

Έντυπο Καταγραφής Πληροφοριών και Συγκέντρωσης Εκπαιδευτικού Υλικού για τα Ανοικτά Μαθήματα

Έκδοση: 1.0102, Απρίλιος 2014



ανοικτά μαθήματα
opencourses

Πράξη «Κεντρικό Μητρώο Ελληνικών Ανοικτών Μαθημάτων»

Σύνδεσμος: <http://ocw-project.gunet.gr>



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην ποιότητα της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Περιεχόμενα

1. Πληροφορίες και εκπαιδευτικό υλικό Ακαδημαϊκού Μαθήματος.....	3
1.1 Πληροφορίες μαθήματος.....	3
1.2 Πληροφορίες για τις θεματικές ενότητες ή ενότητες διαλέξεων	8
2. Πληροφορίες για το πλαίσιο διάθεσης του μαθήματος.....	12
2.1 Πλαίσιο Διάθεσης: Ίδρυμα Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης	12
2.2. Πλαίσιο Διάθεσης: Πρόγραμμα Σπουδών	12

1. Πληροφορίες και εκπαιδευτικό υλικό Ακαδημαϊκού Μαθήματος

1.1 Πληροφορίες μαθήματος

Όνομα διδάσκοντος/διδασκόντων (Instructor /s)

Μιχάλης Μαριάς

Michalis Marias

Τίτλος Μαθήματος (Course title) όπως αναφέρεται στο πρόγραμμα σπουδών (ΠΣ)

Λογισμός III

Calculus III

Κωδικός Μαθήματος (Course Code) όπως αναφέρεται στο ΠΣ

0203

Επίπεδο μαθήματος/Κύκλος σπουδών (Course level/cycle)

Προπτυχιακό (Undergraduate)/Πρώτος κύκλος σπουδών (First cycle)

Έτος σπουδών (Year of Study)

Έτος: 2

Εξάμηνο (Semester)

Εξάμηνο: 4

Τύπος μαθήματος (Type of course).

Υποχρεωτικό (compulsory)

Διδακτικές ώρες στο εξάμηνο: 52

Γλώσσα διδασκαλίας (Course language)

Ελληνική

Ομάδα στόχος (Target Group)

Οι προπτυχιακοί φοιτητές του τμήματος Μαθηματικών.

Students of the School of Mathematics.

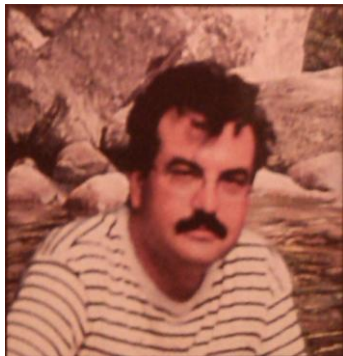
Πιστωτικές μονάδες (ECTS)

Αριθμός μονάδων: 7

Περισσότερα για τον/τους διδάσκοντες (More about instructor)

Ο Μιχ. Γ. Μαριάς ανακηρύχθηκε Διδάκτορας στο Πανεπιστήμιο Pierre et Marie Curie του Παρισιού και είναι Καθηγητής του Μαθηματικού Τμήματος του Α.Π.Θ. Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα βρίσκονται στην Αρμονική και Στοχαστική Ανάλυση και την Ανάλυση επί Πολλαπλοτήτων.

Φωτογραφία διδάσκοντος.



Περιγραφή μαθήματος (Course Overview / Description /Synopsis)

Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών, όρια, συνέχεια. Μερικές παράγωγοι, γεωμετρική ερμηνεία, σχέση με συνέχεια. Παράγωγος αριθμητικών και διανυσματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Εφαπτόμενο επίπεδο και κάθετο διάνυσμα του γραφήματος μιας συνάρτησης δυο μεταβλητών. Ιδιότητες της παραγώγου, κανόνας της αλυσίδας. Κλίση και κατευθυνόμενη παράγωγος. Απόκλιση και στροβιλισμός διανυσματικού πεδίου. Μερικές παράγωγοι ανώτερης τάξης. Ισότητα μικτών παραγώγων. Τύπος του Taylor. Μέγιστα και ελάχιστα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Συνθήκες για τοπικά ακρότατα ή σαγματικά σημεία. Πίνακας του Hesse στην περίπτωση δυο μεταβλητών. Ακρότατα υπό συνθήκες (πολλαπλασιαστές Lagrange). Πεπλεγμένες συναρτήσεις. Θεώρημα πεπλεγμένων συναρτήσεων. Παραγωγή συναρτήσεων που δίνονται σε πεπλεγμένη μορφή. Θεώρημα αντίστροφης συνάρτησης.

Functions of many variables, limits, continuity. Partial derivatives, geometric interpretation. Derivative of numerical and vector functions. Properties of the derivative, chain rule. Gradient and directional derivative. Divergence and curl. Partial derivatives of higher order. Cross derivatives. Taylor's Formula. Extrema of functions of many variables. Conditions for local extrema and saddle points. Hessian for two variables. Lagrange Multipliers. Implicit functions theorem. Inverse function theorem.

Περιεχόμενα μαθήματος (Course Contents)

- Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών, όρια, συνέχεια.
- Μερικές παράγωγοι, γεωμετρική ερμηνεία, σχέση με συνέχεια.
- Παράγωγος αριθμητικών και διανυσματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών.
- Εφαπτόμενο επίπεδο και κάθετο διάνυσμα του γραφήματος μιας συνάρτησης δυο μεταβλητών.
- Ιδιότητες της παραγώγου, κανόνας της αλυσίδας.
- Κλίση και κατευθυνόμενη παράγωγος. Απόκλιση και στροβιλισμός διανυσματικού πεδίου.
- Μερικές παράγωγοι ανώτερης τάξης. Ισότητα μικτών παραγώγων.
- Τύπος του Taylor.
- Μέγιστα και ελάχιστα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών.
- Συνθήκες για τοπικά ακρότατα ή σαγματικά σημεία. Πίνακας του Hesse στην περίπτωση δυο μεταβλητών.
- Ακρότατα υπό συνθήκες (πολλαπλασιαστές Lagrange).
- Πεπλεγμένες συναρτήσεις. Θεώρημα πεπλεγμένων συναρτήσεων. Παραγωγή συναρτήσεων που δίνονται σε πεπλεγμένη μορφή.
- Θεώρημα αντίστροφης συνάρτησης.

Μαθησιακοί στόχοι μαθήματος (Course Objectives/Goals)

Ο εκπαιδευόμενος να γνωρίζει, να κατανοεί και να χειρίζεται τις συναρτήσεις πολλών μεταβλητών και τις ιδιότητές τους.

Λέξεις κλειδιά (Keywords)

Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών,
Μερικές παράγωγοι,
Παράγωγος αριθμητικών και διανυσματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών,
Εφαπτόμενο επίπεδο και κάθετο διάνυσμα του γραφήματος μιας συνάρτησης δυο μεταβλητών,
Κανόνας της αλυσίδας,
Κλίση και κατευθυνόμενη παράγωγος,
Απόκλιση και στροβιλισμός διανυσματικού πεδίου,
Μερικές παράγωγοι ανώτερης τάξης. Ισότητα μικτών παραγώγων,
Τύπος του Taylor,
Μέγιστα και ελάχιστα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών,
Συνθήκες για τοπικά ακρότατα ή σαγματικά σημεία,
Πίνακας του Hesse στην περίπτωση δυο μεταβλητών,
Ακρότατα υπό συνθήκες (πολλαπλασιαστές Lagrange),
Πεπλεγμένες συναρτήσεις, Θεώρημα πεπλεγμένων συναρτήσεων, Παραγωγή συναρτήσεων που δίνονται σε πεπλεγμένη μορφή,
Θεώρημα αντίστροφης συνάρτησης.

Functions of many variables, limits, continuity,
Partial derivatives, geometric interpretation,
Derivative of numerical and vector functions of many variables,
Properties of the derivative, chain rule,
Gradient and directional derivative,
Taylor's formula,
Extrema of functions of many variables,
Conditions for local extrema and saddle points,
Hessian for two variables,
Lagrange multipliers,
Implicit functions theorem,
Inverse function theorem.

Ομάδα ανάπτυξης περιεχομένου (Content Development)

Αναστασία Γ. Γρηγοριάδου

Anastasia G. Gregoriadou

Τύποι εκπαιδευτικού υλικού (course format)

Διαφάνειες

Προτεινόμενα συγγράμματα

- Μαθήματα Διαφορικού Λογισμού Πολλών Μεταβλητών των Ν. Δανίκα, Μ. Μαριά.
- Διανυσματικός Λογισμός των J. Marsden, A. Tromba.

Προαπαιτούμενα (Expected prior knowledge/prerequisites and preparation)

- Λογισμός I
- Λογισμός II
- Κωδικοί και σύνδεσμοι προαπαιτούμενων μαθημάτων

Επιπλέον συνιστώμενη βιβλιογραφία και υλικό προς μελέτη (Literature and study materials / reading list)

- Βιβλία - κείμενα (Text/books)
 - V. Guillemin, A. Pollack, *Differential Topology*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1974.
 - J. Marsden, A. Tromba, *Διανυσματικός Λογισμός*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2000.
 - J.-M. Monier, *Analyse 4*, Dunod, Paris, 2000.
 - Μ. Σπινάκ, *Λογισμός σε Πολλαπλότητες*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 1994.
 - Τ. Χατζηαφράτης, *Απειροστικός Λογισμός σε Πολλές Μεταβλητές*,

Αθήνα, 1996.

1.2 Πληροφορίες για τις θεματικές ενότητες ή ενότητες διαλέξεων

Αριθμός Θεματικών Ενοτήτων

19

Τίτλοι Θεματικών Ενοτήτων

- Ενότητα 1. Τοπολογία των Ευκλειδείων χώρων.
- Ενότητα 2. Τοπολογικές ιδιότητες των συνόλων του \mathbb{R}^n .
- Ενότητα 3. Όρια και Συνέχεια Συναρτήσεων.
- Ενότητα 4. Συνέχεια διανυσματικών συναρτήσεων.
- Ενότητα 5. Θεώρημα ακραίων τιμών και θεώρημα ενδιάμεσων τιμών.
- Ενότητα 6. Μερικές παράγωγοι.
- Ενότητα 7. Κλίση και παράγωγος.
- Ενότητα 8. Ιδιότητες της κλίσης, Κανόνας της αλυσίδας.
- Ενότητα 9. Ιδιότητες της κλίσης.
- Ενότητα 10. Παραγωγήιση διανυσματικών συναρτήσεων.
- Ενότητα 11. Κανόνας της αλυσίδας.
- Ενότητα 12. Οι κλασικοί μετασχηματισμοί και ο κανόνας της αλυσίδας.
- Ενότητα 13. Τύπος του Taylor.
- Ενότητα 14. Τοπικά ακρότατα.
- Ενότητα 15. Τοπικά ακρότατα υπό συνθήκης.
- Ενότητα 16. Θεώρημα Αντιστροφής.
- Ενότητα 17. Απόδειξη Θεωρήματος Αντιστροφής.
- Ενότητα 18. Θεώρημα Πεπλεγμένων (ειδική περίπτωση).
- Ενότητα 19. Θεώρημα Πεπλεγμένων (γενική μορφή).

Αναλυτική περιγραφή ενοτήτων

- Ενότητα 1: Στην 1^η ενότητα μελετάμε την συνέχεια πραγματικών αλλά και διανυσματικών συναρτήσεων πολλών μεταβλητών. Θα αποδείξουμε τα θεωρήματα των άκρων και των ενδιάμεσων τιμών για συνεχείς πραγματικές συναρτήσεις. Θα τελειώσουμε με την έννοια της ομοιόμορφης συνέχειας και την σχέση συνέχειας και συμπάγειας.
- Ενότητα 2: Στην 2^η ενότητα περιγράφονται οι τοπολογικές ιδιότητες των υποσυνόλων του \mathbb{R}^n .
- Ενότητα 3: Στην 3^η ενότητα παρουσιάζονται ο ορισμός του ορίου συναρτήσεων και ο

ορισμός της συνέχειας συναρτήσεων.

Ενότητα 4: Στην 4^η ενότητα δίνεται ο ορισμός της συνέχειας διανυσματικών συναρτήσεων και παρουσιάζονται οι ιδιότητες της .

Ενότητα 5: Στην 5^η ενότητα αποδεικνύουμε δύο ουσιαστικά θεωρήματα της συνέχειας πραγματικών συναρτήσεων. Το θεώρημα ακραίων τιμών και το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών. Επίσης ορίζεται η ομοιόμορφη συνέχεια.

Ενότητα 6: Στην 6^η ενότητα δίνεται ο ορισμός των μερικών παραγώγων και πλήθος παραδειγμάτων.

Ενότητα 7: Στην 7^η ενότητα δίνεται ο ορισμός της παραγώγου ως διάνυσμα της κλίσης.

Ενότητα 8: Στην 8^η ενότητα παρουσιάζονται η απόδειξη του κανόνα της αλυσίδας και η απόδειξη του θεωρήματος μέσης τιμής.

Ενότητα 9: Στην 9^η ενότητα συνεχίζεται η μελέτη των ιδιοτήτων της κλίσης.

Ενότητα 10: Στην 10^η ενότητα παρουσιάζεται ο ορισμός της παραγώγου διανυσματικών συναρτήσεων.

Ενότητα 11: Στην 11^η ενότητα μελετάται η απόδειξη του κανόνα της αλυσίδας για διανυσματικές συναρτήσεις.

Ενότητα 12: Στην 12^η ενότητα παρουσιάζονται η Λαπλασιανή στις πολικές και σφαιρικές συντεταγμένες και οι αρμονικές συναρτήσεις. Επίσης γίνεται εφαρμογή του κανόνα της αλυσίδας στους κλασικούς μετασχηματισμούς.

Ενότητα 13: Στην 13^η ενότητα μελετάται η απόδειξη του τύπου του Taylor 2^{ης} τάξης.

Ενότητα 14: Στην 14^η ενότητα μελετάμε τα τοπικά ακρότατα συναρτήσεων.

Ενότητα 15: Στην 15^η ενότητα μελετώνται τα τοπικά ακρότατα υπό συνθήκες και πλήθος παραδειγμάτων.

Ενότητα 16: Στην 16^η ενότητα μελετάμε το Θεώρημα αντιστροφής και πλήθος παραδειγμάτων.

Ενότητα 17: Στην 17^η ενότητα παρουσιάζεται η απόδειξη του Θεωρήματος Αντιστροφής.

Ενότητα 18: Στην 18^η ενότητα παρουσιάζεται το Θεώρημα πεπλεγμένων για εξισώσεις και πλήθος παραδειγμάτων.

Ενότητα 19: Στην 19^η ενότητα παρουσιάζεται το Θεώρημα πεπλεγμένων για συστήματα και πλήθος παραδειγμάτων.

Λέξεις – κλειδιά ανά ενότητα

Ενότητα 1. Τοπολογία των Ευκλειδείων χώρων.

- Απόσταση στον \mathbb{R}^n
- Σύγκλιση

- Ακολουθίες

Ενότητα 2. Τοπολογικές ιδιότητες των συνόλων του.

- Ανοικτά σύνολα
- Κλειστά σύνολα
- Συμπάγεια
- Κυρτά σύνολα
- Συνεκτικά σύνολα

Ενότητα 3. Όρια και Συνέχεια Συναρτήσεων.

- Όριο συνάρτησης
- Συνέχεια Συνάρτησης
- Συνέχεια με ακολουθίες

Ενότητα 4. Συνέχεια διανυσματικών συναρτήσεων.

- Συνέχεια διανυσματικών συναρτήσεων
- Ιδιότητες συνέχειας

Ενότητα 5. Θεώρημα ακραίων τιμών και θεώρημα ενδιάμεσων τιμών.

- Θεώρημα ακραίων τιμών
- Θεώρημα ενδιάμεσων τιμών
- Ομοιόμορφη συνέχεια

Ενότητα 6. Μερικές παράγωγοι.

- Μερικές παράγωγοι 1^{ης} τάξης
- Μερικές παράγωγοι 2^{ης} τάξης

Ενότητα 7. Κλίση και παράγωγος.

- Ορισμός της παραγώγου
- C^1 , διαφορισμότητα

Ενότητα 8. Ιδιότητες της κλίσης, Κανόνας της αλυσίδας.

- Κανόνας της αλυσίδας
- Θεώρημα μέσης τιμής

Ενότητα 9. Ιδιότητες της κλίσης.

- Μεταβολή συνάρτησης και κλίση
- Κλίση και ισότιμες επιφάνειες
- Εφαπτόμενο επίπεδο και κλίση

Ενότητα 10. Παραγωγή διανυσματικών συναρτήσεων.

- Παράγωγος διανυσματικών συναρτήσεων
- Ιδιότητες
- Οι κλασικοί μετασχηματισμοί

Ενότητα 11. Κανόνας της αλυσίδας.

- Κανόνας της αλυσίδας

Ενότητα 12. Οι κλασικοί μετασχηματισμοί και ο κανόνας της αλυσίδας.

- Λαπλασιανή
- Πολικές και σφαιρικές συντεταγμένες
- Αρμονικές συναρτήσεις

Ενότητα 13. Τύπος του Taylor.

- Τύπος του Taylor

Ενότητα 14. Τοπικά ακρότατα.

- Κρίσιμα σημεία
- Τοπικά ακρότατα
- Κριτήριο της Εσσιανής

Ενότητα 15. Τοπικά ακρότατα υπό συνθήκες.

- Τοπικά ακρότατα υπό συνθήκες

Ενότητα 16. Θεώρημα Αντιστροφής.

- Θεώρημα αντιστροφής μετασχηματισμών

Ενότητα 17. Απόδειξη Θεωρήματος Αντιστροφής.

- Απόδειξη του Θεωρήματος Αντιστροφής

Ενότητα 18. Θεώρημα Πεπλεγμένων (ειδική περίπτωση).

- Θεώρημα πεπλεγμένων για εξισώσεις

Ενότητα 19. Θεώρημα Πεπλεγμένων (γενική μορφή).

- Θεώρημα πεπλεγμένων για συστήματα

Άδεια χρήσης Creative Commons (CC): [Αναφορά Δημιουργού - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές \(CC BY-SA 4.0\)](#)

2. Πληροφορίες για το πλαίσιο διάθεσης του μαθήματος

2.1 Πλαίσιο Διάθεσης: Ίδρυμα Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης

Ίδρυμα:

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Aristotle University of Thessaloniki

2.2.Πλαίσιο Διάθεσης: Πρόγραμμα Σπουδών

Τίτλος τμήματος:

Γεωπονίας

School of Agriculture

Τομέας:

Φυτών Μεγάλης Καλλιέργειας και Οικολογίας
(Εργαστήριο Γεωργίας)

Department of Field Crops and Ecology

Τίτλος προγράμματος σπουδών

Στην ελληνική γλώσσα. Υποχρεωτικό.

Στην αγγλική γλώσσα. Υποχρεωτικό.

Μαθησιακά αποτελέσματα (Key learning outcomes)

Με την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος οι φοιτητές θα έχουν:

- 1) Γνώσεις σχετικά με τις αποφάσεις που θα πρέπει να ληφθούν κατά τον σχεδιασμό και την εγκατάσταση ενός πειράματος.
- 2) Γνώσεις σχετικά με τις επιλογές και δυνατότητες που έχουν σχετικά με τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων.
- 3) Πρακτικές ικανότητες και δεξιότητες στην πραγματοποίηση των στατιστικών αναλύσεων.

4) Κριτική σκέψη σχετικά με τη βιολογική σημαντικότητα και ερμηνεία των αποτελεσμάτων της στατιστικής ανάλυσης.

5) Ικανότητα για παρουσίαση των αποτελεσμάτων του πειράματος σε μορφή κατάλληλη για τη διάχυση των αποτελεσμάτων στην επιστημονική κοινότητα.

Επίπεδο Προγράμματος Σπουδών

Μεταπτυχιακό (Graduate) / Δεύτερος κύκλος (Second cycle)

Ομάδα στόχος

Οι φοιτητές του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του Τμήματος Γεωπονίας

Graduate Students of School of Agriculture