέλου της διεργασίας**.
- Η επιλογή της επιθυμητής απόκρισης πρέπει να οδηγεί σε σύνθεση ενός **ευσταθούς** και **κανονικού** (βαθμός αριθμητή  $\leq$  βαθμός παρονομαστή) ελεγκτή.
- Η αντιστροφή του μοντέλου **δεν είναι πάντα εφικτή** (π.χ. παρουσία νεκρού χρόνου στη διεργασία). Απαιτείται ειδικός χειρισμός.
- Η παρουσία μηδενικών στο ΔΗΕ στο μοντέλο της διεργασίας οδηγεί σε **μη σταθερό ελεγκτή** (ανεπιθύμητη συμπεριφορά). Απαιτείται ειδικό χειρισμό.
- Η συμπεριφορά της χειραγωγούμενης μεταβλητής πρέπει να συμπεριληφθεί στην επιλογή των παραμέτρων.



# Επίτευξη μαθησιακών στόχων

Στο τέλος αυτής της ενότητας ο/η εκπαιδευόμενος/η θα πρέπει να μπορεί να:

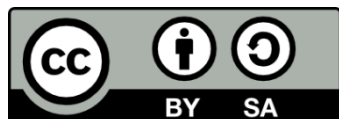
- Γνωρίζει τα χαρακτηριστικά της αναλογικής, ολοκληρωτικής και διαφορικής δράσης ενός ελεγκτή PID.
- Εφαρμόζει τον αλγόριθμο του ελεγκτή PID σε απλά δυναμικά συστήματα απλού βρόχου ανάδρασης.
- Επιλέγει τις κατάλληλες τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή για την επίτευξη της επιθυμητής συμπεριφοράς του κλειστού βρόχου.





# Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Δρ Παπαδόπουλος Αθανάσιος  
Δρ Αγγελική Μονέδα  
Θεσσαλονίκη, Μάιος 2014



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ