



Γενικά Μαθηματικά I

Ενότητα 1: Συναρτήσεις και Γραφικές Παραστάσεις

Λουκάς Βλάχος
Τμήμα Φυσικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

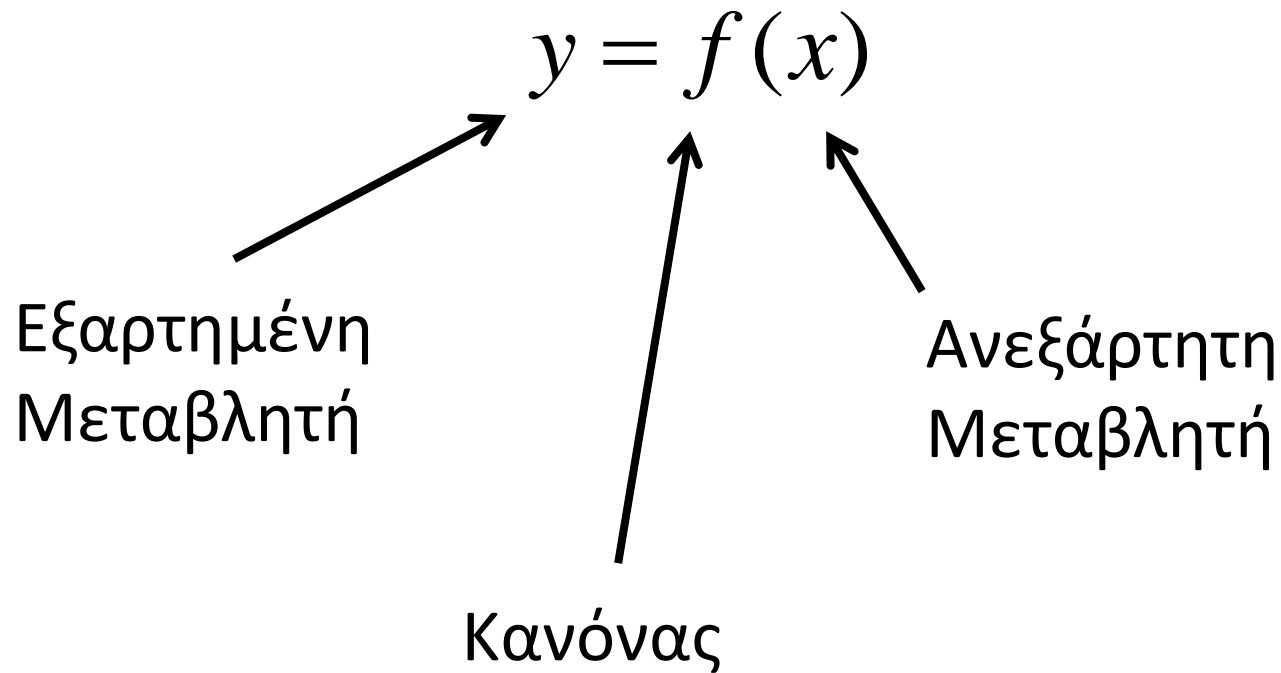


Χρηματοδότηση

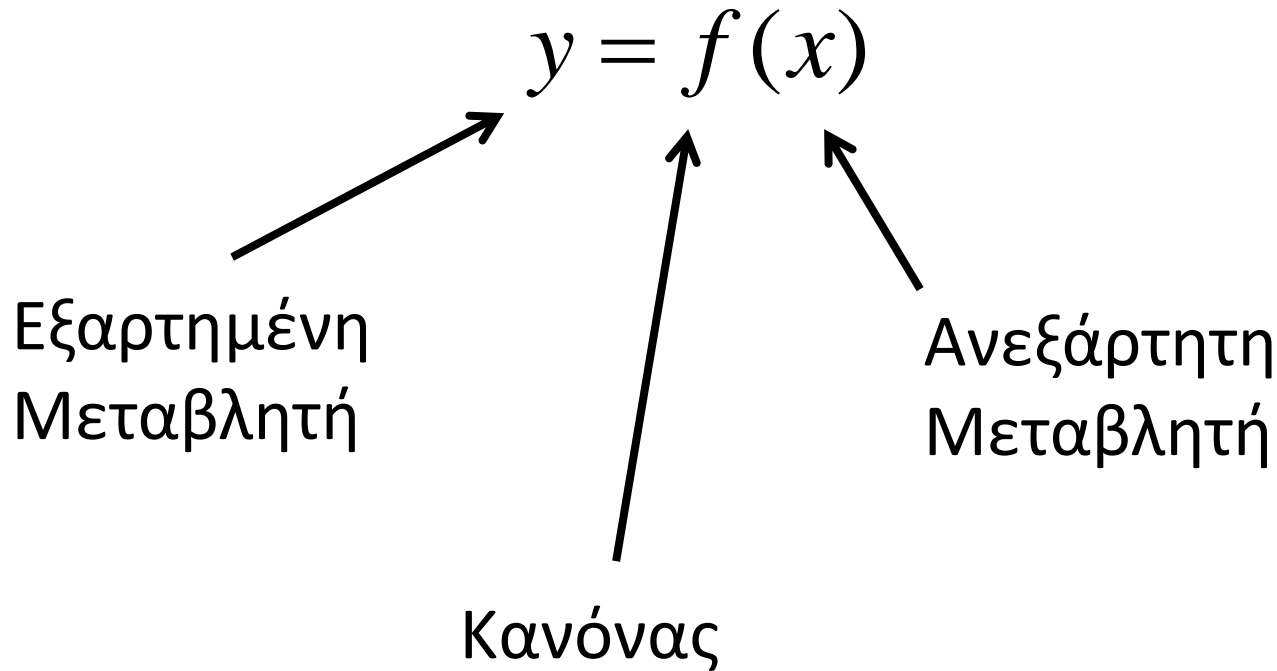
- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Συναρτήσεις



Συναρτήσεις



Πεδίο Ορισμού: Οι τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής για τις οποίες ορίζεται η συνάρτηση.



Πεδίο Ορισμού

Παραδείγματα:

$$f(x) = x^2, \quad x \in \mathcal{R}$$



Πεδίο Ορισμού

Παραδείγματα:

$$f(x) = x^2, \quad x \in \mathcal{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1$$



Πεδίο Ορισμού

Παραδείγματα:

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}, \quad -1 \leq x \leq 1$$



Πεδίο Ορισμού

Παραδείγματα:

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$f(x) = \sqrt{\sin x},$$



Πεδίο Ορισμού

Παραδείγματα:

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}, \quad -1 \leq x \leq 1$$

$$f(x) = \sqrt{\sin x}, \quad 2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi$$
$$k = 0, 1, 2, \dots$$



Φυσικοί Περιορισμοί

- Σε ένα φυσικό πρόβλημα, είναι πιθανό να μην είναι όλες οι τιμές του πεδίου ορισμού μιας συνάρτησης *φυσικά αποδεκτές*.
- Παράδειγμα:

Πυκνότητα ράβδου στον άξονα x :

$$\rho = f(x), \quad x > 0$$

(Αρνητική πυκνότητα: φυσικά μη αποδεκτή)



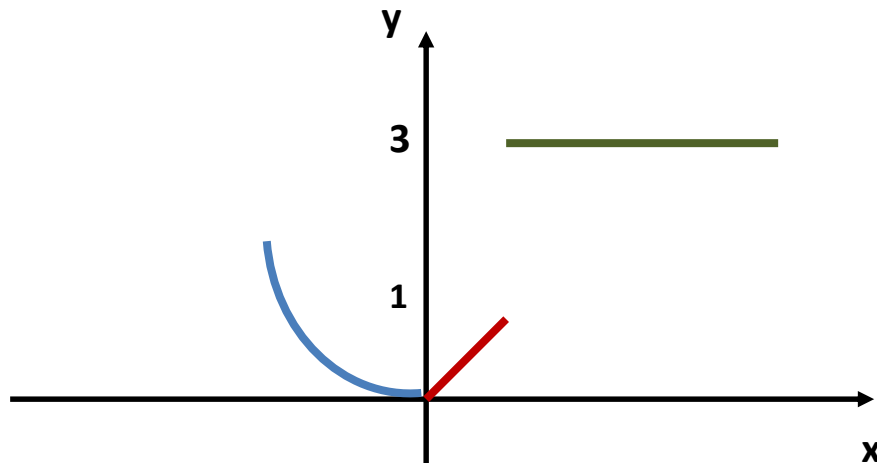
Πλειονότιμες Συναρτήσεις

- Μια συνάρτηση στην οποία κάποια τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής (x) αντιστοιχεί σε περισσότερες από μια τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής (y), λέγεται *πλειονότιμη συνάρτηση*.
- Μπορούμε να **μετατρέψουμε** μια *πλειονότιμη* συνάρτηση σε *μονότιμη*, με περιορισμό του πεδίου ορισμού της.



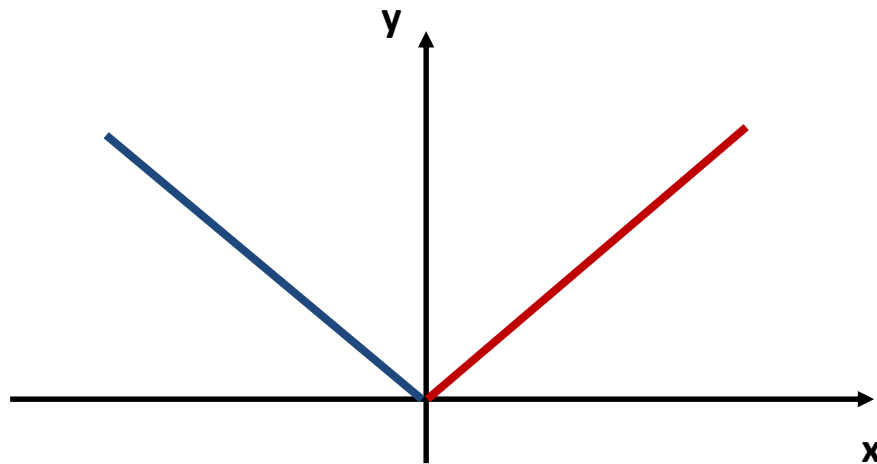
Γραφικές Παραστάσεις

$$y = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ 3 & 1 \leq x < +\infty \end{cases}$$



Γραφικές Παραστάσεις

$$f(x) = |x|$$



Βασικές Συναρτήσεις

- Πολυώνυμο:

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$



Βασικές Συναρτήσεις: Πολυώνυμο

- Πολυώνυμο:

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

- Γραμμική Προσέγγιση:

$$f(x) = a_0 + a_1x \rightarrow y = mx + a$$

(Εξίσωση Ευθείας)



Δύο Ευθείες

- Αν έχουμε 2 ευθείες:

$$y = m_1 x + a_1$$

$$y = m_2 x + a_2$$

τότε αυτές θα είναι:

Παράλληλες, εάν $m_1 = m_2$

Κάθετες, εάν $m_1 \cdot m_2 = -1$



Πολυώνυμο: Τετραγωνική Συνάρτηση

- Πολυώνυμο:

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

- Τετραγωνική Συνάρτηση:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$$



Πολυώνυμο: Κυβική Συνάρτηση

- Πολυώνυμο:

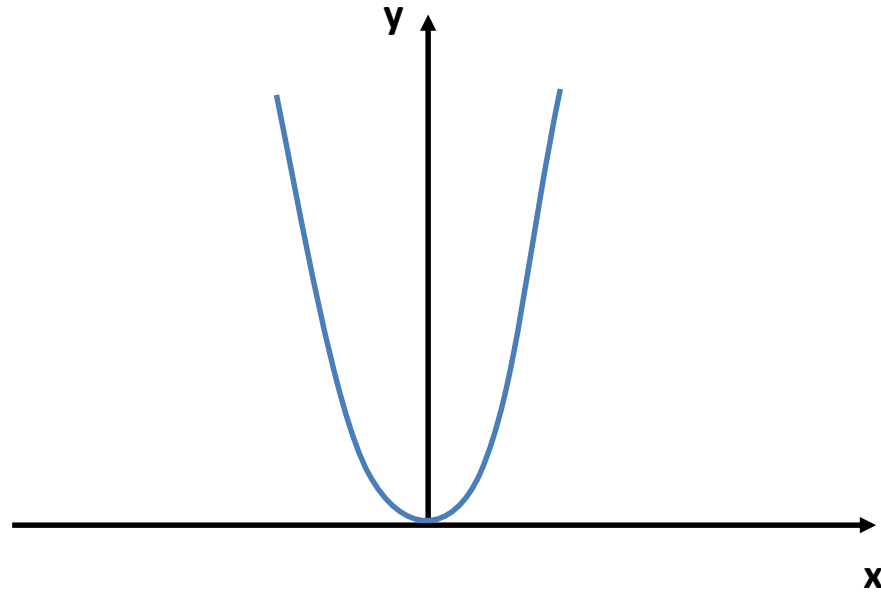
$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

- Κυβική Συνάρτηση:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$



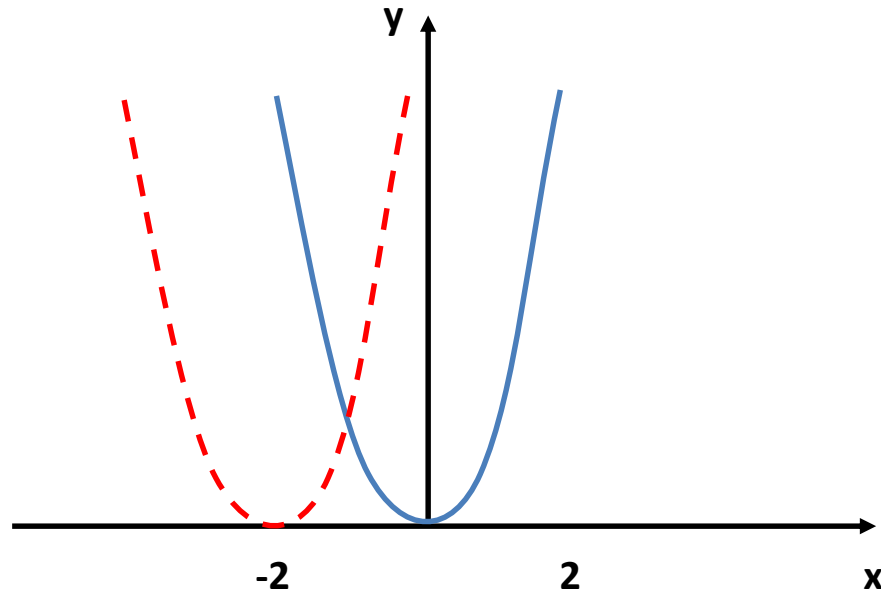
Μετατόπιση Γραφικής Παράστασης



$$f(x) = x^2$$



Μετατόπιση Γραφικής Παράστασης

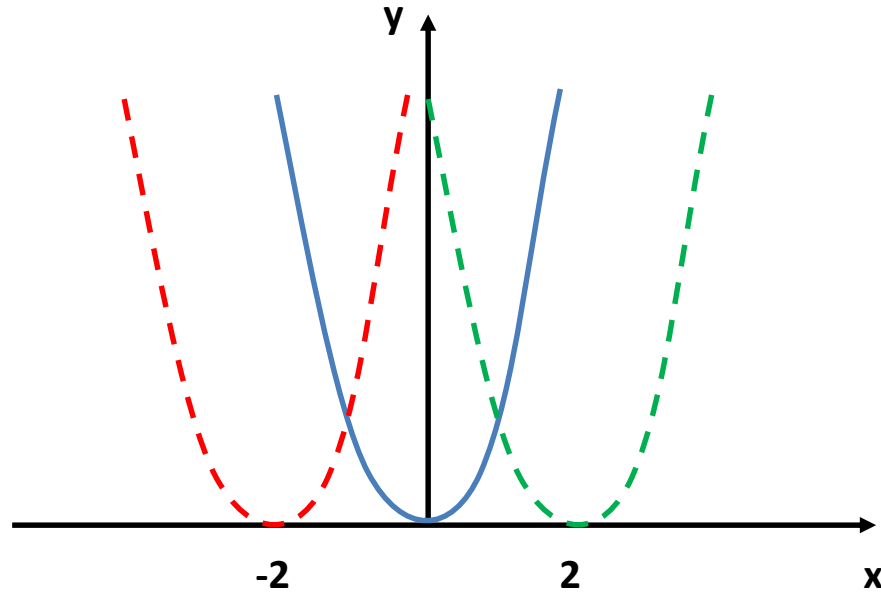


$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = (x + 2)^2$$



Μετατόπιση Γραφικής Παράστασης



$$f(x) = x^2$$

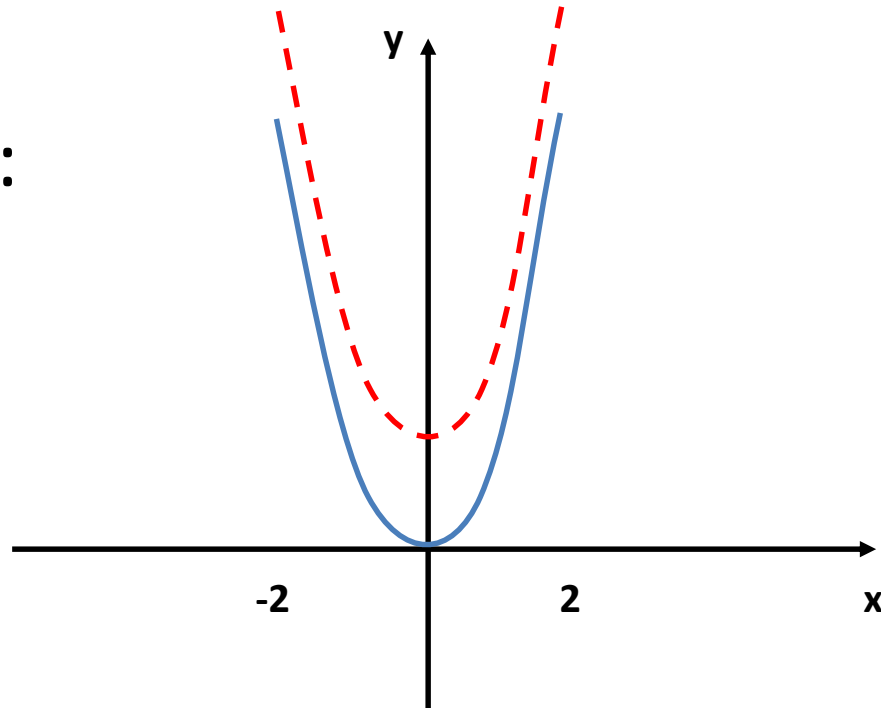
$$f(x) = (x - 2)^2$$

$$f(x) = (x + 2)^2$$



Μετατόπιση Γραφικής Παράστασης

Στον Άξονα y :



$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = x^2 + 2$$



Άσκηση

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της παρακάτω συνάρτησης:

$$f(x) = \frac{5x + 3}{x^2 - 2x + 1}$$



Αντίστροφες Συναρτήσεις

Για να βρούμε την αντίστροφη μιας συνάρτησης

π.χ.,

$$y = x^2$$

1. Λύνουμε ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή:

$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

2. Αντιστρέφουμε τα σύμβολα της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης μεταβλητής:

$$y = \sqrt{x}$$



Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις

- Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις ($\sin(x)$, $\cos(x)$ κλπ) είναι ιδιαίτερα σημαντικές στη Φυσική, διότι περιγράφουν περιοδικά φαινόμενα (ταλαντώσεις).
- Μελετήστε και σιγουρευτείτε ότι γνωρίζετε καλά τις τριγωνομετρικές ταυτότητες!



Εκθετικές Συναρτήσεις

- Οι εκθετικές συναρτήσεις είναι επίσης ιδιαίτερα σημαντικές, καθώς εκφράζουν φαινόμενα φθίνοντα ή εκρηκτικά.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, **Λουκάς Βλάχος**.
«**Γενικά Μαθηματικά Ι**». Έκδοση: 1.0. Θεσσαλονίκη 2014. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.auth.gr/eclass_courses.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά - Παρόμοια Διανομή [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

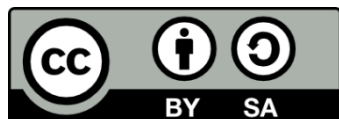
[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>





Τέλος ενότητας

Επεξεργασία: Νικόλαος Τρυφωνίδης
Θεσσαλονίκη, 30/03/2015



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

